CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAU**	**Código: 25**
	SETEMBRO 2012	

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de un ítem cómo solución a las cuestiones; han de ser razonadas.
Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto. El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1. Un punto material describe un movimiento armónico simple de amplitud A. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?: A) La energía cinética es máxima cuando la elongación es nula. B) La energía potencial es constante. C) La energía total depende de la elongación x.

C.2. La energía relativista total de una masa en reposo: A) Relaciona la longitud de onda con la cantidad de movimiento. B) Representa la equivalencia entre materia y energía. C) Relaciona las incertidumbres de la posición y del momento.

C.3. Una espira está situada en el plano XY y es atravesada por un campo magnético constante $\overline{\boldsymbol{B}}$ en dirección del eje Z. Se induce una fuerza electromotriz: A) Si la espira se mueve en el plano XY. B) Si la espira gira alrededor de un eje perpendicular a la espira. C) Si se anula gradualmente el campo $\overline{\boldsymbol{B}}$.

C.4. Explica brevemente las diferencias en el procedimiento utilizado para medir la constante elástica k_e de un resorte por los dos métodos: estático y dinámico.

P.1. La luz del Sol tarda $5\cdot10^{2}$ s en llegar a la Tierra y $2{,}6\cdot10^{3}$ s en llegar a Júpiter. Calcula: a) El período de Júpiter orbitando alrededor del Sol. b) La velocidad orbital de Júpiter. c) La masa del Sol. (Se suponen las órbitas circulares). Datos: T(Tierra alrededor del Sol): $3{,}15\cdot10^{7}$ s; $c = 3\cdot10^{8}$ m/s; $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

P.2. Una lente convergente proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto. El aumento es de 10 y la distancia del objeto a la pantalla es de 2,7 m. a) Determina las posiciones de la imagen y del objeto. b) Dibuja la marcha de los rayos. c) Calcula la potencia de la lente.

OPCIÓN B

C.1. Según la hipótesis de De Broglie, se cumple que: A) Un protón y un electrón con la misma velocidad tienen asociada la misma onda. B) Dos protones a diferente velocidad tienen asociada la misma onda. C) La longitud de la onda asociada a un protón es inversamente proporcional a su momento lineal.

C.2. Un campo magnético constante $\overline{\boldsymbol{B}}$ ejerce una fuerza sobre una carga eléctrica: A) Si la carga está en reposo. B) Si la carga se mueve perpendicularmente a $\overline{\boldsymbol{B}}$. C) Si la carga se mueve paralelamente a $\overline{\boldsymbol{B}}$.

C.3. Dos satélites idénticos, A y B, describen órbitas circulares de diferente radio en torno a la Tierra ($R_A < R_B$). Por lo que: A) B tiene mayor energía cinética. B) B tiene mayor energía potencial. C) Los dos tienen la misma energía mecánica.

C.4. En la práctica de la medida de g con un péndulo, ¿cómo conseguirías que el péndulo duplique el número de oscilaciones por segundo?

P.1. Una masa de 10 g está unida a un resorte y oscila en un plano horizontal con un movimiento armónico simple. La amplitud del movimiento es A = 20 cm, y la elongación en el instante inicial es x = -20 cm. Si la energía total es 0,5 J, calcula: a) La constante elástica del resorte. b) La ecuación del movimiento. C) La energía cinética en la posición x = 15 cm.

P.2. Dos cargas eléctricas de +8 μC están situadas en A (0, 0,5) y B (0, –0,5) (en metros). Calcula: a) El campo eléctrico en C(1, 0) y en D(0, 0). b) El potencial eléctrico en C y en D. c) Si una partícula de masa m = 0,5 g y carga q = –1 μC se sitúa en C con una velocidad inicial de 10^{3} m/s, calcula la velocidad en D. Nota: solo intervienen fuerzas eléctricas. (Datos $K = 9\cdot10^{9}$ N·m²·C⁻²; 1 μC = 10^{-6} C).

Soluciones

OPCIÓN A

C.1. Un punto material describe un movimiento armónico simple de amplitud A. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?:

A) La energía cinética es máxima cuando la elongación es nula.
B) La energía potencial es constante.
C) La energía total depende de la elongación x.

