

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado). No se valorará la simple anotación de una opción como solución a las cuestiones. Las respuestas deben ser razonadas. El/la alumno/a elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1. La luz incidente, la reflejada y la refractada en la superficie de separación de dos medios de distinto índice de refracción tiene: A) Igual frecuencia, longitud de onda y velocidad. B) Distinta frecuencia, longitud de onda y velocidad. C) Igual frecuencia y distintas longitudes de onda y velocidad.

C.2. Para aumentar la potencia de una lente biconvexa simétrica situada en el aire deberíamos: A) Aumentar los radios de curvatura y disminuir el índice de refracción del material de la lente. B) Disminuir los radios de curvatura y aumentar el índice de refracción del material de la lente. C) Aumentar los radios de curvatura sin variar el índice de refracción del material de la lente.

C.3. Un determinado haz de luz provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Si aumentamos la intensidad del haz incidente: A) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados, así como su energía cinética. B) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados sin modificarse su energía cinética. C) El número de fotoelectrones arrancados no varía, pero su energía cinética aumenta.

C.4. Describe el procedimiento que seguirías en el laboratorio para determinar si la luz es una onda transversal o longitudinal, así como el material que debes utilizar.

P.1. En un punto de coordenadas (0, 3) está situada una carga $q_1 = 7,11 \text{ nC}$, y en el punto de coordenadas (4, 0) está situada otra carga $q_2 = 3,0 \text{ nC}$. Las coordenadas están expresada en metros. Calcula: A) La expresión vectorial de la intensidad del campo eléctrico en el punto (4, 3). b) El valor del potencial eléctrico en el punto (4, 3). c) Indica el signo y el valor de la carga q_3 que hay que situar en el origen para que el potencial eléctrico en el punto (4, 3) se anule. Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

P.2. Un satélite artificial describe órbitas circulares alrededor de la Tierra a una altura de 350 km respecto de la superficie terrestre. Calcula: A) La velocidad orbital del satélite. b) Su período de revolución. c) Compara el valor de su aceleración centrípeta con el valor de la intensidad del campo gravitatorio g a esa distancia de la Tierra. ¿Qué consecuencias se pueden extraer de este resultado? Datos: $R(T) = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$.

OPCIÓN B

C.1. El estroncio-90 es un isótopo radiactivo con un período de semidesintegración de 28 años. Si disponemos de una muestra de dos moles del dicho isótopo, el número de átomos de estroncio-90 que quedarán en la muestra después de 112 años será: A) $1/8 \text{ NA}$. B) $1/16 \text{ NA}$. C) $1/4 \text{ NA}$. ($\text{NA} = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ partículas/mol}$).

C.2. ¿Cuál debería ser la distancia entre dos puntos de un medio por el que se propaga una onda armónica, con velocidad de fase de 100 m/s y 200 Hz de frecuencia, para que estén en el mismo estado de vibración?: A) 2 n . B) $0,5 \text{ n}$. C) n , siendo $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ y medido en el S.I.

C.3. Un astronauta (A) se acerca a una estrella con una velocidad de 200 000 km/s y otro astronauta (B) se aleja de ella con la misma velocidad con la que se acerca (A). La velocidad con que estos astronautas perciben la velocidad de la luz de la estrella es: A) Mayor para el astronauta (A) y menor para el (B). B) Menor para el astronauta (A) y mayor para el (B). C) Igual para los dos.

C.4. A partir de medidas del radio, r , y del período, T , de cuatro satélites que orbitan la Tierra se obtiene la tabla anexa. Representa esos datos en una gráfica y determina a partir de ella la masa de la Tierra. DATO: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

Satélite	T^2/s^2	r^3/km^3
1	$3,18 \times 10^7$	$3,29 \times 10^{11}$
2	$3,89 \times 10^7$	$4,05 \times 10^{11}$
3	$4,75 \times 10^7$	$4,93 \times 10^{11}$
4	$1,44 \times 10^8$	$1,48 \times 10^{12}$

