

# ELECTROMAGNETISMO

[Método y recomendaciones](#)

## ◊ PROBLEMAS

### ● Campo electrostático

1. Dos cargas eléctricas positivas de 3 nC cada una están fijas en las posiciones (2, 0) y (-2, 0) y una carga negativa de -6 nC está fija en la posición (0, -1).
- Calcula el vector campo eléctrico en el punto (0, 1).
  - Se coloca otra carga positiva de 1 μC en el punto (0, 1), inicialmente en reposo y de manera que es libre de moverse. Razona si llegará hasta el origen de coordenadas y, en caso afirmativo, calcula la energía cinética que tendrá en ese punto. Las posiciones están en metros.

DATOS:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(A.B.A.U. ord. 21)

Rta.: a)  $\vec{E} = -8,67 \hat{j} \text{ N/C}$ ; b)  $E_c = 2,41 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ .

#### Datos

Valor de la carga ubicada en el punto A

Valor de la carga ubicada en el punto B

Valor de la carga ubicada en el punto C

Posición del punto A

Posición del punto B

Posición del punto C

Posición del punto D en el que calcular el vector campo eléctrico

Carga de la partícula que se desplaza

Velocidad inicial en el punto D

Posición del punto O al que llega

Constante eléctrica

#### Incógnitas

Intensidad del campo electrostático en el punto D

Energía cinética que tendrá al pasar por el origen

#### Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B

#### Ecuaciones

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Principio de superposición

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas

Energía potencial electrostática de una carga en un punto A

Energía cinética

Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B

#### Cifras significativas: 3

$Q_A = 3,00 \text{ nC} = 3,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

$Q_B = 3,00 \text{ nC} = 3,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

$Q_C = -6,00 \text{ nC} = -6,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

$\vec{r}_A = (2,00, 0) \text{ m}$

$\vec{r}_B = (-2,00, 0) \text{ m}$

$\vec{r}_C = (0, -1,00) \text{ m}$

$\vec{r}_D = (0, 1,00) \text{ m}$

$q = 1,00 \text{ } \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$v_D = 0$

$\vec{r}_O = (0, 0) \text{ m}$

$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

$\vec{E}_D$

$E_{cO}$

$r_{AB}$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$

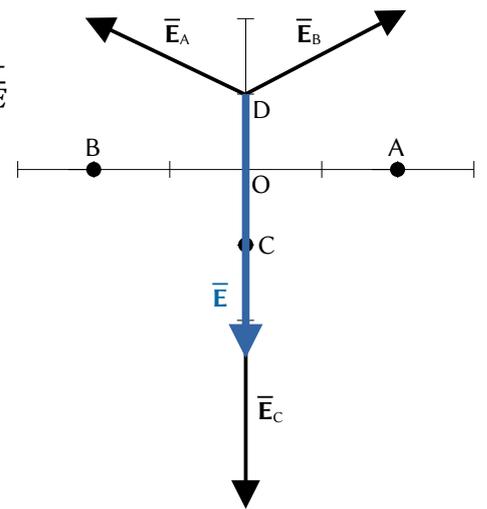
#### Solución:

a) Se hace un dibujo de las cargas y cada uno de los vectores intensidad de campo electrostático y de la suma vectorial que es el vector  $\vec{E}$  intensidad de campo resultante.

La distancia entre el punto D(0, 1) y el punto A(2, 0) bono:

$$r_{AD} = |\vec{r}_{AD}| = \sqrt{(0-2,00)^2 + (1,00-0)^2} = 2,24 \text{ m}$$

El vector unitario de A a D es:



$$\vec{u}_{AD} = \frac{-2,00 \vec{i} + 1,00 \vec{j}}{\sqrt{(-2,00)^2 + (1,00)^2}} = -0,894 \vec{i} + 0,447 \vec{j}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto D(0, 1) debido a la carga de +3 nC situada en A(2, 0) es:

$$\vec{E}_{A \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{3,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(2,24 [\text{m}])^2} (-0,894 \vec{i} + 0,447 \vec{j}) = -4,83 \vec{i} + 2,41 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por simetría, la intensidad de campo electrostático en el punto D(0, 1) debido a la carga de +3 nC situada en B (-2, 0) es

$$\vec{E}_{B \rightarrow D} = 4,83 \vec{i} + 2,41 \vec{j} \text{ N/C}$$

La distancia entre el punto D(0, 1) y el punto C(0, -1) vale 2,00 m y el vector unitario es el vector  $\vec{j}$ .

La intensidad de campo electrostático en el punto D(0, 1) debido a la carga de -6 nC situada en C(0, -1) es:

$$\vec{E}_{C \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{-6,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])^2} \vec{j} = -13,5 \vec{j} \text{ N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{A \rightarrow D} + \vec{E}_{B \rightarrow D} + \vec{E}_{C \rightarrow D} = (-4,83 \vec{i} + 2,41 \vec{j}) + (4,83 \vec{i} + 2,41 \vec{j}) + (-13,5 \vec{j}) = -8,67 \vec{j} \text{ N/C}$$

*Análisis: El vector intensidad de campo resultante del cálculo es vertical hacia abajo, coherente con el dibujo.*

b) Como la fuerza electrostática es una fuerza conservativa la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_O = (E_c + E_p)_D$$

$$E_c \text{ O} + q \cdot V_O = E_c \text{ D} + q \cdot V_D$$

Se calculan los potenciales en los puntos D y O.

Lo potencial en el punto D(0, 1) debido a la carga de +3 nC situada en A(2, 0) es:

$$V_{A \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(2,24 [\text{m}])} = 12,1 \text{ V}$$

Lo potencial en el punto D(0, 1) debido a la carga de +3 nC situada en B(-2, 0) vale lo mismo, ya que la distancia y la carga son las mismas:  $V_{B \rightarrow D} = 12,1 \text{ V}$ .

Lo potencial en el punto D(0, 1) debido a la carga de -6 nC situada en C(0, -1) es:

$$V_{C \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])} = -27,0 \text{ V}$$

El potencial electrostático en un punto debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} + V_{C \rightarrow D} = 12,1 [\text{V}] + 12,1 [\text{V}] + -27,0 [\text{V}] = -2,8 \text{ V}$$

Haciendo lo mismo para el origen O:

Lo potencial en el punto O(0, 0) debido a la carga de +3 nC situada en A(2, 0) es:

$$V_{A \rightarrow O} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])} = 13,5 \text{ V}$$

A potencial en el punto O(0, 0) debido a la carga de +3 nC situada en B(-2, 0) vale lo mismo, ya que la distancia es la carga son las mismas:  $V_{B \rightarrow O} = 13,5 \text{ V}$ .

Lo potencial en el punto O(0, 0) debido a la carga de -6 nC situada en C(0, -1) es:

$$V_{C \rightarrow O} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(1,00 [\text{m}])} = -54,0 \text{ V}$$

El potencial electrostático en un punto debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_O = V_{A \rightarrow O} + V_{B \rightarrow O} + V_{C \rightarrow O} = 13,5 [\text{V}] + 13,5 [\text{V}] + (-54,0) [\text{V}] = -27,0 \text{ V}$$

Sustituyendo los valores de los potenciales y teniendo en cuenta en el punto D la velocidad es nula, la ecuación de conservación de la energía quedaría:

$$E_{c0} + 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (-27,0) \text{ [V]} = 0 + 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (-2,8) \text{ [V]}$$

$$E_{c0} = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

2. Un dipolo eléctrico es un sistema formado por dos cargas del mismo valor y de signo contrario que están separadas una distancia fija. Si el valor absoluto de cada una de las cargas es  $2 \mu\text{C}$  y están situadas en los puntos  $(0, 0)$  y  $(4, 0)$ , calcula:

a) El potencial eléctrico creado por el dipolo en el punto  $(2, 2)$ .

b) La aceleración que experimenta un protón situado en el punto medio del dipolo.

DATOS:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ ;  $q(p) = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m(p) = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ . Las distancias están en metros.

(A.B.A.U. ord. 20)

Rta.: a)  $V = 0$ ; b)  $\vec{a} = 8,62 \cdot 10^{11} \vec{i} \text{ m/s}^2$ .

### Datos

Posición de la carga  $Q_1$

Posición de la carga  $Q_2$

Posición del punto 3

Posición del punto medio del dipolo

Valor de la carga situada en el punto 1

Valor de la carga situada en el punto 2

Valor de la carga del protón

Masa del protón

Constante eléctrica

### Incógnitas

Potencial electrostático en el punto 3

Aceleración de un protón situado en el punto medio del dipolo

### Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B

### Ecuaciones

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Principio de superposición

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga  $q$  desde un punto A hasta otro punto B

### Cifras significativas: 3

$$\vec{r}_1 = (0, 0) \text{ m}$$

$$\vec{r}_2 = (4,00, 0) \text{ m}$$

$$\vec{r}_3 = (2,00, 2,00) \text{ m}$$

$$\vec{r}_4 = (2,00, 0) \text{ m}$$

$$Q_1 = 2,00 \mu\text{C} = 2,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_2 = -2,00 \mu\text{C} = -2,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$q = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

$$V_3$$

$$a$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

### Solución:

b) La distancia del punto 3(2, 2) al punto 1(0, 0) vale:

$$r_{13} = |\vec{r}_3 - \vec{r}_1| = \sqrt{(2,00 \text{ [m]} - (0 \text{ [m]}))^2 + (2,00 \text{ [m]} - 0 \text{ [m]})^2} = 2,83 \text{ m}$$

La distancia del punto 3(2, 2) al punto 2(4, 0) vale lo mismo por simetría.

(También puede calcularse del mismo modo:

$$r_{23} = |\vec{r}_3 - \vec{r}_2| = \sqrt{(2,00 \text{ [m]} - (4,00 \text{ [m]}))^2 + (2,00 \text{ [m]} - 0 \text{ [m]})^2} = 2,83 \text{ m})$$

El potencial en el punto 3(2, 2) debido a la carga 1 vale:

$$V_{1 \rightarrow 3} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(2,83 \text{ [m]})} = 6,36 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El potencial en el punto 3(2, 2) debido a la carga 2 tiene el valor contrario, ya que la distancia es la misma, pero la carga es opuesta:  $V_{2-3} = -6,36 \cdot 10^3 \text{ V}$

El potencial electrostático de un punto debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga. Como son opuestos, el potencial se anula.

$$V_3 = V_{1-3} + V_{2-3} = 6,36 \cdot 10^3 \text{ [V]} + (-6,36 \cdot 10^3 \text{ [V]}) = 0$$

b) Para calcular la aceleración del protón, calculamos la fuerza a partir del campo electrostático en el punto medio.

Se hace un dibujo con los vectores intensidad de campo electrostático creado por cada carga y la suma vectorial, que es el vector campo  $\vec{E}$  resultante.

El punto medio del dipolo es el punto 4(2, 0).

Las distancias entre los puntos 1 y 4, y 2 y 4, son las mismas y valen 2,00 m

La intensidad de campo electrostático en el punto 4(2, 0), debida a la carga de  $2 \mu\text{C}$  situada en el punto 1, es:

$$\vec{E}_{1 \rightarrow 4} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(2,00 \text{ [m]})^2} \vec{i} = 4,50 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto 4(2, 0), debida a la carga de  $2 \mu\text{C}$  situada en el punto 2, es la misma:

$$\vec{E}_{2 \rightarrow 4} = 4,50 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

Por el principio de superposición, la intensidad de campo electrostático resultante en el punto 4(2, 0) es la suma vectorial de las intensidades de campo de cada carga:

$$\vec{E}_4 = \vec{E}_{1 \rightarrow 4} + \vec{E}_{2 \rightarrow 4} = 4,50 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ [N/C]} + 4,50 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ [N/C]} = 9,00 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

*Análisis: La dirección del campo resultante es horizontal hacia la carga negativa, como se ve en el dibujo.*

Como el campo es la fuerza sobre la unidad de carga positiva, la fuerza será:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}_4 = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 9,00 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ [N/C]} = 1,44 \cdot 10^{-15} \vec{i} \text{ N}$$

La aceleración se calcula aplicando la segunda ley de Newton:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{1,44 \cdot 10^{-15} \vec{i} \text{ [N]}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ [kg]}} = 8,62 \cdot 10^{11} \vec{i} \text{ m/s}^2$$

3. Dos cargas eléctricas de  $3 \text{ mC}$  están situadas en A(4, 0) y B(-4, 0) (en metros). Calcula:

- El campo eléctrico en C(0, 5) y en D(0, 0).
- El potencial eléctrico en los mismos puntos C y D.
- El trabajo para trasladar  $q = -1 \text{ mC}$  desde C a D.

Datos:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ ;  $1 \text{ mC} = 10^{-3} \text{ C}$ .

(P.A.U. jun. 09)

**Rta.:** a)  $\vec{E}_C = 1,03 \cdot 10^6 \vec{j} \text{ N/C}$ ;  $\vec{E}_D = \vec{0}$ ; b)  $V_C = 8,43 \cdot 10^6 \text{ V}$ ;  $V_D = 1,35 \cdot 10^7 \text{ V}$ ; c)  $W(\text{ext.}) = -5,1 \cdot 10^3 \text{ J}$ .

#### Datos

Posición de la carga  $Q_1$

Posición de la carga  $Q_2$

Posición del punto C

Posición del punto D

Valor de la carga situada en el punto A

Valor de la carga situada en el punto B

Valor de la carga que se traslada

Constante eléctrica

#### Incógnitas

Intensidad del campo electrostático en los puntos C y D

Potencial electrostático en los puntos C y D

Trabajo para trasladar una carga de  $-1 \text{ mC}$  desde C a D

#### Cifras significativas: 3

$\vec{r}_A = (4,00, 0) \text{ m}$

$\vec{r}_B = (-4,00, 0) \text{ m}$

$\vec{r}_C = (0, 5,00) \text{ m}$

$\vec{r}_D = (0, 0) \text{ m}$

$Q_1 = 3,00 \text{ mC} = 3,00 \cdot 10^{-3} \text{ C}$

$Q_2 = 3,00 \text{ mC} = 3,00 \cdot 10^{-3} \text{ C}$

$q = -1,00 \text{ mC} = -1,00 \cdot 10^{-3} \text{ C}$

$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

$\vec{E}_C, \vec{E}_D$

$V_C, V_D$

$W_{C \rightarrow D}$

**Datos****Otros símbolos**

Distancia entre dos puntos A y B

**Ecuaciones**

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Principio de superposición

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga  $q$  desde un punto A hasta otro punto B

**Cifras significativas: 3**

$r_{AB}$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A_i}$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

**Solución:**

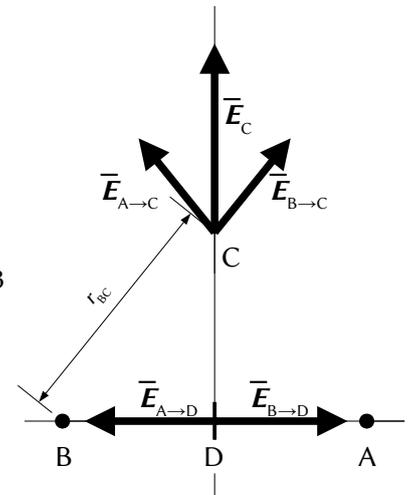
a) Se hace un dibujo con los vectores intensidad de campo electrostático creado por cada carga y la suma vectorial, que es el vector campo  $\vec{E}$  resultante.

Para el punto C(0, 5):

Las distancias entre los puntos A y C, y B y C, son las mismas:

$$r_{AC} = r_{BC} = |\vec{r}_C - \vec{r}_A| = \sqrt{(0 \text{ [m]} - (-4,00 \text{ [m]}))^2 + (5,00 \text{ [m]} - 0 \text{ [m]})^2} = 6,40 \text{ m}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto C, debida a la carga de 3 mC situada en el punto A, es:



$$\vec{E}_{A \rightarrow C} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \cdot 10^{-3} \text{ [C]} (-4,00 \vec{i} + 5,00 \vec{j})}{(6,40 \text{ [m]})^2} = (-4,11 \cdot 10^5 \vec{i} + 5,14 \cdot 10^5 \vec{j}) \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto C(0, 5) debida a la carga de 3 mC situada en el punto B es simétrica a la del punto A:

$$\vec{E}_{B \rightarrow C} = (4,11 \cdot 10^5 \vec{i} + 5,14 \cdot 10^5 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Por el principio de superposición, la intensidad de campo electrostático resultante en el punto C(0, 5) es la suma vectorial de las intensidades de campo de cada carga:

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A \rightarrow C} + \vec{E}_{B \rightarrow C} = (-4,11 \cdot 10^5 \vec{i} + 5,14 \cdot 10^5 \vec{j}) \text{ [N/C]} + (4,11 \cdot 10^5 \vec{i} + 5,14 \cdot 10^5 \vec{j}) \text{ [N/C]} = 1,03 \cdot 10^6 \vec{j} \text{ N/C}$$

*Análisis: La dirección del campo resultante es vertical hacia arriba, como se ve en el dibujo.*

Para el punto D(0, 0):

Como las distancias AD y BD son las mismas y las cargas situadas en A y en B son iguales, los vectores intensidad de campo electrostático creados por las cargas en A y en B son opuestos (mismo valor y dirección, pero sentido contrario como se ve en el dibujo) por lo que su resultante es nula.

$$\vec{E}_D = \vec{0}$$

b) Los potenciales en el punto C(0, 5) debidos a cada carga son iguales y valen:

$$V_{B \rightarrow C} = V_{A \rightarrow C} = V_1 = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \cdot 10^{-3} \text{ [C]}}{(6,40 \text{ [m]})} = 4,22 \cdot 10^6 \text{ V}$$

El potencial electrostático de un punto debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_C = V_{A \rightarrow C} + V_{B \rightarrow C} = 2 \cdot V_1 = 2 \cdot 4,22 \cdot 10^6 \text{ [V]} = 8,43 \cdot 10^6 \text{ V}$$

Análogamente para el punto D(0, 0)

$$V_{B \rightarrow D} = V_{A \rightarrow D} = V_2 = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \cdot 10^{-3} [\text{C}]}{(4,00 [\text{m}])} = 6,75 \cdot 10^6 \text{ V}$$

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} = 2 \cdot V_2 = 2 \cdot 6,75 \cdot 10^6 [\text{V}] = 13,5 \cdot 10^6 \text{ V}$$

c) El trabajo que hace la fuerza del campo es

$$W_{C \rightarrow D} = q (V_C - V_D) = -1,00 \cdot 10^{-3} [\text{C}] \cdot (8,43 \cdot 10^6 - 13,5 \cdot 10^6) [\text{V}] = 5,1 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Suponiendo que salga y llegue con velocidad nula, el trabajo que hay que hacer es:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = -5,1 \cdot 10^3 \text{ J}$$

4. Tres cargas de  $+3 \mu\text{C}$  están situadas equidistantes entre sí sobre una circunferencia de radio 2 m. Calcula:

a) El potencial eléctrico en el centro de la circunferencia.

b) El vector campo eléctrico en el mismo punto.

c) El trabajo para traer una carga  $q = 1 \mu\text{C}$  desde el infinito al centro de la circunferencia.

