CiUG — COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

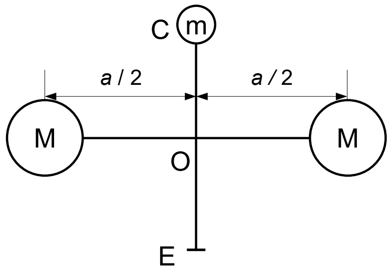
PAU **Código: 25**

Xuño 2011

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de un ítem cómo solución a las cuestiones; han de ser razonadas.
Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.
El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A



C.1. En un sistema aislado, dos masas idénticas M están separadas una distancia a. En un punto C de la recta CE perpendicular a a por $a/2$ se coloca otra nueva masa m en reposo. ¿Qué le ocurre a m?: A) Se desplaza hasta O y se para. B) Se aleja de las masas M. C) Realiza un movimiento oscilatorio entre C y E.
C.2. Una onda de luz es polarizada por un polarizador A y atraviesa un segundo polarizador B colocado después de A. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta con respecto a la luz después de B?: A) No hay luz si A y B son paralelos entre sí. B) No hay luz si A y B son perpendiculares entre sí. C) Hay luz independientemente de la orientación relativa de A y B.
C.3. Con un rayo de luz de longitud de onda λ no se produce efecto fotoeléctrico en un metal. Para conseguirlo se debe aumentar: A) La longitud de onda λ. B) La frecuencia f. C) El potencial de frenado.
C.4. Se emplea un resorte para medir su constante elástica por el método estático y por el dinámico, aplicando la ley de Hooke y el período en función de la masa, respectivamente. Se observa una cierta diferencia entre los resultados obtenidos por uno y otro método. ¿A qué puede ser debido?
P.1. Una carga q de 2 mC está fija en el punto A(0, 0), que es el centro de un triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$ m. Tres cargas iguales Q están en los vértices y la distancia de cada Q a A es 3 m. El conjunto está en equilibrio electrostático: a) Calcula el valor de Q. b) La energía potencial de cada Q. c) La energía puesta en juego para que el triángulo rote 45° alrededor de un eje que pasa por A y es perpendicular al plano del papel. ($K = 9\cdot10^9$ N·m²·C⁻²).
P.2. Un péndulo simple de longitud $l = 2{,}5$ m, se desvía del equilibrio hasta un punto a 0,03 m de altura y se suelta. Calcula: a) La velocidad máxima. b) El período. c) La amplitud del movimiento armónico simple descrito por el péndulo. (Dato $g = 9{,}8$ m·s⁻²).

OPCIÓN B

C.1. Una partícula cargada atraviesa un campo magnético B con velocidad v. A continuación, hace lo mismo otra partícula con la misma v, doble masa y triple carga, y en ambos casos a trayectoria es idéntica. Justifica cuál es la respuesta correcta: A) No es posible. B) Solo es posible si la partícula inicial es un electrón. C) Es posible en una orientación determinada.
C.2. El elemento radioactivo $^{232}_{90}Th$ se desintegra emitiendo una partícula alfa, dos partículas beta y una radiación gamma. El elemento resultante es: A) $^{227}_{88}X$; B) $^{228}_{89}Y$; C) $^{228}_{90}Z$.
C.3. Una espira se mueve en el plano XY, donde también hay una zona con un campo magnético B constante en dirección $+Z$. Aparece en la espira una corriente en sentido antihorario: A) Si la espira entra en la zona de B. B) Cuando sale de esa zona. C) Cuando se desplaza por esa zona.
C.4. En la práctica para medir la constante elástica k por el método dinámico, se obtiene la siguiente tabla. Calcula la constante del resorte.

M (g)	5	10	15	20	25
T (s)	0,20	0,28	0,34	0,40	0,44

P.1. Un rayo de luz produce efecto fotoeléctrico en un metal. Calcula: a) La velocidad de los electrones si el potencial de frenado es de 0,5 V. b) La longitud de onda necesaria si la frecuencia umbral es $f_0 = 10^{15}$ Hz y el potencial de frenado es 1 V. c) ¿Aumenta la velocidad de los electrones incrementando la intensidad de la luz incidente? (Datos 1 nm = 10^{-9} m; $c = 3\cdot10^8$ m/s; $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s)
P.2. Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determina: a) La posición del objeto si se usa un espejo cóncavo de $R = 15$ cm. b) La posición del objeto si se usa una lente convergente con la misma focal que el espejo. c) Dibuja la marcha de los rayos para los dos apartados

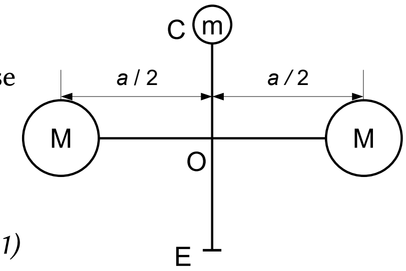
anteriores.