P.1. Un haz de luz de frecuencia $4,30 \times 10^{14} \text{ Hz}$ incide desde un medio 1 de índice de refracción $n_1 = 1,50$ sobre otro medio 2 de índice de refracción $n_2 = 1,30$. El ángulo de incidencia es de 50° . Determina: A) La longitud de onda del haz en el medio 1. b) El ángulo de refracción. c) ¿A partir de qué ángulo de incidencia se produce la reflexión total del haz incidente? DATO: $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

P.2. Un protón se mueve en un círculo de radio $r = 20 \text{ cm}$, perpendicularmente a un campo magnético $B = 0,4 \text{ T}$. Determinar: A) La velocidad del protón. b) El período del movimiento. c) El campo eléctrico necesario para anular el efecto del campo magnético. DATOS: $q_p = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

Soluciones

OPCIÓN A

C.1. La luz incidente, la reflejada y la refractada en la superficie de separación de dos medios de distinto índice de refracción tiene:

- A) Igual frecuencia, longitud de onda y velocidad.
- B) Distinta frecuencia, longitud de onda y velocidad.
- C) Igual frecuencia y distintas longitudes de onda y velocidad.

(A.B.A.U. Jun. 19)

Solución: C

El índice de refracción de un medio respecto al vacío n_m es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío c y la velocidad de la luz en el medio v_m .

$$n_m = c / v_m$$

La luz refractada cambia su velocidad mientras que la reflejada no.

Como la frecuencia de la luz es característica (no varía al cambiar de medio) y está relacionada con la velocidad de propagación de la luz en ese medio por:

$$v_m = \lambda_m \cdot f$$

Al variar la velocidad, tiene que variar la longitud de onda.

C.2. Para aumentar la potencia de una lente biconvexa simétrica situada en el aire deberíamos:

- A) Aumentar los radios de curvatura y disminuir el índice de refracción del material de la lente.
- B) Disminuir los radios de curvatura y aumentar el índice de refracción del material de la lente.
- C) Aumentar los radios de curvatura sin variar el índice de refracción del material de la lente.

(A.B.A.U. Jun. 19)

Solución: B

La fórmula del constructor de lentes es:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

f es la distancia focal de la lente, n es el índice de refracción del material de la lente y R_1 y R_2 son los radios de curvatura de las caras anterior y posterior de la lente.

La potencia de una lente es la inversa de la distancia focal.

$$P = \frac{1}{f}$$

Para aumentar la potencia, o sea, disminuir la distancia focal, habrá que emplear un material con mayor índice de refracción y disminuir los radio para aumentar la curvatura de las caras de la lente.

C.3. Un determinado haz de luz provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Si aumentamos la intensidad del haz incidente:

- A) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados, así como su energía cinética.
- B) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados sin modificarse su energía cinética.
- C) El número de fotoelectrones arrancados no varía, pero su energía cinética aumenta.

(A.B.A.U. Jun. 19)

Solución: B

Interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).

Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.

Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.

La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s

Al aumentar la intensidad de la luz, aumenta el número de fotones que llega al cátodo, y, como cada fotón arranca un electrón, aumentará el número de electrones emitidos. Pero la energía cinética de los electrones no depende de la intensidad de la luz sino de su frecuencia.

C.4. Describe el procedimiento que seguirías en el laboratorio para determinar si la luz es una onda transversal o longitudinal, así como el material que debes utilizar. 

(A.B.A.U. Jun. 19)

Solución:

Las ondas transversales se polarizan.

[POLARIZACIÓN](#) en [Prácticas: Orientacións xerais](#) del Grupo de Trabajo.

P.1. En un punto de coordenadas (0, 3) está situada una carga $q_1 = 7,11$ nC, y en el punto de coordenadas (4, 0) está situada otra carga $q_2 = 3,0$ nC. Las coordenadas están expresada en metros. Calcula: 

a) La expresión vectorial de la intensidad del campo eléctrico en el punto (4, 3).

b) El valor del potencial eléctrico en el punto (4, 3).

c) Indica el signo y el valor de la carga q_3 que hay que situar en el origen para que el potencial eléctrico en el punto (4, 3) se anule.

DATO: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻².

(A.B.A.U. Jun. 19)

Rta.: a) $\vec{E} = (4 \vec{i} + 3 \vec{j})$ N/C; b) $V = 25$ V; c) $q_3 = -13,9$ nC.