(P.A.U. Sep. 12)

Solución: A

La ecuación de un movimiento armónico simple es:

$$x = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Donde x es la elongación (separación de la posición de equilibrio), A es la amplitud (máxima elongación), ω es la constante armónica, t es el tiempo y φ_0 es la fase inicial.
Derivando se obtiene la expresión de la velocidad:

$$v = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\{A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)\}}{\mathrm{d}\,t} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

La velocidad es máxima cuando el $\cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = 1$.
La energía cinética también será máxima en ese caso.

$$E_c = ½\ m \cdot v^2$$

Cuando el coseno de un ángulo es 1, el seno de ese ángulo vale 0.
Si el seno del ángulo vale 0, la elongación también vale 0. Por tanto la energía cinética es máxima cuando la elongación x es nula

Las otras opciones:
B: Falsa. La fuerza que produce un movimiento armónico simple es una fuerza conservativa (el trabajo que realiza entre dos puntos es independiente del camino seguido) y da lugar a una energía potencial en cada punto de elongación x que depende del valor de la elongación:

$$E_p = ½\ k \cdot x^2$$

C: Falsa. Al ser una fuerza conservativa, la energía mecánica vale lo mismo en cualquier elongación: es constante.

C.2. La energía relativista total de una masa en reposo:

A) Relaciona la longitud de onda con la cantidad de movimiento.
B) Representa la equivalencia entre materia y energía.
C) Relaciona las incertidumbres de la posición y del momento.

(P.A.U. Sep. 12)

Solución: B

La ecuación de Einstein establece la relación entre masa y energía.

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

E_0 representa la energía en reposo de una partícula y m_0 es la masa en reposo de la partícula,
Esta ecuación permite expresar la masa de las partículas en unidades de energía. Por ejemplo, la masa de un protón es de 938 MeV, o la del electrón 0,511 MeV.

Las otras opciones:
A. Falsa. La ecuación que relaciona la longitud de onda λ con la cantidad de movimiento p es la ecuación de Luis De Broglie, de la dualidad onda-partícula.

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m\cdot v}$$

Permite calcular la longitud de onda asociada a una partícula de masa m que se mueve con una velocidad v.
C. Falsa. El principio de indeterminación (antes conocido como principio de incertidumbre) de Heisenberg podía interpretarse como la imposibilidad de conocer con precisión absoluta dos magnitudes cuyo producto tuviese las unidades de energía · tiempo («acción»). La incertidumbre en la posición de una partícula Δx multiplicado por la incertidumbre en su momento (cantidad de movimiento) Δp_x era superior a la constante h de Planck dividida entre 4 π.

$$\Delta x\cdot\Delta p_x\geqslant\frac{h}{4\pi}$$

C.3. Una espira está situada en el plano *XY* y es atravesada por un campo magnético constante $\overline{\boldsymbol{B}}$ en dirección del eje *Z*. Se induce una fuerza electromotriz:
A) Si la espira se mueve en el plano *XY*.
B) Si la espira gira alrededor de un eje perpendicular a la espira.
C) Si se anula gradualmente el campo $\overline{\boldsymbol{B}}$.

(P.A.U. Sep. 12)

Solución: C

La ley de Faraday - Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon=\frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

El flujo magnético es el producto escalar del vector $\overline{\boldsymbol{B}}$ campo magnético por el vector $\overline{\boldsymbol{S}}$ perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cdot \cos\varphi$$

Si se anula gradualmente el campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$, se produce una variación de flujo magnético Φ y una fuerza electromotriz inducida, que, por la ley de Lenz, se opondrá a la disminución del flujo magnético que atraviesa la espira.

Las otras opciones:
A: Falsa. Si la espira se mueve en el plano *XY* que la contiene, no se produce variación de campo magnético ni de la superficie atravesada por él (a no ser que la espira salga de la zona del campo). Si el el flujo magnético a través de la espira no varía, no se producirá ninguna f.e.m. inducida.
C: Falsa. Si la espira gira alrededor del eje *Z*, el flujo magnético no varía, puesto que la superficie atravesada es siempre la misma.

C.4. Explica brevemente las diferencias en el procedimiento utilizado para medir la constante elástica k_e de un resorte por los dos métodos: estático y dinámico.

(P.A.U. Sep. 12)

Solución:

En el método estático se cuelgan varias masas m conocidas, por ejemplo pesas de una balanza, de un muelle y se miden los alargamientos Δy producidos.
La constante se determina a partir la ley de Hooke:

$$F = -k \cdot \Delta y$$

$$k = m \cdot g / \Delta y$$

Se calcula numéricamente el valor medio.