Soluciones

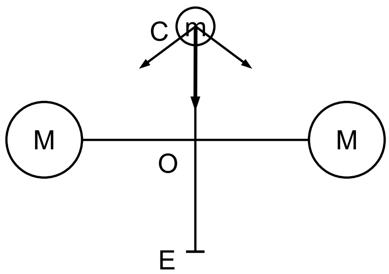
OPCIÓN A

C.1. En un sistema aislado, dos masas idénticas M están separadas una distancia a. En un punto C de la recta CE perpendicular a a por $a/2$ se coloca otra nueva masa m en reposo. ¿Qué le ocurre a m?:
A) Se desplaza hasta O y se para.
B) Se aleja de las masas M.
C) Realiza un movimiento oscilatorio entre C y E.

(P.A.U. Jun. 11)



Solución: C



La fuerza gravitatoria es una fuerza de atracción. Cada masa M atrae hacia sí a la masa m. La ley de la gravitación de Newton dice que la fuerza es proporcional a las masas M y m e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r entre sus centros.

$$\vec{F}_G = -G\frac{M \cdot m}{r^2}\vec{u}_r$$

Como las masas y las distancias son iguales, las fuerzas gravitatorias de las masas M sobre m son del mismo valor y simétricas respecto a la recta CE, por lo que la fuerza resultante sobre la masa m situada en C está dirigida en la recta CE con sentido hacia O.
Por la 2ª ley de Newton la aceleración está dirigida en el mismo sentido que la fuerza resultante, y la masa m se desplazará hacia O. A medida que avanza, continúa sintiendo una fuerza en la misma dirección y sentido pero de menor intensidad hasta que al llegar a O la fuerza es nula.
Por el principio de inercia de Newton, si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es nula, al estar en movimiento, seguirá moviéndose con velocidad constante.
La masa m seguirá moviéndose hacia E, pero al pasar el punto O comenzará a frenar, porque la fuerza resultante se dirige hacia O. Su velocidad irá disminuyendo hasta que al llegar al punto E, simétrico a C, se detendrá.
La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa. La energía mecánica (suma de las energías cinética y potencial) se mantiene constante. En el punto E la masa m tendrá la misma energía mecánica que en C. Como está a la misma distancia de las masas M, también tendrá la misma energía potencial:

$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r}$$

Por tanto tendrá la misma energía cinética y la misma velocidad que en C.
Ahora la fuerza gravitatoria sobre m, dirigida hacia O, le producirá una aceleración y comenzará a moverse hacia O. Cuando vuelva a pasar por O llevará a la máxima velocidad y volverá a frenar para detenerse en C.
El movimiento volverá a repetirse y será oscilatorio, pero no armónico simple.
En un M.A.S., la aceleración es proporcional y de sentido contrario a la elongación: $a = - k \cdot y$
En el presente caso la aceleración es:

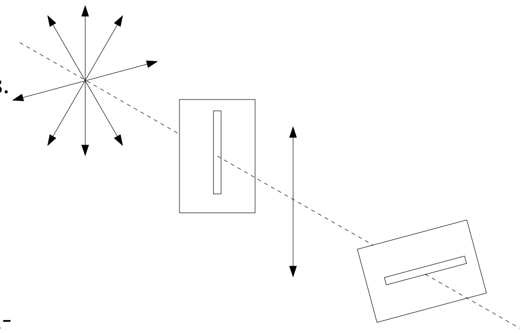
$$a = \frac{F}{m} = -2G\frac{M}{r^2}\operatorname{sen}\alpha = -2G\frac{M}{y^2 + (a/2)^2}\frac{y}{\sqrt{y^2 + (a/2)^2}}$$

La aceleración no se ajusta a esa condición, pues el término que multiplica a la elongación y, no es constante ya que depende de y.

C.2. Una onda de luz es polarizada por un polarizador A y atraviesa un segundo polarizador B colocado después de A. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta con respeto a la luz después de B?
A) No hay luz si A y B son paralelos entre sí.
B) No hay luz si A y B son perpendiculares entre sí.
C) Hay luz independientemente de la orientación relativa de A y B.

(P.A.U. Jun. 11)

Solución: B



El fenómeno de polarización solo ocurre en las ondas transversales.
La luz es un conjunto de oscilaciones de campo eléctrico y campo magnético que vibran en planos perpendiculares que se cortan en la línea de avance la rayo de luz. La luz del Sol o de una lámpara eléctrica vibra en una multitud de planos.
El primero polarizador solo permite pasar la luz que vibra en un determinado plano. Si el segundo polarizador está colocado en dirección perpendicular al primero, la luz que llega a él no tiene componentes en la dirección de esta segunda polarización por lo que no pasará ninguna luz.

