CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAAU** **Xuño 2009**	**Código:** **22**

FÍSICA

Elegir y desarrollar un problema y/o cuestión de cada uno de los bloques. El bloque de prácticas solo tiene una opción.
Puntuación máxima: Problemas 6 puntos (1 cada apartado). Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica)
No se valorará la simple anotación de un ítem como solución a las cuestiones teóricas; han de ser razonadas.
Puede usarse calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.

BLOQUE 1: GRAVITACIÓN (Elige una cuestión) (razona la respuesta) (puntuación 1 p)

1.1. Si una masa se mueve estando sometida solo a la acción de un campo gravitacional: a) Aumenta su energía potencial. B) Conserva su energía mecánica. C) Disminuye su energía cinética.
1.2. Se dispone de dos objetos, uno de 5 kg y otro de 10 kg y se dejan caer desde una cornisa de un edificio, ¿cuál llega antes al suelo? A) El de 5 kg. B) El de 10 kg. C) Los dos simultáneamente.

BLOQUE 2: ELECTROMAGNETISMO (Elige un problema) (puntuación 3 p)

2.1. Dos cargas eléctricas de 3 mC están situadas en A(4, 0) y B(−4, 0) (en metros). Calcula: a) El campo eléctrico en C(0, 5) y en D(0, 0). b) El potencial eléctrico en los mismos puntos C y D. c) El trabajo para trasladar $q' = -1$ mC desde C a D. (Datos: $K = 9\times10^9$ N·m²·C⁻²; 1 mC = 10^{-3} C).
2.2. Dos conductores rectos, paralelos y largos están situados en el plano XY y paralelos al eje Y. Uno pasa por el punto (10, 0) cm y el otro por el (20, 0) cm. Ambos conducen corrientes eléctricas de 5 A en el sentido positivo del eje Y. a) Explica la expresión utilizada para el cálculo del vector campo magnético creado por un largo conductor rectilíneo con corriente I. b) Calcula el campo magnético en el punto (30, 0) cm. c) Calcula el campo magnético en el punto (15, 0) cm. (Dato: $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ (S.I.)).

BLOQUE 3: VIBRACIONES Y ONDAS (Elige un problema) (puntuación 3 p)

3.1. Una masa de 5 g realiza un movimiento armónico simple de frecuencia 1 Hz y amplitud 10 cm. Si en t = 0 la elongación es la mitad de la amplitud, calcula: a) La ecuación del movimiento. b) La energía mecánica. c) ¿En qué punto de la trayectoria es máxima la energía cinética y en cuáles es máxima la energía potencial?
3.2. La ecuación de una onda es $y(x, t) = 2 \cos 4\pi (5t - x)$ (S.I.). Calcula: a) La velocidad de propagación. b) La diferencia de fase entre dos puntos separados 25 cm. c) En la propagación de una onda ¿qué se transporta materia o energía? Justifícalo con un ejemplo.

BLOQUE 4: LUZ (Elige una cuestión) (razona la respuesta) (puntuación 1 p)

4.1. Una onda luminosa: A) No se puede polarizar. B) Su velocidad de propagación es inversamente proporcional al índice de refracción del medio. C) Puede no ser electromagnética.
4.2. Para obtener una imagen virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto se usa: A) Una lente divergente. B) Una lente convergente. C) Un espejo convexo.

BLOQUE 5: FÍSICA MODERNA (Elige una cuestión) (razona la respuesta) (puntuación 1 p)

5.1. En una reacción nuclear de fisión: A) Se funden núcleos de elementos ligeros (deuterio o tritio). B) Es siempre una reacción espontánea. C) Se libera gran cantidad de energía asociada al defecto de masa.
5.2. Si la vida media de un isótopo radiactivo es $5{,}8\times10^{-6}$ s, el periodo de semidesintegración es:
A) $1{,}7\times10^5$ s. B) $4{,}0\times10^{-6}$ s. C) $2{,}9\times10^5$ s.

BLOQUE 6. PRÁCTICA (puntuación 1 p)

6. Se hacen 5 experiencias con un péndulo simple. En cada una se realizan 50 oscilaciones de pequeña amplitud y se mide con un cronómetro el tiempo empleado. La longitud del péndulo es l = 1 m. Con estos datos calcula la aceleración de la gravedad.

Experiencia	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Tiempo(s) empleado en 50 oscilaciones	101	100	99	98	102

Soluciones

BLOQUE 1: GRAVITACIÓN

1.1. Si una masa se mueve estando sometida solo a la acción de un campo gravitacional:
A) Aumenta su energía potencial.
B) Conserva su energía mecánica.
C) Disminuye su energía cinética.