Datos

Posición de la carga q_1

Posición de la carga q_2

Posición del punto 3

Valor de la carga situada en el punto 1

Valor de la carga situada en el punto 2

Constante eléctrica

Cifras significativas: 3

$\vec{r}_1 = (0, 3,00)$ m

$\vec{r}_2 = (4,00, 0)$ m

$\vec{r}_3 = (4,00, 3,00)$ m

$q_1 = 7,11$ nC = $7,11 \cdot 10^{-9}$ C

$q_2 = 3,00$ nC = $3,00 \cdot 10^{-9}$ C

$K = 9,00 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²

Incógnitas

Intensidad del campo electrostático en el punto 3

Potencial electrostático en el punto 3

Valor de la carga situada en el origen para que el potencial en 3 sea nulo

\vec{E}_3

V_3

q_3

Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B

r_{AB}

Ecuaciones

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Principio de superposición

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A_i}$$

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Ecuaciones

Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas

$$V = \sum V_i$$

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga q desde un punto A hasta otro punto B

$$W_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B)$$

Solución:

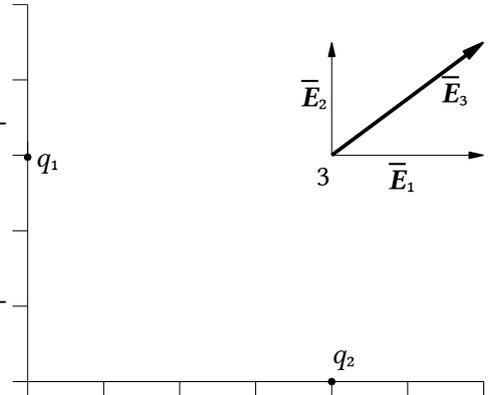
a) Se hace un dibujo con los vectores intensidad de campo electrostático creado por cada carga y la suma vectorial, que es el vector campo \vec{E} resultante.

La intensidad de campo electrostático en el punto 3, debido a la carga de 7,11 nC situada en el punto 1, es:

$$\vec{E}_{1 \rightarrow 3} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{7,11 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(4,00 [\text{m}])^2} \vec{i} = 4,00 \vec{i} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto 3, debido a la carga de 3,00 nC situada en el punto 2, es:

$$\vec{E}_{2 \rightarrow 3} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])^2} \vec{j} = 3,00 \vec{j} \text{ N/C}$$



Por el principio de superposición, la intensidad de campo electrostático resultante en el punto 3(4, 3) es la suma vectorial de las intensidades de campo de cada carga:

$$\vec{E}_3 = \vec{E}_{1 \rightarrow 3} + \vec{E}_{2 \rightarrow 3} = 4,00 \vec{i} [\text{N/C}] + 3,00 \vec{j} [\text{N/C}] = (4,00 \vec{i} + 3,00 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Análisis: La dirección del campo resultante está de acuerdo con el dibujo.

b) El potencial en el punto 3 debido a la carga de 7,11 nC situada en el punto 1, es:

$$V_1 = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{7,11 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(4,00 [\text{m}])} = 16,0 \text{ V}$$

Lo potencial en el punto 3 debido a la carga de 3,00 nC situada en el punto 2, es:

$$V_2 = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])} = 9,00 \text{ V}$$

El potencial electrostático de un punto debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales de la cada carga.

$$V_3 = V_1 + V_2 = 16,0 [\text{V}] + 9,00 [\text{V}] = 25,0 \text{ V}$$

c) La distancia del punto 3 al origen es:

$$r_{30} = \sqrt{(3,00 [\text{m}])^2 + (4,00 [\text{m}])^2} = 5,00 \text{ m}$$

El potencial de la carga en el origen en el punto 3 sería

$$V'_3 = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{q_3 [\text{C}]}{(5,00 [\text{m}])}$$

Para que el potencial en el punto 3 sea nulo, debe cumplirse que:

$$9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{q_3 [\text{C}]}{(5,00 [\text{m}])} + 25,0 [\text{V}] = 0$$

$$q_3 = \frac{-25,0 [\text{V}] \cdot 5,00 [\text{m}]}{9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]} = -1,39 \cdot 10^{-8} \text{ C} = -13,9 \text{ nC}$$

