PAU — Código: 25

SETEMBRO 2011

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de un ítem cómo solución a las cuestiones; han de ser razonadas.
Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.
El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1. Plutón describe una órbita elíptica alrededor del Sol. Indica cuál de las siguientes magnitudes es mayor en el afelio (punto más alejado del Sol) que en el perihelio (punto más próximo al Sol): A) Momento angular respecto a la posición del Sol. B) Momento lineal. C) Energía potencial.

C.2. Para obtener una imagen en la misma posición en que está colocado el objeto, ¿qué tipo de espejo y en qué lugar ha de colocarse el objeto?: A) Cóncavo y objeto situado en el centro de curvatura. B) Convexo y objeto situado en el centro de curvatura. C) Cóncavo y objeto situado en el foco.

C.3. Las partículas beta (β) están formadas por: A) Electrones procedentes de la corteza de los átomos. B) Electrones procedentes del núcleo de los átomos. C) Neutrones procedentes del núcleo de los átomos.

C.4. En la medida de la constante elástica de un resorte por el método dinámico, ¿qué influencia tiene en el período: a) La amplitud. b) El número de oscilaciones. c) La masa del resorte? ¿Qué tipo de gráfica se construye a partir de las magnitudes medidas?

P.1. Una carga puntual Q ocupa la posición (0, 0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial es $V = -100$ V y el campo eléctrico es $\overline{\boldsymbol{E}} = -10\,\overline{\mathbf{i}}$ N/C (coordenadas en metros): a) Calcula la posición del punto A y el valor de Q. b) Determina el trabajo necesario para llevar un protón desde el punto B (2, 2) hasta el punto A. c) Haz una representación gráfica aproximada de la energía potencial del sistema en función de la distancia entre ambas cargas. Justifica la respuesta. (Datos: carga del protón: $1{,}6\times10^{-19}$ C; $K = 9\cdot10^{9}$ N·m²·C⁻²).

P.2. Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje X con velocidad $v = 20$ m·s⁻¹. La amplitud de la oda es $A = 0{,}10$ m y su frecuencia es $f = 50$ Hz. a) Escribe la ecuación de la onda. b) Calcula la elongación y la aceleración del punto situado en $x = 2$ m en el instante $t = 0{,}1$ s. c) ¿Cuál es la distancia mínima entre dos puntos situados en oposición de fase?

OPCIÓN B

C.1. Analiza cuál de las siguientes afirmaciones referentes a una partícula cargada es verdadera y justifica por qué: A) Si se mueve en un campo magnético uniforme, aumenta su velocidad cuando se desplaza en la dirección de las líneas del campo. B) Puede moverse en una región en la que existe un campo magnético y un campo eléctrico sin experimentar ninguna fuerza. C) El trabajo que realiza el campo eléctrico para desplazar esa partícula depende del camino seguido.

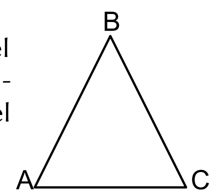
C.2. Razona cuál de las siguientes afirmaciones referidas a la energía de un movimiento ondulatorio es correcta: A) Es proporcional a la distancia al foco emisor de ondas. B) Es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda. C) Es inversamente proporcional a la frecuencia de la onda.

C.3. Una roca contiene el mismo número de núcleos de dos isótopos radiactivos A y B, de periodos de semidesintegración de 1600 años y 1000 años respectivamente; para estos isótopos se cumple que: A) El A tiene mayor actividad radiactiva que B. B) B tiene mayor actividad que A. C) Ambos tienen la misma actividad.

C.4. En la práctica de la medida de g con un péndulo: ¿Cómo conseguirías (sin variar el valor de g) que el péndulo duplique el número de oscilaciones por segundo? ¿Influye el valor de la masa del péndulo en el valor del período?

P.1. Un satélite artificial de 200 kg describe una órbita circular a una altura de 650 km sobre la Tierra. Calcula: a) El periodo y la velocidad del satélite en la órbita. b) La energía mecánica del satélite. c) El cociente entre los valores de la intensidad de campo gravitatorio terrestre en el satélite y en la superficie de la Tierra. (Datos: $M(\mathrm{T}) = 5{,}98\times10^{24}$ kg; $R(\mathrm{T}) = 6{,}37\times10^{6}$ m; $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N·m²·kg⁻²).

P.2. Sobre un prisma equilátero de ángulo 60° (ver figura), incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 50° con la normal a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC: a) Calcula el índice de refracción del prisma. b) Determina el ángulo de desviación del rayo al salir del prisma, dibujando la trayectoria que sigue el rayo. c) Explica si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma. (n(aire) = 1).



Soluciones

OPCIÓN A

C.1. Plutón describe una órbita elíptica alrededor del Sol. Indica cuál de las siguientes magnitudes es mayor en el afelio (punto más alejado del Sol) que en el perihelio (punto más próximo al Sol):
A) Momento angular respecto a la posición del Sol.
B) Momento lineal.
C) Energía potencial.