Dato:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(P.A.U. jun. 12)

Rta.: a)  $V = 4,05 \cdot 10^4 \text{ V}$ ; b)  $\vec{E}_O = \vec{0}$ ; c)  $W(\text{ext.}) = 4,05 \cdot 10^{-2} \text{ J}$ .

### Datos

Valor de cada carga

Radio de la circunferencia

Valor de la carga que se traslada

Constante eléctrica

### Incógnitas

Potencial electrostático en el centro de la circunferencia

Intensidad del campo electrostático en el centro de la circunferencia

Trabajo para trasladar una carga de  $1 \mu\text{C}$  desde el infinito al centro

### Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B

### Ecuaciones

Ley de Coulomb (aplicada a dos cargas puntuales separadas una distancia  $r$ )

$$\vec{F} = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

Principio de superposición

$$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{Ai}$$

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Potencial electrostático de varias cargas

$$V = \sum V_i$$

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga  $q$  desde un punto A hasta otro punto B

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

### Solución:

a) Los potenciales en el centro O de la circunferencia debidos a cada carga son iguales porque tanto las cargas como las distancias al centro son iguales. Valen:

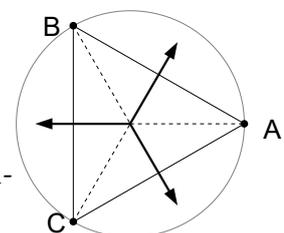
$$V_{C \rightarrow O} = V_{B \rightarrow O} = V_{A \rightarrow O} = V = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])} = 1,35 \cdot 10^4 \text{ V}$$

El potencial electrostático de un punto debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_O = V_{A \rightarrow O} + V_{B \rightarrow O} + V_{C \rightarrow O} = 3 \cdot V = 3 \cdot 1,35 \cdot 10^4 [\text{V}] = 4,05 \cdot 10^4 \text{ V}$$

b) Se hace un dibujo con los vectores intensidad de campo electrostático creado por cada carga y la suma vectorial que es el vector campo  $\vec{E}$  resultante.

Al ser iguales las tres cargas y estar a la misma distancia del centro de la circunferencia, los tres vectores intensidad de campo electrostático son simétricos y su resultante es nula:



$$\vec{E}_O = \vec{0}$$

Si quieres realizar los cálculos:

La intensidad de campo electrostático en el centro O de la circunferencia, debida a la carga de  $3 \mu\text{C}$  situada en el punto A es:

$$\vec{E}_{A \rightarrow O} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])^2} (-\vec{i}) = -6,75 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el centro O de la circunferencia, debida a la carga de  $3 \mu\text{C}$  situada en el punto B es:

$$\vec{E}_{B \rightarrow O} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])^2} (\cos(-60^\circ) \vec{i} + \sin(-60^\circ) \vec{j}) = (3,38 \cdot 10^3 \vec{i} - 5,85 \cdot 10^3 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Por simetría, la intensidad de campo electrostático en el centro O de la circunferencia, debida a la carga de  $3 \mu\text{C}$  situada en el punto C es:

$$\vec{E}_{C \rightarrow O} = 3,38 \cdot 10^3 \vec{i} + 5,85 \cdot 10^3 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por el principio de superposición, la intensidad de campo electrostático resultante en el punto O es la suma vectorial de las intensidades de campo de cada carga:

$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A \rightarrow O} + \vec{E}_{B \rightarrow O} + \vec{E}_{C \rightarrow O} = (-6,75 \cdot 10^3 \vec{i}) + (3,38 \cdot 10^3 \vec{i} - 5,85 \cdot 10^3 \vec{j}) + (3,38 \cdot 10^3 \vec{i} + 5,85 \cdot 10^3 \vec{j}) = 0 \vec{i} + 0 \vec{j}$$

c) El trabajo que hace la fuerza del campo es

$$W_{\infty \rightarrow O} = q(V_{\infty} - V_O) = 1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot (0 - 4,05 \cdot 10^4 [\text{V}]) = -4,05 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

Suponiendo que salga y llegue con velocidad nula, el trabajo que hay que hacer es:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 4,05 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

5. Tres cargas eléctricas puntuales de  $10^{-6} \text{ C}$  se encuentran situadas en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Calcula:

- La intensidad del campo y el potencial electrostático en el vértice libre.
- Módulo, dirección y sentido de la fuerza del campo electrostático sobre una carga de  $-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  situada en dicho vértice.
- El trabajo realizado por la fuerza del campo para trasladar dicha carga desde el vértice al centro del cuadrado. Interpreta el signo del resultado.

Dato:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(P.A.U. sep. 13)

Rta.: a)  $\vec{E} = 1,72 \cdot 10^4 \text{ N/C}$ , diagonal hacia fuera;  $V = 2,44 \cdot 10^4 \text{ V}$ ; b)  $|\vec{F}| = 0,0344 \text{ N}$ , diagonal hacia el centro; c)  $W_E = 0,0276 \text{ J}$ .

### Datos

Lado del cuadrado  
 Valor de la carga situada en el punto A(0, 0) m  
 Valor de la carga situada en el punto B(1,00, 0) m  
 Valor de la carga situada en el punto C(0, 1,00) m  
 Valor de la carga situada en el punto D(1,00, 1,00) m  
 Constante eléctrica

### Cifras significativas: 3

$l = 1,00 \text{ m}$   
 $Q_A = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$   
 $Q_B = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$   
 $Q_C = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$   
 $Q_D = -2,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$   
 $K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

### Incógnitas

Intensidad del campo electrostático en el punto D  
 Potencial electrostático en el punto D  
 Trabajo del campo al llevar a carga desde D al centro del cuadrado G

$\vec{E}_D$   
 $V_D$   
 $W_{D \rightarrow G}$

### Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B

$r_{AB}$

### Ecuaciones

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Principio de superposición

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

**Ecuaciones**

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas

$$V = \sum V_i$$

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga  $q$  desde un punto A hasta otro punto B

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

**Solución:**

a) Se hace un dibujo de las cargas y de cada uno de los vectores campo y de la suma vectorial que es el vector campo  $\vec{E}$  resultante.

Las distancias BD y CD valen la longitud del lado:

$$r_{BD} = r_{CD} = l = 1,00 \text{ m}$$

La distancia AD es la longitud de la diagonal del cuadrado

$$r_{AD} = |\vec{r}_{AD}| = \sqrt{(1,00 \text{ [m]})^2 + (1,00 \text{ [m]})^2} = 1,41 \text{ m}$$

Se elige un sistema de referencia con el origen en cada carga, tomando el eje X horizontal, positivo hacia la derecha y el eje Y vertical, positivo hacia arriba.

El vector unitario  $\vec{u}_{CD}$  del punto D tomando como origen el punto C es el vector  $\vec{i}$  unitario del eje X.

El vector unitario  $\vec{u}_{BD}$  del punto D tomando como origen el punto B es el vector  $\vec{j}$  unitario del eje Y.

El vector unitario  $\vec{u}_{AD}$  del punto D tomando como origen el punto A es:

$$\vec{u}_{AD} = \frac{\vec{r}_{AD}}{|\vec{r}_{AD}|} = \frac{(1,00 \vec{i} + 1,00 \vec{j}) \text{ [m]}}{1,41 \text{ [m]}} = 0,707 \vec{i} + 0,707 \vec{j}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto D, debida a la carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en el punto A es:

$$\vec{E}_{A \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(1,41 \text{ [m]})^2} (0,707 \vec{i} + 0,707 \vec{j}) = (3,18 \cdot 10^3 \vec{i} + 3,18 \cdot 10^3 \vec{j}) \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto D, debida a la carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en el punto B es:

$$\vec{E}_{B \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(1,00 \text{ [m]})^2} \vec{j} = 9,00 \cdot 10^3 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por analogía, la intensidad de campo electrostático en el punto D, debida a la carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en el punto C es:

$$\vec{E}_{C \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\vec{E}_D = \sum \vec{E}_{i \rightarrow D} = \vec{E}_{A \rightarrow D} + \vec{E}_{B \rightarrow D} + \vec{E}_{C \rightarrow D}$$

$$\vec{E}_D = (3,18 \cdot 10^3 \vec{i} + 3,18 \cdot 10^3 \vec{j}) \text{ [N/C]} + (9,00 \cdot 10^3 \vec{j}) \text{ [N/C]} + (9,00 \cdot 10^3 \vec{i}) \text{ [N/C]} = (1,22 \cdot 10^4 \vec{i} + 1,22 \cdot 10^4 \vec{j}) \text{ N/C}$$

*Análisis: El vector intensidad de campo eléctrico resultado del cálculo es diagonal hacia arriba y hacia la derecha, coherente con el dibujo que se había hecho.*

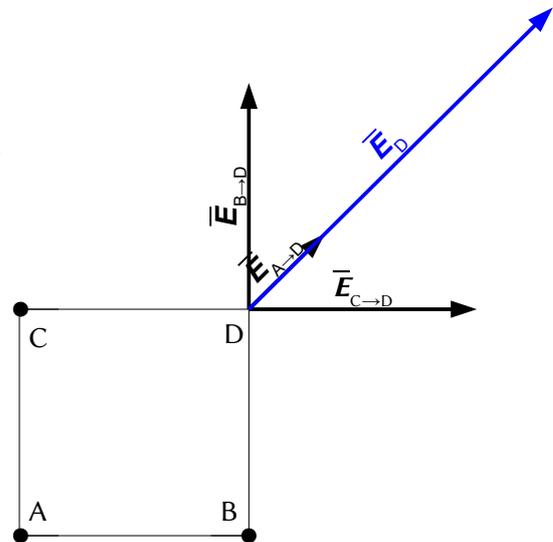
El valor del campo es:

$$|\vec{E}_D| = \sqrt{(1,22 \cdot 10^4 \text{ [N/C]})^2 + (1,22 \cdot 10^4 \text{ [N/C]})^2} = 1,72 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

Generalizando el resultado para cualquier sistema de referencia,

$$|\vec{E}_D| = 1,72 \cdot 10^4 \text{ N/C. El campo va en la dirección de la diagonal, hacia fuera.}$$

Los potenciales electrostáticos en el punto D debidos a las cargas en C y B son iguales y valen:



$$V_{B \rightarrow D} = V_{C \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(1,00 [\text{m}])} = 9,00 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El potencial electrostático en el punto D debido a la carga en A vale:

$$V_{A \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(1,41 [\text{m}])} = 6,36 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El potencial electrostático en un punto debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} + V_{C \rightarrow D} = 6,36 \cdot 10^3 [\text{V}] + 2 \cdot 9,00 \cdot 10^3 [\text{V}] = 2,44 \cdot 10^4 \text{ V}$$

b) Como la intensidad del campo electrostático en un punto es la fuerza sobre la unidad de carga positiva colocada en ese punto, podemos calcular la fuerza electrostática sobre la carga de  $-2 \mu\text{C}$  a partir del vector intensidad de campo electrostático:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = -2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] (1,22 \cdot 10^4 \vec{i} + 1,22 \cdot 10^4 \vec{j}) [\text{N/C}] = (-2,44 \cdot 10^{-2} \vec{i} - 2,44 \cdot 10^{-2} \vec{j}) \text{ N}$$

Generalizando el resultado para cualquier sistema de referencia,

$$|\vec{F}| = |q| \cdot |\vec{E}| = 2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot 1,72 \cdot 10^4 [\text{N/C}] = 3,44 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

La fuerza va en la dirección de la diagonal, hacia el centro del cuadrado, porque la carga es negativa.

c) El trabajo que hace la fuerza del campo cuando se traslada la carga  $q = -2 \mu\text{C}$  desde el vértice D al centro G del cuadrado es

$$W_{D \rightarrow G} = q (V_D - V_G)$$

Falta calcular el potencial electrostático en el punto G situado en el centro del cuadrado de forma análoga a como se hizo antes.

La distancia de cada vértice al centro del cuadrado es la mitad de la diagonal:

$$r_{AG} = r_{BG} = r_{CG} = 1,41 [\text{m}] / 2 = 0,707 \text{ m}$$

Los potenciales electrostáticos en el punto G debidos a las cargas en A, B y C son iguales y valen:

$$V_{A \rightarrow G} = V_{B \rightarrow G} = V_{C \rightarrow G} = V = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,707 [\text{m}])} = 1,27 \cdot 10^4 \text{ V}$$

El potencial electrostático en G es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_G = V_{A \rightarrow G} + V_{B \rightarrow G} + V_{C \rightarrow G} = 3 \cdot V = 3 \cdot 1,27 \cdot 10^4 [\text{V}] = 3,82 \cdot 10^4 \text{ V}$$

El trabajo de la fuerza del campo es

$$W_E = W_{D \rightarrow G} = q (V_D - V_G) = -2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot (2,44 \cdot 10^4 - 3,82 \cdot 10^4) [\text{V}] = 2,76 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

El trabajo es positivo porque el sentido de la fuerza (hacia el centro del cuadrado) y el del desplazamiento son iguales.

6. Tres cargas de  $-2$ ,  $1$  y  $1 \mu\text{C}$  están situadas en los vértices de un triángulo equilátero y distan  $1 \text{ m}$  del centro del mismo.

a) Calcula el trabajo necesario para llevar otra carga de  $1 \mu\text{C}$  desde el infinito al centro del triángulo.

b) ¿Qué fuerza sufrirá la carga una vez que esté situada en el centro del triángulo?

c) Razona si en algún punto de los lados del triángulo puede existir un campo electrostático nulo.

Dato:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(P.A.U. jun. 16)

**Rta.:** a)  $W = 0$ ; b)  $\vec{F} = 0,0270 \text{ N}$  hacia la carga negativa.

### Datos

Valor de la carga situada en el punto A

Valor de la carga situada en el punto B

Valor de la carga situada en el punto C

Distancia de las cargas al centro del triángulo

Valor de la carga que se traslada

### Cifras significativas: 3

$Q_1 = -2,00 \mu\text{C} = -2,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$Q_2 = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$Q_3 = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$r = 1,00 \text{ m}$

$q = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

**Datos**

Constante eléctrica

**Cifras significativas: 3**

$$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

**Incógnitas**Trabajo para llevar una carga de  $1 \mu\text{C}$  del infinito al centro del triángulo.

$$\frac{W_{\infty \rightarrow O}}$$

Fuerza sobre la carga en el centro del triángulo

$$\vec{F}$$

**Otros símbolos**

Distancia entre dos puntos A y B

$$r_{AB}$$

**Ecuaciones**Ley de Coulomb (aplicada a dos cargas puntuales separadas una distancia  $r$ )

$$\vec{F} = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

Principio de superposición

$$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{Ai}$$

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$ 

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Potencial electrostático de varias cargas

$$V = \sum V_i$$

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga  $q$  desde un punto A hasta otro punto B

$$W_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B)$$

**Solución:**

a) El trabajo  $W$  de la fuerza del campo cuando se lleva una carga  $q$  desde el infinito al centro O del triángulo es:

$$W_{\infty \rightarrow O} = q(V_{\infty} - V_O)$$

Para calcular el potencial  $V_O$  electrostático en el centro O del triángulo, se calculan cada uno de los potenciales creados en ese punto por cada carga situada en los vértices y luego se suman.

