CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

**PAU** **Código: 25**

**SETEMBRO 2016**

# FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de un ítem cómo solución a las cuestiones; han de ser razonadas.
Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto. El alumno elegirá una de las dos opciones.

## OPCIÓN A

C.1. Explica cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera: A) No se realiza trabajo cuando una carga eléctrica se traslada entre dos puntos de una superficie equipotencial. B) Las líneas de fuerza del campo electrostático son cerradas. C) Las líneas de fuerza siempre se cortan.

C.2. En torno a un planeta giran dos satélites, M y N, cuyos períodos de revolución son 32 y 256 días respectivamente. Si el radio de la órbita del satélite M es $10^4$ km, el radio del satélite N será: A) $4{\cdot}10^4$ km. B) $1{,}6{\cdot}10^5$ km. C) $3{,}2{\cdot}10^5$ km.

C.3. En una región del espacio hay un campo eléctrico y un campo magnético ambos uniformes de la misma dirección pero de sentidos contrarios. En dicha región se abandona un protón con velocidad inicial nula. El movimiento de protón es: A) Rectilíneo uniforme. B) Rectilíneo uniformemente acelerado. C) Circular uniforme.

C.4. Se midieron en el laboratorio los siguientes valores para las distancias objeto imagen de una lente convergente: a) Calcula el valor de la potencia de la lente. b) Explica el montaje experimental utilizado.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $s$ (cm) | 39,0 | 41,9 | 49,3 | 59,9 | 68,5 |
| $s'$ (cm) | 64,3 | 58,6 | 48,8 | 40,6 | 37,8 |

P.1. La energía total de un cuerpo de masa 0,5 kg que realiza un movimiento armónico simple es $6{,}0{\cdot}10^{-3}$ J y la fuerza máxima que actúa sobre él es 0,3 N. a) Escribe la ecuación de la elongación en función del tiempo, si en el instante inicial se encuentra en el punto de máxima elongación positiva. b) Calcula en el instante $T/4$ la energía cinética y la energía potencial. c) Halla la frecuencia con la que oscilaría si se duplicase su masa.

P.2. El isótopo del boro $^{10}_{5}$B es bombardeado por una partícula α y se produce $^{13}_{6}$C y otra partícula. a) Escribe la reacción nuclear. b) Calcula la energía liberada por núcleo de boro bombardeado. c) Calcula la energía liberada por 1 g de boro. Datos: masa atómica($^{10}_{5}$B) = 10,0129 u; masa atómica($^{13}_{6}$C) = 13,0034 u; masa(α) = 4,0026 u; masa(protón) = 1,0073 u; $c = 3{\cdot}10^8$ m/s; $N_A = 6{,}022{\cdot}10^{23}$ mol$^{-1}$; 1 u = $1{,}66{\cdot}10^{-27}$ kg.

## OPCIÓN B

C.1. La intensidad en un punto de una onda esférica que se propaga en un medio homogéneo e isótropo: A) Es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco emisor. B) Es inversamente proporcional a la distancia al foco emisor. C) No varía con la distancia al foco emisor.

C.2. Para el efecto fotoeléctrico, razona cuál de las siguientes afirmaciones es correcta: A) La frecuencia umbral depende del número de fotones que llegan a un metal en cada segundo. B) La energía cinética máxima del electrón emitido por un metal no depende de la frecuencia de la radiación incidente. C) El potencial de frenado depende de la frecuencia de la radiación incidente.

C.3. Una espira se mueve en el plano $XY$ donde hay una zona en la que existe un campo magnético constante $\overline{\boldsymbol{B}}$ en dirección $+Z$. Aparece en la espira una corriente eléctrica en sentido horario: A) Si la espira entra en la zona de $\overline{\boldsymbol{B}}$. B) Cuando sale de esa zona. C) Cuando se desplaza por esa zona.

C.4. Se quiere obtener la aceleración de la gravedad mediante un péndulo simple obteniéndose los siguientes valores:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Longitud del péndulo (cm) | 60 | 70 | 80 | 90 |
| Tiempo en realizar 10 oscilaciones (s) | 15,5 | 16,8 | 17,9 | 19,0 |

Representa, de forma aproximada, $T^2$ frente a $l$ y calcula, a partir de dicha gráfica, la aceleración de la gravedad.

P.1. Una lente divergente de distancia focal 10 cm forma una imagen de 2 cm de altura. Si el tamaño del objeto es 10 cm: a) Calcula la distancia a la que se encuentra el objeto de la lente. b) Dibuja la marcha de los rayos. c) La miopía es un defecto visual. Explica como se puede corregir.