En el método dinámico se aparta una masa que cuelga de un muelle de la posición de equilibrio y se deja oscilar, midiendo el tiempo de 10 oscilaciones, calculando el período de oscilación, T, la constante armónica

$\omega^2 = 4\ \pi^2\ /\ T^2$, y la constante del muelle k, de la ecuación que relaciona la constante del muelle k con la la constante armónica ω^2:

$$k = m \cdot \omega^2$$

Se repite con varias masas conocidas y se halla el valor medio.

P.1. La luz del Sol tarda $5 \cdot 10^2$ s en llegar a la Tierra y $2{,}6 \cdot 10^3$ s en llegar a Júpiter. Calcula:
   a) El período de Júpiter orbitando alrededor del Sol.
   b) La velocidad orbital de Júpiter.
   c) La masa del Sol. (Se suponen las órbitas circulares).
   Datos: T(Tierra alrededor del Sol): $3{,}15 \cdot 10^7$ s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻². *(P.A.U. Sep. 12)*
   Rta.: a) $T = 3{,}74 \cdot 10^8$ s; b) $v = 1{,}31 \cdot 10^4$ m/s; c) $M = 2{,}01 \cdot 10^{30}$ kg.

Datos	**Cifras significativas: 3**
Tiempo que tarda la luz del Sol en llegar a la Tierra	$t_1 = 5{,}00 \cdot 10^2$ s = 500 s
Tiempo que tarda la luz del Sol en llegar a Júpiter	$t_2 = 2{,}60 \cdot 10^3$ s
Período orbital de la Tierra alrededor del Sol	$T_1 = 3{,}15 \cdot 10^7$ s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s
Constante de la gravitación universal	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Incógnitas	
Período orbital de Júpiter	T_2
Velocidad orbital de Júpiter	v
Masa del Sol	M
Otros símbolos	
Masa de Júpiter o la Tierra	m
Distancia de un planeta al Sol	r
Ecuaciones	
Velocidad de un satélite a una distancia r del centro de un astro de masa M	$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r y período T	$v = \frac{2 \pi \cdot r}{T}$

Solución:

Se calculan las distancias de la Tierra al Sol y de Júpiter al Sol, teniendo en cuenta la velocidad de la luz.

Tierra: $r_1 = c \cdot t_1 = 3{,}00 \cdot 10^8\ [\text{m/s}] \cdot 5{,}00 \cdot 10^2\ [\text{s}] = 1{,}50 \cdot 10^{11}$ m

Júpiter: $r_2 = c \cdot t_2 = 3{,}00 \cdot 10^8\ [\text{m/s}] \cdot 2{,}60 \cdot 10^3\ [\text{s}] = 7{,}80 \cdot 10^{11}$ m

Se resuelve primero el apartado

c) La velocidad de la Tierra alrededor del Sol se calcula a partir de su período orbital

$$v = \frac{2 \pi \cdot r}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}50 \cdot 10^{11}\ [\text{m}]}{3{,}15 \cdot 10^7\ [\text{s}]} = 2{,}99 \cdot 10^4\ \text{m/s}$$

La masa del Sol puede calcularse de la expresión de la velocidad de un satélite que gira a una distancia r alrededor del centro de un astro de masa M:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \Rightarrow M = \frac{v^2 \cdot r}{G} = \frac{(2{,}99 \cdot 10^4\ [\text{m/s}])^2 \cdot 1{,}50 \cdot 10^{11}\ [\text{m}]}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}]} = 2{,}01 \cdot 10^{30}\ \text{kg}$$

b) Aplicando la ecuación anterior para calcular la velocidad de Júpiter,

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \cdot 2{,}01 \cdot 10^{30}\ [\text{kg}]}{7{,}80 \cdot 10^{11}\ [\text{m}]}} = 1{,}31 \cdot 10^4\ \text{m/s} = 13{,}1\ \text{km/s}$$

a) El período se calcula a partir de la expresión de la velocidad en el movimiento circular uniforme:

$$T_2 = \frac{2 \pi \cdot r_2}{v} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 7{,}80 \cdot 10^{11}\ [\text{m}]}{1{,}31 \cdot 10^4\ [\text{m/s}]} = 3{,}74 \cdot 10^8\ \text{s}$$