(P.A.U. Jun. 09)

Solución: B

El campo gravitatorio es un campo de fuerzas conservativo. El trabajo de la fuerza gravitatoria, cuando una masa se desplaza de un punto 1 a un punto 2, es independiente del camino seguido y solo depende de los puntos inicial y final. Se define una magnitud llamada energía potencial E_p de forma que:

$$W_{1\to 2} = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p$$

El trabajo de la fuerza gravitatoria es igual a la variación (cambiada de signo) de la energía potencial.
Como el trabajo de la fuerza resultante es, por el principio de la energía cinética, igual a la variación de energía cinética:

$$W(\text{resultante}) = E_{\Leftrightarrow 2} - E_{\Leftrightarrow 1} = \Delta E_{\Leftrightarrow}$$

Si la única fuerza que realiza trabajo es la fuerza gravitatoria, ambos trabajos son iguales:

$$W_{1\to 2} = W(\text{resultante})$$

$$E_{p1} - E_{p2} = E_{\Leftrightarrow 2} - E_{\Leftrightarrow 1}$$

$$E_{p1} + E_{\Leftrightarrow 1} = E_{p2} + E_{\Leftrightarrow 2}$$

La energía mecánica (suma de la energía cinética y potencial) se conserva.

1.2. Se dispone de dos objetos, uno de 5 kg y otro de 10 kg y se dejan caer desde una cornisa de un edificio, ¿cuál llega antes al suelo?
A) El de 5 kg.
B) El de 10 kg.
C) Los dos simultáneamente.

(P.A.U. Jun. 09)

Solución: C

La aceleración de la gravedad (en ausencia de rozamientos y empujes) cerca de la superficie de la Tierra es constante para alturas pequeñas comparadas con el radio de la Tierra, ya que el campo gravitatorio lo es:

$$g = G\frac{M}{r^2} = G\frac{M}{(R+h)^2} \overset{h \ll R}{\approx} G\frac{M}{R^2} = \text{constante}$$

La única fuerza que actúa es el peso, $P = m \cdot g$ y, según la 2ª ley de Newton, la aceleración es:

$$a = F / m = P / m = g = \text{constante.}$$

El movimiento de caída libre, en una dimensión, de un cuerpo sometido a una aceleración constante viene dado por la ecuación:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + ½\, a \cdot t^2$$

La aceleración es la misma (g_0 = 9,8 m/s²), lo mismo que la velocidad inicial (v_0 = 0) y el desplazamiento hasta llegar al suelo (Δx), por lo que el tiempo será el mismo.

Si se tuviese en cuenta el rozamiento con el aire, que depende del perfil aerodinámico del objeto y de la velocidad, el tiempo podría ser distinto.
Un caso posible es que la fuerza de rozamiento fuese constante. Entonces la fuerza resultante sobre un ob-

jeto de masa m sería:

$$F(\text{resultante}) = m \cdot g - F(\text{rozamiento})$$

La aceleración sería constante para cada objeto, pero dependería de la masa.

$$a=\frac{F(\text{resultante})}{m}=\frac{m \cdot g - F(\text{rozamiento})}{m}=g-\frac{F(\text{rozamiento})}{m}$$

Cuanto mayor fuese la masa, mayor sería la aceleración (ya que el término F(rozamiento) / m sería menor) y el cuerpo de mayor masa llegaría antes al suelo.