P.2. Un satélite artificial de masa $10^2$ kg gira en torno a la Tierra a una altura de $4{\cdot}10^3$ km sobre la superficie terrestre. Calcula: a) Su velocidad orbital, aceleración y período, supuesta la órbita circular. b) Halla el módulo del momento angular del satélite respecto del centro dela Tierra. c) Enuncia las leyes de Kepler. (Datos: $R_T = 6{,}37{\cdot}10^6$ m; $g_0 = 9{,}81$ m/s$^2$).

# Soluciones

## OPCIÓN A

C.1. Explica cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:
A) No se realiza trabajo cuando una carga eléctrica se traslada entre dos puntos de una superficie equipotencial.
B) Las líneas de fuerza del campo electrostático son cerradas.
C) Las líneas de fuerza siempre se cortan.

*(P.A.U. Sep. 16)*

***Solución:*** A

El trabajo de la fuerza del campo eléctrico es

$$W = q \cdot \Delta V$$

Si la diferencia de potencial es cero también lo es el trabajo.

Las otras opciones:
B. Falsa. Las líneas de fuerza de un campo electrostático surgen de las cargas positivas (fuentes) y terminan en las cargas negativas (sumideros). Son abiertas.
C. Falsa. Por definición, las líneas de fuerza se dibujan de forma que el campo eléctrico sea tangente a ellas en cada punto. El campo eléctrico en un punto es único. Si las líneas de fuerza se cortasen, habría dos tangentes y dos vectores campo eléctrico.

C.2. En torno a un planeta giran dos satélites, M y N, cuyos períodos de revolución son 32 y 256 días respectivamente. Si el radio de la órbita del satélite M es $10^4$ km, el radio del satélite N será:
A) $4 \cdot 10^4$ km.
B) $1{,}6 \cdot 10^5$ km.
C) $3{,}2 \cdot 10^5$ km.

*(P.A.U. Sep. 16)*

***Solución:*** A

Por la tercera ley de Kepler, los cuadrados de los períodos de los planetas son directamente proporcionales a los cubos de los radios (en una aproximación circular) de las órbitas.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3} \Rightarrow R_2 = R_1 \sqrt[3]{\frac{T_2^2}{T_1^2}} = 1{,}00 \cdot 10^4\ [\text{km}] \sqrt[3]{\left(\frac{256\ [\text{días}]}{32\ [\text{días}]}\right)^2} = 4{,}00 \cdot 10^7\ \text{km}$$

C.3. En una región del espacio hay un campo eléctrico y un campo magnético ambos uniformes de la misma dirección pero de sentidos contrarios. En dicha región se abandona un protón con velocidad inicial nula. El movimiento de protón es:
A) Rectilíneo uniforme.
B) Rectilíneo uniformemente acelerado.
C) Circular uniforme.

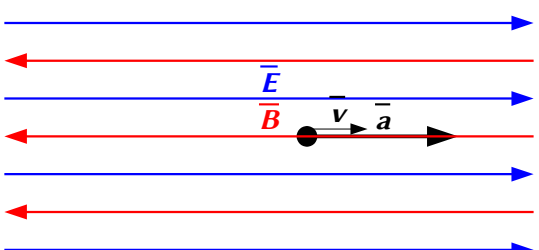
*(P.A.U. Sep. 16)*

***Solución:*** B

La fuerza $\vec{F}$ sobre una carga eléctrica $q$ en movimiento sigue la ley de Lorentz

$$\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E}$$

Siendo $\vec{v}$ la velocidad de la carga, $\vec{B}$ la inducción magnética (intensidad del campo magnético) y $\vec{E}$ la intensidad del campo electrostático.
La dirección de la fuerza eléctrica es paralela al campo electrostático.



Inicialmente, con el protón en reposo, solo actúa la fuerza eléctrica, que le produce una aceleración en la dirección y sentido de la fuerza. En cuanto tiene velocidad, debería actuar la fuerza magnética, pero no lo hace porque el campo magnético tiene la misma dirección que el campo eléctrico y que la velocidad.
Por tanto el protón sigue moviéndose con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

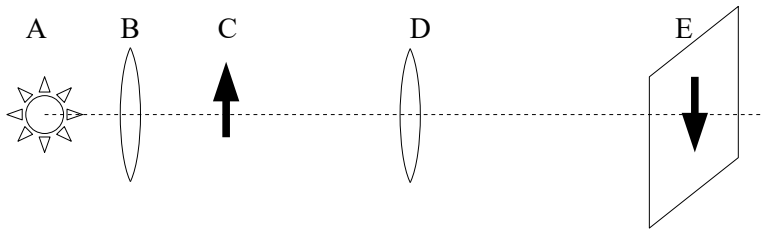
C.4. Se midieron en el laboratorio los siguientes valores para las distancias objeto-imagen de una lente convergente:
a) Calcula el valor de la potencia de la lente.
b) Explica el montaje experimental utilizado.

| $s$(cm) | 39,0 | 41,9 | 49,3 | 59,9 | 68,5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $s'$(cm) | 64,3 | 58,6 | 48,8 | 40,6 | 37,8 |

*(P.A.U. Sep. 16)*

***Solución:***

b) El montaje es el de la figura.