P.2. Un satélite artificial describe órbitas circulares alrededor de la Tierra a una altura de 350 km respecto a la superficie terrestre. Calcula:

- a) La velocidad orbital del satélite.
 b) Su período de revolución.
 c) Compara el valor de su aceleración centrípeta con el valor de la intensidad del campo gravitatorio g a esa distancia de la Tierra. ¿Qué consecuencias se pueden extraer de este resultado?
 Datos: $R(T) = 6,37 \cdot 10^6$ m; $g_0 = 9,81$ m/s².
 Rta.: a) $v = 7,70$ km/s; b) $T = 1$ h 31 min.; c) $g = 8,81$ m/s².

(A.B.A.U. Jun. 19)



Datos

Radio de la Tierra
 Altura de la órbita
 Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra

Cifras significativas: 3

$R = 6,37 \cdot 10^6$ m
 $h = 350$ km = $3,50 \cdot 10^5$ m
 $g_0 = 9,81$ m/s²

Incógnitas

Velocidad orbital del satélite
 Período de revolución
 Aceleración centrípeta
 Intensidad del campo gravitatorio a esa distancia de la Tierra

v
 T
 a
 g_h

Otros símbolos

Masa de la Tierra
 Valor de la velocidad del satélite en la órbita alrededor de la Tierra
 Constante de la gravitación universal
 Radio de la órbita

M
 v
 G
 r

Ecuaciones

Velocidad de un satélite a una distancia r del centro de un astro de masa M $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r y período T $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio r) $a_N = \frac{v^2}{r}$

Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce un planeta esférico sobre un cuerpo puntual) $F_G = G \frac{M m}{r^2}$

Intensidad del campo gravitatorio terrestre a una distancia r del centro $g = \frac{F_G}{m} = G \frac{M}{r^2}$

Relación entre la masa, la gravedad y el radio de un astro $G \cdot M = g_0 \cdot R^2$

Solución:

El radio de la órbita vale:

$$r = R + h = 6,37 \cdot 10^6 \text{ [m]} + 3,50 \cdot 10^5 \text{ [m]} = 6,72 \cdot 10^6 \text{ m}$$

La [velocidad de un satélite](#) que gira a una distancia r alrededor del centro de un astro de masa M es:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Al [no tener la masa de la Tierra](#) se sustituye $G \cdot M$ por $g_0 \cdot R^2$.

$$v = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R^2}{r}} = \sqrt{\frac{9,81 \text{ [m/s}^2\text{]} \cdot (6,37 \cdot 10^6 \text{ [m]})^2}{6,72 \cdot 10^6 \text{ [m]}}} = 7,70 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

b) El período se calcula a partir de la expresión de la velocidad en el movimiento circular uniforme:

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,72 \cdot 10^7 \text{ [m]}}{7,70 \cdot 10^3 \text{ [m/s]}} = 5,49 \cdot 10^3 \text{ s} = 1 \text{ h } 31 \text{ min}$$

Análisis: El período de un satélite en órbita baja (300-400 km) es de hora y media.

b) Sustituyendo $G \cdot M$ por $g_0 \cdot R^2$, en la expresión de la intensidad del campo gravitatorio,

$$g_h = \frac{F_G}{m} = G \frac{M}{r^2} = \frac{g_0 \cdot R^2}{r^2} = \frac{9,81 \text{ [m/s}^2\text{]} \cdot (6,37 \cdot 10^6 \text{ [m]})^2}{(6,72 \cdot 10^6 \text{ [m]})^2} = 8,81 \text{ m/s}^2$$

La aceleración centrípeta vale

$$a_N = \frac{v^2}{r} = \frac{(7,70 \cdot 10^3 \text{ [m/s]})^2}{6,72 \cdot 10^6 \text{ [m]}} = 8,81 \text{ m/s}^2$$

Análisis: El resultado tiene que ser el mismo porque la velocidad [se calcula](#) suponiendo que la única fuerza sobre el satélite es la fuerza gravitatoria y, por la 2ª ley de Newton, igualando la fuerza gravitatoria al producto masa por aceleración centrípeta.