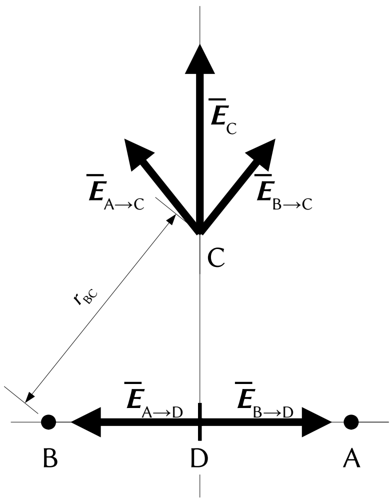
BLOQUE 2: ELECTROMAGNETISMO

2.1. Dos cargas eléctricas de 3 mC están situadas en A(4, 0) y B(-4, 0) (en metros). Calcula:
a) El campo eléctrico en C(0, 5) y en D(0, 0).
b) El potencial eléctrico en los mismos puntos C y D.
c) El trabajo para trasladar q' = −1 mC desde C a D.
Datos: $K = 9\times10^9$ N·m²·C⁻²; 1 mC = 10^{-3} C. *(P.A.U. Jun. 09)*
Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_C = 1,03\times10^6\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C; $\overline{\boldsymbol{E}}_D = \overline{\mathbf{0}}$; b) V_C= 8,4×106 V; $V_D = 1,3\times10^7$ V c) $W_e = -5,1\times10^3$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición de la carga Q_1	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (4,00,\ 0)$ m
Posición de la carga Q_2	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (-4,00,\ 0)$ m
Posición del punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (0,\ 5,00)$ m
Posición del punto D	$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (0,\ 0)$ m
Valor de la carga situada en el punto A	$Q_1 = 3,00$ mC $= 3,00\cdot10^{-3}$ C
Valor de la carga situada en el punto B	$Q_2 = 3,00$ mC $= 3,00\cdot10^{-3}$ C
Valor de la carga que se traslada	$q = -1,00$ mC $= -1,00\cdot10^{-3}$ C
Constante eléctrica	$K = 9,00\cdot10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Intensidad del campo electrostático en los puntos C y D	$\overline{\boldsymbol{E}}_C$, $\overline{\boldsymbol{E}}_D$
Potencial electrostático en los puntos C y D	V_C, V_D
Trabajo para trasladar una carga de −1 mC desde C a D	$W_{C\to D}$
Otros símbolos	
Distancia entre dos puntos A y B	r_{AB}
Ecuaciones	
Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r	$\vec{\boldsymbol{E}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A=\sum \vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga q desde un punto A hasta otro punto B	$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$

Solución:

a) Se hace un dibujo con los vectores intensidad de campo electrostático creado por cada carga y la suma vectorial, que es el vector campo $\overline{\boldsymbol{E}}$ resultante.



Para el punto C(0, 5):
Las distancias entre los puntos AC y BC son las mismas:

$$r_{AC}=r_{BC}=|\vec{\boldsymbol{r}}_C-\vec{\boldsymbol{r}}_A|=\sqrt{(0\,[\text{m}]-(-4,00\,[\text{m}]))^2+(5,00\,[\text{m}]-0\,[\text{m}])^2}=6,40\text{ m}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto C, debida a la carga de 3 mC situada en el punto A, es:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{A\to C}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^{2}\cdot C^{-2}}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}]}{(6{,}40\ [\mathrm{m}])^{2}}\frac{(-4{,}00\ \vec{\mathbf{i}}+5{,}00\ \vec{\mathbf{j}})}{6{,}40}=(-4{,}11\cdot 10^{5}\ \vec{\mathbf{i}}+5{,}14\cdot 10^{5}\ \vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto C(0, 5) debida a la carga de 3 mC situada en el punto B es simétrica a la del punto A:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{B\to C} = (4{,}11\cdot 10^{5}\ \overline{\mathbf{i}} + 5{,}14\cdot 10^{5}\ \overline{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

Por el principio de superposición, la intensidad de campo electrostático resultante en el punto C(0, 5) es la suma vectorial de las intensidades de campo de cada carga:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{C} = \overline{\boldsymbol{E}}_{A\to C} + \overline{\boldsymbol{E}}_{B\to C} = (-4{,}11\cdot 10^{5}\ \overline{\mathbf{i}} + 5{,}14\cdot 10^{5}\ \overline{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] + (4{,}11\cdot 10^{5}\ \overline{\mathbf{i}} + 5{,}14\cdot 10^{5}\ \overline{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] = 1{,}03\cdot 10^{6}\ \overline{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Análisis: La dirección del campo resultante es vertical hacia arriba, como se ve en el dibujo.

Para el punto D(0, 0):
Como las distancias AD y BD son las mismas y las cargas situadas en A y en B son iguales, los vectores intensidad de campo electrostático creados por las cargas en A y en B son opuestos (mismo valor y dirección pero sentido contrario como se ve en el dibujo) por lo que su resultante es nula.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{D} = \overline{\mathbf{0}}$$

b) Los potenciales en el punto C(0, 5) debidos a cada carga son iguales y valen:

$$V_{B\to C}=V_{A\to C}=V_{1}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^{2}\cdot C^{-2}}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}]}{(6{,}40\ [\mathrm{m}])}=4{,}22\cdot 10^{6}\ \mathrm{V}$$

El potencial electrostático de un punto debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_{C} = V_{A\to C} + V_{B\to C} = 2 \cdot V_{1} = 2 \cdot 4{,}22\cdot 10^{6}\ [\mathrm{V}] = 8{,}43\cdot 10^{6}\ \mathrm{V}$$