C.3. Con un rayo de luz de longitud de onda λ no se produce efecto fotoeléctrico en un metal. Para conseguirlo se debe aumentar:
A) La longitud de onda λ.
B) La frecuencia f.
C) El potencial de frenado.

(P.A.U. Jun. 11)

Solución: B

Interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que ocurra efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s
Cuanto mayor sea la frecuencia, mayor será la energía del fotón.
Si no se produce efecto fotoeléctrico con el rayo de luz original, habrá que emplear otro de mayor energía, o sea, de mayor frecuencia.

C.4. Se emplea un resorte para medir su constante elástica por el método estático y por el dinámico, aplicando la ley de Hooke y el período en función de la masa, respectivamente. Se observa una cierta diferencia entre los resultados obtenidos por uno y otro método. ¿A qué puede ser debido?

(P.A.U. Jun. 11)

Solución:

El método estático consiste en medir los alargamientos producidos en un muelle al colgar de él pesas de valor conocido y aplicar la ley de Hooke:

$$F = -k \cdot x$$

La constante k de fuerza del muelle se calcula a partir de la pendiente de la recta obtenida al representar los alargamientos Δx frente a las fuerzas F peso de las pesas colgadas.
El método dinámico consiste en hacer oscilar masas conocidas colgadas del muelle y determinar el período de oscilación midiendo el tiempo de un número determinado de oscilaciones.

Aunque en la oscilación vertical actúa la fuerza peso, además de la fuerza recuperadora elástica, la fuerza resultante que actúa sobre la masa oscilante da lugar a un movimiento armónico simple alrededor de la posición de equilibrio en la que las fuerzas elástica y peso se anulan
Combinando la ecuación de Hooke con la 2ª ley de Newton

$$F = -k \cdot x$$

$$F = m \cdot a$$

Teniendo en cuenta que en el M.A.S., la aceleración es proporcional y de sentido contrario a la elongación,

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

Queda

$$-k \cdot x = m \cdot a = m\,(-\omega^2 \cdot x)$$

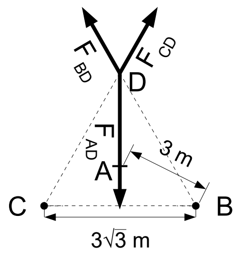
$$k = m \cdot \omega^2 = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

La constante k de fuerza del muelle se calcula a partir de la pendiente de la recta obtenida al representar los cuadrados T^2 de los períodos frente a las masas m de las pesas colgadas.
En la gráfica $T^2 - m$, si los valores de m son los de las masas de las pesas, la recta obtenida no pasa por el origen de coordenadas sino que aparece desplazada hacia la izquierda. Aunque la constante de fuerza del muelle es la misma en ambas expresiones, la masa m oscilante es mayor que la masa que cuelga e incluye parte de la masa del muelle.
Si el cálculo de la constante en el método dinámico se realiza a partir de la pendiente, la masa no debe afectar al valor de la constante obtenida. Pero si se calcula la constante con la ecuación anterior, el resultado puede ser diferente si la masa del muelle no es despreciable frente a las masas colgadas.

P.1. Una carga q de 2 mC está fija en el punto A(0, 0), que es el centro de un triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$ m. Tres cargas iguales Q están en los vértices y la distancia de cada Q a A es 3 m. El conjunto está en equilibrio electrostático. Calcula:
a) El valor de Q.
b) La energía potencial de cada Q.
c) La energía puesta en juego para que el triángulo rote 45° alrededor de un eje que pasa por A y es perpendicular al plano del papel.
Dato: $K = 9\cdot10^9$ N·m²·C⁻². *(P.A.U. Jun. 11)*
Rta.: a) $Q = -3{,}46$ mC; b) $E_p = 2{,}08\times10^4$ J; c) $\Delta E = 0$.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de la carga situada en el punto A	$q = 2{,}00$ mC = 0,00200 C
Longitud del lado del triángulo	$L = 3\sqrt{3}$ m = 5,20 m
Distancia del centro del triángulo a cada vértice	$d = 3{,}00$ m
Posición del punto A	$\boldsymbol{\bar{r}}_A = (0, 0)$ m
Ángulo girado por el triángulo	$\theta = 45°$
Constante eléctrica	$K = 9{,}00\cdot10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Valor de la carga Q que se encuentra en cada uno de los vértices	Q
Energía potencial de cada carga Q	E_p
Energía necesaria para rotar el triángulo 45° alrededor de un eje perpendicular	ΔE
Otros símbolos	
Distancia entre dos puntos A y B	r_{AB}
Ecuaciones	
Ley de Coulomb: fuerza entre dos cargas puntuales Q y q a una distancia r	$\vec{F} = K\dfrac{Q \cdot q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{Ai}$
Energía potencial electrostática de una interacción entre dos cargas Q y q situadas a una distancia r una de la otra.	$E_p = q \cdot V = K\dfrac{Q \cdot q}{r}$
Energía potencial electrostática de un conjunto de cargas	$E_p = \Sigma E_{p\,i} = ½\Sigma E_{p\,q}$
Trabajo de una fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$ constante cuando su punto de aplicación se desplaza $\Delta\bar{\boldsymbol{r}}$	$W_F = \overline{\boldsymbol{F}} \cdot \Delta\bar{\boldsymbol{r}}$