A es la fuente luminosa, B una lente convergente que se sitúa de forma que la fuente luminosa esté en el foco, para que los rayos salgan paralelos. C es el objeto, D la lente convergente de la que queremos hallar la distancia focal y E la imagen del objeto.
Se va variando la posición de la lente D y moviendo la pantalla E hasta obtener una imagen enfocada.

a) Se sustituyen los valores de $s$ y $s'$ en la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

Se calcula el inverso de la distancia focal (potencia) y el valor de la distancia focal para cada par de datos.

| N.º. exp. | $s$ (cm) | $s'$ (cm) | | $s$ (m) | $s'$ (m) | | $1/s$ (m$^{-1}$) | $1/s'$ (m$^{-1}$) | | $1/f$ (m$^{-1}$) | $f$ (m) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | −39,0 | 64,3 | | −0,390 | 0,643 | | −2,56 | 1,56 | | 4,12 | 0,243 |
| 2 | −41,9 | 58,6 | | −0,419 | 0,586 | | −2,39 | 1,71 | | 4,09 | 0,244 |
| 3 | −49,3 | 48,8 | | −0,493 | 0,488 | | −2,03 | 2,05 | | 4,08 | 0,245 |
| 4 | −59,9 | 40,6 | | −0,599 | 0,406 | | −1,67 | 2,46 | | 4,13 | 0,242 |
| 5 | −68,5 | 37,8 | | −0,685 | 0,378 | | −1,46 | 2,65 | | 4,11 | 0,244 |

De tener una hoja de cálculo se podría representar una gráfica como la siguiente:
Comparando con la ecuación de una recta, la ecuación de las lentes quedaría:

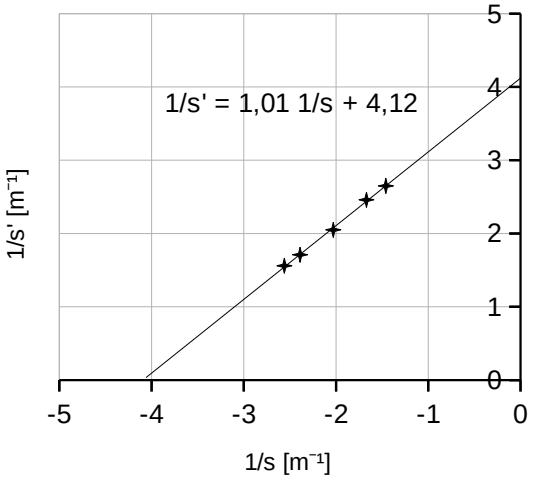
$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{s}+\frac{1}{f}$$

en la que $1/f$ sería la ordenada en el origen:

$$P = 1 / f = 4{,}12\ \text{m}^{-1} = 4{,}12\ \text{dioptrías}.$$

Pero es más fácil calcular la potencia como valor medio:

$$P = 1 / f = 4{,}11\ \text{m}^{-1} = 4{,}11\ \text{dioptrías}.$$




P.1. La energía total de un cuerpo de masa 0,5 kg que realiza un movimiento armónico simple es $6{,}0\cdot10^{-3}$ J y la fuerza máxima que actúa sobre él es 0,3 N.

a) Escribe la ecuación de la elongación en función del tiempo, si en el instante inicial se encuentra en el punto de máxima elongación positiva.
b) Calcula en el instante $T/4$ la energía cinética y la energía potencial.
c) Halla la frecuencia con la que oscilaría si se duplicase su masa.

*(P.A.U. Sep. 16)*

**Rta.**: a) $x = 0{,}0400\ \cos(3{,}87\ t)$ (m); b) $E_p = 0$; $E_c = 6{,}0 \cdot 10^{-3}$ J; c) $f' = 0{,}436$ Hz.

| ***Datos*** | ***Cifras significativas: 3*** |
|---|---|
| Masa | $m = 0{,}500$ kg |
| Fuerza recuperadora elástica máxima | $F_m = 0{,}300$ N |
| Energía mecánica | $E = 6{,}00 \cdot 10^{-3}$ J |
| Período de oscilación | $T = 4{,}00$ s |
| Posición inicial | $x_0 = A$ |
| ***Incógnitas*** | |
| Ecuación del movimiento (frecuencia angular y amplitud) | $\omega$, $A$ |
| Energía potencial en el instante $T/4$ | $E_p$ |
| Energía cinética en el instante $T/4$ | $E_c$ |
| Frecuencia con la que oscilaría si se duplicase su masa | $f'$ |
| ***Otros símbolos*** | |
| Amplitud | $A$ |
| Constante elástica del resorte | $k$ |
| Pulsación (frecuencia angular) | $\omega$ |
| Masa de la partícula | $m$ |
| Elongación | $x$ |
| Amplitud (elongación máxima) | $A$ |
| ***Ecuaciones*** | |
| Ecuación del movimiento en el M.A.S. | $x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$ |
| Ley de Hooke: fuerza recuperadora elástica | $F = -k \cdot x$ |
| Energía cinética | $E_c = ½\ m \cdot v^2$ |
| Energía potencial elástica | $E_p = ½\ k \cdot x^2$ |
| Energía mecánica | $E = ½\ k \cdot A^2$ |
| Relación entre la frecuencia angular y el período | $\omega = 2\ \pi\ /\ T$ |
| Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia | $\omega = 2\ \pi \cdot f$ |
| Relación entre la frecuencia angular y la constante elástica | $k = m \cdot \omega^2$ |