Análogamente para el punto D(0, 0)

$$V_{B\to D}=V_{A\to D}=V_{2}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^{2}\cdot C^{-2}}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}]}{(4{,}00\ [\mathrm{m}])}=6{,}75\cdot 10^{6}\ \mathrm{V}$$

$$V_{D} = V_{A\to D} + V_{B\to D} = 2 \cdot V_{2} = 2 \cdot 6{,}75\cdot 10^{6}\ [\mathrm{V}] = 13{,}5\cdot 10^{6}\ \mathrm{V}$$

c) El trabajo que hace la fuerza del campo es

$$W_{C\to D} = q\ (V_{C} - V_{D}) = -1{,}00\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}] \cdot (8{,}43\cdot 10^{6} - 13{,}5\cdot 10^{6})\ [\mathrm{V}] = 5{,}1\cdot 10^{3}\ \mathrm{J}$$

Suponiendo que salga y llegue con velocidad nula, el trabajo que hay que hacer es:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = -5{,}1\cdot 10^{3}\ \mathrm{J}$$

2.2. Dos conductores rectos, paralelos y largos están situados en el plano *XY* y paralelos al eje *Y*. Uno pasa por el punto (10, 0) cm y el otro por el (20, 0) cm. Ambos conducen corrientes eléctricas de 5 A en el sentido positivo del eje *Y*.
a) Explica la expresión utilizada para el cálculo del vector campo magnético creado por un largo conductor rectilíneo con corriente *I*.
b) Calcula el campo magnético en el punto (30, 0) cm.
c) Calcula el campo magnético en el punto (15, 0) cm.
Dato: $\mu_0 = 4\ \pi\ 10^{-7}$ (S.I.). *(P.A.U. Jun. 09)*
Rta: b) $\overline{\boldsymbol{B}}_3 = -15\times 10^{-6}\ \overline{\mathbf{k}}$ T; c) $\overline{\boldsymbol{B}}_4 = \overline{\mathbf{0}}$.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Intensidad de corriente por cada conductor	$I = 5{,}00$ A
Posición del punto por el que pasa el primer conductor	$\overline{\boldsymbol{r}}_1$ (10,0, 0) cm = (0,0100, 0) m
Posición del punto por el que pasa el segundo conductor	$\overline{\boldsymbol{r}}_2$ (20,0, 0) cm = (0,0200, 0) m
Posición del punto en el que hay que calcular el campo magnético del apdo. a	$\overline{\boldsymbol{r}}_3$ (30,0, 0) cm = (0,0300, 0) m
Posición del punto en el que hay que calcular el campo magnético del apdo. b	$\overline{\boldsymbol{r}}_4$ (15,0, 0) cm = (0,0150, 0) m
Permeabilidad magnética del vacío	$\mu_0 = 4\ \pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m\cdot A^{-1}}$

Incógnitas

Campo magnético en el punto (30, 0) cm $\overline{\boldsymbol{B}}_3$

Campo magnético en el punto (15, 0) cm $\overline{\boldsymbol{B}}_4$

Ecuaciones

Ley de Biot y Savart: campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ creado a una distancia r por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente I $\quad B=\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$

Principio e superposición: $\overline{\boldsymbol{B}} = \sum \overline{\boldsymbol{B}}_i$

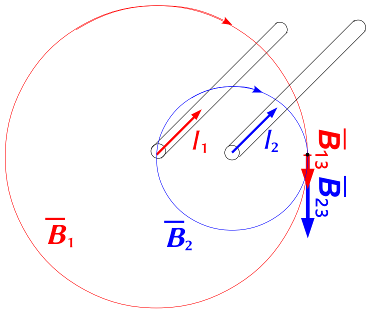
Solución:

a) El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.

El valor del campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ creado a una distancia r por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente I viene dado por la expresión:

$$B=\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

b) En el diagrama se dibujan los campos magnéticos $\overline{\boldsymbol{B}}_1$ y $\overline{\boldsymbol{B}}_2$ creados por ambos conductores en el punto C(30, 0) cm.