OPCIÓN B

C.1. El estroncio-90 es un isótopo radiactivo con un período de semidesintegración de 28 años. Si disponemos de una muestra de dos moles del dicho isótopo, el número de átomos de estroncio-90 que quedarán en la muestra después de 112 años será:

A) $1/8 N_A$.

B) $1/16 N_A$.

C) $1/4 N_A$.

DATO: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ partículas/mol.

(A.B.A.U. Jun. 19)

Solución: A

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que sólo queda la mitad de la muestra original. Es un valor constante.

La ley de desintegración radiactiva puede resumirse en la ecuación:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Siendo λ la constante de desintegración.

Para encontrar la relación con el período $T_{1/2}$ de semidesintegración sacamos logaritmos:

$$-\ln(N/N_0) = \lambda \cdot t$$

Para $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$,

$$-\ln\left(\frac{N_0/2}{N_0}\right) = \lambda T_{1/2}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 0 \frac{,693}{28 \text{ [año]}} = 0,0248 \text{ año}^{-1}$$

Dos moles son $2 \cdot N_A$. Pasados 112 años quedarán

$$N = 2 \cdot N_A \cdot e^{-0,0248 \text{ año}^{-1} \cdot 112 \text{ año}} = \frac{N_A}{8}$$

Análisis: Como el período de semidesintegración es de 28 años, al cabo de $112 / 28 = 4$ períodos de semidesintegración quedarán $2 \cdot N_A \cdot (1/2)^4 = 2 / 16 N_A = 1 / 8 N_A$.

C.2. ¿Cuál debería ser la distancia entre dos puntos de un medio por el que se propaga una onda armónica, con velocidad de fase de 100 m/s y 200 Hz de frecuencia, para que estén en el mismo estado de vibración?:

A) $2 n$.

B) $0,5 n$.

C) n , siendo $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ y medido en el S.I.

(A.B.A.U. Jun. 19)

Solución: B

La longitud de onda λ es la distancia mínima entre dos puntos de una onda que se encuentran en fase, o sea, en el mismo estado de vibración.

La longitud de onda λ está relacionada con la frecuencia f y con la velocidad de propagación v_p de la onda por la ecuación

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{200 \text{ s}^{-1}} = 0,500 \text{ m}$$

Todos los puntos que se encuentren a una distancia que sea un múltiplo de la longitud de onda, estarán en fase con él.

$$d = n \cdot 0,500 \text{ [m]}$$

- C.3. Un astronauta (A) se acerca a una estrella con una velocidad de 200 000 km/s y otro astronauta (B) se aleja de ella con la misma velocidad con la que se acerca (A). La velocidad con que estos astronautas perciben la velocidad de la luz de la estrella es:
- A) Mayor para el astronauta (A) y menor para el (B).
 - B) Menor para el astronauta (A) y mayor para el (B).
 - C) Igual para los dos astronautas.

(A.B.A.U. Jun. 19)

Solución: C

El segundo postulado de la teoría especial de la relatividad de Einstein establece que la velocidad de la luz en el vacío es constante e independiente del sistema de referencia inercial desde lo que se mida.

- C.4. A partir de medidas del radio, r , y del período, T , de cuatro satélites que orbitan la Tierra se obtiene la tabla anexa. Representa esos datos en una gráfica y determina a partir de ella la masa de la Tierra.

Satélite	T^2/s^2	r^3/km^3
1	$3,18 \cdot 10^7$	$3,29 \cdot 10^{11}$
2	$3,89 \cdot 10^7$	$4,05 \cdot 10^{11}$
3	$4,75 \cdot 10^7$	$4,93 \cdot 10^{11}$
4	$1,44 \cdot 10^8$	$1,48 \cdot 10^{12}$

DATO: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

(A.B.A.U. Jun. 19)

Solución:

La [velocidad de un satélite](#) que gira a una distancia r alrededor de un astro de masa M es:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

A velocidad v en un movimiento circular uniforme de radio r y período T es:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

Sustituyendo esta expresión en la anterior y elevando al cuadrado queda

$$\left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2 = \frac{G \cdot M}{r}$$