***Solución:***

a) Se plantea un sistema de dos ecuaciones para calcular dos de las incógnitas: la amplitud y la constante elástica del muelle. La energía mecánica elástica es $E = ½\ k \cdot A^2$ . La fuerza es máxima cuando la elongación es igual a la amplitud.

$$\left.\begin{array}{l} E = \frac{1}{2} k \cdot A^2 \\ F_m = k \cdot A \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} \frac{1}{2} k \cdot A^2 = 6{,}00 \cdot 10^{-3}\ \text{J} \\ k \cdot A = 0{,}300\ \text{N} \end{array}\right\} \begin{array}{l} A = 0{,}040\ \ 0\text{m} \\ k = 7{,}50\ \text{N/m} \end{array}$$

La frecuencia angular se calcula a partir de la constante elástica del muelle y de la masa oscilante.

$$k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{7{,}50\ [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]}{0{,}500\ [\text{kg}]}} = 3{,}87\ \text{rad/s}$$

La ecuación del M.A.S. es indistintamente $x = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$ o $x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi'_0)$ pero el valor de la fase inicial depende de la expresión. (En «M.A.S.: obtener la ecuación de movimiento» se expone el fundamento teórico.)
Para calcular la fase inicial se sustituyen en la ecuación de movimiento los datos y los valores de la posición inicial:

$$0{,}0400\ [\text{m}] = 0{,}0400\ [\text{m}]\ \text{sen}(3{,}87 \cdot 0 + \varphi_0)$$

$$\text{sen}(\varphi_0) = 1$$

$$\varphi_0 = \text{arcsen}(-1) = \pi\ /\ 2\ [\text{rad}] = 1{,}57\ \text{rad}$$

La ecuación de movimiento queda:

$$x = 0{,}0400\ \text{sen}(3{,}87 \cdot t + 1{,}57)\ [\text{m}]$$

Esta ecuación es equivalente a:

$$x = 0{,}0400\ \cos(3{,}87 \cdot t)\ [\text{m}]$$

b) Para calcular la energía potencial necesitamos conocer la posición en ese instante.
Se calcula el período $T$ de oscilación a partir de la frecuencia angular.

$$\omega = 2\,\pi\,/\,T \Longrightarrow\ T = \frac{2\,\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}{3{,}87\ [\text{rad/s}]} = 1{,}62\ \text{s}$$

$$t = T\,/\,4 = 1{,}62\ [\text{s}]\ /\ 4 = 0{,}405\ \text{s}$$

$$x = 0{,}0400\ \cos(3{,}87 \cdot 0{,}405) = 0$$

Energía potencial para $x = 0$ m:

$$E_\text{p} = k \cdot x^2\,/\,2 = 7{,}50\ [\text{N/m}]\ (0\ [\text{m}])^2\,/\,2 = 0$$

La energía cinética se calcula a partir de la energía mecánica, ya que la fuerza es conservativa.
Energía cinética para $x = 0$ m:

$$E_\text{c} = E - E_\text{p} = 6{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{J}] - 0\ [\text{J}] = 6{,}00 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

c) De la ecuación que relaciona la constante elástica con la frecuencia angular se puede despejar la frecuencia

$$k = m \cdot \omega^2 = m\,(2\,\pi \cdot f)^2 = 4\,\pi^2 \cdot f^2 \cdot m$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\ \Longrightarrow\ f\,' = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{3{,}87\ [\text{N/m}]}{2 \cdot 0{,}500\ [\text{kg}]}} = 0{,}436\ \text{s}^{-1}$$

La frecuencia es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la masa. Si la masa se duplica, la frecuencia disminuye en un factor $\sqrt{2}$.