(A.B.A.U. Sep. 11)

Solución: C

La energía potencial gravitatoria, tomando como origen de energía el infinito, viene dada por la expresión:

$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r}$$

Siendo M la masa que origina el campo gravitatorio, (en este caso la del Sol), m es la masa del objeto situado en él (Plutón), r la distancia entre ambas masas y G la constante de la gravitación universal.
La energía potencial es negativa y será tanto mayor cuanto mayor sea la distancia r, porque, aunque la división dé un número más pequeño, es negativo ($1 < 2$, pero $-1 > -2$)

Las otras opciones:
A. Falsa. En las fuerzas centrales, como la gravitatoria, en la que la dirección de la fuerza es la de la línea que une las masas, el momento cinético (o angular) $\bar{\boldsymbol{L}}_O$ respecto al punto O donde se encuentra la masa M que crea el campo gravitatorio de un objeto de masa m que se mueve a una velocidad $\bar{\boldsymbol{v}}$ es un vector constante.

$$\bar{\boldsymbol{L}}_O = \bar{\boldsymbol{r}} \times m \cdot \bar{\boldsymbol{v}}$$

B. Falsa. El momento lineal $\bar{\boldsymbol{p}}$ de un objeto de masa m que se mueve a una velocidad $\bar{\boldsymbol{v}}$ vale:

$$\bar{\boldsymbol{p}} = m \cdot \bar{\boldsymbol{v}}$$

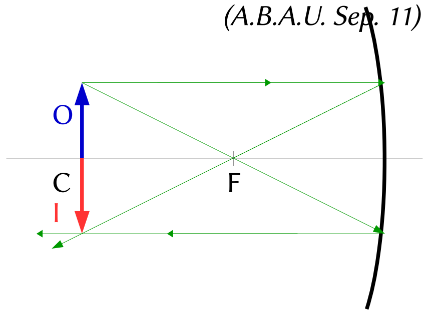
Por la 2ª ley de Kepler, que dice que las áreas descritas por el radiovector que une el Sol con un planeta barre áreas iguales en tiempos iguales, la velocidad en las proximidades del Sol (perihelio) es mayor que cuando está más alejado del él (afelio).

C.2. Para obtener una imagen en la misma posición en que está colocado el objeto, ¿qué tipo de espejo y en qué lugar ha de colocarse el objeto?:
A) Cóncavo y objeto situado en el centro de curvatura.
B) Convexo y objeto situado en el centro de curvatura.
C) Cóncavo y objeto situado en el foco.

(A.B.A.U. Sep. 11)

Solución: A

El resultado se ve en la figura, en la que O es el objeto, I la imagen, C el centro de curvatura y F el foco del espejo cóncavo.



C.3. Las partículas beta (β) están formadas por:
A) Electrones que proceden de la corteza de los átomos.
B) Electrones que proceden del núcleo de los átomos.
C) Neutrones que proceden del núcleo de los átomos.

(A.B.A.U. Sep. 11)

Solución: B

Las leyes de Soddy dicen que cuando un átomo emite radiación β(-), el átomo resultante tiene el mismo número másico pero una unidad más de número atómico.

$$ {}^{A}_{Z}\text{X} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}\text{Y} + {}^{0}_{-1}\text{e} $$

Cuando se analizó la radiación β(-) se descubrió que estaba constituida por electrones. Como la desintegración es debida a la inestabilidad del núcleo, los electrones proceden del núcleo aunque el núcleo está constituido solo por neutrones y protones. Pero se sabe que un neutrón aislado se descompone por interacción débil en poco tiempo (una vida media de unos 15 min) en un protón, un electrón y un antineutrino electrónico.

$$ {}^{1}_{0}\text{n} \longrightarrow {}^{1}_{1}\text{H} + {}^{0}_{-1}\text{e} + {}^{0}_{0}\bar{\nu}_e $$

Por lo que se puede suponer que los electrones nucleares proceden de una desintegración semejante.
Las otras opciones:
A: Falsa. Si un átomo emitiese electrones de su envoltura, se obtendría un átomo del mismo número atómico y másico, solo que una carga positiva (un catión).

$$ {}^{A}_{Z}\text{X} \rightarrow {}^{A}_{Z}\text{X}^{+} + {}^{0}_{-1}\text{e} $$

B: Falsa. La emisión de un neutrón no es una desintegración natural del núcleo. Solo ocurre cuando es bombardeado por otras partículas (incluso neutrones). Las formas de desintegración natural (radiactividad natural) son la desintegración alfa (α = núcleo de helio-4), desintegración beta (β = electrón) y la emisión de radiación gamma (γ = radiación electromagnética de alta energía).