Análisis: La tercera ley de Kepler dice que los cuadrados de los períodos son directamente proporcionales a los cubos de los radiovectores que unen al Sol con los planetas. A mayor distancia al Sol, mayor período. Este método, daría:
$$T_2=T_1\sqrt{\frac{r_2^3}{r_1^3}}=3{,}15\cdot 10^7\ [\mathrm{s}]\cdot\sqrt{\frac{(7{,}8\cdot 10^{11}\ [\mathrm{m}])^3}{(1{,}5\cdot 10^{11}\ [\mathrm{m}])^3}}=3{,}74\cdot 10^8\ \mathrm{s}$$

P.2. Una lente convergente proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto. El aumento es de 10 y la distancia del objeto a la pantalla es de 2,7 m.
a) Determina las posiciones de la imagen y del objeto.
b) Dibuja la marcha de los rayos.
c) Calcula la potencia de la lente.

(P.A.U. Sep. 12)

Rta.: a) s = −0,245 m; s' = 2,45 m; c) P = 4,48 dioptrías.

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 3***
Aumento de la lente	A_L = 10,0
Distancia entre el objeto y su imagen	d = 2,70 m
Incógnitas	
Posición del objeto y de la imagen	s, s'
Potencial de la lente	P
Otros símbolos	
Distancia focal de la lente	f
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes	$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$
Aumento lateral en las lentes	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$
Potencia de una lente	$P=\frac{1}{f}$

Solución:

a) Del aumento lateral podemos establecer la relación matemática entre las distancias s del objeto a la lente y s' de la imagen a la lente.

$$A_L=\frac{s'}{s}$$

$$s' = 10{,}0\ s$$

La distancia del objeto a la pantalla (donde se forma la imagen) es la suma de esas dos distancias (sen tener en cuenta los signos):

$$|s| + |s'| = 2{,}70\ \mathrm{m}$$

Teniendo en cuenta que, por el criterio de signos, la distancia del objeto a la lente es negativa, $s < 0$, pero la distancia de la imagen, cuando es real, a la lente es positiva $s' > 0$, queda

$$-s + s' = 2{,}70\ \mathrm{m}$$

Aunque nos dicen que el aumento es 10, el signo correcto es −10, por lo que, la relación con el signo adecuado entre las dos distancias es:

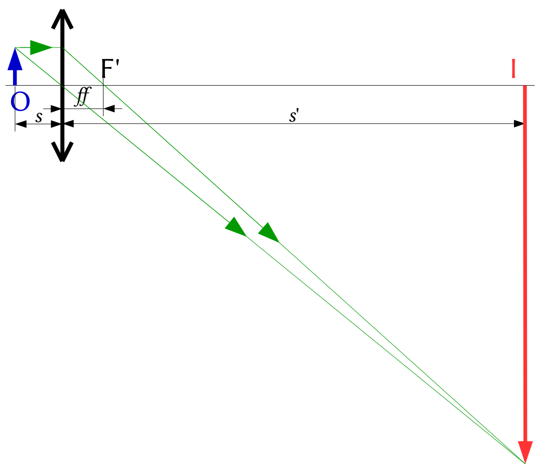
$$s' = -10{,}0\ s$$

Sustituyendo s' y despejando s, queda

$$-s - 10{,}0\ s = 2{,}70\ \mathrm{m}$$

$$s=\frac{2{,}70\ [\mathrm{m}]}{-11{,}0}=-0{,}245\ \mathrm{m}$$

$$s' = -10{,}0\ s = 2{,}45\ \mathrm{m}$$



b) En el dibujo se representa el objeto O antes de la lente y desde su punto superior se dibujan dos rayos:
- Uno horizontal hacia la lente que la atraviesa y se refracta de manera que el rayo refractado pasa por el foco F′.
- Otro hacia el centro de la lente que la atraviesa sin desviarse.
El punto de corte es el correspondiente a la imagen I.

c) La potencia de la lente es la inversa de la distancia focal (expresada en metros) y puede calcularse de la ecuación de las lentes.