La ecuación del potencial  $V$  electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$ :

$$V = K \frac{Q}{r}$$

El potencial electrostático en el centro O del triángulo debido a la carga de  $-2 \mu\text{C}$  situada en el punto A, a 1 m de distancia vale:

$$V_{A \rightarrow O} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(1,00 [\text{m}])} = -1,80 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Los potenciales electrostáticos en el centro O del triángulo debidos a las cargas de  $1 \mu\text{C}$  situadas en los puntos B y C son iguales porque tanto las cargas como las distancias al centro son iguales. Valen:

$$V_{B \rightarrow O} = V_{C \rightarrow O} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(1,00 [\text{m}])} = 9,00 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El potencial electrostático de un punto debido a la presencia de varias cargas es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_O = V_{A \rightarrow O} + V_{B \rightarrow O} + V_{C \rightarrow O} = -1,80 \cdot 10^4 [\text{V}] + 9,00 \cdot 10^3 [\text{V}] + 9,00 \cdot 10^3 [\text{V}] = 0$$

El potencial electrostático en el infinito es nulo por definición.

El trabajo que hace la fuerza del campo cuando se lleva una carga de  $1 \mu\text{C}$  desde el infinito hasta el centro O del triángulo es:

$$W_{\infty \rightarrow O} = q(V_{\infty} - V_O) = 1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot (0 - 0) [\text{V}] = 0$$

Suponiendo que la carga salga y llegue con velocidad nula, el trabajo que hay que hacer es:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 0$$

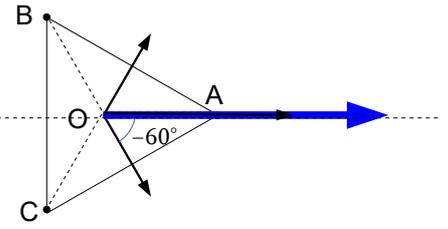
b) Se hace un esquema en el que se dibujan los vectores fuerza electrostática ejercida sobre la carga que está en el centro.

Se dibuja un vector por cada carga, teniendo en cuenta el sentido. Las fuerza ejercidas por las cargas en los puntos B y C son de repulsión (porque las cargas son del mismo signo) pero la fuerza realizada por la carga en A es de atracción y vale el doble que una de las otras.

Se dibuja el vector suma vectorial que es el vector fuerza  $\vec{F}$  resultante.

Como los vectores fuerza creados por las cargas en B y C son del mismo valor, sus componentes verticales se anulan y la resultante estará dirigida hacia el vértice A.

Se calculan cada una de las fuerzas entre las cargas situadas en los vértices y la carga situada en el centro con la ley de Coulomb.



$$\vec{F} = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

La fuerza electrostática sobre la carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en el centro O del triángulo, debida a la carga de  $-2 \mu\text{C}$  situada en el punto A es:

$$\vec{F}_{A \rightarrow O} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot 1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(1,00 [\text{m}])^2} (-\vec{i}) = 0,018 \vec{i} \text{ N}$$

(El vector unitario  $\vec{u}_r$  es un vector cuya dirección es la de la línea  $A \rightarrow O$  y el sentido es desde la carga  $Q_1$ , situada en el punto A, que ejerce la fuerza, hacia la carga  $q$ , situada en el punto O, que la sufre. En este caso es el vector unitario horizontal en sentido negativo  $-\vec{i}$ )

La fuerza electrostática sobre la carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en el centro O del triángulo, debida a la carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en el punto B es:

$$\vec{F}_{B \rightarrow O} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot 1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(1,00 [\text{m}])^2} (\cos(-60^\circ) \vec{i} + \sin(-60^\circ) \vec{j}) = (4,50 \cdot 10^{-3} \vec{i} - 7,79 \cdot 10^{-3} \vec{j}) \text{ N}$$

(Cuando se conoce el ángulo  $\alpha$  que forma el vector  $\vec{u}_r$  con el eje X horizontal, el vector unitario se calcula con la expresión:  $\vec{u}_r = \cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j}$ )

La fuerza electrostática sobre la carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en el centro O del triángulo, debida a la carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en el punto C es simétrica a la ejercida por la carga que se encuentra en el punto B:

$$\vec{F}_{C \rightarrow O} = 4,50 \cdot 10^{-3} \vec{i} + 7,79 \cdot 10^{-3} \vec{j} \text{ N}$$

(El vector tiene la misma componente horizontal, y la componente vertical es del mismo valor pero de signo contrario).

Por el principio de superposición, la fuerza electrostática resultante sobre la carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en el centro O del triángulo es la suma vectorial de las fuerzas ejercidas por cada carga:

$$\vec{F} = \vec{F}_{A \rightarrow O} + \vec{F}_{B \rightarrow O} + \vec{F}_{C \rightarrow O} = (18,0 \cdot 10^{-3} \vec{i}) + (4,5 \cdot 10^{-3} \vec{i} - 7,8 \cdot 10^{-3} \vec{j}) + (4,5 \cdot 10^{-3} \vec{i} + 7,8 \cdot 10^{-3} \vec{j}) = 0,0270 \vec{i} \text{ N}$$

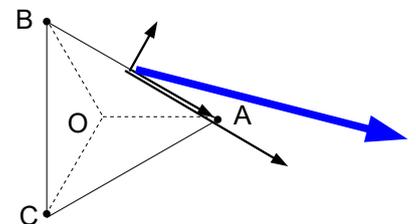
*Análisis:* Coincide con el dibujo pues las componentes verticales se anulan y solo queda la componente horizontal en sentido positivo.

c) No. En ningún punto de los lados del triángulo puede existir un campo electrostático nulo.

En el centro del lado BC se anulan las fuerzas debidas a las cargas situadas en los vértices B y C, porque son iguales pero de sentidos opuestos, pero la fuerza de la carga de  $-2 \mu\text{C}$  situada en A queda sin contrarrestar.

Cualquier otro punto de ese lado estaría más cerca de una de las cargas verticales, y en ese caso, la componente vertical de una de ellas sería mayor que la otra y no se anularían.

En los otros lados las fuerzas de la carga situada en A y la del otro vértice siempre sumarían y tampoco se anularían. El dibujo representa la fuerza en el centro del lado BA.



7. Dadas tres cargas puntuales  $q_1 = 10^{-3} \mu\text{C}$  en  $(-8, 0) \text{ m}$ ,  $q_2 = -10^{-3} \mu\text{C}$  en  $(8, 0) \text{ m}$  y  $q_3 = 2 \cdot 10^{-3} \mu\text{C}$  en  $(0, 8) \text{ m}$ . Calcula:

- El campo y el potencial eléctricos en  $(0, 0)$
- La energía electrostática.
- Justifica que el campo electrostático es conservativo.

Datos:  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$ ;  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

**Rta.:** a)  $\vec{E}_O = 0,282 \vec{i} - 0,282 \vec{j} \text{ N/C}$ ;  $V_O = 2,25 \text{ V}$ ; b)  $E = -5,63 \cdot 10^{-10} \text{ J}$ .

(P.A.U. sep. 07)

**Datos**

Valor de la carga situada en el punto 1(-8,00, 0) m  
 Valor de la carga situada en el punto 2(+8,00, 0) m  
 Valor de la carga situada en el punto 3(0, 8,00) m  
 Posición del punto 1  
 Posición del punto 2  
 Posición del punto 3  
 Posición del punto 4 donde hay que calcular el campo y potencial  
 Constante eléctrica

**Cifras significativas: 3**

$q_1 = 10^{-3} \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}$   
 $q_2 = -10^{-3} \mu\text{C} = -1,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}$   
 $q_3 = 2 \cdot 10^{-3} \mu\text{C} = 2,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}$   
 $\vec{r}_1 = (-8,00, 0) \text{ m}$   
 $\vec{r}_2 = (+8,00, 0) \text{ m}$   
 $\vec{r}_3 = (0, 8,00) \text{ m}$   
 $\vec{r}_4 = (0, 0) \text{ m}$   
 $K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

**Incógnitas**

Intensidad del campo electrostático en el punto (0, 0)  
 Potencial electrostático en el punto (0, 0)  
 Energía electrostática

$\vec{E}_4$   
 $V_4$   
 $E$

**Otros símbolos**

Distancia entre dos puntos A y B

$r_{AB}$

**Ecuaciones**

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Principio de superposición

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas

$$V = \sum V_i$$

Energía potencial electrostática de una interacción entre dos cargas  $Q$  y  $q$  situadas a una distancia  $r$  una de la otra.

$$E_p = q \cdot V = K \frac{Q \cdot q}{r}$$

Energía potencial electrostática de un conjunto de cargas

$$E_p = \sum E_{p_i} = \frac{1}{2} \sum E_{p_i}$$

**Solución:**

a) La intensidad de campo electrostático debida a la carga de 1 en el punto 4 es:

$$\vec{E}_{1 \rightarrow 4} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(8,00 [\text{m}])^2} \vec{i} = 0,141 \vec{i} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático debida a la carga 2 en el punto 4 es la misma,

$$\vec{E}_{2 \rightarrow 4} = 0,141 \vec{i} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático debida a la carga 3 en el punto 4 es:

$$\vec{E}_{3 \rightarrow 4} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{2,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(8,00 [\text{m}])^2} (-\vec{j}) = -0,282 \vec{j} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto 4 es, por el principio de superposición:

$$\vec{E}_4 = \vec{E}_{1 \rightarrow 4} + \vec{E}_{2 \rightarrow 4} + \vec{E}_{3 \rightarrow 4} = 0,282 \vec{i} - 0,282 \vec{j} \text{ N/C}$$

Su módulo vale:

$$|\vec{E}_4| = \sqrt{((0,282 [\text{N/C}])^2 + (0,282 [\text{N/C}])^2)} = 0,398 \text{ N/C}$$

Los potenciales en el punto 4 debidos a cada carga valen:

El potencial electrostático debido a la carga 1:

$$V_{1 \rightarrow 4} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(8,00 [\text{m}])} = 1,13 \text{ V}$$

El potencial electrostático debido a la carga 2 es opuesto, ya que la carga 2 vale lo mismo que la carga 1, pero es negativa y se encuentra a la misma distancia:

$$V_{2 \rightarrow 4} = -1,13 \text{ V}$$

El potencial electrostático debido a la carga 3 es el doble que el de la carga 1, ya que la carga 3 vale el doble y se encuentra a la misma distancia:

$$V_{3 \rightarrow 4} = 2,25 \text{ V}$$

El potencial electrostático del punto 4 es:

$$V_4 = V_{1 \rightarrow 4} + V_{2 \rightarrow 4} + V_{3 \rightarrow 4} = 1,13 \text{ V} - 1,13 \text{ V} + 2,25 \text{ V} = 2,25 \text{ V}$$

b) La energía potencial de cada interacción entre dos cargas viene dada por la expresión:

$$E_{p,i} = K \frac{Q \cdot q}{r}$$

La energía total electrostática es la suma de las energías de las tres interacciones:  $1 \leftrightarrow 2$ ;  $2 \leftrightarrow 3$  y  $1 \leftrightarrow 3$ .

$$E_{1 \leftrightarrow 2} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}] \cdot (-1,00 \cdot 10^{-9}) [\text{C}]}{16,00 [\text{m}]} = -5,63 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$E_{2 \leftrightarrow 3} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{(-1,00 \cdot 10^{-9}) [\text{C}] \cdot 2,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{\sqrt{(8,00 [\text{m}])^2 + (8,00 [\text{m}])^2}} = -15,9 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$E_{1 \leftrightarrow 3} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}] \cdot 2,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{\sqrt{(8,00 [\text{m}])^2 + (8,00 [\text{m}])^2}} = 15,9 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$E = E_{1 \leftrightarrow 2} + E_{2 \leftrightarrow 3} + E_{1 \leftrightarrow 3} = -5,63 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

*Análisis:* Si se calculase la energía total como la suma de las energías potenciales de las tres cargas, el resultado daría el doble, porque se estarían contando las interacciones dos veces. Por ejemplo la interacción  $1 \leftrightarrow 2$  aparece en el cálculo de la energía potencial de la carga 1 y también en el cálculo de la energía potencial de la carga 2.

c) El campo de fuerzas electrostático es conservativo porque el trabajo que realizan las fuerzas del campo al mover una carga entre dos puntos es independiente del camino seguido y solo depende de los puntos inicial y final. En este caso se puede definir una función escalar llamada potencial  $V$  asociada al campo de fuerzas vectorial de modo que el trabajo entre esos puntos es igual a variación de la energía potencial entre esos dos puntos. Como el potencial electrostático es igual a la energía potencial de la unidad de carga.

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = q(V_A - V_B)$$

8. En dos de los vértices de un triángulo equilátero de 2 cm de lado se sitúan dos cargas puntuales de  $+10 \mu\text{C}$  cada una. Calcula:

a) El campo eléctrico en el tercer vértice.

b) El trabajo para llevar una carga de  $5 \mu\text{C}$  desde el tercer vértice hasta el punto medio del lado opuesto.

c) Justifica por qué no necesitas conocer la trayectoria en el apartado anterior.

Datos:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ ;  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$ .

(P.A.U. jun. 08)

**Rta.:** a)  $\vec{E}_C = 3,90 \cdot 10^8 \text{ N/C}$ , en la bisectriz hacia el exterior; b)  $W(\text{ext.}) = 45,0 \text{ J}$ .

#### Datos

Valor de cada carga fija

Longitud del lado del triángulo equilátero

Valor de la carga que se desplaza

Constante eléctrica

#### Incógnitas

Vector intensidad del campo eléctrico en el tercer vértice

Trabajo para llevar  $5 \mu\text{C}$  desde C el tercer vértice hasta el punto D medio del lado opuesto

#### Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B

#### Cifras significativas: 3

$Q = 10,0 \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

$L = 2,00 \text{ cm} = 0,0200 \text{ m}$

$q = 5,00 \mu\text{C} = 5,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

$\vec{E}_C$

$W_{C \rightarrow D}$

$r_{AB}$

**Ecuaciones**

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Principio de superposición

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A_i}$$

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas

$$V = \sum V_i$$

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga  $q$  desde un punto A hasta otro punto B

$$W_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B)$$

**Solución:**

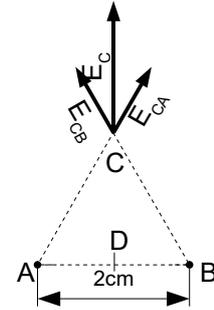
a) Se sitúan las cargas en los vértices A y B del lado horizontal y se hace un dibujo de cada uno de los vectores intensidad de campo y de la suma vectorial que es el vector campo resultante en el punto C que es el otro vértice.

El vector unitario del punto C,  $\vec{u}_{AC}$  respecto a A es:

$$\vec{u}_{AD} = \cos 60^\circ \vec{i} + \sin 60^\circ \vec{j} = 0,500 \vec{i} + 0,866 \vec{j}$$

La intensidad de campo electrostático  $\vec{E}_{CA}$  en el punto C debida a la carga de  $10 \mu\text{C}$  situada en A es:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{CA} &= 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-5} [\text{C}]}{(0,020 [\text{m}])^2} (0,500 \vec{i} + 0,866 \vec{j}) = \\ &= (1,13 \cdot 10^8 \vec{i} + 1,95 \cdot 10^8 \vec{j}) \text{ N/C} \end{aligned}$$



Por simetría, la intensidad de campo electrostático  $\vec{E}_{CB}$  en C debida a la carga de  $10 \mu\text{C}$  situada en B es:

$$\vec{E}_{CB} = (-1,13 \cdot 10^8 \vec{i} + 1,95 \cdot 10^8 \vec{j}) \text{ N/C}$$

El campo resultante en C debido a ambas cargas (principio de superposición) es:

$$\vec{E}_C = (-1,13 \cdot 10^8 \vec{i} + 1,95 \cdot 10^8 \vec{j}) [\text{N/C}] + (1,13 \cdot 10^8 \vec{i} + 1,95 \cdot 10^8 \vec{j}) [\text{N/C}] = 3,90 \cdot 10^8 \vec{j} \text{ N/C}$$

*Análisis: El campo resultante del cálculo es vertical, coherente con el dibujo que se había hecho.*

Una respuesta general independiente de cómo se hayan elegido los vértices sería: El campo eléctrico en el tercer vértice vale  $3,90 \cdot 10^8 \text{ N/C}$  y está dirigido según la bisectriz del ángulo hacia el exterior del triángulo.

b) Los potenciales en el punto C debidos a cada carga valen:

$$V_{CA} = V_{CB} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-5} [\text{C}]}{(0,020 [\text{m}])} = 4,50 \cdot 10^6 \text{ V}$$

El potencial electrostático en el punto C es:

$$V_C = V_{CA} + V_{CB} = 2 \cdot 4,50 \cdot 10^6 [\text{V}] = 9,00 \cdot 10^6 \text{ V}$$

Llamando punto D al centro del lado AB, los potenciales en el punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{DA} = V_{DB} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-5} [\text{C}]}{(0,010 [\text{m}])} = 9,00 \cdot 10^6 \text{ V}$$

El potencial electrostático en el punto D es:

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} = 2 \cdot 9,00 \cdot 10^6 [\text{V}] = 1,80 \cdot 10^7 \text{ V}$$

El trabajo realizado por las fuerzas del campo electrostático cuando se mueve una carga  $q = 5 \mu\text{C}$  desde el punto C al D es la disminución de la energía potencial entre los puntos C y D:

$$W_{C \rightarrow D} = q(V_C - V_D) = 5,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot (9,00 \cdot 10^6 - 1,80 \cdot 10^7) [\text{V}] = -45,0 \text{ J}$$

El trabajo necesario para mover una carga  $q = 5 \mu\text{C}$  desde el punto C al D, suponiendo que llegue a D con la misma velocidad que tenía en C, es:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 45,0 \text{ J}$$

c) La fuerza electrostática es una fuerza conservativa y el trabajo que realiza es independiente del camino seguido para ir de un punto a otro.