Solución:



a) Se hace un dibujo de las cargas y de cada uno de los vectores fuerza electrostática de dos de las tres cargas iguales Q y de la carga central q sobre la tercera carga Q.
La fuerza electrostática $\overline{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{AD}}$ de la carga q situada en el punto A sobre la carga Q en el punto D es, en función de la carga Q desconocida:

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{A\to D}}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{0{,}00200\ [\mathrm{C}]\cdot Q}{(3{,}00\ [\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{j}}=2{,}00\cdot 10^{6}\ Q\ \vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{N}$$

La fuerza electrostática $\overline{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{B\to D}}$ que ejerce la carga Q situada en el punto B sobre la carga Q en el punto D es, en función de la carga Q desconocida:

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{B\to D}}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{Q\cdot Q}{(5{,}20\ [\mathrm{m}])^2}(\cos 120°\ \vec{\mathbf{i}}+\operatorname{sen} 120°\ \vec{\mathbf{j}})=(-167\ \vec{\mathbf{i}}+289\ \vec{\mathbf{j}})\cdot 10^{6}\ Q^2\ [\mathrm{N}]$$

Por simetría, la fuerza electrostática $\overline{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{C\to D}}$ que ejerce la carga Q situada en el punto C sobre la carga Q en el punto D es,

$$\overline{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{C\to D}} = (167\ \bar{\mathbf{i}} + 289\ \bar{\mathbf{j}})\cdot 10^6\ Q^2\ [\mathrm{N}]$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\overline{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{D}} = \overline{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{A\to D}} + \overline{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{B\to D}} + \overline{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{C\to D}} = \overline{\mathbf{0}}$$

La fuerza resultante es nula porque la carga en D está en equilibrio. Las componentes x de las fuerzas se anulan. Para las componentes y:

$$(2{,}00 + 289\ Q + 289\ Q)\ Q\cdot 10^6 = 0$$

$$Q=\frac{-2{,}00\,\mathrm{C}}{(2\cdot 289)}=-0{,}00346\ \mathrm{C}=-3{,}46\ \mathrm{mC}$$

b) La energía potencial de cada carga es la suma de las energías potenciales de todos los pares de carga que le afecten:

$$E_{\mathrm{p}\ Q} = \Sigma E_{\mathrm{p}\ i}$$

$$E_{\mathrm{p\ D}} = E_{\mathrm{p\ CD}} + E_{\mathrm{p\ BD}} + E_{\mathrm{p\ AD}}$$

$$E_{\mathrm{p\ Q}}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\left(2\frac{(-3{,}46\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}])^2}{(5{,}20\ [\mathrm{m}])}+\frac{2\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}]\cdot(-3{,}46\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}])}{(3{,}00\ [\mathrm{m}])}\right)=2{,}08\cdot 10^{4}\ \mathrm{J}$$

c) La energía potencial de la disposición de cargas es la suma de las energías potenciales de todos los pares de cargas o, lo que es lo mismo, la mitad de la suma de las energías potenciales de todas las cargas (porque en esta caso cada interacción se cuenta dos veces)

$$E_{\mathrm{p\ A}}=3\cdot\left(9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{2\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}]\cdot(-3{,}46\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}])}{(3{,}00\ [\mathrm{m}])}\right)=-6{,}24\cdot 10^{4}\ \mathrm{J}$$

$$E_{\mathrm{p}}=\frac{1}{2}\left(E_{\mathrm{p\ A}}+3\cdot E_{\mathrm{p\ Q}}\right)=0$$

Como al girar 45°, las distancias relativas no cambian, la energía de la nueva disposición es la misma, y la energía total requerida es cero.