$$\frac{1}{2{,}45\ [\mathrm{m}]}-\frac{1}{-0{,}245\ [\mathrm{m}]}=\frac{1}{f}=P$$

$$P = 4{,}48 \text{ dioptrías}$$

OPCIÓN B

C.1. Según la hipótesis de De Broglie, se cumple que:
A) Un protón y un electrón con la misma velocidad tienen asociada la misma onda.
B) Dos protones a diferente velocidad tienen asociada la misma onda.
C) La longitud de la onda asociada a un protón es inversamente proporcional a su momento lineal.
(P.A.U. Sep. 12)

Solución: C

De Broglie propuso que en algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ vendría dada por la expresión:

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m\cdot v}$$

En la ecuación, h es la constante de Planck y m la masa de la partícula y v su velocidad.
Como h es una constante y $m \cdot v$ es la expresión del momento lineal o cantidad de movimiento, la longitud de la onda asociada a un protón es inversamente proporcional a su momento lineal.

Las otras opciones.
A. Falsa. De la expresión anterior se deduce que la longitud de onda depende de la masa además de la velocidad. Como la masa de un protón es mucho mayor que la del electrón, la longitud de onda asociada a un protón que se mueve a la misma velocidad que un electrón es mucho menor.
B. Falsa. El protón más rápido tendrá menor longitud de onda.

C.2. Un campo magnético constante $\overline{\boldsymbol{B}}$ ejerce una fuerza sobre una carga eléctrica:
A) Si la carga está en reposo.
B) Si la carga se mueve perpendicularmente a $\overline{\boldsymbol{B}}$.
C) Si la carga se mueve paralelamente a $\overline{\boldsymbol{B}}$.
(P.A.U. Sep. 12)

Solución: B

La fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$ sobre una carga eléctrica q en movimiento se rige por la ley de Lorentz

$$\overline{\boldsymbol{F}} = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Siendo $\overline{\boldsymbol{v}}$ la velocidad de la carga y $\overline{\boldsymbol{B}}$ la inducción magnética (intensidad del campo magnético).
El módulo del producto vectorial de los vectores velocidad e inducción magnética es

$$|\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}| = |\overline{\boldsymbol{v}}|\cdot|\overline{\boldsymbol{B}}| \cdot \operatorname{sen} \varphi$$

Donde φ es el ángulo que forman esos vectores. Si son perpendiculares, $\operatorname{sen} \varphi = 1$

Las otras opciones.
A. Falsa. Si está en reposo, la velocidad es nula y el producto vectorial también.

C. Falsa. Si son paralelos, sen $\varphi = 0$ y el producto vectorial es nulo. No hay fuerza.

C.3. Dos satélites idénticos, 1 y 2, describen órbitas circulares de diferente radio en torno a la Tierra ($R_1 < R_2$). Por lo que:
A) 2 tiene mayor energía cinética.
B) 2 tiene mayor energía potencial.
C) Los dos tienen la misma energía mecánica.

(P.A.U. Sep. 12)

Solución: B

La energía potencial gravitatoria para un satélite de masa m que gira alrededor de la Tierra en una órbita de radio r es inversamente proporcional al radio de la órbita.

$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r}$$

Pero como es negativa, cuanto mayor sea el radio de la órbita, mayor será la energía potencial.

$$E_{p2} > E_{p1}$$

Las otras opciones:
A. Falsa.
La velocidad de un satélite que gira a una distancia r alrededor de un astro de masa M es:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

La energía cinética de un satélite de masa m que gira alrededor de la Tierra con velocidad v es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad.

$$E_c = ½\ m \cdot v^2$$

Por tanto, la energía cinética de cada satélite es inversamente proporcional al radio de su órbita: a mayor radio, menor energía cinética.

C. Falsa. La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial.

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \left(-G\frac{M \cdot m}{r}\right)$$

Sustituyendo v^2 en la expresión de la energía mecánica:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - G\frac{M \cdot m}{r} = \frac{1}{2} G\frac{M \cdot m}{r} - G\frac{M \cdot m}{r} = -\frac{1}{2} G\frac{M \cdot m}{r}$$

La energía mecánica de un satélite en una órbita es inversamente proporcional al radio de la órbita. No pueden ser iguales porque los satélites tienen la misma masa.

C.4. En la práctica de la medida de g con un péndulo, ¿cómo conseguirías que el péndulo duplique el número de oscilaciones por segundo?