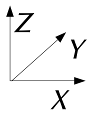


El campo magnético creado por el conductor 1 que pasa por (10, 0) cm en el punto 3 (30, 0) cm es:

$$\vec{\boldsymbol{B}}_{1\rightarrow 3}=\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r}(-\vec{\mathbf{k}})=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{T \cdot m \cdot A^{-1}}] \cdot 5{,}00\ [\mathrm{A}]}{2\pi \cdot 0{,}200\ [\mathrm{m}]}(-\vec{\mathbf{k}})=-5{,}00 \cdot 10^{-6}\,\vec{\mathbf{k}}\ \mathrm{T}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 que pasa por (20, 0) cm en el punto 3(30, 0) cm es:

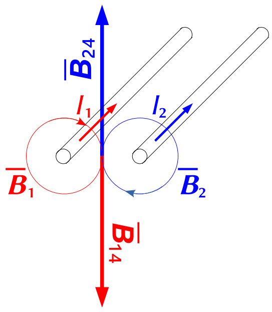
$$\vec{\boldsymbol{B}}_{2\rightarrow 3}=\frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r}(-\vec{\mathbf{k}})=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{T \cdot m \cdot A^{-1}}] \cdot 5{,}00\ [\mathrm{A}]}{2\pi \cdot 0{,}100\ [\mathrm{m}]}(-\vec{\mathbf{k}})=-10{,}0 \cdot 10^{-6}\,\vec{\mathbf{k}}\ \mathrm{T}$$



El campo magnético resultante es la suma vectorial de ambos:

$$\overline{\boldsymbol{B}}_3 = \overline{\boldsymbol{B}}_{1\rightarrow 3} + \overline{\boldsymbol{B}}_{2\rightarrow 3} = (-5{,}00 \cdot 10^{-6}\ \overline{\mathbf{k}})\ [\mathrm{T}] + (-10{,}0 \cdot 10^{-6}\ \overline{\mathbf{k}})\ [\mathrm{T}] = -15{,}0 \cdot 10^{-6}\ \overline{\mathbf{k}}\ \mathrm{T}$$

c) El campo magnético creado por el conductor 1 en el punto 4 equidistante de ambos conductores es:



$$\vec{\boldsymbol{B}}_{1\rightarrow 4}=\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r}(-\vec{\mathbf{k}})=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{T \cdot m \cdot A^{-1}}] \cdot 5{,}00\ [\mathrm{A}]}{2\pi \cdot 0{,}050\ [\mathrm{m}]}(-\vec{\mathbf{k}})=-2{,}00 \cdot 10^{-5}\,\vec{\mathbf{k}}\ \mathrm{T}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 en el punto 4 equidistante de ambos conductores es opuesto, de igual magnitud y dirección pero de sentido opuesto, por lo que la resultante es nula.

$$\overline{\boldsymbol{B}}_4 = \overline{\mathbf{0}}$$

BLOQUE 3: VIBRACIONES Y ONDAS

3.1. Una masa de 5 g realiza un movimiento armónico simple de frecuencia 1 Hz y amplitud 10 cm. Si en t = 0 la elongación es la mitad de la amplitud, calcula:

a) La ecuación del movimiento.

b) La energía mecánica.

c) ¿En qué punto de la trayectoria es máxima la energía cinética y en cuáles es máxima la energía potencial?

(P.A.U. Jun. 09)

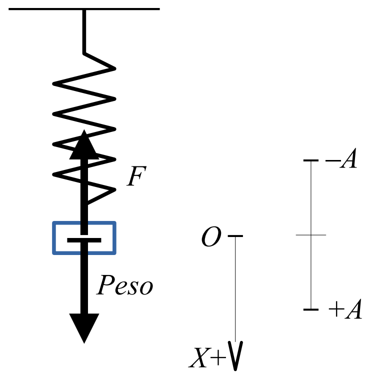
Rta.: a) x = 0,100 sen(2 π t + π / 6) [m]; b) E = 9,87×10⁻⁴ J; c) $E_{c\ m} \Rightarrow x = 0$; $E_{p\ m} \Rightarrow x = A$.

Datos ***Cifras significativas: 3***

Masa que realiza el M.A.S. m = 5,00 g = 0,00500 kg

Datos	***Cifras significativas: 3***
Amplitud	A = 10,0 cm = 0,100 m
Posición inicial	$x_0 = \pm A / 2 = \pm 0{,}0500$ m
Frecuencia	f = 1,00 Hz
Incógnitas	
Ecuación del movimiento (frecuencia angular y fase inicial)	ω, φ_0
Energía mecánica	E
Otros símbolos	
Constante elástica del resorte	k
Pulsación (frecuencia angular)	ω
Fase inicial	φ_0
Fuerza recuperadora elástica	F
Ecuaciones	
Ecuación de movimiento en el M.A.S.	$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\,\pi \cdot f$
Relación entre la frecuencia angular y la constante elástica	$k = m \cdot \omega^2$
Energía potencial elástica	$E_p = ½\, k \cdot x^2$
Energía cinética	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Energía mecánica	$E = (E_c + E_p) = ½\, k \cdot A^2$