P.2. El isótopo del boro $^{10}_{5}\text{B}$ es bombardeado por una partícula α y se produce $^{13}_{6}\text{C}$ y otra partícula.
   a) Escribe la reacción nuclear.
   b) Calcula la energía liberada por núcleo de boro bombardeado.
   c) Calcula la energía liberada si se considera 1 g de boro.
   Datos: masa atómica($^{10}_{5}\text{B}$) = 10,0129 u; masa atómica($^{13}_{6}\text{C}$) = 13,0034 u; masa(α) = 4,0026 u; masa(protón) = 1,0073 u; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $N_\text{A} = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; 1 u = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg. *(P.A.U. Sep. 16)*
   **Rta.:** a) $^{10}_{5}\text{B} + {}^{4}_{2}\text{He} \longrightarrow {}^{13}_{6}\text{C} + {}^{1}_{1}\text{H}$; b) $E = 7{,}15 \cdot 10^{-13}$ J/átomo; c) $E_2 = 43{,}1$ GJ/g.

| ***Datos*** | | ***Cifras significativas: 3*** |
|---|---|---|
| Masa: | boro-10 | $m(^{10}_{5}\text{B}) = 10{,}0129$ u |
| | carbono-13 | $m(^{13}_{6}\text{C}) = 13{,}0034$ u |
| | partícula α | $m(^{4}_{2}\text{He}) = 4{,}0026$ u |
| | protón | $m(^{1}_{1}\text{H}) = 1{,}0073$ u |
| Número de Avogadro | | $N_\text{A} = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$ |
| Unidad de masa atómica | | $1\ \text{u} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg |
| Velocidad de la luz en el vacío | | $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s |
| ***Incógnitas*** | | |
| Energía liberada por núcleo de boro bombardeado | | $E$ |
| Energía liberada / g de boro | | $E_2$ |
| ***Otros símbolos*** | | |
| Constante de desintegración radiactiva | | $\lambda$ |
| ***Ecuaciones*** | | |
| Equivalencia masa energía de Einstein | | $E = m \cdot c^2$ |

***Solución:***

a) Se escribe la reacción nuclear aplicando los principios de conservación del número másico y de la carga eléctrica en los procesos nucleares.

$$^{10}_{5}\mathrm{B} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \longrightarrow {}^{13}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$$

b) Se calcula el defecto de masa

$$\Delta m = m(^{13}_{6}\mathrm{C}) + m(^{1}_{1}\mathrm{H}) - (m(^{10}_{5}\mathrm{B}) - m(^{4}_{2}\mathrm{He})) = 13{,}0034\ [\mathrm{u}] + 1{,}0073\ [\mathrm{u}] - (10{,}0129\ [\mathrm{u}] + 4{,}0026\ [\mathrm{u}]) = -0{,}00480\ \mathrm{u}$$

$$\Delta m = -0{,}00480\ \mathrm{u} \cdot 1{,}66\cdot10^{-27}\ \mathrm{kg/u} = -7{,}97\cdot10^{-30}\ \mathrm{kg}$$

Se calcula la energía equivalente según la ecuación de Einstein

$$E = m \cdot c^2 = 7{,}97\cdot10^{-30}\ [\mathrm{kg}] \cdot (3{,}00\cdot10^{8}\ [\mathrm{m/s}])^2 = 7{,}15\cdot10^{-13}\ \mathrm{J/átomo\ B}$$

c) Se calcula la cantidad de átomos de boro que hay en 1 g de boro.

$$N = 1{,}00\ \mathrm{g\ B}\ \frac{1\ \mathrm{mol\ B}}{10{,}0129\ \mathrm{g\ B}}\ \frac{6{,}022\cdot10^{23}\ \mathrm{átomos}}{1\ \mathrm{mol}} = 6{,}01\cdot10^{22}\ \mathrm{átomos\ B}$$

Se calcula la energía para 1 g de boro

$$E_2 = 7{,}15\cdot10^{-13}\ [\mathrm{J/átomo\ B}] \cdot 6{,}01\cdot10^{22}\ [\mathrm{átomos\ B/g\ B}] = 4{,}31\cdot10^{10}\ \mathrm{J} = 43{,}1\ \mathrm{GJ/g\ B}$$

## OPCIÓN B

C.1. La intensidad en un punto de una onda esférica que se propaga en un medio homogéneo e isótropo:
A) Es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco emisor.
B) Es inversamente proporcional a la distancia al foco emisor.
C) No varía con la distancia al foco emisor.

*(P.A.U. Sep. 16)*

***Solución:*** A

La intensidad de una onda es la energía en la unidad de tiempo por unidad de superficie perpendicular a la dirección de propagación de la onda.

$$I = \frac{E}{S \cdot t}$$

Si la onda es esférica, la superficie es: $S = 4\,\pi\,r^2$, en la que $r$ es la distancia al foco.

$$I = \frac{E}{4\,\pi\,r^2 \cdot t}$$

C.2. Para el efecto fotoeléctrico, razona cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
A) La frecuencia umbral depende del número de fotones que llegan a un metal en cada segundo.
B) La energía cinética máxima del electrón emitido por un metal no depende de la frecuencia de la radiación incidente.
C) El potencial de frenado depende de la frecuencia de la radiación incidente.