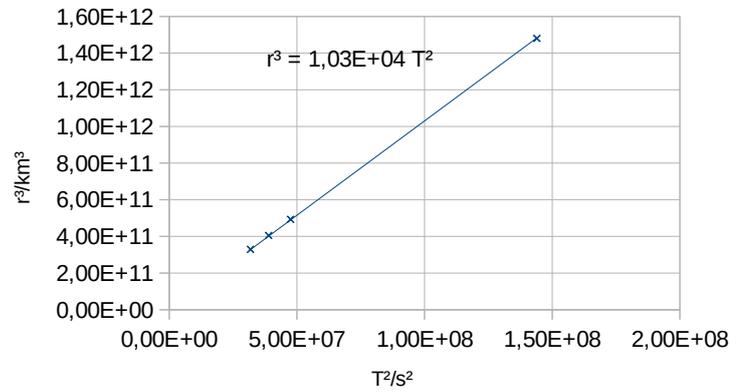
Reescribiendo esta ecuación para expresar la relación entre los cubos de los radios de las órbitas y los cuadrados de los períodos queda:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$$

La pendiente de la recta de la gráfica obtenida en una hoja de cálculo es:

$$pendiente = 1,03 \cdot 10^4 \text{ km}^3/\text{s}^2 = 1,03 \cdot 10^{13} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

Despejando la masa M de la Tierra queda



$$M = \frac{4\pi^2 \cdot pendiente}{G} = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 1,03 \cdot 10^{13} [\text{m}^3/\text{s}^2]}{6,67 \cdot 10^{-11} [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}]} = 6,06 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Análisis: El resultado es semejante al valor correcto $5,96 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

Pero en la prueba no disponemos de una hoja de cálculo. La pendiente de la recta dibujada en un papel puede aproximarse al cociente de los datos más altos:

$$\frac{r_4^3}{T_4^2} = \frac{1,48 \cdot 10^{12} [\text{km}]^3}{1,44 \cdot 10^8 [\text{s}]^2} = 1,03 \cdot 10^4 \frac{\text{km}^3}{\text{s}^2} = 1,03 \cdot 10^{13} \frac{(\text{10}^3 \text{ m})^3}{(\text{1 km})^3} = 1,03 \cdot 10^{13} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

Que es el mismo resultado que la pendiente obtenida en la hoja de la cálculo.

Un valor mejor sería el promedio de los cocientes

Satélite	T ² /s ²	r ³ /km ³	r ³ /T ² (km ³ /s ²)
1	3,18 · 10 ⁷	3,29 · 10 ¹¹	1,03 · 10 ⁴
2	3,89 · 10 ⁷	4,05 · 10 ¹¹	1,04 · 10 ⁴
3	4,75 · 10 ⁷	4,93 · 10 ¹¹	1,04 · 10 ⁴
4	1,44 · 10 ⁸	1,48 · 10 ¹²	1,03 · 10 ⁴

El valor medio es $1,04 \cdot 10^4 \text{ km}^3/\text{s}^2 = 1,04 \cdot 10^{13} \text{ m}^3/\text{s}^2$ que daría una masa de la Tierra $6,13 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

P.1. Un haz de luz de frecuencia $4,30 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ incide desde un medio 1 de índice de refracción $n_1 = 1,50$ sobre otro medio 2 de índice de refracción $n_2 = 1,30$. El ángulo de incidencia es de 50° . Determina:

- La longitud de onda del haz en medio 1.
- El ángulo de refracción.
- ¿A partir de qué ángulo de incidencia se produce la reflexión total del haz incidente?

DATO: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

(A.B.A.U. Jun. 19)

Rta.: a) $\lambda = 465 \text{ nm}$; b) $\theta_2 = 62,1^\circ$; c) $\theta_{11} = 60,0^\circ$.