9. Dos cargas puntuales iguales  $q = 1 \mu\text{C}$  están situadas en los puntos A(5, 0) y B(-5, 0). Calcula:

a) El campo eléctrico en los puntos C(8, 0) y D(0, 4)

b) La energía para trasladar una carga de  $-1 \mu\text{C}$  desde C a D.

Datos:  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$ ,  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ . Las coordenadas en metros.

(P.A.U. sep. 06)

Rta.: a)  $\vec{E}_C = 1,05 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$ ;  $\vec{E}_D = 2,74 \cdot 10^2 \vec{j} \text{ N/C}$ ; b)  $\Delta E = 8,81 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ .

### Datos

Valor de la carga situada en el punto A

Valor de la carga situada en el punto B

Posición del punto A

Posición del punto B

Posición del punto C

Posición del punto D

Constante eléctrica

### Incógnitas

Vector intensidad del campo eléctrico en los puntos C y D

Energía para llevar una carga de  $-1 \mu\text{C}$  desde C hasta D

### Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B

### Ecuaciones

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Principio de superposición

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga  $q$  desde un punto A hasta otro punto B

Energía potencial electrostática de una carga  $q$  en un punto A

### Cifras significativas: 3

$$Q_A = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_B = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$\vec{r}_A = (5,00, 0,00) \text{ m}$$

$$\vec{r}_B = (-5,00, 0,00) \text{ m}$$

$$\vec{r}_C = (8,00, 0,00) \text{ m}$$

$$\vec{r}_D = (0,00, 4,00) \text{ m}$$

$$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

$$\vec{E}_C, \vec{E}_D$$

$$W_{C \rightarrow D}$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A_i}$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

### Solución:

a) Se hace un dibujo de las cargas y cada uno de los vectores intensidad de campo y de la suma vectorial que es el vector campo resultante en cada punto.

Punto C



Cálculo de distancias:

$$r_{AC} = (8,00, 00) \text{ [m]} - (5,00, 0,00) \text{ [m]} = 3,00 \text{ m}$$

$$r_{BC} = (8,00, 00) \text{ [m]} - (-5,00, 0,00) \text{ [m]} = 13,00 \text{ m}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto C debida a la carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en A es:

$$\vec{E}_{A \rightarrow C} = 9 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(3,00 \text{ [m]})^2} \vec{i} = 1,00 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto C debida a la carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en B es:

$$\vec{E}_{B \rightarrow C} = 9 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(13,0 \text{ [m]})^2} \vec{i} = 53,3 \vec{i} \text{ N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

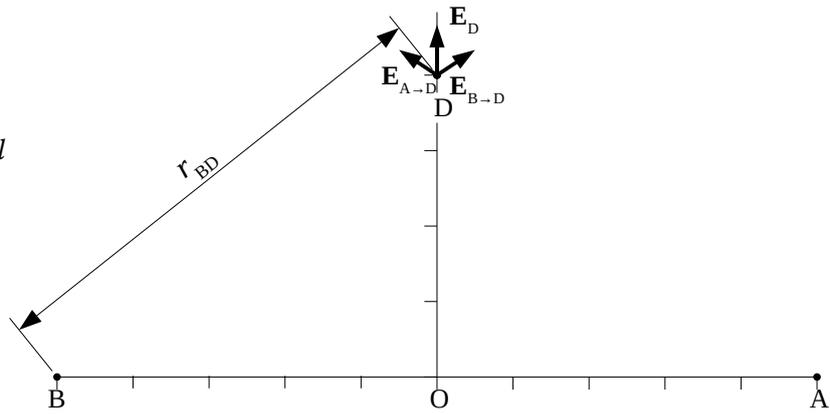
$$\vec{E}_C = \sum \vec{E}_i = \vec{E}_{A \rightarrow C} + \vec{E}_{B \rightarrow C}$$

$$\vec{E}_C = 1,00 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ [N/C]} + 53,3 \vec{i} \text{ [N/C]} = 1,05 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

Análisis: El resultado es coherente con el dibujo que se había hecho.

Punto D.

Cálculo de distancias:



$$r_{BD} = r_{AD} = \sqrt{(5,00 \text{ [m]})^2 + (4,00 \text{ [m]})^2} = 6,40 \text{ m}$$

El vector unitario del punto D,  $\vec{u}_{AD}$  respecto a A es:

$$\vec{u}_{AD} = \vec{u}_{AD} = \frac{\vec{r}_{AD}}{|\vec{r}_{AD}|} = \frac{(-5,00 \vec{i} + 4,00 \vec{j}) \text{ [m]}}{\sqrt{(-5,00 \text{ [m]})^2 + (4,00 \text{ [m]})^2}} = -0,781 \vec{i} + 0,625 \vec{j}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto D debida a la carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en A es:

$$\vec{E}_{A \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(6,40 \text{ [m]})^2} (-0,781 \vec{i} + 0,625 \vec{j}) = (-1,71 \cdot 10^2 \vec{i} + 1,37 \cdot 10^2 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Por simetría, la intensidad de campo electrostático en el punto D debida a la carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en B es:

$$\vec{E}_{B \rightarrow D} = 1,71 \cdot 10^2 \vec{i} + 1,37 \cdot 10^2 \vec{j} \text{ N/C}$$

El campo resultante en D debido a ambas cargas (principio de superposición) es:

$$\vec{E}_D = (-1,71 \cdot 10^2 \vec{i} + 1,37 \cdot 10^2 \vec{j}) \text{ [N/C]} + (1,71 \cdot 10^2 \vec{i} + 1,37 \cdot 10^2 \vec{j}) \text{ [N/C]} = 2,74 \cdot 10^2 \vec{j} \text{ N/C}$$

Análisis: La fuerza resultante del cálculo es vertical, coherente con el dibujo que se había hecho.

b) Los potenciales en el punto C debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow C} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(3,00 \text{ [m]})} = 3,00 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_{B \rightarrow C} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(13,00 \text{ [m]})} = 6,92 \cdot 10^2 \text{ V}$$

El potencial electrostático del punto C es:

$$V_C = V_{A \rightarrow C} + V_{B \rightarrow C} = 3,00 \cdot 10^3 \text{ [V]} + 6,92 \cdot 10^2 \text{ [V]} = 3,69 \cdot 10^3 \text{ V}$$

Los potenciales en el punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow D} = V_{B \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(6,40 \text{ [m]})} = 1,41 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El potencial electrostático del punto D es:

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} = 1,41 \cdot 10^3 \text{ [V]} + 1,41 \cdot 10^3 \text{ [V]} = 2,81 \cdot 10^3 \text{ V}$$

La energía que hay que comunicarle a una carga  $q = -1 \mu\text{C}$  para moverla desde el punto C al D es la variación de energía potencial desde el punto C al D, suponiendo que llegue a D con la misma velocidad que tenía en C.

$$\Delta E_{C \rightarrow D} = q \cdot V_D - q \cdot V_C = q (V_D - V_C) = -1,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (2,81 \cdot 10^3 - 3,69 \cdot 10^3) \text{ [V]} = 8,81 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

10. Tres cargas puntuales de  $2 \mu\text{C}$  se sitúan respectivamente en  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$  y  $C(1/2, \sqrt{3}/2)$ . Calcula:
- El campo eléctrico en los puntos  $D(1/2, 0)$  y  $F(1/2, 1/(2\sqrt{3}))$
  - El trabajo para trasladar una carga  $q = 1 \mu\text{C}$  de D a F.

c) Con este trabajo, ¿aumenta o disminuye la energía electrostática del sistema?

Datos: Las coordenadas en metros,  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ ;  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$ .

(P.A.U. jun. 07)

Rta.: a)  $\vec{E}_D = -2,40 \cdot 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$ ;  $\vec{E}_F = \vec{0}$ ; b)  $W_{D \rightarrow F}$  (exterior) =  $-W_{D \rightarrow F}$  (campo) =  $7 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ .

### Datos

Valor de la carga situada en el punto A

Valor de la carga situada en el punto B

Valor de la carga situada en el punto C

Carga de la partícula que se desplaza

Posición del punto A

Posición del punto B

Posición del punto C

Posición del punto D

Posición del punto F

Constante eléctrica

### Incógnitas

Intensidad del campo electrostático en el punto D

Intensidad del campo electrostático en el punto F

Trabajo para llevar  $q$  desde D hasta F

### Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B

### Ecuaciones

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Principio de superposición

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga  $q$  desde un punto A hasta otro punto B

### Cifras significativas: 3

$$Q_A = 2,00 \mu\text{C} = 2,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_B = 2,00 \mu\text{C} = 2,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_C = 2,00 \mu\text{C} = 2,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$q = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$\vec{r}_A = (0, 0) \text{ m}$$

$$\vec{r}_B = (1,00, 0) \text{ m}$$

$$\vec{r}_C = (1/2, \sqrt{3}/2) = (0,500, 0,866) \text{ m}$$

$$\vec{r}_D = (0,500, 0) \text{ m}$$

$$\vec{r}_F = (1/2, 1/(2\sqrt{3})) = (0,500, 0,289) \text{ m}$$

$$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

$$\vec{E}_D$$

$$\vec{E}_F$$

$$W_{D \rightarrow F}$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A_i}$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

$$W_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B)$$

### Solución:

a) La intensidad de campo electrostático en el punto D debida a la carga situada en el punto A es:

$$\vec{E}_{A \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,500 [\text{m}])^2} \vec{i} = 7,20 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto D debida a la carga situada en el punto B es opuesta,

$$\vec{E}_{B \rightarrow D} = -7,20 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto D debida a la carga situada en el punto C es:

$$\vec{E}_{C \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,866 [\text{m}])^2} (-\vec{j}) = -2,40 \cdot 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto D es, por el principio de superposición:

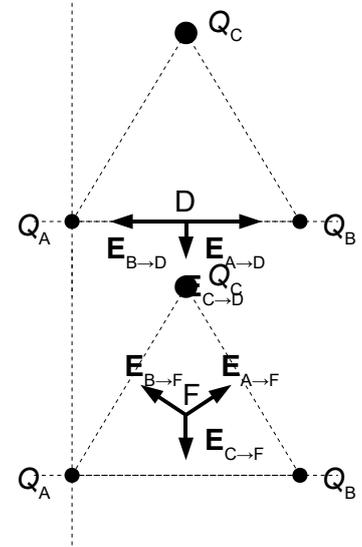
$$\vec{E}_D = \vec{E}_{A \rightarrow D} + \vec{E}_{B \rightarrow D} + \vec{E}_{C \rightarrow D} = -2,40 \cdot 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

Las distancias de los puntos A, B y C al punto F valen todas lo mismo,

$$r_{BF} = r_{AF} = \sqrt{(0,500 [\text{m}])^2 + (0,289 [\text{m}])^2} = 0,577 \text{ m}$$

$$r_{CF} = \sqrt{(0,500 [\text{m}] - 0,500 [\text{m}])^2 + (0,289 [\text{m}] - 0,866 [\text{m}])^2} = 0,577 \text{ m}$$

Los módulos de los vectores campo creados en F por las cargas (iguales) situadas en los puntos A, B y C son iguales. Al estar situados simétricamente, su resultante es nula.



$$\vec{E}_{A \rightarrow F} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,577 [\text{m}])^2} \left( \frac{0,500 \vec{i} + 0,289 \vec{j}}{0,577} \right) = (4,68 \cdot 10^4 \vec{i} + 2,70 \cdot 10^4 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Por simetría

$$\vec{E}_{B \rightarrow F} = -4,68 \cdot 10^4 \vec{i} + 2,70 \cdot 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_{C \rightarrow F} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,577 [\text{m}])^2} (-\vec{j}) = -5,40 \cdot 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

El campo resultante en el punto F, por el principio de superposición es:

$$\vec{E}_F = \vec{E}_{A \rightarrow F} + \vec{E}_{B \rightarrow F} + \vec{E}_{C \rightarrow F} = (4,68 \cdot 10^4 \vec{i} + 2,70 \cdot 10^4 \vec{j}) + (-4,68 \cdot 10^4 \vec{i} + 2,70 \cdot 10^4 \vec{j}) - 5,40 \cdot 10^4 \vec{j} = \vec{0}$$

b) Los potenciales en el punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow D} = V_{B \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,500 [\text{m}])} = 3,60 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$V_{C \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,866 [\text{m}])} = 2,08 \cdot 10^4 \text{ V}$$

El potencial electrostático del punto D es:

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} + V_{C \rightarrow D} = 2 \cdot 3,60 \cdot 10^4 [\text{V}] + 2,08 \cdot 10^4 [\text{V}] = 9,28 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Los potenciales en el punto F debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow F} = V_{B \rightarrow F} = V_{C \rightarrow F} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,577 [\text{m}])} = 3,12 \cdot 10^4 \text{ V}$$

El potencial electrostático del punto F es:

$$V_F = V_{A \rightarrow F} + V_{B \rightarrow F} + V_{C \rightarrow F} = 3 \cdot 3,12 \cdot 10^4 [\text{V}] = 9,35 \cdot 10^4 \text{ V}$$

El trabajo que hace la fuerza del campo es

$$W_{D \rightarrow F} = q (V_D - V_F) = 1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot (9,28 \cdot 10^4 - 9,35 \cdot 10^4) [\text{V}] = -7 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

*Análisis: Al restar dos potenciales tan próximos, [se pierden cifras significativas](#) ↗.*

Suponiendo que salga y llegue con velocidad nula, el trabajo que hay que hacer es:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 7 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

c) En un campo conservativo, el trabajo de las fuerzas del campo es igual y de sentido contrario a la variación de la energía potencial.

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = q (V_A - V_B)$$

Como el trabajo de las fuerzas del campo electrostático es negativo, la energía potencial del sistema aumenta.

11. En un punto de coordenadas (0, 3) está situada una carga  $q_1 = 7,11 \text{ nC}$ , y en el punto de coordenadas (4, 0) está situada otra carga  $q_2 = 3,0 \text{ nC}$ . Las coordenadas están expresadas en metros. Calcula:

- La expresión vectorial de la intensidad del campo eléctrico en el punto (4, 3).
- El valor del potencial eléctrico en el punto (4, 3).
- Indica el signo y el valor de la carga  $q_3$  que hay que situar en el origen para que el potencial eléctrico en el punto (4, 3) se anule.

DATO:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(A.B.A.U. ord. 19)

**Rta.:** A)  $\vec{E} = (4 \vec{i} + 3 \vec{j}) \text{ N/C}$ ; b)  $V = 25 \text{ V}$ ; c)  $q_3 = -13,9 \text{ nC}$ .

### Datos

Posición de la carga  $q_1$   
 Posición de la carga  $q_2$   
 Posición del punto 3

### Cifras significativas: 3

$\vec{r}_1 = (0, 3,00) \text{ m}$   
 $\vec{r}_2 = (4,00, 0) \text{ m}$   
 $\vec{r}_3 = (4,00, 3,00) \text{ m}$

**Datos**

Valor de la carga situada en el punto 1

Valor de la carga situada en el punto 2

Constante eléctrica

**Incógnitas**

Intensidad del campo electrostático en el punto 3

Potencial electrostático en el punto 3

Valor de la carga situada en el origen para que el potencial en 3 sea nulo

**Otros símbolos**

Distancia entre dos puntos A y B

**Ecuaciones**Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$ 

Principio de superposición

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$ 

Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga  $q$  desde un punto A hasta otro punto B**Cifras significativas: 3**

$$q_1 = 7,11 \text{ nC} = 7,11 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$q_2 = 3,00 \text{ nC} = 3,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

$$\vec{E}_3$$

$$V_3$$

$$q_3$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

**Solución:**

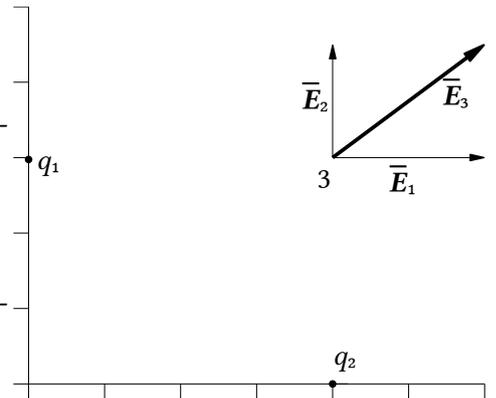
a) Se hace un dibujo con los vectores intensidad de campo electrostático creado por cada carga y la suma vectorial, que es el vector campo  $\vec{E}$  resultante.