$$\Delta E = E_{\mathrm{p}}'_{\ \mathrm{T}} - E_{\mathrm{p\ T}} = 0$$

P.2. Un péndulo simple de longitud l = 2,5 m, se desvía del equilibrio hasta un punto a 0,03 m de altura y se suelta. Calcula:
a) La velocidad máxima.
b) El período.
c) La amplitud del movimiento armónico simple descrito por el péndulo.
Dato: g = 9,8 m·s⁻². *(P.A.U. Jun. 11)*
Rta.: a) v_{m} = 0,077 m/s; b) T = 3,2 s; c) A = 0,39 m

Datos	*Cifras significativas: 3*
Longitud del péndulo	L = 2,50 m
Altura inicial	h_1 = 0,0300 m
Velocidad inicial	v_1 = 0
Aceleración de la gravedad	g = 9,80 m·s⁻²
Incógnitas	
Velocidad máxima	v_m
Período	T
Amplitud del M.A.S.	A
Otros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	ω
Fase inicial	φ_0
Ecuaciones	
Ecuación de movimiento en el M.A.S.	$\theta = \theta_0 \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$ $s = A \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$
Período de un péndulo de longitud L	$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$
Relación entre el arco s y el ángulo central θ en una circunferencia de radio R	$s = \theta \cdot R$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\pi \cdot f$
Energía cinética	$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
Energía potencial del peso	$E_p = m \cdot g \cdot h$
Principio de conservación de la energía mecánica	$(E_c + E_p)_1 = (E_c + E_p)_2$

Solución:

a) Como la única fuerza que realiza trabajo es el peso (el trabajo de la tensión de la cuerda es nulo porque la tensión es perpendicular al desplazamiento en todo momento), la energía mecánica se conserva:

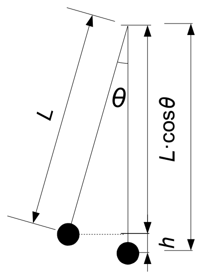
$$\tfrac{1}{2} m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h_1 = \tfrac{1}{2} m \cdot v_2^2 + m \cdot g \cdot h_2$$

$$v_2 = \sqrt{2\, g \cdot h_1} = \sqrt{2 \cdot 9{,}80\,[\mathrm{m/s^2}] \cdot 0{,}0300\,[\mathrm{m}]} = 0{,}767\ \mathrm{m/s}$$

b) El período vale

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}50\,[\mathrm{m}]}{9{,}80\,[\mathrm{m \cdot s^{-2}}]}} = 3{,}17\ \mathrm{s}$$

c) En la figura se ve la forma de calcular el ángulo θ correspondiente a la amplitud a partir de la altura h_1 y la longitud L:



$$L - L \cdot \cos\theta = h_1$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{L-h_1}{L}\right) = \arccos\left(1 - \frac{h_1}{L}\right) = \arccos\left(1 - \frac{0{,}0300\,[\mathrm{m}]}{2{,}50\,[\mathrm{m}]}\right) = \arccos 0{,}988 = 0{,}155\ \mathrm{rad}$$

$$A = L \cdot \theta = 2{,}50\ [\mathrm{m}] \cdot 0{,}155\ [\mathrm{rad}] = 0{,}388\ \mathrm{m}$$

El movimiento de péndulo es armónico simple porque $\theta\,(= 0{,}155) \approx \operatorname{sen}\theta\,(= 0{,}154)$

OPCIÓN B

C.1. Una partícula cargada atraviesa un campo magnético B con velocidad v. A continuación, hace lo mismo otra partícula con la misma v, doble masa y triple carga, y en ambos casos a trayectoria es idéntica. Justifica cuál es la respuesta correcta:
A) No es posible.
B) Solo es posible si la partícula inicial es un electrón.
C) Es posible en una orientación determinada.

(P.A.U. Jun. 11)

Solución: C

Un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ ejerce sobre una partícula de masa m y carga q que lo atraviesa con una velocidad $\boldsymbol{v}$, una fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$ que puede calcularse por la expresión de Lorentz.

$$\overline{\boldsymbol{F}} = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

$$F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \operatorname{sen} \varphi$$

Si el campo magnético es constante y la partícula entra en dirección perpendicular a las líneas de campo, la trayectoria es una circunferencia porque la fuerza F es siempre perpendicular a la velocidad y la partícula tiene una aceleración centrípeta que solo cambia la dirección de la velocidad,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_{\mathrm{N}} = m\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m\frac{v^2}{R}$$

Por tanto, la trayectoria es una circunferencia de radio:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \operatorname{sen} \varphi}$$

Con la misma velocidad v y el mismo campo magnético B, el doble de masa y el triple de carga, el radio no podría dar el mismo resultado que la primera vez a no ser que el ángulo α entre el vector velocidad y el vector campo magnético fuera distinto, pero en este caso la trayectoria no sería la misma.
Pero existe una posibilidad. Si el vector velocidad y el vector campo magnético fueran paralelos ($\varphi = 0$), no habría fuerza sobre la partícula y seguiría una trayectoria recta en ambos casos.