Solución:



a) La ecuación de movimiento de un M.A.S. puede escribirse

$$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

(En «M.A.S.: obtener la ecuación de movimiento» se expone el fundamento teórico.)
La amplitud es un dato: A = 0,100 m
La frecuencia angular se calcula a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\,\pi \cdot f = 2\,\pi\ [\text{rad}] \cdot 1{,}00\ [\text{Hz}] = 2\,\pi\ [\text{rad/s}] = 6{,}28\ \text{rad/s}$$

Para calcular la fase inicial se elige un sistema de referencia con origen O en la posición de equilibrio y el eje X+ vertical en el sentido del alargamiento (hacia abajo) y se sustituyen en la ecuación de movimiento los datos y los valores de la posición inicial:

$$A / 2 = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot 0 + \varphi_0)$$

$$\text{sen}(\varphi_0) = 1 / 2$$

$$\varphi_0 = \text{arcsen}(1/2)$$

Hay dos soluciones: $\varphi_{01} = \pi / 6$ y $\varphi_{02} = 5\,\pi / 6$.
Se necesitaría conocer el sentido del movimiento para poder elegir entre ellas. A falta de ese dato, se elige arbitrariamente, por ejemplo: $\varphi_{01} = \pi / 6$, que corresponde al desplazamiento en sentido positivo.
La ecuación de movimiento queda:

$$x = 0{,}100 \cdot \text{sen}(2\,\pi \cdot t + \pi / 6)\ [\text{m}]$$

(Si se hubiese elegido la ecuación $x = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$, también habría dos soluciones para la fase inicial: $\varphi_{01} = -\pi / 3$ y $\varphi_{02} = \pi / 3$)
Análisis: Cualquiera de las ecuaciones de movimiento propuestas cumple la condición de la posición inicial (para t = 0, x_0 = 0,0500 m o x_0 = −0,0500 m).

b) La energía mecánica puede calcularse como la suma de las energías cinética y potencial en cualquier instante, la energía cinética máxima o la energía potencial máxima:

$$E = (E\Leftrightarrow + E_p) = ½\, m \cdot v^2 + ½\, k \cdot x^2 = ½\, m \cdot v_m^2 = ½\, k \cdot A^2$$

Si se opta por la última, hay que calcular el valor de la constante elástica.

$$k = m \cdot \omega^2 = 0{,}00500\ [\text{kg}] \cdot (6{,}28\ [\text{rad/s}])^2 = 0{,}197\ \text{N/m}$$

Energía mecánica:

$$E = k \cdot A^2 / 2 = 0{,}197 \text{ [N/m] } (0{,}0500 \text{ [m]})^2 / 2 = 9{,}87 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Se podría haber calculado la energía mecánica como la energía cinética máxima. La velocidad en un instante es la derivada de la posición con respecto al tiempo. Derivando la ecuación de movimiento queda:

$$v = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\{0{,}100 \cdot \mathrm{sen}(2\,\pi \cdot t + \pi/6)\}}{\mathrm{d}\,t} = 0{,}100 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \cos(2\,\pi \cdot t + \pi/6) = 0{,}628 \cdot \cos(2\,\pi \cdot t + \pi/6) \text{ m/s}$$

La velocidad tiene un valor máximo cuando el coseno de la fase vale 1.

$$v_m = 0{,}628 \text{ m/s}$$

$$E⇔_m = m \cdot v^2_m / 2 = 0{,}00500 \text{ [kg]} \cdot (0{,}628 \text{ [m/s]})^2 / 2 = 9{,}87 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

c) La energía cinética es máxima cuando la energía potencial es mínima, o sea nula. Es decir en el origen o centro de la trayectoria $x = 0$.

La energía potencial es máxima cuando la elongación es máxima, o sea igual a la amplitud. Es decir

$$x = \pm A = \pm 0{,}100 \text{ m}$$

3.2. La ecuación de una onda es $y(x, t) = 2 \cos 4\,\pi\,(5\,t - x)$ (S.I.). Calcula:

a) La velocidad de propagación.

b) La diferencia de fase entre dos puntos separados 25 cm.

c) En la propagación de una onda ¿qué se transporta materia o energía? Justifícalo con un ejemplo.