La intensidad de campo electrostático en el punto 3, debido a la carga de 7,11 nC situada en el punto 1, es:

$$\vec{E}_{1 \rightarrow 3} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{7,11 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(4,00 [\text{m}])^2} \vec{i} = 4,00 \vec{i} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto 3, debido a la carga de 3,00 nC situada en el punto 2, es:

$$\vec{E}_{2 \rightarrow 3} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])^2} \vec{j} = 3,00 \vec{j} \text{ N/C}$$



Por el principio de superposición, la intensidad de campo electrostático resultante en el punto 3(4, 3) es la suma vectorial de las intensidades de campo de cada carga:

$$\vec{E}_3 = \vec{E}_{1 \rightarrow 3} + \vec{E}_{2 \rightarrow 3} = 4,00 \vec{i} [\text{N/C}] + 3,00 \vec{j} [\text{N/C}] = (4,00 \vec{i} + 3,00 \vec{j}) \text{ N/C}$$

*Análisis: La dirección del campo resultante está de acuerdo con el dibujo.*

b) El potencial en el punto 3 debido a la carga de 7,11 nC situada en el punto 1, es:

$$V_1 = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{7,11 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(4,00 [\text{m}])} = 16,0 \text{ V}$$

Lo potencial en el punto 3 debido a la carga de 4,00 nC situada en el punto 2, es:

$$V_2 = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \cdot 10^{-9} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])} = 9,00 \text{ V}$$

El potencial electrostático de un punto debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales de la cada carga.

$$V_3 = V_1 + V_2 = 16,0 [\text{V}] + 9,00 [\text{V}] = 25,0 \text{ V}$$

c) La distancia del punto 3 al origen es:

$$r_{30} = \sqrt{(3,00 [\text{m}])^2 + (4,00 [\text{m}])^2} = 5,00 \text{ m}$$

El potencial de la carga en el origen en el punto 3 sería

$$V'_3 = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{q_3 [\text{C}]}{(5,00 [\text{m}])}$$

Para que el potencial en el punto 3 sea nulo, debe cumplirse que:

$$9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{q_3 [\text{C}]}{(5,00 [\text{m}])} + 25,0 [\text{V}] = 0$$

$$q_3 = \frac{-25,0 [\text{V}] \cdot 5,00 [\text{m}]}{9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]} = -1,39 \cdot 10^{-8} \text{ C} = -13,9 \text{ nC}$$

12. Una carga  $q$  de 2 mC está fija en el punto A(0, 0), que es el centro de un triángulo equilátero de lado  $3\sqrt{3}$  m. Tres cargas iguales  $Q$  están en los vértices y la distancia de cada carga  $Q$  a A es 3 m. El conjunto está en equilibrio electrostático. Calcula:

- El valor de  $Q$ .
- La energía potencial de cada carga  $Q$ .
- La energía puesta en juego para que el triángulo rote  $45^\circ$  alrededor de un eje que pasa por A y es perpendicular al plano del papel.

DATO:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(P.A.U. jun. 11)

Rta.: a)  $Q = -3,46 \text{ mC}$ ; b)  $E_p = 2,07 \cdot 10^4 \text{ J}$ ; c)  $\Delta E = 0$ .

### Datos

Valor de la carga situada en el punto A  
Longitud del lado del triángulo  
Distancia del centro del triángulo a cada vértice  
Posición del punto A  
Ángulo girado por el triángulo  
Constante eléctrica

### Cifras significativas: 3

$q = 2,00 \text{ mC} = 0,00200 \text{ C}$   
 $L = 3\sqrt{3} \text{ m} = 5,20 \text{ m}$   
 $d = 3,00 \text{ m}$   
 $r_A = (0, 0) \text{ m}$   
 $\theta = 45^\circ$   
 $K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

### Incógnitas

Valor de la carga  $Q$  que se encuentra en cada uno de los vértices  
Energía potencial de cada carga  $Q$   
Energía necesaria para rotar el triángulo  $45^\circ$  alrededor de un eje perpendicular

$Q$   
 $E_p$   
 $\Delta E$

### Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B

$r_{AB}$

### Ecuaciones

Ley de Coulomb: fuerza entre dos cargas puntuales  $Q$  y  $q$  a una distancia  $r$

$$\vec{F} = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

Principio de superposición

$$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{Ai}$$

Energía potencial electrostática de una interacción entre dos cargas  $Q$  y  $q$  situadas a una distancia  $r$  una de la otra.

$$E_p = q \cdot V = K \frac{Q \cdot q}{r}$$

Energía potencial electrostática de un conjunto de cargas

$$E_p = \sum E_{pi} = \frac{1}{2} \sum E_{pi} q$$

Trabajo de una fuerza  $\vec{F}$  constante cuando su punto de aplicación se desplaza  $\Delta \vec{r}$

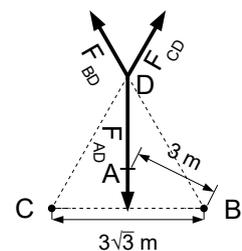
$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

### Solución:

a) Se hace un dibujo de las cargas y de cada uno de los vectores fuerza electrostática de dos de las tres cargas iguales  $Q$  y de la carga central  $q$  sobre la tercera carga  $Q$ . La fuerza electrostática  $\vec{F}_{AD}$  de la carga  $q$  situada en el punto A sobre la carga  $Q$  en el punto D es, en función de la carga  $Q$  desconocida:

$$\vec{F}_{A \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{0,00200 [\text{C}] \cdot Q}{(3,00 [\text{m}])^2} \vec{j} = 2,00 \cdot 10^6 Q \vec{j} \text{ N}$$

La fuerza electrostática  $\vec{F}_{B \rightarrow D}$  que ejerce la carga  $Q$  situada en el punto B sobre la carga  $Q$  en el punto D es, en función de la carga  $Q$  desconocida:



$$\vec{F}_{B \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{Q \cdot Q}{(5,20 [\text{m}])^2} (\cos 120^\circ \vec{i} + \sin 120^\circ \vec{j}) = (-167 \vec{i} + 289 \vec{j}) \cdot 10^6 Q^2 [\text{N}]$$

Por simetría, la fuerza electrostática  $\vec{F}_{C \rightarrow D}$  que ejerce la carga  $Q$  situada en el punto C sobre la carga  $Q$  en el punto D es,

$$\vec{F}_{C \rightarrow D} = (167 \vec{i} + 289 \vec{j}) \cdot 10^6 Q^2 [\text{N}]$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\vec{F}_D = \vec{F}_{A \rightarrow D} + \vec{F}_{B \rightarrow D} + \vec{F}_{C \rightarrow D} = \vec{0}$$

La fuerza resultante es nula porque la carga en D está en equilibrio. Las componentes  $x$  de las fuerzas se anulan. Para las componentes  $y$ :

$$(2,00 + 289 Q + 289 Q) Q \cdot 10^6 = 0$$

$$Q = \frac{-2,00 \text{ C}}{(2 \cdot 289)} = -0,00346 \text{ C} = -3,46 \text{ mC}$$

b) La energía potencial de cada carga es la suma de las energías potenciales de todos los pares de carga que le afecten:

$$E_{p Q} = \sum E_{p i}$$

$$E_{p D} = E_{p CD} + E_{p BD} + E_{p AD}$$

$$E_{p Q} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \left( 2 \frac{(-3,46 \cdot 10^{-3} [\text{C}])^2}{(5,20 [\text{m}])} + \frac{2 \cdot 10^{-3} [\text{C}] \cdot (-3,46 \cdot 10^{-3} [\text{C}])}{(3,00 [\text{m}])} \right) = 2,08 \cdot 10^4 \text{ J}$$

c) La energía potencial de la disposición de cargas es la suma de las energías potenciales de todos los pares de cargas o, lo que es lo mismo, la mitad de la suma de las energías potenciales de todas las cargas (porque en esta caso cada interacción se cuenta dos veces)

$$E_{p A} = 3 \cdot \left( 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3} [\text{C}] \cdot (-3,46 \cdot 10^{-3} [\text{C}])}{(3,00 [\text{m}])} \right) = -6,24 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$E_p = \frac{1}{2} (E_{p A} + 3 \cdot E_{p Q}) = 0$$

Como al girar  $45^\circ$ , las distancias relativas no cambian, la energía de la nueva disposición es la misma, y la energía total requerida es cero.

$$E'_{p T} = E_{p T}$$

$$\Delta E = E'_{p T} - E_{p T} = 0$$

13. Dos cargas puntuales de  $-6 \mu\text{C}$  cada una están fijas en los puntos de coordenadas  $(-5, 0)$  y  $(5, 0)$ . Las coordenadas están expresadas en metros. Calcula:

a) El vector campo electrostático en el punto  $(15, 0)$ .

b) La velocidad con la que llega al punto  $(10, 0)$  una partícula de masa  $20 \text{ g}$  y carga  $8 \mu\text{C}$  que se abandona libremente en el punto  $(15, 0)$ .

DATO:  $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(A.B.A.U. extr. 20)

Rta.: a)  $\vec{E}_C = -675 \vec{i} \text{ N/C}$ ; b)  $\vec{v}_D = -2,24 \vec{i} \text{ m/s}$ .

#### Datos

Valores de las cargas fijas

Posiciones de las cargas fijas: A  
B

Posición del punto C

Carga que se desplaza

Masa de la carga que se desplaza hasta el origen

Velocidad inicial en el punto C

Posición del punto D por lo que pasa la carga que se desplaza

#### Cifras significativas: 3

$Q = -6,00 \mu\text{C} = -6,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$\vec{r}_A = (-5,00, 0) \text{ m}$

$\vec{r}_B = (5,00, 0) \text{ m}$

$\vec{r}_C = (15,0, 0) \text{ m}$

$q = 8,00 \mu\text{C} = 8,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$m = 20,0 \text{ g} = 0,0200 \text{ kg}$

$v_C = 0$

$\vec{r}_D = (10,0, 0) \text{ m}$

**Datos**

Constante eléctrica

**Incógnitas**

Vector campo electrostático en el punto C

Velocidad que tendrá la carga de  $8 \mu\text{C}$  al pasar por el punto D**Otros símbolos**

Distancia entre dos puntos A y B

**Ecuaciones**Ley de Coulomb (aplicada a dos cargas puntuales separadas una distancia  $r$ )

Principio de superposición

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$ 

Potencial electrostático de varias cargas

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga  $q$  desde un punto A hasta otro punto B

Energía potencial electrostática de una carga en un punto A

Energía cinética

Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B

**Cifras significativas: 3**

$$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

$$\vec{E}_C$$

$$v_D$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{F} = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{A_i}$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$

**Solución:**

a) Se hace un dibujo de las cargas y cada uno de los vectores intensidad de campo electrostático y de la suma vectorial que es el campo  $\vec{E}_C$  resultante.

Cálculo de distancias:

$$r_{AC} = 15,0 - (-5,00) = 20,0 \text{ m}$$

$$r_{BC} = 15,0 - (5,00) = 10,0 \text{ m}$$

El vector unitario del punto C,  $\vec{u}_{AC}$ , respecto al punto A, es:  $\vec{i}$ .La intensidad de campo electrostático en el punto C debido a la carga de  $-6 \mu\text{C}$ , situada en A, es:

$$\vec{E}_{A \rightarrow C} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(20,0 [\text{m}])^2} \vec{i} = -135 \vec{i} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto C debido a la carga de  $-6 \mu\text{C}$  situada en B es:

$$\vec{E}_{B \rightarrow C} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(10,0 [\text{m}])^2} \vec{i} = -540 \vec{i} \text{ N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A \rightarrow C} + \vec{E}_{B \rightarrow C} = -135 \vec{i} [\text{N/C}] + (540 \vec{i}) [\text{N/C}] = -675 \vec{i} \text{ N/C}$$

*Análisis: El campo resultante del cálculo es horizontal hacia la izquierda, coherente con el dibujo que se hizo.*

b) Como la fuerza electrostática es una fuerza conservativa la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$\frac{1}{2} m v_C^2 + q \cdot V_C = \frac{1}{2} m v_D^2 + q \cdot V_D$$

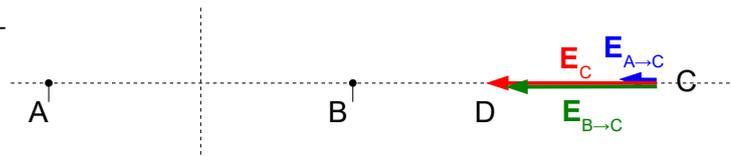
Se calculan los potenciales electrostáticos en los puntos C y D.

El potencial en el punto C debido a la carga de  $-6 \mu\text{C}$  situada en A es:

$$V_{A \rightarrow C} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(20,0 [\text{m}])} = -2,70 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El potencial en el punto C debido a la carga de  $-6 \mu\text{C}$  situada en B es:

$$V_{B \rightarrow C} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(10,0 [\text{m}])} = -5,40 \cdot 10^3 \text{ V}$$



El potencial en el punto C es la suma de ambos:

$$V_C = V_{A \rightarrow C} + V_{B \rightarrow C} = -2,70 \cdot 10^3 \text{ [V]} - (-5,40 \cdot 10^3 \text{ [V]}) = -8,10 \cdot 10^3 \text{ V}$$

Cálculo de distancias:

$$r_{AD} = 10,0 - (-5,00) = 15,0 \text{ m}$$

$$r_{BD} = 10,0 - (5,00) = 5,0 \text{ m}$$

El potencial en el punto D debido a la carga de  $-6 \mu\text{C}$  situada en A es:

$$V_{A \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(15,0 \text{ [m]})} = -3,60 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El potencial en el punto D debido a la carga de  $-6 \mu\text{C}$  situada en B es:

$$V_{B \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(5,0 \text{ [m]})} = -1,08 \cdot 10^4 \text{ V}$$

El potencial en el punto D es la suma de ambos:

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} = -3,60 \cdot 10^3 \text{ [V]} - (-1,08 \cdot 10^4 \text{ [V]}) = -1,44 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Aplicando el principio de conservación de la energía

$$8,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (-8,10 \cdot 10^3 \text{ [V]}) = (20,0 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot v_D^2) / 2 + (8,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}) \cdot (1,44 \cdot 10^4 \text{ [V]})$$

$$v_D = 2,24 \text{ m/s}$$

Como la velocidad es un vector, hay que tener en cuenta a dirección y sentido, que es la del eje X en sentido negativo

$$\vec{v}_D = -2,24 \vec{i} \text{ m/s}$$

14. Dos cargas puntuales iguales de  $+2 \mu\text{C}$  se encuentran en los puntos  $(0, 1) \text{ m}$  y  $(0, -1) \text{ m}$ . Calcula:

a) El vector campo y el potencial electrostático en el punto  $(-3, 0) \text{ m}$ .

b) Calcula el trabajo necesario para trasladar una carga de  $+3 \mu\text{C}$  desde el infinito al citado punto.

Si en el punto  $(-3, 0) \text{ m}$  se abandona una carga de  $-2 \mu\text{C}$  y masa  $1 \text{ g}$ :

c) Calcula su velocidad en el origen de coordenadas.

DATO:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(P.A.U. sep. 14)

**Rta.:** a)  $\vec{E} = -3,42 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$ ;  $V = 1,14 \cdot 10^4 \text{ V}$ ; b)  $W(\text{ext.}) = -W(\text{campo}) = 0,0342 \text{ J}$ ; c)  $\vec{v} = 9,92 \vec{i} \text{ m/s}$ .

### Datos

Valores de las cargas fijas

Posiciones de las cargas fijas: A  
B

Posición del punto C

Valor de la carga que se traslada desde el infinito

Carga que se desplaza hasta el origen

Masa de la carga que se desplaza hasta el origen

Velocidad inicial en el punto C (se supone)

Posición del punto D por el que pasa la carga que se desplaza

Constante eléctrica

### Incógnitas

Vector campo electrostático en el punto C

Potencial electrostático en el punto C

Trabajo necesario para trasladar  $3 \mu\text{C}$  desde el infinito al punto C

Velocidad que tendrá la carga de  $-2 \mu\text{C}$  al pasar por el punto D

### Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B

### Ecuaciones

Ley de Coulomb (aplicada a dos cargas puntuales separadas una distancia  $r$ )  $\vec{F} = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$

### Cifras significativas: 3

$$Q = 2,00 \mu\text{C} = 2,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$\vec{r}_A = (0, 1,00) \text{ m}$$

$$\vec{r}_B = (0, -1,00) \text{ m}$$

$$\vec{r}_C = (-3,00, 0) \text{ m}$$

$$q_1 = 3,00 \mu\text{C} = 3,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$q_2 = -2,00 \mu\text{C} = -2,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$m = 1,00 \text{ g} = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$v_C = 0$$

$$\vec{r}_D = (0, 0) \text{ m}$$

$$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

$$\vec{E}_C$$

$$V_C$$

$$W_{\infty \rightarrow C}$$

$$v_D$$

$$r_{AB}$$

**Ecuaciones**

Principio de superposición

$$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{Ai}$$

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$ 

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Potencial electrostático de varias cargas

$$V = \sum V_i$$

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga  $q$  desde un punto A hasta otro punto B

$$W_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B)$$

Energía potencial electrostática de una carga en un punto A

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

Energía cinética

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$

**Solución:**

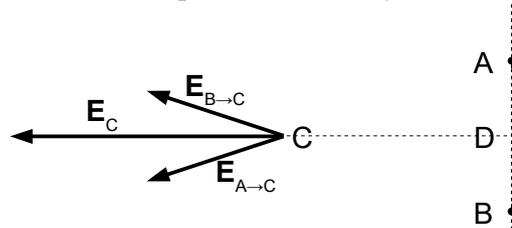
a) Se hace un dibujo de las cargas y cada uno de los vectores intensidad de campo electrostático y de la suma vectorial que es el campo  $\vec{E}_C$  resultante.