C.4. En la medida de la constante elástica de un resorte por el método dinámico, ¿qué influencia tiene en el período:
a) La amplitud.
b) El número de oscilaciones.
c) La masa del resorte?
¿Qué tipo de gráfica se construye a partir de las magnitudes medidas?

(A.B.A.U. Sep. 11)

Solución:

b) El número de oscilaciones no interviene, pero si el período es pequeño, se minimiza el error midiendo el tiempo de 10 o 20 oscilaciones para determinar el período. Si se emplea un número grande de oscilaciones y el recuento es visual es fácil equivocarse y cometer un error.

Solución:

El período del resorte solo depende de la masa que oscila y de la constante elástica.
En la expresión del período de un M.A.S.

$$ T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} $$

Esta ecuación puede demostrarse así.
Un movimiento armónico simple cumple que la fuerza elástica es proporcional a la elongación.

$$ F = -k \cdot x $$

Pero también cumple que la aceleración recuperadora es proporcional a la elongación x

$$ a = -\omega^2 \cdot x $$

Por la segunda ley de Newton

$$ \Sigma F = m \cdot a $$

Si la fuerza resultante es la elástica

$$-k \cdot x = m \cdot a = m\,(-\omega^2 \cdot x)$$

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

Como la pulsación es

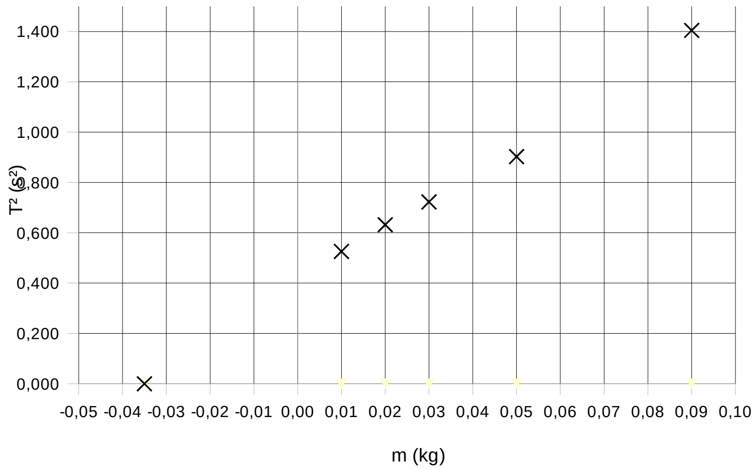
$$\omega = 2\,\pi \;/\; T$$

$$T = 2\,\pi \;/\; \omega$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

En la ecuación se observa que la amplitud no interviene, aunque si se alarga el muelle de forma exagerada las masas colgantes salen disparadas.

El período de oscilación no depende de la longitud, pero sí de la masa del resorte. La dependencia con la masa del resorte no es sencilla, ya que no todo el resorte oscila del mismo modo. Se puede demostrar que el resorte contribuye a la masa oscilante en un sumando que vale la tercera parte de la masa del resorte.
m(oscilante) = m(colgada) + m(resorte) / 3
Al hacer una representación gráfica de los cuadrados de los períodos frente a la masa colgada, la recta no pasa por el origen. La contribución de la masa del resorte es la abscisa en el origen de la gráfica. (En la gráfica que aparece a continuación, la contribución de la masa del resorte sería de 0,035 kg)



La gráfica que se construye es la de los cuadrados de los períodos frente a la masa colgada, ya que, al elevar al cuadrado la expresión del período queda

$$T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k}$$

Es la ecuación de una recta que pasa por el origen y tiene una pendiente = $4\,\pi^2 / k$

P.1. Una carga puntual Q ocupa la posición (0, 0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial es $V = -100$ V y el campo eléctrico es $\overline{\boldsymbol{E}} = -10\,\bar{\mathbf{i}}$ N/C (coordenadas en metros):
a) Calcula la posición del punto A y el valor de Q.
b) Determina el trabajo necesario para llevar un protón desde el punto B (2, 2) hasta el punto A.
c) Haz una representación gráfica aproximada de la energía potencial del sistema en función de la distancia entre ambas cargas. Justifica la respuesta.
Datos: carga del protón: $q_p = 1{,}6\times10^{-19}$ C; $K = 9\cdot10^9$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. Sep. 11)*
Rta.: a) $\bar{\boldsymbol{r}}_A = (10{,}0;\ 0)$ m; $Q = -1{,}11\times10^{-7}$ C; b) $W = -4{,}05\times10^{-17}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición de la carga Q	$\bar{\boldsymbol{r}}_O = (0,\ 0)$ m
Potencial en el punto A	$V = -100$ V
Campo eléctrico en el punto A	$\overline{\boldsymbol{E}} = -10{,}0\,\bar{\mathbf{i}}$ N/C
Posición del punto B	$\bar{\boldsymbol{r}}_B = (2{,}000,\ 2{,}000)$ m
Carga del protón	$q_p = 1{,}60\cdot10^{-19}$ C
Constante eléctrica	$K = 9{,}00\cdot10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Posición del punto A	$\bar{\boldsymbol{r}}_A$
Valor de la carga Q	Q
Trabajo necesario para llevar un protón de B a A	$W_{B\to A}$