*(P.A.U. Sep. 16)*

***Solución:*** C

Es una de las leyes experimentales del efecto fotoeléctrico. Estas son:
1. Empleando luz monocromática, solo se produce efecto fotoeléctrico si la frecuencia de la luz supera un valor mínimo, llamado frecuencia umbral.
2. Es instantáneo.
3. La intensidad de la corriente de saturación es proporcional a la intensidad de la luz incidente.
4. La energía cinética máxima de los electrones emitidos por el cátodo, medida como potencial de frenado, depende solo de la frecuencia de la luz incidente.

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

La energía cinética $E_c$ máxima de los electrones se escribe en función del potencial de frenado

$$E_c = |e| \cdot V$$

La energía de los fotones depende de su frecuencia (ecuación de Planck).

$$E_f = h \cdot f$$

La ecuación de Einstein queda

$$h \cdot f = W_e + |e| \cdot V$$
$$V = (h \cdot f - W_e) / |e|$$

C.3. Una espira se mueve en el plano *XY* donde hay una zona en la que existe un campo magnético constante $\overline{B}$ en dirección +*Z*. Aparece en la espira una corriente eléctrica en sentido horario:
A) Si la espira entra en la zona de $\overline{B}$.
B) Cuando sale de esa zona.
C) Cuando se desplaza por esa zona.

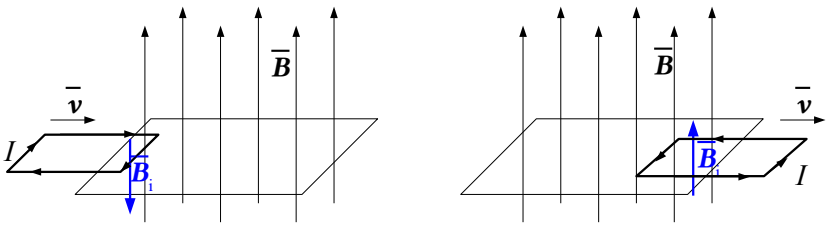
*(P.A.U. Sep. 16)*

***Solución:*** B

Por la ley de Faraday - Lenz, la fuerza electromotriz $\varepsilon$ inducida en una espira es igual al ritmo de variación de flujo magnético $\Phi$ que la atraviesa

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

El sentido se oponen a la variación de flujo.
Cuando la espira que se mueve en el plano *XY* entra en el campo magnético $\overline{B}$ en dirección +*Z*, se produce una corriente inducida que se oponen al aumento del flujo saliente (visto desde lo extremo del eje *Z*), por lo que se producirá una corriente inducida en sentido horario que cree un campo entrante (-*Z*). Al salir del campo, la corriente inducida en sentido antihorario creará un campo magnético saliente que se opone a la disminución del flujo entrante.




C.4. Se quiere obtener la aceleración de la gravedad mediante un péndulo simple obteniéndose los siguientes valores:

| Longitud del péndulo (cm) | 60 | 70 | 80 | 90 |
|---|---|---|---|---|
| Tiempo en realizar 10 oscilaciones (s) | 15,5 | 16,8 | 17,9 | 19,0 |

Representa, de forma aproximada, $T^2$ frente a $l$ y calcula, a partir de dicha gráfica, la aceleración de la gravedad.

*(P.A.U. Sep. 16)*

***Solución:***

La ecuación del período de un péndulo es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Al representar los cuadrados de los períodos $T^2$ frente a las longitudes $L$ se obtiene una recta.
Se construye una tabla para calcular los valores de $T^2$ y $g$ ($g = 4\,\pi^2\,L\,/\,T^2$)

| $L$ (m) | $t_{10}$ (s) | $T$ (s) | $T^2$ (s$^2$) | $g$ (m·s$^{-2}$) |
|---|---|---|---|---|
| 0,60 | 15,5 | 1,55 | 2,40 | 9,86 |

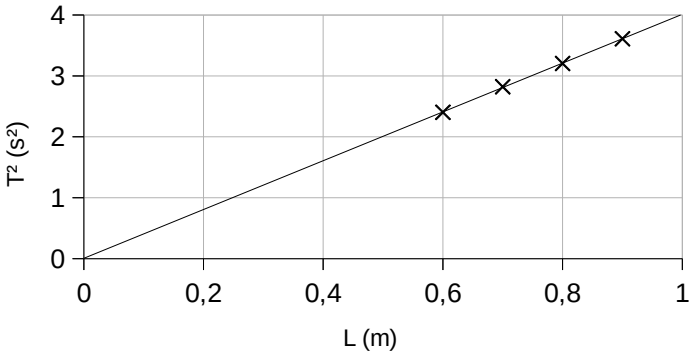
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0,70 | 16,8 | 1,68 | 2,82 | 9,79 |
| 0,80 | 17,9 | 1,79 | 3,20 | 9,86 |
| 0,90 | 19,0 | 1,90 | 3,61 | 9,84 |

El valor medio de $g$ calculado de los valores de la tabla es:

$$g_m = 9{,}84\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

La pendiente de la recta obtenida mediante un ajuste por mínimos cuadrados vale:

$$p = 4{,}00\ \text{s}^2/\text{m}$$




De la ecuación del período, la relación de la pendiente con el valor de la aceleración de la gravedad es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \implies p = \frac{\Delta T^2}{\Delta L} = \frac{4\pi^2}{g} \implies g = \frac{4\pi^2}{p}$$

$$g = 9{,}87\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Es un resultado similar al del valor medio de $g$.