C.2. El elemento radioactivo $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ se desintegra emitiendo una partícula alfa, dos partículas beta y una radiación gamma. El elemento resultante es:
A) $^{227}_{88}\mathrm{X}$
B) $^{228}_{89}\mathrm{Y}$
C) $^{228}_{90}\mathrm{Z}$

(P.A.U. Jun. 11)

Solución: C

Las partículas alfa son núcleos de helio $^4_2\mathrm{He}$, las partículas beta electrones $^{\ 0}_{-1}\mathrm{e}$ y las radiaciones gamma fotones $^0_0\gamma$.
Escribiendo la reacción nuclear:

$$^{232}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^4_2\mathrm{He} + 2\,{}^{\ 0}_{-1}\mathrm{e} + {}^0_0\gamma + {}^A_Z\mathrm{D}$$

Aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, queda:

$$232 = 4 + A \Rightarrow A = 228$$

$$90 = 2 + 2 \cdot (-1) + Z \Rightarrow Z = 90$$

C.3. Una espira se mueve en el plano XY, donde también hay una zona con un campo magnético B constante en dirección $+Z$. Aparece en la espira una corriente en sentido antihorario:
A) Si la espira entra en la zona de B.
B) Cuando sale de esa zona.
C) Cuando se desplaza por esa zona.

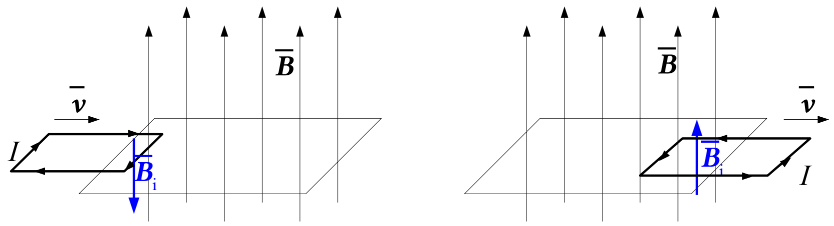
(P.A.U. Jun. 11)

Solución: B

Por la ley de Faraday - Lenz, la fuerza electromotriz ε inducida en una espira es igual al ritmo de variación de flujo magnético Φ que la atraviesa

$$\varepsilon = \frac{-\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

El sentido se oponen a la variación de flujo.
Cuando la espira que se mueve en el plano *XY* entra en el campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ en dirección +*Z*, se produce una corriente inducida que se oponen al aumento del flujo saliente (visto desde lo extremo del eje *Z*), por lo que se producirá una corriente inducida en sentido horario que cree un campo entrante (-*Z*). Al salir del campo, la corriente inducida en sentido antihorario creará un campo magnético saliente que se opone a la disminución del flujo entrante.



C.4. En la práctica para medir la constante elástica *k* por el método dinámico, se obtiene la siguiente tabla. Calcula la constante del resorte.

M (g)	5	10	15	20	25
T (s)	0,20	0,28	0,34	0,40	0,44

(P.A.U. Jun. 11)

Solución:

La fuerza recuperadora es:

$$F = -k \cdot x = m \cdot a = m\,(-\omega^2 \cdot x)$$

$$k = m \cdot \omega^2$$

Por tanto

$$k = m \cdot \omega^2 = \frac{4\,\pi^2\,m}{T^2}$$

Se calcula el valor de la constante para cada una de las experiencias

M (kg)	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$	$10 \cdot 10^{-3}$	$15 \cdot 10^{-3}$	$20 \cdot 10^{-3}$	$25 \cdot 10^{-3}$
T (s)	0,20	0,28	0,34	0,40	0,44
k (N/m)	4,9	5,0	5,1	4,9	5,1

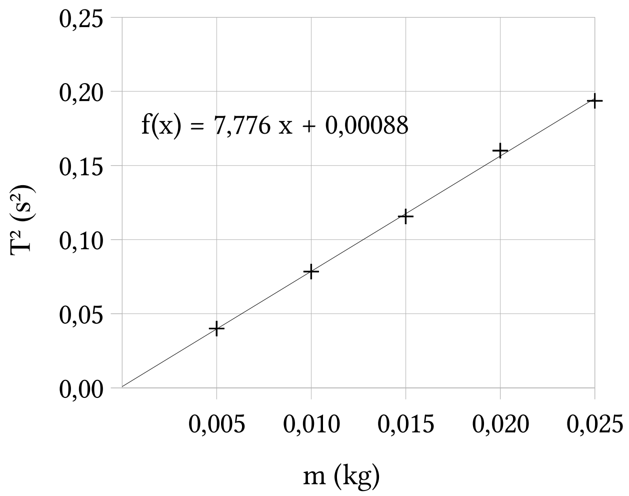
El valor medio es:

$$k_m = 5{,}0 \text{ N/m}$$

En caso de tener papel milimetrado, o mejor aún una hoja de cálculo, se podrían representar los cuadrados de los períodos frente a las masas, obteniéndose una recta.