(P.A.U. Sep. 12)

Solución:

Para conseguir duplicar la frecuencia, o lo que es lo mismo, disminuir a la mitad el período, habría que hacer la longitud del péndulo 4 veces menor, ya que el período de un péndulo ideal viene dado por la ecuación:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Si $L' = L / 4$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L/4}{g}} = \pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{T}{2}$$

P.1. Una masa de 10 g está unida a un resorte y oscila en un plano horizontal con un movimiento armónico simple. La amplitud del movimiento es A = 20 cm, y la elongación en el instante inicial es x = -20 cm. Si la energía total es 0,5 J, calcula:

a) La constante elástica del resorte.
b) La ecuación del movimiento.
c) La energía cinética en la posición x = 15 cm.

(P.A.U. Sep. 12)

Rta.: a) k = 25 N/m; b) ω = 50 rad/s; c) E_c = 0,219 J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa que oscila	m = 10,0 g = 0,0100 kg
Amplitud	A = 20,0 cm = 0,200 m
Posición inicial	x_0 = −20,0 cm = −0,200 m
Energía mecánica	E = 0,500 J
Posición para calcular la energía cinética	x = 15,0 cm = 0,150 m
Incógnitas	
Constante elástica del resorte	k
Ecuación del movimiento (frecuencia angular y fase inicial)	ω, φ_0
Energía cinética en la posición x = 15 cm	E_c
Ecuaciones	
Ecuación de movimiento en el M.A.S.	$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$
Relación entre la frecuencia angular y la constante elástica	$k = m \cdot \omega^2$
Energía potencial elástica	$E_p = ½\, k \cdot x^2$
Energía mecánica	$E = (E_c + E_p) = ½\, k \cdot A^2$

Solución:

a) Se calcula la constante elástica del muelle a partir de la energía y de la amplitud.

$$E = ½\, k \cdot A^2 \Rightarrow k = \frac{2 \cdot E}{A^2} = \frac{2 \cdot 0{,}500\ [\text{J}]}{(0{,}200\ [\text{m}])^2} = 25{,}0\ \text{N/m}$$

b) La ecuación de movimiento de un M.A.S. puede escribirse

$$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

(En «M.A.S.: obtener la ecuación de movimiento» se expone el fundamento teórico.)
La amplitud es la máxima separación de la posición de equilibrio y es un dato: A = 0,200 m
La frecuencia angular se calcula a partir de la constante elástica del muelle y de la masa oscilante.

$$k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{25{,}0\ [\text{N/m}]}{0{,}010\ 0\ [\text{kg}]}} = 50{,}0\ \text{rad/s}$$

Para calcular la fase inicial se elige un sistema de referencia con origen O en la posición de equilibrio y el eje X+ vertical en el sentido del alargamiento (hacia abajo) y se sustituyen en la ecuación de movimiento los datos y los valores de la posición inicial:

$$-0{,}200\ [\text{m}] = 0{,}200\ [\text{m}]\ \text{sen}(50{,}0 \cdot 0 + \varphi_0)$$

$$\text{sen}(\varphi_0) = -1$$

$$\varphi_0 = \text{arcsen}(-1) = 3\ \pi\ /\ 2\ [\text{rad}] = 4{,}71\ \text{rad}$$

La ecuación de movimiento queda:

$$x = 0{,}200 \cdot \text{sen}(50{,}0 \cdot t + 4{,}71)\ [\text{m}]$$

Análisis: La ecuación de movimiento cumple la condición de la posición inicial (para t = 0, x_0 = −0,200 m).

c) Se puede calcular la energía cinética a partir de la energía potencial.

$$E_p = k \cdot x^2 / 2 = 25{,}0 \text{ [N/m]} \cdot (0{,}150 \text{ [m]})^2 / 2 = 0{,}281 \text{ J}$$

Teniendo en cuenta que la única fuerza (elástica) es conservativa,

$$E_c = E - E_p = 0{,}500 \text{ [J]} - 0{,}281 \text{ [J]} = 0{,}219 \text{ J}$$

P.2. Dos cargas eléctricas de +8 µC están situadas en A (0, 0,5) y B (0, –0,5) (en metros). Calcula:

a) El campo eléctrico en C(1, 0) y en D(0, 0).

b) El potencial eléctrico en C y en D.

c) Si una partícula de masa m = 0,5 g y carga q = –1 µC se sitúa en C con una velocidad inicial de 10^3 m/s, calcula la velocidad en D.