P.1. Una lente divergente de distancia focal 10 cm forma una imagen de 2 cm de altura. Si el tamaño del objeto es 10 cm:
a) Calcula la distancia a la que se encuentra el objeto de la lente.
b) Dibuja la marcha de los rayos.
c) La miopía es un defecto visual. Explica como se puede corregir.

*(P.A.U. Sep. 16)*

**Rta.:** a) $-s = 0{,}40$ m.

| ***Datos (convenio de signos DIN)*** | ***Cifras significativas: 2*** |
|---|---|
| Distancia focal de la lente | $f = -10$ cm $= -0{,}10$ m |
| Altura del objeto | $y = 10$ cm $= 0{,}10$ m |
| Altura de la imagen | $y' = 2{,}0$ cm $= 0{,}020$ m |
| ***Incógnitas*** | |
| Posición del objeto | $s$ |
| ***Otros símbolos*** | |
| Posición del objeto | $s'$ |
| ***Ecuaciones*** | |
| Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes | $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$ |
| Aumento lateral en las lentes | $A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$ |

***Solución:***

a) Del aumento lateral podemos establecer la relación matemática entre las distancias $s$ del objeto a la lente y $s'$ de la imagen a la lente.

$$A_L = \frac{s'}{s}$$

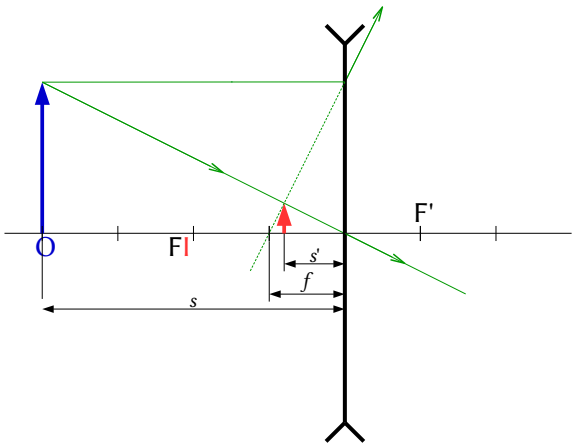
$$\frac{s'}{s} = \frac{0{,}020\ [\text{m}]}{0{,}10\ [\text{m}]} = 0{,}20$$

$$s' = 0{,}20\ s$$

$$\frac{1}{0{,}20 \cdot s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{-0{,}10\ [\text{m}]}$$

$s' = -0{,}40$ m

b) En el dibujo se representa el objeto O antes de la lente y desde su punto superior se dibujan dos rayos:
- Uno horizontal hacia la lente que la atraviesa y se refracta de manera que la prolongación del rayo refractado pasa por el foco F.
- Otro hacia el centro de la lente que la atraviesa sin desviarse.
Como los rayos no se cortan, el punto de corte de sus prolongaciones es el correspondiente a la imagen I.




c) Con lentes divergentes.

P.2. Un satélite artificial de masa $10^2$ kg gira en torno a la Tierra a una altura de $4 \cdot 10^3$ km sobre la superficie terrestre. Calcula:
a) Su velocidad orbital, aceleración y período, supuesta la órbita circular.
b) Halla el módulo del momento angular del satélite respecto del centro de la Tierra.
c) Enuncia las leyes de Kepler.
Datos: $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m; $g_0 = 9{,}81$ m/s². *(P.A.U. Sep. 16)*
**Rta.:** a) $v = 6{,}20$ km/s; $T = 2$ h 55 min; a = 3,70 m/s²; b) $L_O = 6{,}42 \cdot 10^{12}$ kg·m²/s.