(P.A.U. Jun. 09)

Rta.: a) $v_p = 5{,}0$ m/s; b) $\Delta\varphi = \pi$ rad.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ecuación de la onda	$y = 2{,}00 \cdot \cos 4\,\pi\,(5{,}00 \cdot t - x)$ [m]
Distancia entre los puntos	$\Delta x = 25{,}0$ cm $= 0{,}250$ m
Incógnitas	
Velocidad de propagación	v_p
Diferencia de fase entre dos puntos separados 25 cm	$\Delta\varphi$
Otros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	ω
Frecuencia	f
Longitud de onda	λ
Número de onda	k
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\,\pi / \lambda$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\,\pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 2{,}00 \cdot \cos 4\,\pi\,(5{,}00 \cdot t - x) = 2{,}00 \cdot \cos(20{,}0 \cdot \pi \cdot t - 4{,}00 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular: $\omega = 20{,}0 \cdot \pi$ [rad/s] $= 62{,}8$ rad/s

Número de onda: $k = 4{,}00 \cdot \pi$ [rad/m] $= 12{,}6$ rad/m

Se calculan la longitud de onda y la frecuencia para determinar la velocidad de propagación.

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\,\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\,\pi} = \frac{20{,}0 \cdot \pi\,[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]}{2\,\pi\,[\text{rad}]} = 10{,}0 \text{ s}^{-1} = 10{,}0 \text{ Hz}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi\ [\text{rad}]}{4{,}00\cdot\pi\ [\text{rad}\cdot\text{m}^{-1}]}=0{,}500\ \text{m}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0{,}500\ [\text{m}] \cdot 10{,}0\ [\text{s}^{-1}] = 5{,}00\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) En un instante t, la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = [4\pi\,(5{,}00 \cdot t - x_2)] - [4\pi\,(5{,}00 \cdot t - x_1)] = 4\pi\,(x_1 - x_2) = 4\pi\,\Delta x = 4\pi \cdot 0{,}250 = \pi\ \text{rad}$$

Análisis: La distancia entre los puntos es 0,250 m *que es la mitad de la longitud de onda. Como los puntos que están en fase o cuya diferencia de fase es múltiplo de* 2 π *se encuentran a una distancia que es múltiplo de la longitud de onda, una distancia de media longitud de onda corresponde a una diferencia de fase de la mitad de* 2 π, *o sea,* π rad

c) Una onda es un mecanismo de transporte de energía sin desplazamiento neto de materia. En una onda longitudinal de una cuerda vibrante, las partículas del medio vuelven a su posición inicial mientras la perturbación que provoca la elevación y depresión se desplaza a lo largo de la cuerda.

BLOQUE 4: LUZ

4.1. Una onda luminosa:
  A) No se puede polarizar.
  B) Su velocidad de propagación es inversamente proporcional al índice de refracción del medio.
  C) Puede no ser electromagnética.

(P.A.U. Jun. 09)

Solución: B

Se define índice de refracción n de un medio con respecto al vacío como el cociente entre la velocidad c de la luz en el vacío y la velocidad v de la luz en dicho medio.

$$n=\frac{c}{v}$$

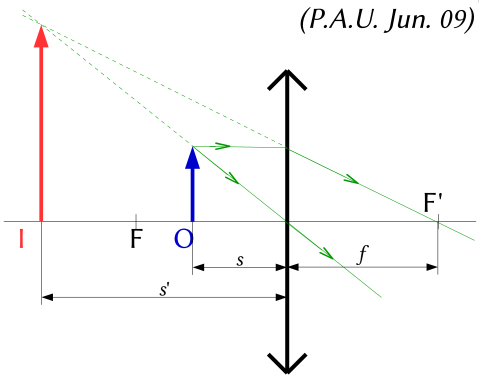
Como la velocidad de la luz en el vacío es una constante universal, la velocidad de propagación de la luz en un medio es inversamente proporcional a su índice de refracción.

Las otras opciones:
A. Falsa. La luz es una onda electromagnética transversal que vibra en muchos planos. Cuando atraviesa un medio polarizador, solo lo atraviesa la luz que vibra en un determinado plano.
C. Falsa. Maxwell demostró que la luz es una perturbación eléctrica armónica que genera una campo magnético armónico perpendicular al eléctrico y perpendiculares ambos a la dirección de propagación.

4.2. Para obtener una imagen virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto se usa:
  A) Una lente divergente.
  B) Una lente convergente.
  C) Un espejo convexo.

(P.A.U. Jun. 09)

Solución: B



El diagrama muestra la formación de la imagen cuando el objeto se encuentra dentro de la distancia focal.