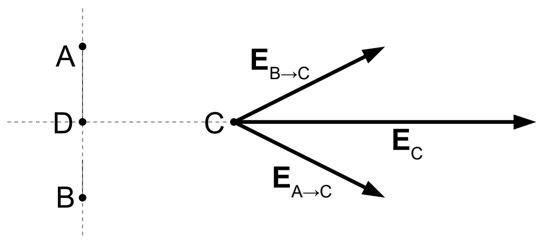
Nota: solo intervienen fuerzas eléctricas. Datos $K = 9\cdot10^9$ N·m²·C⁻²; 1 µC = 10^{-6} C. *(P.A.U. Sep. 12)*

Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_C = 1{,}03\cdot10^5\ \bar{\mathbf{i}}$ N/C; $\overline{\boldsymbol{E}}_D = \bar{\mathbf{0}}$ N/C; b) $V_C = 1{,}29\cdot10^5$ V; $V_D = 2{,}88\cdot10^5$ V c) $v_D = -1{,}00\cdot10^3\ \bar{\mathbf{i}}$ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de la carga situada en el punto A	$Q_A = 8{,}00\ \mu C = 8{,}00\cdot10^{-6}$ C
Valor de la carga situada en el punto B	$Q_B = 8{,}00\ \mu C = 8{,}00\cdot10^{-6}$ C
Posición do punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (0,\ 0{,}500)$ m
Posición do punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (0,\ -0{,}500)$ m
Posición del punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (1{,}00,\ 0{,}00)$ m
Posición del punto D	$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (0{,}00,\ 0{,}00)$ m
Masa de la partícula que se desplaza	$m = 0{,}500$ g $= 5{,}00\cdot10^{-4}$ kg
Carga de la partícula que se desplaza	$q = -1{,}00\ \mu C = -1{,}00\cdot10^{-6}$ C
Velocidad inicial en el punto C	$v_C = 1{,}00\cdot10^3$ m/s
Constante eléctrica	$K = 9{,}00\cdot10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Intensidades del campo electrostático en los puntos C y D	$\overline{\boldsymbol{E}}_C$, $\overline{\boldsymbol{E}}_D$
Potenciales electrostáticos en los puntos C y D	V_C, V_D
Velocidad que tendrá al pasar por el punto D	v_D
Otros símbolos	
Distancia entre dos puntos A y B	r_{AB}
Ecuaciones	
Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r	$\vec{\boldsymbol{E}} = K \dfrac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A = \sum \vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r	$V = K \dfrac{Q}{r}$
Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Energía potencial electrostática de una carga en un punto A	$E_{p\,A} = q \cdot V_A$
Energía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:

a) Se hace un dibujo de las cargas y de cada uno de los vectores intensidad de campo electrostático y de la suma vectorial que es el vector $\overline{\boldsymbol{E}}_D$ intensidad de campo resultante.



Cálculo de distancias:

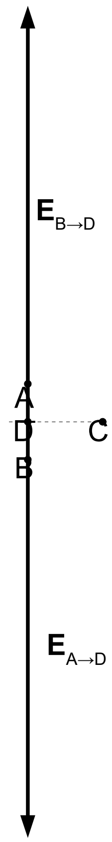
$$r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{(0{,}500\ [\text{m}])^2 + (1{,}00\ [\text{m}])^2} = 1{,}12 \text{ m}$$

El vector unitario del punto C (1, 0), $\overline{\boldsymbol{u}}_{AC}$ respecto al punto A es:

$$\vec{\boldsymbol{u}}_{AC} = \frac{\vec{\boldsymbol{r}}_{AC}}{|\vec{\boldsymbol{r}}_{AC}|} = \frac{(1{,}00\ \vec{\mathbf{i}} - 0{,}500\ \vec{\mathbf{j}})\ [\text{m}]}{1{,}12\ [\text{m}]} = 0{,}894\ \vec{\mathbf{i}} - 0{,}447\ \vec{\mathbf{j}}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto C debido a la carga de +8 µC situada en A es:

$$\vec{E}_{A\to C} = 9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(1{,}12\ [\mathrm{m}])^2}(0{,}894\,\vec{\mathbf{i}} - 0{,}447\,\vec{\mathbf{j}}) = (5{,}15\cdot 10^4\,\vec{\mathbf{i}} - 2{,}58\cdot 10^4\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$