Datos — **Cifras significativas: 3**

Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B — r_{AB}

Ecuaciones

Campo eléctrico creado por una carga puntual Q a una distancia r — $\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$

Potencial electrostático de un un punto que dista una distancia r de una carga Q — $V=K\frac{Q}{r}$

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga q desde un punto A hasta otro punto B — $W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$

Energía potencial electrostática de una carga q en un punto A — $E_{p\,A} = q \cdot V_A$

Solución:

a) Se sustituyen los datos en las ecuaciones del campo

$$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

$$-10{,}0\,\vec{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}]=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

Tomando solo el módulo, queda:

$$10{,}0\ [\mathrm{N/C}]=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{|Q|}{r^2}$$

También se sustituye en la ecuación de potencial electrostático:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

$$-100\ [\mathrm{V}]=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{Q}{r}$$

Como en la ecuación del campo aparece el valor absoluto de la carga $|Q|$, aplicamos valores absolutos a la ecuación del potencial, que queda:

$$100\ [\mathrm{V}]=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{|Q|}{r}$$

Se resuelve el sistema

$$\begin{cases} 10{,}0=9{,}00\cdot 10^9\frac{|Q|}{r^2} \\ 100=9{,}00\cdot 10^9\frac{|Q|}{r} \end{cases}$$

Dividiendo la segunda ecuación entre la primera se obtiene

$$r = 10{,}0\ \mathrm{m}$$

Despejando el valor absoluto de la carga $|Q|$ de la segunda ecuación:

$$Q = 1{,}11\cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}$$

El potencial es negativo, por lo tanto la carga debe ser negativa:

$$Q = -1{,}11\cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}$$

Como la intensidad del campo electrostático en el punto es negativa, $\overline{\boldsymbol{E}}_r = -10{,}0\ \bar{\mathbf{i}}$ (N/C), el punto tiene que estar en el semieje positivo:

$$\bar{\boldsymbol{r}}_A = (10{,}0,\ 0)\ \mathrm{m}$$

b) El trabajo que hace la fuerza del campo es

$$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$$

La distancia del punto B a la carga Q es:

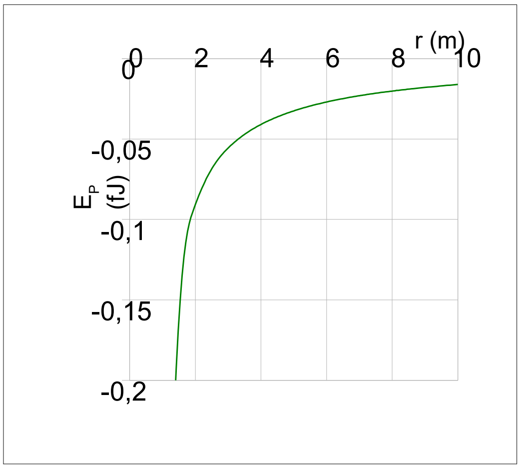
$$r_{OB}=\sqrt{(2{,}00\ [\text{m}])^2+(2{,}00\ [\text{m}])^2}=2{,}83\ \text{m}$$

El potencial en el punto B vale:

$$V_B=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{|-1{,}11\cdot 10^{-7}\ [\text{C}]|}{2{,}83\ [\text{m}]}=-353\ \text{V}$$

El trabajo de la fuerza del campo es

$$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B) = 1{,}60\cdot10^{-19}\ [\text{C}]\cdot(-353-(-100))\ [\text{V}] = -4{,}05\cdot10^{-17}\ \text{J}$$



Suponiendo que salga y llegue con velocidad nula, el trabajo que hay que hacer es:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 4{,}05\cdot10^{-17}\ \text{J}$$

c) La energía potencial de dos cargas viene dada por la expresión:

$$E_p=q\cdot V=K\frac{Q\cdot q}{r}$$

Es inversamente proporcional a la distancia entre ambas cargas.
Como las cargas son de signo opuesto la energía potencial es negativa y aumenta con la distancia hasta ser nula a una distancia infinita.

P.2. Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje X con velocidad $v = 20\ \text{m·s}^{-1}$. La amplitud de la onda es $A = 0{,}10$ m y su frecuencia es $f = 50$ Hz.
a) Escribe la ecuación de la onda.
b) Calcula la elongación y la aceleración del punto situado en $x = 2$ m en el instante $t = 0{,}1$ s.
c) ¿Cuál es la distancia mínima entre dos puntos situados en oposición de fase?