| ***Datos*** | ***Cifras significativas: 3*** |
|---|---|
| Radio de la Tierra | $R = 6{,}37 \cdot 10^6$ m |
| Altura de la órbita | $h = 4{,}00 \cdot 10^3$ km = $4{,}00 \cdot 10^6$ m |
| Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra | $g_0 = 9{,}81$ m/s² |
| Masa del satélite | $m = 100$ kg |
| ***Incógnitas*** | |
| Valor de la velocidad del satélite en su órbita alrededor de la Tierra | $v$ |
| Período de rotación del satélite alrededor de la Tierra | $T$ |
| Valor de la aceleración del satélite | $a$ |
| Módulo del momento angular del satélite respecto del centro dela Tierra | $L_O$ |
| ***Otros símbolos*** | |
| Constante de la gravitación universal | $G$ |
| Masa de la Tierra | $M$ |
| ***Ecuaciones*** | |
| Velocidad de un satélite a una distancia $r$ del centro de un astro de masa $M$ | $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$ |
| Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio $r$ y período $T$ | $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ |
| Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce un planeta esférico sobre un cuerpo puntual) | $F_G = G \frac{M\,m}{r^2}$ |
| Relación entre la masa, la gravedad y el radio de un astro | $G \cdot M = g_0 \cdot R^2$ |
| Momento angular $\vec{L}_O$ de una partícula de masa $m$ que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ a una distancia $\vec{r}$ de un punto O que se toma como origen | $\vec{L}_O = \vec{r} \times m \cdot \vec{v}$ |

***Solución:***

a) El radio de la órbita vale:

$$r = R + h = 6{,}37 \cdot 10^6\ [\text{m}] + 4{,}00 \cdot 10^6\ [\text{m}] = 1{,}04 \cdot 10^7\ \text{m}$$

La velocidad de un satélite que gira a una distancia $r$ alrededor del centro de un astro de masa $M$ es:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Al no tener la masa de la Tierra se sustituye $G \cdot M$ por $g_0 \cdot R^2$.

$$v=\sqrt{\frac{g_0\cdot R^2}{r}}=\sqrt{\frac{9{,}81\ [\mathrm{m/s^2}]\cdot(6{,}37\cdot10^6\ [\mathrm{m}])^2}{1{,}04\cdot10^7\ [\mathrm{m}]}}=6{,}20\cdot10^3\ \mathrm{m/s}=6{,}20\ \mathrm{km/s}$$

*Análisis: Se espera que un objeto que se mueva alrededor de la Tierra tenga una velocidad de algunos* km/s. *El resultado de* 6,20 km/s *está de acuerdo con esta suposición.*

El período se calcula a partir de la expresión de la velocidad en el movimiento circular uniforme:

$$T=\frac{2\pi\cdot r}{v}=\frac{2\cdot3{,}14\cdot1{,}04\cdot10^7\ [\mathrm{m}]}{6{,}20\cdot10^3\ [\mathrm{m/s}]}=1{,}05\cdot10^4\ \mathrm{s}=2\ \mathrm{h}\ 55\ \mathrm{min}$$

*Análisis: El período de un satélite en órbita baja* (300-400 km) *es de hora y media. El valor obtenido es mayor, porque la altura de la órbita* 4000 km *también lo es.*

La única fuerza que actúa sobre el astronauta es su peso, o sea, la atracción gravitatoria de la Tierra. Por la ley de Newton de la gravitación universal, en la órbita de radio $r$:

$$F=G\frac{M\cdot m}{r^2}=\frac{g_0\cdot R^2\cdot m}{r^2}$$

La aceleración será

$$a=\frac{F}{m}=\frac{g_0\cdot R^2}{r^2}=\frac{9{,}81\ [\mathrm{m/s^2}]\cdot(6{,}37\cdot10^6\ [\mathrm{m}])^2}{(1{,}04\cdot10^7\ [\mathrm{m}])^2}=3{,}70\ \mathrm{m/s^2}$$

b) El momento angular $\bar{\boldsymbol{L}}_O$ de una partícula de masa $m$ que se mueve con una velocidad $\bar{\boldsymbol{v}}$ respecto a un punto O que se toma como origen es:

$$\bar{\boldsymbol{L}}_O=\bar{\boldsymbol{r}}\times m\cdot\bar{\boldsymbol{v}}$$

El módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra es:

$$|\bar{\boldsymbol{L}}_O|=|\bar{\boldsymbol{r}}|\cdot m\cdot|\bar{\boldsymbol{v}}|\cdot\operatorname{sen}\alpha=1{,}04\cdot10^7\ [\mathrm{m}]\cdot100\ [\mathrm{kg}]\cdot6{,}20\cdot10^3\ [\mathrm{m/s}]\cdot\operatorname{sen}90^\circ=6{,}42\cdot10^{12}\ \mathrm{kg\cdot m^2/s}$$

c) Las leyes de Kepler pueden enunciarse así:
1ª ley: Los planetas se mueven en órbitas elípticas alrededor del Sol que ocupa uno de los focos de la elipse.
2ª ley: El radiovector que une el Sol con un planeta barre áreas iguales en tiempos iguales.
3ª ley: Los cuadrados de los períodos de los planetas alrededor del Sol son directamente proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de las elipses.

Cuestiones y problemas de las Pruebas de acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice u OpenOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM)

Actualizado: 11/02/22