M (kg)	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$	$10 \cdot 10^{-3}$	$15 \cdot 10^{-3}$	$20 \cdot 10^{-3}$	$25 \cdot 10^{-3}$
T^2(s^2)	0,04	0,08	0,12	0,16	0,19

De la pendiente (7,78 s^2/kg) de la recta se calcularía la constante del muelle.



$$T^2=\frac{4\pi^2}{k}m$$

$$k=\frac{4\pi^2}{7{,}78\ \text{s}^2/\text{kg}}=5{,}1\ \text{kg/s}^2=5{,}1\ \text{N/m}$$

Este es un valor algo más exacto que el obtenido como valor medio.

P.1. Un rayo de luz produce efecto fotoeléctrico en un metal. Calcula:
a) La velocidad de los electrones si el potencial de frenado es de 0,5 V.
b) La longitud de onda necesaria si la frecuencia umbral es $f_0 = 10^{15}$ Hz y el potencial de frenado es 1 V.
c) ¿Aumenta la velocidad de los electrones incrementando la intensidad de la luz incidente?
Datos: 1 nm = 10^{-9} m; $c = 3·10^8$ m/s; $e = -1{,}6·10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1·10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63·10^{-34}$ J·s. *(P.A.U. Jun. 11)*
Rta.: a) $v = 2{,}2×10^5$ m/s; b) $\lambda = 242$ nm

Datos	**Cifras significativas: 3**
Potencial de frenado a	$V_a = 0{,}500$ V
Frecuencia umbral	$f_0 = 1{,}00·10^{15}$ Hz
Potencial de frenado b	$V_b = 1{,}00$ V
Constante de Planck	$h = 6{,}63·10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00·10^8$ m/s
Carga del electrón	$e = -1{,}60·10^{-19}$ C
Masa del electrón	$m_e = 9{,}10·10^{-31}$ kg
Incógnitas	
Velocidad de los electrones	v
Longitud de onda	λ
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h · f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia umbral y el trabajo de extracción	$W_e = h · f_0$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda	$f = c / \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\ m · v^2$
Relación entre potencial de frenado V y energía cinética	$E_c = \|e\| · V$

Solución:

a) Se calcula la velocidad máxima de los electrones emitidos igualando las expresiones de la energía cinética en función de la velocidad y en función del potencial de frenado:

$$½\ m_e · v^2 = |e| · V$$

$$v=\sqrt{\frac{2|e|\cdot V_a}{m_e}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}60\cdot 10^{-19}\ [\text{C}]\cdot 0{,}500\ [\text{V}]}{9{,}10\cdot 10^{-31}\ [\text{kg}]}}=4{,}19\cdot 10^5\ \text{m/s}$$

b) Para determinar la longitud de onda necesaria para producir efecto fotoeléctrico en un metal, se usa la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_f = W_e + E_c$$

Se calcula el trabajo de extracción a partir de la longitud de onda umbral:

$$W_e=h\cdot f_0 = 6{,}63·10^{-34}\ [\text{J·s}] · 1{,}00·10^{15}\ [\text{s}^{-1}] = 6{,}63·10^{-19}\ \text{J}$$

Se calcula la energía cinética a partir de su expresión en función del potencial de frenado

$$E_c = |e| · V_b = 1{,}60·10^{-19}\ [\text{C}] · 1{,}00\ [\text{V}] = 1{,}60·10^{-19}\ \text{J}$$

Se calcula la energía del fotón a partir de la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

$$E_f = W_e + E_c = 6{,}63·10^{-19}\ [\text{J}] + 1{,}60·10^{-19}\ [\text{J}] = 8{,}23·10^{-19}\ \text{J}$$

Se calcula la frecuencia del fotón a partir de la ecuación de Planck

$$E_f = h \cdot f \Rightarrow \quad f = \frac{E_f}{h} = \frac{8{,}23 \cdot 10^{-19}\,[\mathrm{J}]}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,[\mathrm{J \cdot s}]} = 1{,}24 \cdot 10^{15}\ \mathrm{s}^{-1} = 1{,}24 \cdot 10^{15}\ \mathrm{Hz}$$