(A.B.A.U. Sep. 11)

Rta.: a) $y = 0{,}10\ \text{sen}(100\ \pi\ t - 5\ \pi\ x)$ [m]; $y = 0$; $a = 0$; c) $\Delta x = 0{,}20$ m.

Datos		***Cifras significativas: 3***
Amplitud		$A = 0{,}100$ m
Frecuencia		$f = 50{,}0\ \text{Hz} = 50{,}0\ \text{s}^{-1}$
Velocidad de propagación		$v_p = 20{,}0$ m/s
Para el cálculo de la elongación y aceleración:	Posición	$x = 2{,}00$ m
	Tiempo	$t = 0{,}100$ s
Incógnitas		
Ecuación de la onda		ω, k
Elongación del punto situado en $x = 2$ m en el instante $t = 0{,}1$ s.		$y(2, 0{,}1)$
Aceleración del punto situado en $x = 2$ m en el instante $t = 0{,}1$ s.		$a(2, 0{,}1)$
Distancia mínima entre dos puntos situados en oposición de fase		Δx
Otros símbolos		
Posición del punto (distancia al foco)		x
Período		T
Longitud de onda		λ
Ecuaciones		
Ecuación de una onda armónica unidimensional		$y = A\cdot\text{sen}(\omega\cdot t \pm k\cdot x)$
Número de onda		$k = 2\ \pi\ /\ \lambda$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia		$\omega = 2\ \pi\cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación		$v_p = \lambda\cdot f$

Solución:

a) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido positivo del eje X:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\,\pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50{,}0\ [\text{s}^{-1}] = 100 \cdot \pi\ [\text{rad·s}^{-1}] = 314\ \text{rad·s}^{-1}$$

Se calcula la longitud de onda a partir de la velocidad de propagación de la onda y de la frecuencia:

$$v_\text{p} = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{20{,}0\ [\text{m/s}]}{50{,}0\ [\text{s}^{-1}]} = 0{,}400\ \text{m}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}{0{,}400\ [\text{m}]} = 5{,}00 \cdot \pi\ [\text{rad/m}] = 15{,}7\ \text{rad/m}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0{,}100 \cdot \text{sen}(100 \cdot \pi \cdot t - 5{,}00 \cdot \pi \cdot x)\ [\text{m}] = 0{,}100 \cdot \text{sen}(314 \cdot t - 15{,}7 \cdot x)\ [\text{m}]$$

b) Para x = 2,00 m y t = 0,100 s, la elongación es:

$$y(2, 0{,}1) = 0{,}100 \cdot \text{sen}(100 \cdot \pi \cdot 0{,}100 - 5{,}00 \cdot \pi \cdot 2{,}00) = 0{,}100 \cdot \text{sen}(0) = 0\ \text{m}$$

La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{\text{d}y}{\text{d}t} = \frac{\text{d}\{0{,}100 \cdot \text{sen}(100 \cdot \pi \cdot t - 5{,}00 \cdot \pi \cdot x)\}}{\text{d}t} = 0{,}100 \cdot 100 \cdot 3{,}14 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t - 5{,}00 \cdot \pi \cdot x)\ [\text{m/s}]$$

$$v = 31{,}4 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t - 5{,}00 \cdot \pi \cdot x)\ [\text{m/s}]$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{\text{d}v}{\text{d}t} = \frac{\text{d}\{31{,}4 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t - 5{,}00 \cdot \pi \cdot x)\}}{\text{d}t} = -31{,}4 \cdot 100 \cdot 3{,}14 \cdot \text{sen}(100 \cdot \pi \cdot t - 5{,}00 \cdot \pi \cdot x)\ [\text{m/s}^2]$$

$$a = -9{,}87 \cdot 10^3\ \text{sen}(100 \cdot \pi \cdot t - 5{,}00 \cdot \pi \cdot x)\ [\text{m/s}^2]$$

Para x = 2,00 m y t = 0,100 s, la aceleración es:

$$a(2, 0{,}1) = -9{,}87 \cdot 10^3\ \text{sen}(100 \cdot \pi \cdot 0{,}100 - 5{,}00 \cdot \pi \cdot 2{,}00) = -9{,}87 \cdot 10^3 \cdot \text{sen}(0) = 0\ \text{m/s}^2$$

(Si la ecuación de onda se escribe en función del coseno, en vez del seno, las respuestas serían:
$y(2, 0{,}1)$ = 0,100 m y $a(2, 0{,}1) = -9{,}87 \cdot 10^3$ m/s²)
Análisis: La aceleración es proporcional y de sentido contrario a la elongación. Si la elongación es nula también lo es la aceleración.

c) En un instante t, la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = [(100 \cdot \pi \cdot t - 5{,}00 \cdot \pi \cdot x_2)] - [(100 \cdot \pi \cdot t - 5{,}00 \cdot \pi \cdot x_1)] = 5{,}00 \cdot \pi\ (x_1 - x_2) = 5{,}00 \cdot \pi \cdot \Delta x$$