Cálculo de distancias:

$$r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{(3,00 \text{ [m]})^2 + (1,00 \text{ [m]})^2} = 3,16 \text{ m}$$

El vector unitario del punto C,  $\vec{u}_{AC}$  respecto a A es:

$$\vec{u}_{AC} = \frac{\vec{r}_{AC}}{|\vec{r}_{AC}|} = \frac{(-3,00 \vec{i} - 1,00 \vec{j}) \text{ [m]}}{3,16 \text{ [m]}} = -0,949 \vec{i} - 0,316 \vec{j}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto C debido a la carga de  $+2 \mu\text{C}$  situada en A es:

$$\vec{E}_{A \rightarrow C} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(3,16 \text{ [m]})^2} (-0,949 \vec{i} - 0,343 \vec{j}) = (-1,71 \cdot 10^3 \vec{i} - 5,69 \cdot 10^2 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Por simetría,

$$\vec{E}_{B \rightarrow C} = (-1,71 \cdot 10^3 \vec{i} + 5,69 \cdot 10^2 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A \rightarrow C} + \vec{E}_{B \rightarrow C} = (-1,71 \cdot 10^3 \vec{i} - 5,69 \cdot 10^2 \vec{j}) \text{ [N]} + (-1,71 \cdot 10^3 \vec{i} + 5,69 \cdot 10^2 \vec{j}) \text{ [N]} = -3,42 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

*Análisis: El campo resultante del cálculo es horizontal hacia la izquierda, coherente con el dibujo que se había hecho.*

El potencial en el punto C debido a cada carga vale lo mismo, porque la distancia es la misma (están situadas simétricamente) y el valor de la carga también es el mismo.

$$V_C = V_{A \rightarrow C} + V_{B \rightarrow C} = 2 \cdot V_{A \rightarrow C} = 2 \cdot 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(3,16 \text{ [m]})} = 1,14 \cdot 10^4 \text{ V}$$

b) El trabajo realizado por las fuerzas del campo electrostático cuando se mueve una carga  $q_1 = +3 \mu\text{C}$  desde el infinito hasta el punto C es la disminución de la energía potencial entre los puntos  $\infty$  y C. Como se toma el infinito como origen de potencial,  $V_\infty = 0$ ,

$$W_{\infty \rightarrow C} = q_1 \cdot (V_\infty - V_C) = 3,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (0 - 1,14 \cdot 10^4) \text{ [V]} = -0,0342 \text{ J}$$

El trabajo necesario para mover una carga  $q = +3 \mu\text{C}$  desde el infinito hasta el punto C, suponiendo que llegue a C con la misma velocidad que tenía en el infinito, es:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 0,0342 \text{ J}$$

c) Como la fuerza electrostática es una fuerza conservativa la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$\frac{1}{2} m v_C^2 + q \cdot V_C = \frac{1}{2} m v_D^2 + q \cdot V_D$$

El potencial en el punto D debido a cada carga vale lo mismo, porque la distancia es la misma (están situadas simétricamente) y el valor de la carga también es el mismo.

$$V_D = 2 \cdot V_{A \rightarrow D} = 2 \cdot 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(1,00 \text{ [m]})} = 3,60 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Aplicando el principio de conservación de la energía

$$-2,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (-1,14 \cdot 10^4 \text{ [V]}) = (1,00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot v_D^2) / 2 + (-2,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}) \cdot (3,60 \cdot 10^4 \text{ [V]})$$

$$v_D = 9,92 \text{ m/s}$$

Como la velocidad es un vector, hay que deducir la dirección y sentido.

Aunque el valor de la intensidad de campo electrostático resultante y la aceleración en el origen es cero, por el valor de la intensidad de campo calculado en el punto C (-3, 0) [m] y el hecho de que pase por el origen, se puede deducir que la aceleración tiene la dirección del eje X en sentido positivo. Si un móvil parte del reposo, y la aceleración tiene dirección constante, el movimiento será rectilíneo en la línea de la aceleración. Por lo tanto, la dirección de la velocidad es la del eje X en sentido positivo

$$\vec{v}_D = 9,92 \vec{i} \text{ m/s}$$

15. Dos cargas puntuales negativas iguales, de  $-10^{-3} \mu\text{C}$ , se encuentran sobre el eje de abscisas, separadas una distancia de 20 cm. A una distancia de 50 cm sobre la vertical que pasa por el punto medio de la línea que las une, se coloca una tercera partícula (puntual) de  $+10^{-3} \mu\text{C}$  de carga y 1 g de masa, inicialmente en reposo. Calcula:

- El campo y potencial eléctrico creado por las dos primeras en la posición inicial de la tercera.
- La velocidad de la tercera carga al llegar al punto medio de la línea de unión entre las dos primeras.

Datos:  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$ ,  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$  (solo se usa la interacción electrostática). (P.A.U. jun. 04)

**Rta.:** a)  $\vec{E} = 67,9 \text{ N/C}$  vertical hacia el eje de abscisas.  $V = -35,3 \text{ V}$ ; b)  $\vec{v} = -0,017 \vec{j} \text{ m/s}$ .

#### Datos

Valor de la carga situada en el punto A

Valor de la carga situada en el punto B

Valor de la carga situada en el punto C

Masa de la partícula que se desplaza

Velocidad inicial en el punto C

Posición del punto A

Posición del punto B

Posición del punto C

Posición del punto D

Constante eléctrica

#### Incógnitas

Intensidad del campo electrostático en el punto C

Potencial electrostático en el punto C

Velocidad que tendrá al pasar por el punto D

#### Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B

#### Ecuaciones

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Principio de superposición

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas

Energía potencial electrostática de una carga en un punto A

Energía cinética

Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B

#### Cifras significativas: 3

$$Q_A = -1,00 \cdot 10^{-3} \mu\text{C} = -1,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$Q_B = -1,00 \cdot 10^{-3} \mu\text{C} = -1,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$Q_C = 1,00 \cdot 10^{-3} \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$m = 1,00 \text{ g} = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$v_C = 0$$

$$\vec{r}_A = (-0,100, 0) \text{ m}$$

$$\vec{r}_B = (0,100, 0) \text{ m}$$

$$\vec{r}_C = (0, 0,500) \text{ m}$$

$$\vec{r}_D = (0, 0) \text{ m}$$

$$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

$$\vec{E}_C$$

$$V_C$$

$$v_D$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A_i}$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$

#### Solución:

a) Se hace un dibujo de las cargas y de cada uno de los vectores intensidad de campo electrostático y de la suma vectorial que es el vector  $\vec{E}_C$  intensidad de campo resultante.  
Cálculo de distancias:

$$r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{(0,100 \text{ [m]})^2 + (0,500 \text{ [m]})^2} = 0,510 \text{ m}$$

El vector unitario del punto C,  $\vec{u}_{AC}$  respecto a A es:

$$\vec{u}_{AC} = \frac{\vec{r}_{AC}}{|\vec{r}_{AC}|} = \frac{(0,100 \vec{i} + 0,500 \vec{j}) \text{ [m]}}{0,510 \text{ [m]}} = 0,196 \vec{i} + 0,981 \vec{j}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto C debida a la carga de  $-1 \text{ nC}$  situada en A es:

$$\vec{E}_{A \rightarrow C} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{-1,00 \cdot 10^{-9} \text{ [C]}}{(0,510 \text{ [m]})^2} (0,196 \vec{i} + 0,981 \vec{j}) = (-6,79 \vec{i} - 33,9 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Por simetría,

$$\vec{E}_{B \rightarrow C} = (6,79 \vec{i} - 33,9 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A \rightarrow C} + \vec{E}_{B \rightarrow C} = (-6,79 \vec{i} - 33,9 \vec{j}) \text{ [N/C]} + (6,79 \vec{i} - 33,9 \vec{j}) \text{ [N/C]} = -67,9 \vec{j} \text{ N/C}$$

*Análisis: La fuerza resultante del cálculo es vertical hacia abajo, coherente con el dibujo que se había hecho.*

El potencial en el punto C debido a cada carga vale lo mismo, porque la distancia es la misma (están situadas simétricamente) y el valor de la carga también es el mismo.

$$V_C = 2 \cdot V_{A \rightarrow C} = 2 \cdot 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-1,00 \cdot 10^{-9} \text{ [C]}}{(0,510 \text{ [m]})} = -35,3 \text{ V}$$

b) Como la fuerza electrostática es una fuerza conservativa, y es la única que hay que tener en cuenta (y mucho más intensa que la gravitatoria), la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$\frac{1}{2} m v_C^2 + q \cdot V_C = \frac{1}{2} m v_D^2 + q \cdot V_D$$

El potencial en el punto D vale:

$$V_D = 2 \cdot V_{A \rightarrow D} = 2 \cdot 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-1,00 \cdot 10^{-9} \text{ [C]}}{(0,100 \text{ [m]})} = -180 \text{ V}$$

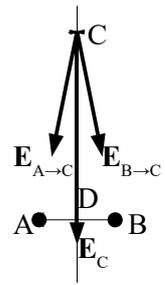
$$1,00 \cdot 10^{-9} \text{ [C]} \cdot (-35,3 \text{ [V]}) = \frac{1}{2} 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot v_D^2 + 1,00 \cdot 10^{-9} \text{ [C]} \cdot (-180 \text{ [V]})$$

$$v_D = 0,017 \text{ m/s}$$

Como la velocidad es un vector, hay que deducir la dirección y sentido.

Aunque el valor de la fuerza resultante y la aceleración en el origen es cero, se puede deducir que la aceleración se ha producido en la dirección del eje Y, en sentido negativo, por el valor de la fuerza calculado en el punto C, y el hecho de que pase por el origen. Si un móvil parte del reposo, y la aceleración tiene dirección constante, el movimiento será rectilíneo en la línea de la aceleración. Por tanto, la dirección de la velocidad es la del eje Y en sentido negativo

$$\vec{v}_D = -0,017 \vec{j} \text{ m/s}$$



16. Tres cargas eléctricas de  $+1 \mu\text{C}$ , están en los puntos A(-1, 0), B(0, 2) y C(0, -2) (metros). Calcula en D(0, 0) y en F(2, 0):

a) El campo eléctrico.

b) El potencial eléctrico.

c) Si en D(0, 0) se coloca una tercera carga  $q'$  de  $+1 \mu\text{C}$  y de 10 g de masa, sometida solo a la acción electrostática de las otras tres, calcula la velocidad con la que llega al punto F(2, 0)

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}; 1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C.}$$

(P.A.U. jun. 10)

**Rta.:** a)  $\vec{E}_D = 9,0 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$ ;  $\vec{E}_F = 2,6 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$ ; b)  $V_D = 1,8 \cdot 10^4 \text{ V}$ ;  $V_F = 9,4 \cdot 10^3 \text{ V}$ ; c)  $v = 1,31 \text{ m/s}$ .

**Datos**

- Valor de la carga situada en el punto A
- Valor de la carga situada en el punto B
- Valor de la carga situada en el punto C
- Masa de la partícula que se desplaza
- Carga de la partícula que se desplaza
- Velocidad inicial en el punto D
- Posición del punto A
- Posición del punto B
- Posición del punto C
- Posición del punto D del que sale
- Posición del punto F al que llega
- Constante eléctrica

**Incógnitas**

- Intensidades del campo electrostático en los puntos D y F
- Potenciales electrostáticos en los puntos D y F
- Velocidad que tendrá al pasar por el punto F

**Otros símbolos**

- Distancia entre dos puntos A y B

**Ecuaciones**

- Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$
- Principio de superposición
- Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$
- Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas
- Energía potencial electrostática de una carga en un punto A
- Energía cinética
- Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B

**Cifras significativas: 3**

- $Q_A = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
- $Q_B = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
- $Q_C = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
- $m = 10,0 \text{ g} = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$
- $q = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
- $v_D = 0$
- $\vec{r}_A = (-1,00, 0) \text{ m}$
- $\vec{r}_B = (0, 2,00) \text{ m}$
- $\vec{r}_C = (0, -2,00) \text{ m}$
- $\vec{r}_D = (0, 0) \text{ m}$
- $\vec{r}_F = (2,00, 0) \text{ m}$
- $K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

$\vec{E}_D, \vec{E}_F$

$V_D, V_F$

$v_F$

$r_{AB}$

$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$

$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A_i}$

$V = K \frac{Q}{r}$

$V = \sum V_i$

$E_{pA} = q \cdot V_A$

$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

**Solución:**

a) Se hace un dibujo de las cargas y cada uno de los vectores intensidad de campo electrostático y de la suma vectorial que es el vector  $\vec{E}_D$  intensidad de campo resultante.

La intensidad de campo electrostático en el punto D debido a la carga de  $+1 \mu\text{C}$  situada en A es:

$$\vec{E}_{A \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(1,00 [\text{m}])^2} \vec{i} = 9,00 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto D debido a la carga de  $+1 \mu\text{C}$  situada en B es:

$$\vec{E}_{B \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])^2} \vec{i} = 2,25 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

Por simetría,

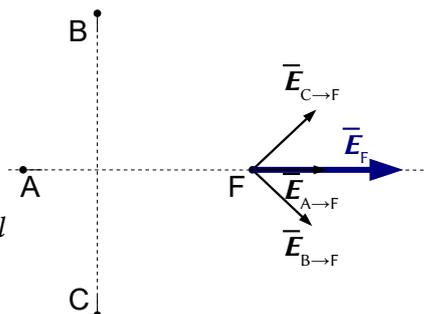
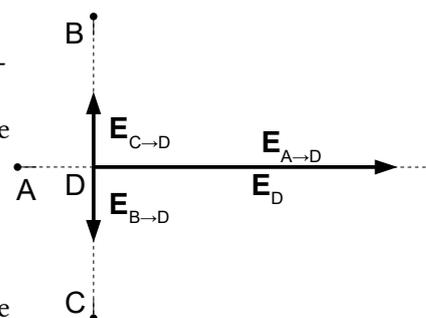
$$\vec{E}_{C \rightarrow D} = 2,25 \cdot 10^3 \vec{j} \text{ N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{A \rightarrow D} + \vec{E}_{B \rightarrow D} + \vec{E}_{C \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

*Análisis: El vector intensidad de campo resultante del cálculo es horizontal hacia derecha, coherente con el dibujo que hicimos previamente.*

La intensidad de campo electrostático en el punto F debido a la carga de  $+1 \mu\text{C}$  situada en A es:



$$\vec{E}_{A \rightarrow F} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])^2} \vec{i} = 1,00 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

Para calcular los campos debidos a las cargas en B y en C, se hace antes el cálculo de distancias:

$$r_{CF} = r_{BF} = \sqrt{(2,00 [\text{m}])^2 + (2,00 [\text{m}])^2} = 2,83 \text{ m}$$

El vector unitario del punto F,  $\vec{u}_{BF}$  respecto a B es:

$$\vec{u}_{BF} = \frac{\vec{r}_{BF}}{|\vec{r}_{BF}|} = \frac{(2,00 \vec{i} - 2,00 \vec{j}) [\text{m}]}{2,83 [\text{m}]} = 0,707 \vec{i} - 0,707 \vec{j}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto F debido a la carga de  $+1 \mu\text{C}$  situada en B es:

$$\vec{E}_{B \rightarrow F} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(2,83 [\text{m}])^2} (0,707 \vec{i} - 0,707 \vec{j}) = (795 \vec{i} - 795 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Por simetría,

$$\vec{E}_{C \rightarrow F} = (795 \vec{i} + 795 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\vec{E}_F = \vec{E}_{A \rightarrow F} + \vec{E}_{B \rightarrow F} + \vec{E}_{C \rightarrow F} = 2,59 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

*Análisis: El vector intensidad de campo resultante del cálculo es horizontal hacia derecha, coherente con el dibujo que hicimos previamente.*

b) Los potenciales en el punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{C \rightarrow D} = V_{B \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])} = 4,50 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_{A \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(1,00 [\text{m}])} = 9,00 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El potencial electrostático en el punto D es:

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} + V_{C \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^3 [\text{V}] + 2 \cdot 4,50 \cdot 10^3 [\text{V}] = 1,800 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Los potenciales en el punto F debidos a cada carga valen:

$$V_{C \rightarrow F} = V_{B \rightarrow F} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(2,83 [\text{m}])} = 3,18 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_{A \rightarrow F} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])} = 3,00 \cdot 10^3 \text{ V}$$

El potencial electrostático en el punto F es:

$$V_F = V_{A \rightarrow F} + V_{B \rightarrow F} + V_{C \rightarrow F} = 3,00 \cdot 10^3 [\text{V}] + 2 \cdot 3,18 \cdot 10^3 [\text{V}] = 9,36 \cdot 10^3 \text{ V}$$

c) Como la fuerza electrostática es una fuerza conservativa la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_F = (E_c + E_p)_D$$

$$\frac{1}{2} m v_F^2 + q \cdot V_F = \frac{1}{2} m v_D^2 + q \cdot V_D$$

$$(1,00 \cdot 10^{-2} [\text{kg}] / 2) \cdot v_F^2 + 1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot 9,36 \cdot 10^3 [\text{V}] = 1,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot 1,800 \cdot 10^4 [\text{V}]$$

La velocidad en el punto F vale:

$$v_F = 1,31 \text{ m/s}$$

Como la velocidad es un vector, tenemos que deducir la dirección y sentido.