Datos

Frecuencia del rayo de luz

Índice de refracción del medio 1

Índice de refracción del medio 2

Ángulo de incidencia

Velocidad de la luz en el vacío

Incógnitas

Longitud de onda de la luz en el medio 1

Ángulo de refracción

Ángulo límite

Ecuaciones

Índice de refracción de un medio «i» en el que la luz se desplaza a la velocidad v_i $n_i = \frac{c}{v_i}$

Relación entre la velocidad v , la longitud de onda λ y la frecuencia f $v = \lambda \cdot f$

Ley de Snell de la refracción $n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$

Cifras significativas: 3

$f = 4,30 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

$n_1 = 1,50$

$n_2 = 1,30$

$\theta_i = 50,0^\circ$

$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

λ_1

θ_r

θ_l

Solución:

a) La velocidad de la luz en el medio 1 es:

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,50} = 2,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda de la luz en el medio 1 es:

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{f} = \frac{2,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4,30 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 4,65 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 465 \text{ nm}$$

b) El ángulo de refracción θ_r se puede calcular aplicando la ley de Snell

$$1,50 \cdot \text{sen } 50^\circ = 1,30 \cdot \text{sen } \theta_r$$

$$\text{sen } \theta_r = \frac{1,50 \cdot \text{sen } 50^\circ}{1,30} = 0,884$$

$$\theta_r = \arcsen 0,884 = 62,1^\circ$$

c) El ángulo límite es el ángulo de incidencia que corresponde a un ángulo de refracción de 90° . Aplicando de nuevo la ley de Snell

$$1,50 \cdot \text{sen } \theta_l = 1,30 \cdot \text{sen } 90^\circ$$

$$\text{sen } \theta_l = \frac{1,30 \cdot \text{sen } 90^\circ}{1,50} = 0,867$$

$$\theta_l = \arcsen 0,867 = 60,0^\circ$$

P.2. Un protón se mueve en un círculo de radio $r = 20 \text{ cm}$, perpendicularmente a un campo magnético $B = 0,4 \text{ T}$. Determina:

a) La velocidad del protón.

b) El período del movimiento.

c) El campo eléctrico necesario para anular el efecto del campo magnético.

DATOS: $q_p = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

(A.B.A.U. Jun. 19)

Rta.: a) $v = 7,66 \cdot 10^6 \text{ m/s}$; b) $T = 1,64 \cdot 10^{-7} \text{ s}$; c) $E = 3,07 \cdot 10^6 \text{ N/C}$.

Datos

Radio de la trayectoria circular
Intensidad del campo magnético
Carga del protón
Masa del protón

Cifras significativas: 3

$R = 20,0 \text{ cm} = 0,200 \text{ m}$
 $B = 0,400 \text{ T}$
 $q_p = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Incógnitas

Velocidad del protón
Período del movimiento
Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético

\vec{v}
 T
 \vec{E}

Otros símbolos

Vector fuerza magnética sobre el electrón
Vector fuerza eléctrica sobre el electrón

\vec{F}_B
 \vec{F}_E

Ecuaciones

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga q que se desplaza en el interior de un campo magnético \vec{B} con una velocidad \vec{v}

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

2ª ley de Newton de la Dinámica

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio R

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

Fuerza \vec{F}_E ejercida por un campo electrostático \vec{E} sobre una carga q $\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$

Solución:

a) Si sólo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

El protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal a_N ,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando la velocidad

$$v = \frac{|q| \cdot B \cdot R \cdot \sin \varphi}{m} = \frac{1,60 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 0,400 [\text{T}] \cdot 0,200 [\text{m}] \cdot \sin 90^\circ}{1,67 \cdot 10^{-27} [\text{kg}]} = 7,66 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

b) Despejando el período de la ecuación de la velocidad:

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,200 [\text{m}]}{7,66 \cdot 10^6 [\text{m/s}]} = 1,64 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

c) Si actúa una fuerza eléctrica que anula la magnética,

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

El campo eléctrico debe valer, en módulo:

$$|\vec{E}| = |-(\vec{v} \times \vec{B})| = 7,66 \cdot 10^6 [\text{m/s}] \cdot 0,400 [\text{T}] \cdot \sin 90^\circ = 3,07 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

Cuestiones y problemas de las [Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad](#) (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.

[Respuestas](#) y composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Algunos cálculos se hicieron con una [hoja de cálculo](#) de [LibreOffice](#) u [OpenOffice](#) del mismo autor.

Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de [traducindote](#), de Óscar Hermida López.

Se procuró seguir las [recomendaciones](#) del Centro Español de Metrología (CEM)

Actualizado: 11/02/22