Se calcula la longitud de onda

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}\,[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]}{1{,}24 \cdot 10^{15}\,[\mathrm{s^{-1}}]} = 2{,}42 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}$$

c) La intensidad de la luz no afecta a la velocidad de los electrones que solo depende de la frecuencia de la luz. Es una de las leyes experimentales del efecto fotoeléctrico, explicada por la interpretación de Einstein que dice que la luz es un haz de partículas llamadas fotones. Cuando un fotón choca con un electrón, le comunica toda su energía. Por la ecuación de Planck:

$$E_f = h \cdot f$$

Si la energía es suficiente para arrancar el electrón del metal ($E_f > W_e$),la energía restante queda en forma de energía cinética del electrón. Cuanto mayor sea la frecuencia del fotón, mayor será la velocidad del electrón.
Al aumentar la intensidad de la luz, lo que se conseguiría sería un mayor número de fotones, que, de tener la energía suficiente, arrancarían más electrones, produciendo una mayor intensidad de corriente eléctrica.

P.2. Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determina:
a) La posición del objeto si se usa un espejo cóncavo de R = 15 cm.
b) La posición del objeto si se usa una lente convergente con la misma distancia focal que el espejo.
c) Dibuja la marcha de los rayos para los dos apartados anteriores.

(P.A.U. Jun. 11)

Rta.: a) s_e = −11 cm; b) s_l = −11 cm

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Tamaño del objeto	y = 1,5 cm = 0,015 m
Aumento lateral	A_L = −2,0
Radio del espejo cóncavo	R = −15 cm = −0,15 m
Incógnitas	
Posición del objeto ante el espejo	s_e
Posición del objeto ante la lente	s_l
Otros símbolos	
Distancia focal del espejo y de la lente	f
Tamaño de la imagen	y'
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos	$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos	$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$
Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura	$f = R / 2$
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes	$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$
Aumento lateral en las lentes	$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$

Solución:

a) Si la imagen es real y de tamaño doble, tiene que ser invertida, por lo que el aumento lateral será negativo.

$$A_L = -2{,}0$$

Aplicando la ecuación del aumento lateral se encuentra la relación entre las distancias del objeto e imagen:

$$A_L = -s' / s \Longrightarrow s' = 2{,}0\ s$$

La distancia focal vale:

$$f_e = R / 2 = -0{,}075 \text{ m}$$

Se aplica la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{2{,}0\ s}+\frac{1}{s}=\frac{1}{-0{,}075\ [\text{m}]}$$

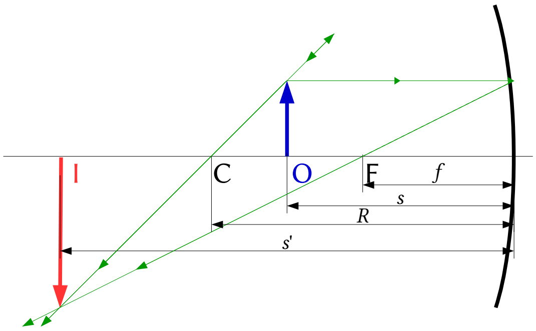
Y se calcula la distancia del objeto:

$$s_e = 3 \cdot \frac{(-0{,}075\ [\text{m}])}{2} = -0{,}11 \text{ m}$$

En el dibujo se representa el objeto O antes del espejo y desde su punto superior se dibujan dos rayos:

- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C).
- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo.

Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen I.



Análisis: En un espejo, la imagen es real si se forma a la izquierda del espejo, ya que los rayos que salen reflejados solo se cortan a la izquierda.

b) Si la lente es convergente, la distancia focal es positiva.

$$f_l = 0{,}075 \text{ m}$$

Como la imagen es real el aumento lateral es negativo.

$$A_L = -2{,}0 = s' / s$$

$$s' = -2{,}0\ s$$

Se aplica la ecuación de los espejos:

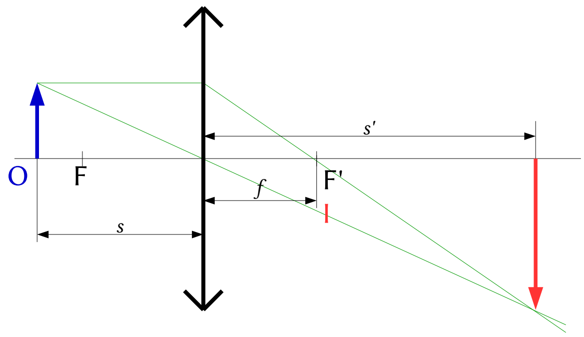
$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{-2{,}0\, s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{0{,}075\ [\text{m}]}$$

Y se calcula la distancia del objeto:

$$s_l = \frac{-3 \cdot 0{,}075\ [\text{m}]}{2} = -0{,}11 \text{ m}$$



Cuestiones y problemas de las Pruebas de acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice u OpenOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM)

Actualizado: 11/02/22