Como están en oposición de fase, la diferencia de fase es π [rad]

$$5{,}00\ [\text{rad/m}] \cdot \pi \cdot \Delta x = \pi\ [\text{rad}]$$

$$\Delta x = 1\ [\text{rad}] / (5{,}00\ [\text{rad/m}]) = 0{,}200\ \text{m}$$

Análisis: La longitud de onda es la distancia mínima entre dos puntos que están en fase. La distancia mínima entre dos puntos que están en oposición es fase es: $\Delta x = \lambda / 2$ = 0,200 m, *que coincide con lo calculado.*

OPCIÓN B

C.1. Analiza cuál de las siguientes afirmaciones referentes a una partícula cargada es verdadera y justifica por qué:
A) Si se mueve en un campo magnético uniforme, aumenta su velocidad cuando se desplaza en la dirección de las líneas del campo.
B) Puede moverse en una región en la que existe un campo magnético y un campo eléctrico sin experimentar ninguna fuerza.
C) El trabajo que realiza el campo eléctrico para desplazar esa partícula depende del camino seguido.

(A.B.A.U. Sep. 11)

Solución: B

La fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$ sobre una carga eléctrica q en movimiento se rige por la ley de Lorentz

$$\overline{\boldsymbol{F}} = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$$

Siendo $\overline{\boldsymbol{v}}$ la velocidad de la carga, $\overline{\boldsymbol{B}}$ la inducción magnética (intensidad del campo magnético) y $\overline{\boldsymbol{E}}$ la intensidad del campo electrostático.
Mientras que la dirección de la fuerza eléctrica es paralela al campo electrostático, la dirección de la fuerza magnética es perpendicular al campo magnético.
La partícula puede no experimentar ninguna fuerza si hay un campo magnético y un campo electrostático perpendiculares a la dirección de movimiento de la partícula y perpendiculares entre si, y se cumple que

$$q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q \cdot \overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\boldsymbol{0}}$$

o sea

$$|\overline{\boldsymbol{v}}| \cdot |\overline{\boldsymbol{B}}| = |\overline{\boldsymbol{E}}|$$

C.2. Razona cuál de las siguientes afirmaciones referidas a la energía de un movimiento ondulatorio es correcta:
A) Es proporcional a la distancia al foco emisor de ondas.
B) Es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda.
C) Es inversamente proporcional a la frecuencia de la onda.

(A.B.A.U. Sep. 11)

Solución: B

La energía que transporta una onda material armónica unidimensional es la suma de la cinética y de potencial:

$$E = (E_c + E_p) = ½\ m \cdot v^2 + ½\ k \cdot x^2 = ½\ m \cdot v^2_m = ½\ k \cdot A^2$$

La ecuación de la onda armónica unidimensional es: $y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Derivando con respecto al tiempo: $v = \mathrm{d}\,y / \mathrm{d}\,t = -A \cdot \omega \cdot \mathrm{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Es máxima cuando $-\mathrm{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x) = 1$, $v_m = A \cdot \omega$
Sustituyendo en la ecuación de la energía: $E = ½\ m \cdot v^2_m = ½\ m \cdot A^2 \cdot \omega^2$
Como la pulsación ω o frecuencia angular es proporcional a la frecuencia f: $\omega = 2\,\pi \cdot f$

$$E = ½\ m \cdot A^2 \cdot \omega^2 = ½\ m \cdot A^2\,(2\,\pi \cdot f)^2 = 2\,\pi^2\ m \cdot A^2 \cdot f^2$$

La energía que transporta una onda es proporcional a los cuadrados de la frecuencia y de la amplitud.

C.3. Una roca contiene el mismo número de núcleos de dos isótopos radiactivos A y B, de periodos de semidesintegración de 1600 años y 1000 años respectivamente; para estos isótopos se cumple que:
A) El A tiene mayor actividad radiactiva que B.
B) B tiene mayor actividad que A.
C) Ambos tienen la misma actividad.

(A.B.A.U. Sep. 11)

Solución: B

La actividad radiactiva es el número de desintegraciones por segundo y es proporcional a la cantidad de isótopo radiactivo

$$A = -\,\mathrm{d}\,N / \mathrm{d}\,t = \lambda \cdot N$$

Siendo λ la constante de desintegración radiactiva.
Integrando la ecuación anterior, se encuentra la relación entre λ y el período de semidesintegración $T_{½}$.

$$N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

$$\lambda = \ln (N_0 / N) / t$$

Cuando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$

$$\lambda = \ln 2 / T_{½}$$

Tendrá una constante λ de desintegración mayor el isótopo de menor período de semidesintegración.

C.4. En la práctica de la medida de *g* con un péndulo: ¿cómo conseguirías (sin variar el valor de *g*) que el péndulo duplique el número de oscilaciones por segundo? ¿Influye el valor de la masa del péndulo en el valor del período?