Por simetría, la intensidad de campo electrostático en el punto C debido a la carga de +8 µC situada en B es:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{B\to C} = (5{,}15\cdot 10^4\ \overline{\mathbf{i}} + 2{,}58\cdot 10^4\ \overline{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

Aplicando el principio de superposición, el campo electrostático en el punto C es

$$\overline{\boldsymbol{E}}_C = \overline{\boldsymbol{E}}_{A\to C} + \overline{\boldsymbol{E}}_{B\to C} = 1{,}03\cdot 10^5\ \overline{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Análisis: El vector intensidad de campo resultante del cálculo es horizontal hacia derecha, coherente con el dibujo que hicimos previamente.

La intensidad de campo electrostático en el punto D (0, 0) debido a la carga de +8 µC situada en A es:

$$\vec{E}_{A\to D} = 9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}500\ [\mathrm{m}])^2}(-\vec{\mathbf{j}}) = -2{,}88\cdot 10^5\,\vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Por simetría, el campo en el punto D debido a la carga situada en B es

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{B\to D} = 2{,}88\cdot 10^5\ \overline{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\overline{\boldsymbol{E}}_D = \overline{\boldsymbol{E}}_{A\to D} + \overline{\boldsymbol{E}}_{B\to D} = \overline{\mathbf{0}}\ \mathrm{N/C}$$

Análisis: Como las distancias y las cargas son iguales, y están situadas simétricamente, la resultante tiene que ser nula.

b) Los potenciales en el punto C debidos a cada carga valen:

$$V_{A\to C} = V_{B\to C} = 9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(1{,}12\ [\mathrm{m}])} = 6{,}44\cdot 10^4\ \mathrm{V}$$

El potencial electrostático en el punto C es la suma de ambos:

$$V_C = V_{A\to C} + V_{B\to C} = 2\cdot 6{,}44\cdot 10^4\ [\mathrm{V}] = 1{,}29\cdot 10^5\ \mathrm{V}$$

Los potenciales en el punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{A\to D} = V_{B\to D} = 9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}500\ [\mathrm{m}])} = 1{,}44\cdot 10^5\ \mathrm{V}$$

El potencial electrostático en el punto D es:

$$V_D = V_{A\to D} + V_{B\to D} = 2\cdot 1{,}44\cdot 10^5\ [\mathrm{V}] = 2{,}88\cdot 10^5\ \mathrm{V}$$

c) Como la fuerza electrostática es una fuerza conservativa la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$\tfrac{1}{2}\, m\, v_C^2 + q\cdot V_C = \tfrac{1}{2}\, m\, v_D^2 + q\cdot V_D$$

$$(5{,}00\cdot 10^{-4}\ [\mathrm{kg}]\ /\ 2)\cdot(1{,}00\cdot 10^3\ [\mathrm{m/s}])^2 + (-1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}])\cdot 1{,}29\cdot 10^5\ [\mathrm{V}] =$$
$$= (5{,}00\cdot 10^{-4}\ [\mathrm{kg}]\ /\ 2)\cdot v_D^2 + (-1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}])\cdot 2{,}88\cdot 10^5\ [\mathrm{V}]$$

La velocidad que tendrá al pasar por el punto D será:

$$v_D = 1{,}00\cdot 10^3\ \mathrm{m/s}$$

Análisis: La velocidad es prácticamente la misma pero un poco mayor ya que la carga negativa es acelerada en sentido contrario al campo eléctrico.

Como la velocidad es un vector, tenemos que deducir la dirección y sentido.

Por la dirección y sentido del vector intensidad de campo entre los puntos C y D, se puede deducir que la aceleración está en la dirección del eje *X* y en sentido positivo (las cargas negativas sufren una fuerza de sentido opuesto al campo). La única posibilidad de que la carga que sale del punto C pase por el punto D es que inicialmente se estuviese moviendo en el sentido negativo del eje *X*. Por lo tanto la dirección de la velocidad es la del eje *X* y el sentido negativo

$$\overline{\boldsymbol{v}}_D = -1{,}00·10^3\ \overline{\mathbf{i}}\ \text{m/s}$$

Cuestiones y problemas de las Pruebas de acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice u OpenOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM)

Actualizado: 11/02/22