Las otras opciones:
A y B. Falsas. Las lentes divergentes y los espejos convexos siempre producen imágenes virtuales, derechas pero de menor tamaño que el objeto.

BLOQUE 5: FÍSICA MODERNA

5.1. En una reacción nuclear de fisión:
A) Se funden núcleos de elementos ligeros (deuterio o tritio).
B) Es siempre una reacción espontánea.
C) Se libera gran cantidad de energía asociada al defecto de masa.

(P.A.U. Jun. 09)

Solución: C

En las reacciones nucleares se libera mucha energía que es equivalente al defecto de masa, según la ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Las reacciones de fisión se producen al bombardear un núcleo pesado, uranio o plutonio, con neutrones térmicos, que se mueven a la velocidad adecuada para producir la fragmentación del núcleo en dos núcleos más pequeños y la emisión de dos o tres neutrones que producen una reacción en cadena (si no se controla).

Las otras opciones:
A: Falsa. El proceso propuesto corresponde a una reacción de fusión. Concretamente la que ocurre en el interior de las estrellas para producir helio.
B: Falsa. Los procesos de fisión deben ser provocados. Aunque es cierto que algunos isótopos del uranio emiten espontáneamente neutrones, se necesita enriquecer el uranio para que la emisión de neutrones sea capaz de mantener la reacción. Y se necesita que se acumule suficiente cantidad de uranio para superar la masa crítica que podría provocar la reacción de fisión.

5.2. Si la vida media de un isótopo radiactivo es $5{,}8\times10^{-6}$ s, el periodo de semidesintegración es:
A) $1{,}7\times10^{5}$ s.
B) $4{,}0\times10^{-6}$ s.
C) $2{,}9\times10^{5}$ s.

(P.A.U. Jun. 09)

Solución: B

La respuesta más simple es por semejanza. Aunque período de semidesintegración y vida media no son lo mismo, son del mismo orden de magnitud.
La vida media es la «esperanza de vida» de un núcleo. Es un término estadístico igual a la suma de los productos del tiempo de vida de cada núcleo por el número de núcleos que tienen ese tiempo dividido por el total de núcleos.

$$\tau = \frac{\int_0^{N_0} t \,\mathrm{d} N}{N_0} = \frac{1}{\lambda}$$

Donde λ es la constante de desintegración radiactiva, que aparece en la ecuación exponencial de desintegración:

$$N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

El período de semidesintegración es el tiempo que tarda en reducirse a la mitad la cantidad de núcleos de sustancia radiactiva. Si en la ecuación de desintegración sustituimos N por N_0 / 2, t = $T_{½}$.

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda T_{1/2}}$$

Extraemos logaritmos:

$$\ln(1/2) = -\lambda \cdot T_{½}$$

$$T_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}$$

El período de semidesintegración es algo menor (ln 2 = 0,693) que la vida media τ.

$$T_{½} = \tau \cdot \ln 2$$

Esto se cumple con la opción B.

$$\frac{4{,}0\cdot 10^{-6}\ [\text{s}]}{5{,}8\cdot 10^{-6}\ [\text{s}]}=0{,}69\approx\ln 2$$

BLOQUE 6. PRÁCTICA

6. Se hacen 5 experiencias con un péndulo simple. En cada una se realizan 50 oscilaciones de pequeña amplitud y se mide con un cronómetro el tiempo empleado. La longitud del péndulo es l = 1 m. Con estos datos calcula la aceleración de la gravedad.

Experiencia	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Tiempo(s) empleado en 50 oscilaciones	101	100	99	98	102

(P.A.U. Jun. 09)

Solución:

Como solo hay datos para una longitud de péndulo solo se puede calcular el valor medio del período y aplicar la ecuación del período del péndulo:

Experiencia	1	2	3	4	5
Tiempo(s) empleado en 50 oscilaciones	101	100	99	98	102
Período	2,02	2,00	1,98	1,96	2,04

El valor medio del período es:

$$T=\frac{\sum T_i}{N}=\frac{10{,}00\ [\text{s}]}{5}=2{,}00\ \text{s}$$

El valor de la aceleración g de la gravedad calculado con la ecuación del período del péndulo es bastante aproximado al valor real.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$g=4\pi^2\frac{L}{T^2}=4\pi^2\frac{1{,}00\ [\text{m}]}{(2{,}00\ [\text{s}])^2}=\pi^2\ \text{m/s}^2=9{,}87\ \text{m/s}^2$$

Cuestiones y problemas de las Pruebas de acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice u OpenOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM)

Actualizado: 10/02/22