(A.B.A.U. Sep. 11)

Solución:

Para conseguir duplicar la frecuencia, o lo que es lo mismo, disminuir a la mitad el período, habría que hacer la longitud del péndulo 4 veces menor, ya que el período de un péndulo ideal viene dado por la ecuación:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Si $L' = L / 4$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L/4}{g}} = \pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{T}{2}$$

La ecuación del período *T* del péndulo es independiente de la masa, y sólo depende de la longitud "*l*" del péndulo. Esto se comprueba en el laboratorio sustituyendo la masa y volviendo a medir el período (o midiendo los períodos de distintos péndulos de la misma longitud pero de los que cuelgan distintas masas)

P.1. Un satélite artificial de 200 kg describe una órbita circular a una altura de 650 km sobre la Tierra. Calcula:

a) El periodo y la velocidad del satélite en la órbita.
b) La energía mecánica del satélite.
c) El cociente entre los valores de la intensidad de campo gravitatorio terrestre en el satélite y en la superficie de la Tierra.

Datos: $M(\mathrm{T}) = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R(\mathrm{T}) = 6{,}37 \cdot 10^{6}$ m; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻². *(A.B.A.U. Sep. 11)*

Rta.: a) $v = 7{,}54$ km/s; $T = 1$ h 38 min; b) $E = -5{,}68 \cdot 10^{9}$ J; c) $g_h/g_0 = 0{,}824$.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa del satélite	$m = 200$ kg
Altura de la órbita	$h = 650$ km $= 6{,}50 \cdot 10^{5}$ m
Masa de la Tierra	$M = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg
Radio de la Tierra	$R = 6{,}37 \cdot 10^{6}$ m
Constante de la gravitación universal	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Incógnitas	
Valor de la velocidad del satélite en su órbita alrededor de la Tierra	v
Período orbital del satélite	T

Incógnitas

Energía mecánica del satélite en órbita	E
Cociente entre los valores de g en el satélite y en la superficie de la Tierra.	g_h/g_0

Otros símbolos

Masa de la Tierra	M
Constante de la gravitación universal	G

Ecuaciones

Velocidad de un satélite a una distancia r del centro de un astro de masa M	$v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r y período T	$v=\frac{2\pi\cdot r}{T}$
Energía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)	$E_p=-G\frac{M\cdot m}{r}$
Energía mecánica	$E = E_c + E_p$
Intensidad del campo gravitatorio terrestre a una distancia r del centro	$g=\frac{F_G}{m}=G\frac{M}{r^2}$

Solución:

a) El satélite describe una trayectoria aproximadamente circular de radio

$$r = R + h = 6{,}37\cdot10^6\ [\text{m}] + 6{,}50\cdot10^5\ [\text{m}] = 7{,}02\cdot10^6\ \text{m}$$

La velocidad de un satélite que gira a una distancia r alrededor del centro de un astro de masa M es:

$$v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}=\sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\cdot5{,}98\cdot10^{24}\ [\text{kg}]}{7{,}02\cdot10^6\ [\text{m}]}}=7{,}54\cdot10^3\ \text{m/s}=7{,}54\ \text{km/s}$$

Análisis: Se espera que un objeto que se mueva alrededor de la Tierra tenga una velocidad de algunos km/s. *El resultado está está de acuerdo con esta suposición.*

El período se calcula a partir de la expresión de la velocidad en el movimiento circular uniforme:

$$T=\frac{2\pi\cdot r}{v}=\frac{2\cdot3{,}14\cdot7{,}02\cdot10^6\ [\text{m}]}{7{,}54\cdot10^3\ [\text{m/s}]}=5{,}85\cdot10^3\ \text{s}=1\ \text{h}\ 38\ \text{min}$$

b) La energía potencial viene dada por:

$$E_p=-G\frac{M\cdot m}{r}=-\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\cdot5{,}98\cdot10^{24}\ [\text{kg}]\cdot200\ [\text{kg}]}{7{,}02\cdot10^6[\text{m}]}=-1{,}14\cdot10^{10}\ \text{J}$$

La energía cinética vale:

$$E_c = m \cdot v^2/2 = [200\ [\text{kg}]\ (7{,}54\cdot10^3\ [\text{m/s}])^2] / 2 = 5{,}68\cdot10^9\ \text{J}$$

La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial:

$$E = E_c + E_p = 5{,}68\cdot10^9\ [\text{J}] + (-\ 1{,}14\cdot10^{10}\ [\text{J}]) = -5{,}68\cdot10^9\ \text{J}$$

Análisis: La energía mecánica tiene el valor opuesto al de la energía cinética

c) La intensidad del campo gravitatorio en un punto que dista r del centro de la Tierra es la fuerza sobre la unidad de masa situada en ese punto.