Por la dirección y sentido del vector intensidad de campo en los puntos D y F, se puede deducir que la aceleración está en la dirección del eje X y en sentido positivo. Si un móvil parte del reposo, y la aceleración tiene dirección constante, el movimiento será rectilíneo en la línea de la aceleración. Por lo tanto, la dirección de la velocidad es la del eje X y el sentido positivo

$$\vec{v}_F = 1,31 \vec{i} \text{ m/s}$$

17. Dos cargas eléctricas de  $+8 \mu\text{C}$  están situadas en  $A(0, 0,5)$  y  $B(0, -0,5)$  (en metros). Calcula:
- El campo eléctrico en  $C(1, 0)$  y en  $D(0, 0)$
  - El potencial eléctrico en  $C$  y en  $D$ .
  - Si una partícula de masa  $m = 0,5 \text{ g}$  y carga  $q = -1 \mu\text{C}$  se sitúa en  $C$  con una velocidad inicial de  $10^3 \text{ m/s}$ , calcula la velocidad en  $D$ .
- Datos:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ ,  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$ . Nota: solo intervienen fuerzas eléctricas. (P.A.U. sep. 12)
- Rta.: a)  $\vec{E}_C = 1,03 \cdot 10^5 \vec{i} \text{ N/C}$ ;  $\vec{E}_D = \vec{0}$ ; b)  $V_C = 1,29 \cdot 10^5 \text{ V}$ ;  $V_D = 2,88 \cdot 10^5 \text{ V}$ ; c)  $\vec{v}_D = -1,00 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ m/s}$ .

**Datos**

Valor de la carga situada en el punto A  
 Valor de la carga situada en el punto B  
 Posición do punto A  
 Posición do punto B  
 Posición del punto C  
 Posición del punto D  
 Masa de la partícula que se desplaza  
 Carga de la partícula que se desplaza  
 Velocidad inicial en el punto C  
 Constante eléctrica

**Incógnitas**

Intensidades del campo electrostático en los puntos C y D  
 Potenciales electrostáticos en los puntos C y D  
 Velocidad que tendrá al pasar por el punto D

**Otros símbolos**

Distancia entre dos puntos A y B

**Ecuaciones**

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$   
 Principio de superposición  
 Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$   
 Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas  
 Energía potencial electrostática de una carga en un punto A  
 Energía cinética  
 Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B

**Cifras significativas: 3**

$Q_A = 8,00 \mu\text{C} = 8,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$   
 $Q_B = 8,00 \mu\text{C} = 8,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$   
 $\vec{r}_A = (0, 0,500) \text{ m}$   
 $\vec{r}_B = (0, -0,500) \text{ m}$   
 $\vec{r}_C = (1,00, 0,00) \text{ m}$   
 $\vec{r}_D = (0,00, 0,00) \text{ m}$   
 $m = 0,500 \text{ g} = 5,00 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$   
 $q = -1,00 \mu\text{C} = -1,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$   
 $v_C = 1,00 \cdot 10^3 \text{ m/s}$   
 $K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

$$\vec{E}_C, \vec{E}_D$$

$$V_C, V_D$$

$$v_D$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

$$E_p_A = q \cdot V_A$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$

**Solución:**

a) Se hace un dibujo de las cargas y de cada uno de los vectores intensidad de campo electrostático y de la suma vectorial que es el vector  $\vec{E}_D$  intensidad de campo resultante.

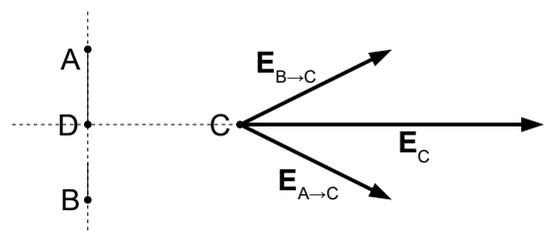
Cálculo de distancias:

$$r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{(0,500 \text{ [m]})^2 + (1,00 \text{ [m]})^2} = 1,12 \text{ m}$$

El vector unitario del punto C (1, 0),  $\vec{u}_{AC}$  respecto al punto A es:

$$\vec{u}_{AC} = \frac{\vec{r}_{AC}}{|\vec{r}_{AC}|} = \frac{(1,00 \vec{i} - 0,500 \vec{j}) \text{ [m]}}{1,12 \text{ [m]}} = 0,894 \vec{i} - 0,447 \vec{j}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto C debido a la carga de  $+8 \mu\text{C}$  situada en A es:



$$\vec{E}_{A \rightarrow C} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{8,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(1,12 \text{ [m]})^2} (0,894 \vec{i} - 0,447 \vec{j}) = (5,15 \cdot 10^4 \vec{i} - 2,58 \cdot 10^4 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Por simetría, la intensidad de campo electrostático en el punto C debido a la carga de  $+8 \mu\text{C}$ , situada en B, es:

$$\vec{E}_{B \rightarrow C} = (5,15 \cdot 10^4 \vec{i} + 2,58 \cdot 10^4 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Aplicando el principio de superposición, el campo electrostático en el punto C es

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A \rightarrow C} + \vec{E}_{B \rightarrow C} = 1,03 \cdot 10^5 \vec{i} \text{ N/C}$$

*Análisis: El vector intensidad de campo resultante del cálculo es horizontal hacia derecha, coherente con el dibujo que hicimos previamente.*

La intensidad de campo electrostático en el punto D (0, 0) debido a la carga de  $+8 \mu\text{C}$  situada en A es:

$$\vec{E}_{A \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{8,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(0,500 \text{ [m]})^2} (-\vec{j}) = -2,88 \cdot 10^5 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por simetría, el campo en el punto D debido a la carga situada en B es

$$\vec{E}_{B \rightarrow D} = 2,88 \cdot 10^5 \vec{j} \text{ N/C}$$

Aplicando el principio de superposición,

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{A \rightarrow D} + \vec{E}_{B \rightarrow D} = \vec{0} \text{ N/C}$$

*Análisis: Como las distancias y las cargas son iguales, y están situadas simétricamente, la resultante tiene que ser nula.*

b) Los potenciales en el punto C debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow C} = V_{B \rightarrow C} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{8,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(1,12 \text{ [m]})} = 6,44 \cdot 10^4 \text{ V}$$

El potencial electrostático en el punto C es la suma de ambos:

$$V_C = V_{A \rightarrow C} + V_{B \rightarrow C} = 2 \cdot 6,44 \cdot 10^4 \text{ [V]} = 1,29 \cdot 10^5 \text{ V}$$

Los potenciales en el punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow D} = V_{B \rightarrow D} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{8,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(0,500 \text{ [m]})} = 1,44 \cdot 10^5 \text{ V}$$

El potencial electrostático en el punto D es:

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} = 2 \cdot 1,44 \cdot 10^5 \text{ [V]} = 2,88 \cdot 10^5 \text{ V}$$

c) Como la fuerza electrostática es una fuerza conservativa la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$\frac{1}{2} m v_C^2 + q \cdot V_C = \frac{1}{2} m v_D^2 + q \cdot V_D$$

$$(5,00 \cdot 10^{-4} \text{ [kg]} / 2) \cdot (1,00 \cdot 10^3 \text{ [m/s]})^2 + (-1,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}) \cdot 1,29 \cdot 10^5 \text{ [V]} = \\ = (5,00 \cdot 10^{-4} \text{ [kg]} / 2) \cdot v_D^2 + (-1,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}) \cdot 2,88 \cdot 10^5 \text{ [V]}$$

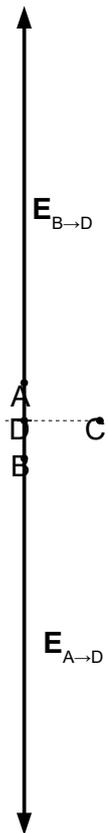
La velocidad que tendrá al pasar por el punto D será:

$$v_D = 1,00 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

*Análisis: La velocidad es prácticamente la misma, pero un poco mayor, ya que la carga negativa es acelerada en sentido contrario al campo eléctrico.*

Como la velocidad es un vector, tenemos que deducir la dirección y sentido.

Por la dirección y sentido del vector intensidad de campo entre los puntos C y D, se puede deducir que la aceleración está en la dirección del eje X y en sentido positivo (las cargas negativas sufren una fuerza de sentido opuesto al campo). La única posibilidad de que la carga que sale del punto C pase por el punto D es



que inicialmente se estuviese moviendo en el sentido negativo del eje  $X$ . Por lo tanto, la dirección de la velocidad es la del eje  $X$  y el sentido negativo

$$\vec{v}_D = -1,00 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ m/s}$$

18. Dos cargas eléctricas positivas ( $q_1$  y  $q_2$ ) están separadas una distancia de 1 m. Entre las dos hay un punto, situado a 20 cm de  $q_1$ , donde el campo eléctrico es nulo. Sabiendo que  $q_1$  es igual a  $2 \mu\text{C}$ , calcula:
- El valor de  $q_2$ .
  - El potencial en el punto en el que se anula el campo.
  - El trabajo realizado por la fuerza del campo para llevar una carga de  $-3 \mu\text{C}$  desde el punto en el que se anula el campo hasta el infinito.

Dato:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(A.B.A.U. extr. 18)

Rta.: a)  $q_2 = 32 \mu\text{C}$ ; b)  $V = 4,5 \cdot 10^5 \text{ V}$ ; c)  $W = -1,4 \text{ J}$ .

### Datos

Distancia entre las cargas  $q_1$  y  $q_2$   
 Distancia del punto P a la carga  $q_1$   
 Valor de la carga situada en el punto 1  
 Valor de la carga situada en el punto P  
 Campo eléctrico en el punto P  
 Constante eléctrica

### Incógnitas

Valor da carga  $q_2$   
 Potencial electrostático en el punto P  
 Trabajo para trasladar una carga de  $-3 \mu\text{C}$  desde P hasta el infinito

### Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B

### Ecuaciones

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Principio de superposición

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

Potencial electrostático en un punto debido a varias cargas

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga  $q$  desde un punto A hasta otro punto B

Energía potencial electrostática de una carga  $q$  en un punto A

### Cifras significativas: 3

$d = 1,00 \text{ m}$   
 $d_{P1} = 20,0 \text{ cm} = 0,200 \text{ m}$   
 $q_1 = 2,00 \mu\text{C} = 2,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$   
 $q_2 = -3,00 \mu\text{C} = -3,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$   
 $|\vec{E}_P| = 0$   
 $K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

$q_2$   
 $V_P$   
 $W_{P \rightarrow \infty}$

$r_{AB}$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

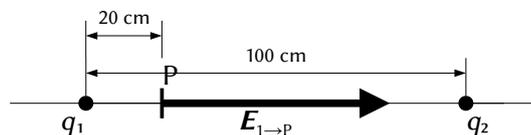
$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$E_{PA} = q \cdot V_A$$

### Solución:

a) Se hace un dibujo con el vector intensidad de campo electrostático creado por la carga  $q_1$ .

La intensidad de campo electrostático en el punto P, debido a la carga de  $2 \mu\text{C}$  situada en el punto 1, es:



$$\vec{E}_{1 \rightarrow P} = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,200 [\text{m}])^2} \vec{i} = 4,50 \cdot 10^5 \vec{i} \text{ N/C}$$

La intensidad de campo electrostático en el punto P debido a la carga  $q_2$  situada a 1 m de distancia de la carga  $q_1$  tiene que ser opuesta para que la intensidad de campo electrostático en el punto P sea nula.

$$\vec{E}_{2 \rightarrow P} = -4,50 \cdot 10^5 \vec{i} \text{ N/C}$$

Escribiendo la expresión del módulo de la intensidad de campo electrostático, y teniendo en cuenta que la distancia de  $q_2$  al punto P es

$$d_{P2} = 1,00 - 0,200 = 0,80 \text{ m}$$

$$|\vec{E}| = K \frac{q}{r^2} \Rightarrow 4,50 \cdot 10^5 = 9,00 \cdot 10^9 \frac{q_2}{0,80^2}$$

$$q_2 = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ C} = 32 \mu\text{C}$$

Análisis: Como la distancia de  $q_2$  al punto P es 4 veces mayor que la de la carga  $q_1$ , el valor de la carga tendrá que ser  $4^2 = 16$  veces mayor.

b) Los potenciales en el punto P debidos a cada carga valen:

$$V_{1 \rightarrow P} = V_1 = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,20 [\text{m}])^2} = 9,00 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$V_{2 \rightarrow P} = V_2 = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{32 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,80 [\text{m}])^2} = 3,6 \cdot 10^5 \text{ V}$$

El potencial electrostático de un punto debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_P = V_{1 \rightarrow P} + V_{2 \rightarrow P} = 9,00 \cdot 10^4 [\text{V}] + 3,6 \cdot 10^5 [\text{V}] = 4,5 \cdot 10^5 \text{ V}$$

c) El trabajo que hace la fuerza del campo para llevar la carga de  $-3 \mu\text{C}$  desde el punto P hasta el infinito es

$$W_{P \rightarrow \infty} = q (V_P - V_\infty) = -3,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot (4,5 \cdot 10^5 - 0) [\text{V}] = -1,4 \text{ J}$$

19. Una carga puntual  $Q$  ocupa la posición  $(0, 0)$  del plano  $XY$  en el vacío. En un punto A del eje  $X$  el potencial es  $V = -100 \text{ V}$  y el campo eléctrico es  $\vec{E} = -10 \vec{i} \text{ N/C}$  (coordenadas en metros):

- Calcula la posición del punto A y el valor de  $Q$ .
- Determina el trabajo necesario para llevar un protón desde el punto B(2, 2) hasta el punto A.
- Haz una representación gráfica aproximada de la energía potencial del sistema en función de la distancia entre ambas cargas. Justifica la respuesta.

Dato: Carga del protón:  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(P.A.U. sep. 11)

Rta.: a)  $\vec{r}_A = (10, 0) \text{ m}$ ;  $Q = -1,11 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ ; b)  $W = -4,05 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ .

### Datos

Posición de la carga  $Q$   
 Potencial en el punto A  
 Campo eléctrico en el punto A  
 Posición del punto B  
 Carga del protón  
 Constante eléctrica

### Cifras significativas: 3

$\vec{r}_0 = (0, 0) \text{ m}$   
 $V = -100 \text{ V}$   
 $\vec{E} = -10,0 \vec{i} \text{ N/C}$   
 $\vec{r}_B = (2,000, 2,000) \text{ m}$   
 $q_p = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$   
 $K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

### Incógnitas

Posición del punto A  
 Valor de la carga  $Q$   
 Trabajo necesario para llevar un protón de B a A

$\vec{r}_A$   
 $Q$   
 $W_{B \rightarrow A}$

### Otros símbolos

Distancia entre dos puntos A y B

$r_{AB}$

### Ecuaciones

Campo eléctrico creado por una carga puntual  $Q$  a una distancia  $r$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Potencial electrostático de un punto que dista una distancia  $r$  de una carga  $Q$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga  $q$  desde un punto A hasta otro punto B

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

Energía potencial electrostática de una carga  $q$  en un punto A

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

### Solución:

a) Se sustituyen los datos en las ecuaciones del campo

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$-10,0 \vec{i} \text{ [N/C]} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Tomando solo el módulo, queda:

$$10,0 \text{ [N/C]} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{|Q|}{r^2}$$

También se sustituye en la ecuación de potencial electrostático:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$-100 \text{ [V]} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{Q}{r}$$

Como en la ecuación del campo aparece el valor absoluto de la carga  $|Q|$ , aplicamos valores absolutos a la ecuación del potencial, que queda:

$$100 \text{ [V]} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{|Q|}{r}$$

Se resuelve el sistema

$$\begin{cases} 10,0 = 9,00 \cdot 10^9 \frac{|Q|}{r^2} \\ 100 = 9,00 \cdot 10^9 \frac{|Q|}{r} \end{cases}$$

Dividiendo la segunda ecuación entre la primera se obtiene

$$r = 10,0 \text{ m}$$

Despejando el valor absoluto de la carga  $|Q|$  de la segunda ecuación:

$$Q = 1,11 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

El potencial es negativo, por lo tanto, la carga debe ser negativa:

$$Q = -1,11 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

Como la intensidad del campo electrostático en el punto es negativa,  $\vec{E}_r = -10,0 \vec{i} \text{ (N/C)}$ , el punto tiene que estar en el semieje positivo:

$$\vec{r}_A = (10,0, 0) \text{ m}$$

b) El trabajo que hace la fuerza del campo es

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

La distancia del punto B a la carga  $Q$  es:

$$r_{OB} = \sqrt{(2,00 \text{ [m]})^2 + (2,00 \text{ [m]})^2} = 2,83 \text{ m}$$

El potencial en el punto B vale:

$$V_B = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-1,11 \cdot 10^{-7} \text{ [C]}}{2,83 \text{ [m]}} = -353 \text{ V}$$

El trabajo de la fuerza del campo es

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B) = 1,60 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot (-353 - (-100)) [\text{V}] = -4,05 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

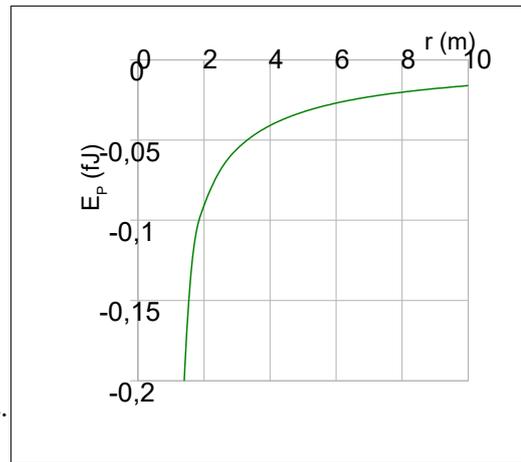
Suponiendo que salga y llegue con velocidad nula, el trabajo que hay que hacer es:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 4,05 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

c) La energía potencial de dos cargas viene dada por la expresión:

$$E_p = q \cdot V = K \frac{Q \cdot q}{r}$$

Es inversamente proporcional a la distancia entre ambas cargas. Como las cargas son de signo opuesto la energía potencial es negativa y aumenta con la distancia hasta ser nula a una distancia infinita.