$$g=\frac{F_G}{m}=\frac{G\cdot M\cdot \cancel{m}/r^2}{\cancel{m}}=G\frac{M}{r^2}$$

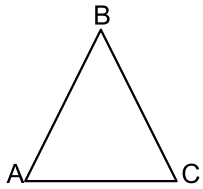
La gravedad a una altura h vale: $g_h=G\frac{M}{(R+h)^2}$

En la superficie de la Tierra vale: $g_0=G\frac{M}{R^2}$

Dividiendo la primera entre la segunda queda:

$$\frac{g_h}{g_0}=\frac{\cancel{G\cdot M}/(R+h)^2}{\cancel{G\cdot M}/R^2}=\frac{R^2}{(R+h)^2}=\frac{(6{,}37\cdot 10^6\ [\mathrm{m}])^2}{(7{,}02\cdot 10^6\ [\mathrm{m}])^2}=0{,}824$$

P.2. Sobre un prisma equilátero de ángulo 60° (ver figura), incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 50° con la normal a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC:



a) Calcula el índice de refracción del prisma.
b) Determina el ángulo de desviación del rayo al salir del prisma, dibujando la trayectoria que sigue el rayo.
c) Explica si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma.

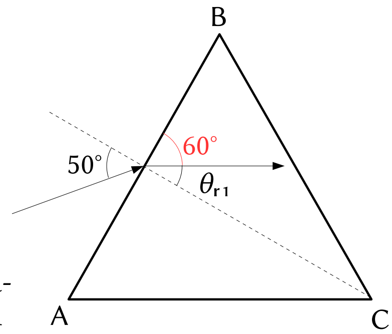
Dato: n_a = 1. *(A.B.A.U. Sep. 11)*

Rta.: a) n_p = 1,5; b) θ_{r2} = 50°.

Datos	***Cifras significativas: 2***
Ángulos del triángulo equilátero	θ = 60°
Ángulo de incidencia	θ_i = 50°
Índice de refracción del aire	n_a = 1,0
Incógnitas	
Índice de refracción del prisma	n_p
Ángulo de desviación del rayo al salir del prisma	θ_{r2}
Ecuaciones	
Ley de Snell de la refracción	$n_i \cdot \operatorname{sen} \theta_i = n_r \cdot \operatorname{sen} \theta_r$

Solución:

a) En la ley de Snell de la refracción



$$n_i \cdot \operatorname{sen} \theta_i = n_r \cdot \operatorname{sen} \theta_r$$

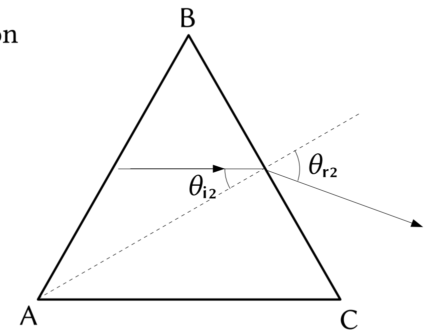
n_i y n_r representan los índices de refracción de los medios incidente y refractado

θ_i y θ_r representan los ángulos de incidencia y refracción que forma cada rayo con la normal a la superficie de separación entre los dos medios.

El primer ángulo de refracción θ_{r1}, que forma el rayo de luz refractado paralelo a la base del prisma, vale 30°, ya que es el complementario al de 60° del triángulo equilátero.

$$n_p=n_r=\frac{n_i\cdot \operatorname{sen}\theta_{i1}}{\operatorname{sen}\theta_{r1}}=\frac{1{,}0\cdot \operatorname{sen} 50°}{\operatorname{sen} 30°}=1{,}5$$

b) Cuando el rayo sale del prisma, el ángulo de incidencia θ_{i2} del rayo con la normal al lado BC vale 30°. Volviendo a aplicar la ley de Snell



$$\operatorname{sen}\theta_{r2}=\frac{n_i\cdot \operatorname{sen}\theta_{i2}}{n_r}=\frac{1{,}5\cdot \operatorname{sen} 30°}{1{,}0}=0{,}77$$

$$\theta_{r2} = \operatorname{arcsen} 0{,}77 = 50°$$

c) La frecuencia f de una onda electromagnética es una característica de la misma y no varía con el medio.

La longitud de onda λ está relacionada con ella por

$$c = \lambda \cdot f$$

La velocidad de la luz en un medio transparente es siempre menor que en el vacío. El índice de refracción del medio es el cociente entre ambas velocidades.

$$n=\frac{c}{v}$$

La velocidad de la luz en el aire es prácticamente igual a la del vacío, mientras que en el prisma es 1,5 veces menor. Como la frecuencia es la misma, la longitud de onda (que es inversamente proporcional a la frecuencia) en el prisma es 1,5 veces menor que en el aire.

Cuestiones y problemas de las Pruebas de acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice u OpenOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM)

Actualizado: 11/02/22