20. Dos láminas conductoras con igual carga y signo contrario están colocadas horizontalmente y separadas 5 cm. La intensidad del campo eléctrico en su interior es  $2,5 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ . Una microgota de aceite cuya masa es  $4,90 \cdot 10^{-14} \text{ kg}$ , y con carga negativa, está en equilibrio, suspendida en un punto equidistante de ambas placas.

- Razona cuál de las dos láminas está cargada positivamente.
- Determina la carga de la microgota.
- Calcula la diferencia de potencial entre las láminas conductoras.

Dato:  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

(P.A.U. sep. 15)

**Rta.:** b)  $q = 1,92 \cdot 10^{-18} \text{ C}$ ; c)  $\Delta V = 1,25 \cdot 10^4 \text{ V}$ .

#### Datos

Intensidad del campo eléctrico  
Distancia entre las láminas conductoras  
Masa de la microgota  
Valor del campo gravitatorio terrestre

#### Cifras significativas: 3

$|\vec{E}| = 2,50 \cdot 10^5 \text{ N/C}$   
 $d = 5,00 \text{ cm} = 0,0500 \text{ m}$   
 $m = 4,90 \cdot 10^{-14} \text{ kg}$   
 $g = 9,80 \text{ m/s}^2$

#### Incógnitas

Carga de la microgota  
Diferencia de potencial entre las láminas conductoras

$q$   
 $\Delta V$

#### Ecuaciones

Fuerza sobre una carga puntual  $q$  en un campo electrostático uniforme  $\vec{E}$   
Valor de la fuerza peso  
Diferencia de potencial en un campo eléctrico constante

$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$   
 $P = m \cdot g$   
 $\Delta V = |\vec{E}| \cdot d$

#### Solución:

a, b) Peso:

$$P = m \cdot g = 4,90 \cdot 10^{-14} [\text{kg}] \cdot 9,80 [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] = 4,80 \cdot 10^{-13} \text{ N}$$

Cuando la microgota alcanza el equilibrio, la fuerza eléctrica equilibra a la fuerza peso.

$$F_E = q \cdot E = 4,80 \cdot 10^{-13} \text{ N}$$

Carga eléctrica:

$$q = \frac{F_E}{E} = \frac{4,80 \cdot 10^{-13} [\text{N/C}]}{2,5 \cdot 10^5 [\text{N}]} = 1,92 \cdot 10^{-18} \text{ C}$$

*Análisis:* La carga eléctrica de la microgota es solo ligeramente mayor que la del electrón. Corresponde a la de  $1,92 \cdot 10^{-18} \text{ C} / 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 12$  electrones. Este resultado parece razonable.

La fuerza eléctrica está dirigida hacia arriba, en sentido contrario al peso. Como la carga de la microgota es negativa, el campo eléctrico debe estar dirigido hacia abajo: la lámina superior es la positiva y la inferior la negativa.

c) La diferencia de potencial vale:

$$\Delta V = |\vec{E}| \cdot d = 2,50 \cdot 10^5 \text{ [N/C]} \cdot 0,0500 \text{ [m]} = 1,25 \cdot 10^4 \text{ V}$$

21. Una esfera pequeña, de masa 2 g y carga +3  $\mu\text{C}$ , cuelga de un hilo de 6 cm de longitud entre dos placas metálicas verticales y paralelas separadas entre sí una distancia de 12 cm. Las placas poseen cargas iguales pero de signo contrario. Calcula:

- El campo eléctrico entre las placas para que el hilo forme un ángulo de  $45^\circ$  con la vertical.
- La tensión del hilo en ese momento.
- Si las placas se descargan, ¿cuál será la velocidad de la esfera al pasar por la vertical?

Dato:  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

(A.B.A.U. ord. 17)

**Rta.:** a)  $E = 6,54 \cdot 10^3 \text{ N/C}$ ; b)  $T = R = 0,0277 \text{ N}$ ; c)  $v = 0,587 \text{ m/s}$ .

### Datos

Masa de la esfera

Carga de la esfera

Longitud del hilo

Ángulo que forma el hilo con la vertical

Valor del campo gravitatorio terrestre

### Incógnitas

Valor del campo eléctrico

Tensión del hilo

Velocidad de la esfera al pasar por la vertical

### Ecuaciones

Fuerza sobre una carga puntual  $q$  en un campo electrostático uniforme  $\vec{E}$

Valor de la fuerza peso

Energía potencial de la fuerza peso

Energía cinética

### Cifras significativas: 3

$m = 2,00 \text{ g} = 2,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

$q = 3,00 \mu\text{C} = 3,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$L = 6,00 \text{ cm} = 0,0600 \text{ m}$

$\alpha = 45^\circ$

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$

$E$

$T$

$v$

$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$

$P = m \cdot g$

$E_p = m \cdot g \cdot h$

$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

### Solución:

a) Esquema de fuerzas:

Cuando la esfera alcanza el equilibrio, la tensión equilibra a la resultante de las fuerzas peso y eléctrica. Estas valen:

Peso:

$$P = m \cdot g = 2,00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot 9,81 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-2}] = 0,0196 \text{ N}$$

Como el ángulo entre la resultante y la vertical es de  $45^\circ$  y  $\tan 45^\circ = 1,00$

$$F_E = P = 0,0196 \text{ N}$$

El campo eléctrico vale:

$$E = \frac{F_E}{q} = \frac{0,0196 \text{ N}}{3,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}} = 6,54 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Como son perpendiculares, la fuerza resultante vale:

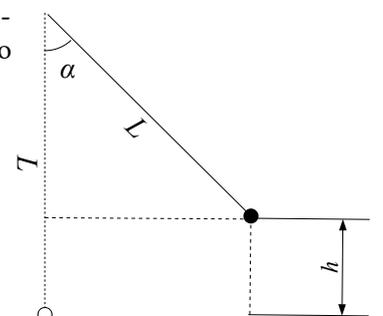
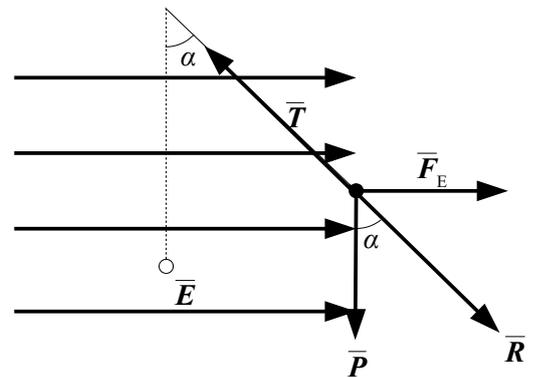
$$|\vec{R}| = \sqrt{(0,0196 \text{ [N]})^2 + (0,0196 \text{ [N]})^2} = 0,0277 \text{ N}$$

b) El valor de la tensión es el mismo que el de la fuerza resultante:

$$T = R = 0,0277 \text{ N}$$

c) Al descargarse las láminas solo actúa la fuerza peso, que es una fuerza conservativa. La energía mecánica se conserva entre la posición inicial y el punto más bajo de la trayectoria.

La altura del punto de equilibrio respecto al punto más bajo puede calcularse del triángulo:



$$h = L - L \cos \alpha = L (1 - \cos \alpha) = 0,0600 \text{ [m]} (1 - \cos 45^\circ) = 0,0176 \text{ m}$$

La energía potencial del peso en el punto de partida es:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 2,00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot 9,81 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-2}] \cdot 0,00240 \text{ [m]} = 3,45 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Como la energía cinética es nula en ese punto, la energía mecánica valdrá lo mismo.

$$E = E_p = 3,45 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

En el punto más bajo la energía mecánica es la misma, y como no hay energía potencial, ese será el valor de la energía cinética. Por lo tanto, la velocidad valdrá:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,45 \cdot 10^{-4} \text{ [J]}}{2,00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]}}} = 0,587 \text{ m/s}$$

22. Una esfera metálica de masa  $m = 8 \text{ g}$  y carga  $q = 7 \mu\text{C}$ , cuelga de un hilo de  $10 \text{ cm}$  de longitud situado entre dos láminas metálicas paralelas de cargas iguales y de signo contrario. Calcula:

a) El ángulo que forma el hilo con la vertical si entre las láminas existe un campo electrostático uniforme de  $2,5 \cdot 10^3 \text{ N/C}$ .

b) La tensión del hilo en ese momento.

c) Si las láminas se descargan, ¿cuál será la velocidad de la esfera al pasar por la vertical?

Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

(P.A.U. jun. 14)

**Rta.:** a)  $\alpha = 12,6^\circ$ ; b)  $T = 0,0802 \text{ N}$ ; c)  $v = 0,217 \text{ m/s}$ .

### Datos

Masa de la esfera

Carga de la esfera

Longitud del hilo

Valor del campo eléctrico

Valor del campo gravitatorio terrestre

### Incógnitas

Ángulo que forma el hilo con la vertical

Tensión del hilo

Velocidad de la esfera al pasar por la vertical

### Ecuaciones

Fuerza sobre una carga puntual  $q$  en un campo electrostático uniforme  $\vec{E}$

Valor de la fuerza peso

Energía potencial de la fuerza peso

Energía cinética

### Cifras significativas: 3

$$m = 8,00 \text{ g} = 8,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$q = 7,00 \mu\text{C} = 7,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$L = 10,0 \text{ cm} = 0,100 \text{ m}$$

$$E = 2,50 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

$$g = 9,80 \text{ m/s}^2$$

$\alpha$

$T$

$v$

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

$$P = m \cdot g$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

### Solución:

a) En el enunciado no se especifica ni la dirección ni el sentido del campo electrostático uniforme.

Si fuera horizontal, el esquema con las fuerzas sería el siguiente:

Cuando la esfera alcanza el equilibrio, la tensión equilibra a la resultante de las fuerzas peso y eléctrica. Estas valen:

Peso:

$$P = m \cdot g = 8,00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot 9,80 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-2}] = 0,0784 \text{ N}$$

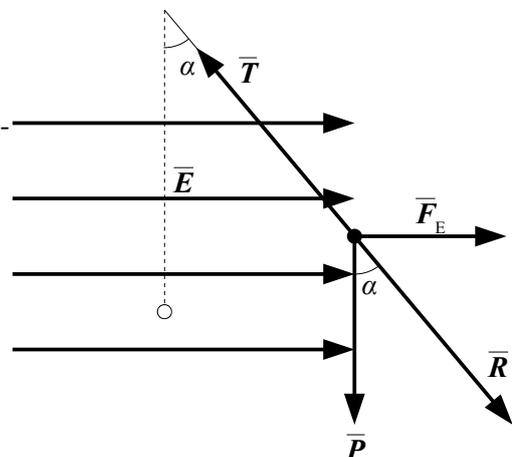
Fuerza eléctrica:

$$F_E = q \cdot E = 7,00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot 2,50 \cdot 10^3 \text{ [N/C]} = 0,0175 \text{ N}$$

Como son perpendiculares, la fuerza resultante vale:

$$|\vec{R}| = \sqrt{(0,0784 \text{ N})^2 + (0,0175 \text{ N})^2} = 0,080 \text{ N}$$

El ángulo entre la resultante y la vertical mide



$$\alpha = \arccos \frac{P}{R} = \arccos \frac{0,0784}{0,080} = 12,6^\circ$$

b) El valor de la tensión es el mismo que el de la fuerza resultante:

$$T = R = 0,0802 \text{ N}$$

c) Al descargarse las láminas solo actúa la fuerza peso, que es una fuerza conservativa. La energía mecánica se conserva entre la posición inicial y el punto más bajo de la trayectoria. La altura del punto de equilibrio respecto al punto más bajo puede calcularse del triángulo:

$$h = L - L \cos \alpha = L (1 - \cos \alpha) = 0,100 \text{ [m]} (1 - \cos 12,6^\circ) = 0,00240 \text{ m}$$

La energía potencial del peso en el punto de partida es:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 8,00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot 9,80 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-2}] \cdot 0,00240 \text{ [m]} = 1,88 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Como la energía cinética es nula en ese punto, la energía mecánica valdrá lo mismo.

$$E = E_p = 1,88 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

En el punto más bajo la energía mecánica es la misma, y como no hay energía potencial, ese será el valor de la energía cinética. Por lo tanto, la velocidad valdrá:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,88 \cdot 10^{-4} \text{ [J]}}{9,00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]}}} = 0,217 \text{ m/s}$$

También podría suponerse que el campo eléctrico fuera vertical. En cuyo caso el hilo no se desviaría de la vertical. De estar dirigido hacia arriba, la fuerza eléctrica (0,0175 N), no compensaría la fuerza peso (0,0784 N) y la esfera no se movería, pero la tensión variaría de los 0,0784 N con las placas descargadas a 0,0609 N cuando las placas estén cargadas.

$$T = 0,0784 \text{ N} - 0,0175 \text{ N} = 0,0609 \text{ N}$$

Si el campo fuera vertical, pero hacia abajo, la esfera tampoco se movería, y la tensión valdría

$$T = 0,0784 \text{ N} + 0,0175 \text{ N} = 0,0959 \text{ N}$$

Por imaginar, podría imaginarse que las placas estuvieran colocadas de tal modo que el campo eléctrico formara un ángulo  $\beta$  cualquiera con la horizontal.

En un plano XY, la fuerza eléctrica podría expresarse como:

$$\vec{F}_E = 0,0175 (\cos \beta \vec{i} + \sin \beta \vec{j}) \text{ N}$$

La fuerza resultante  $\vec{R}$  sería la suma vectorial de esta fuerza eléctrica y la fuerza peso:

$$\vec{P} = -0,0784 \vec{j} \text{ N}$$

$$\vec{R} = \vec{F}_E + \vec{P} = 0,0175 \cos \beta \vec{i} + (0,0175 \sin \beta - 0,0784) \vec{j} \text{ N}$$

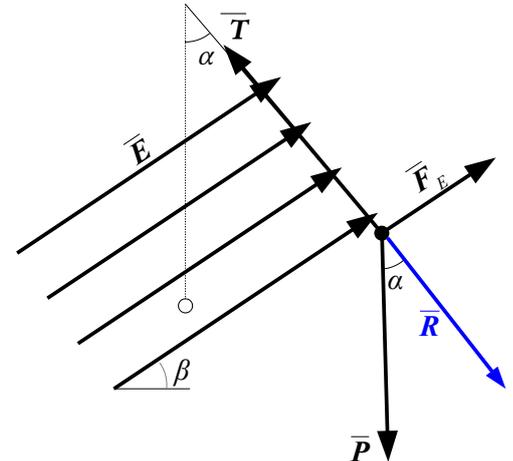
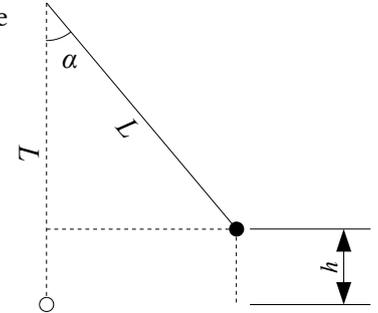
$$|\vec{R}| = \sqrt{(0,0175 \sin \beta - 0,0784)^2 + (0,0175 \cos \beta)^2} \text{ [N]}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{(0,0175 \text{ [N]})^2 \sin^2(2\beta) + (0,0784 \text{ [N]})^2 + (0,0175 \text{ [N]})^2} = \sqrt{3,06 \cdot 10^{-4} \sin^2(2\beta) \text{ [N]}^2 + 6,45 \cdot 10^{-3} \text{ [N]}^2}$$

El ángulo entre la resultante y la vertical mediría

$$\alpha = \arccos \frac{P}{R} = \arccos \frac{0,0784}{\sqrt{3,06 \cdot 10^{-4} \sin^2(2\beta) + 6,45 \cdot 10^{-3}}}$$

Por ejemplo, si  $\beta = 30^\circ$ , el ángulo  $\alpha = 17,0^\circ$



23. Una esfera conductora de radio 4 cm tiene una carga de +8  $\mu\text{C}$  en equilibrio electrostático. Calcula cuánto valen en puntos que distan 0,2 y 6 cm del centro de la esfera:

- a) El módulo de la intensidad del campo electrostático.  
 b) El potencial electrostático.  
 c) Representa las magnitudes anteriores en función de la distancia al centro de la esfera.

DATO:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(A.B.A.U. ord. 18)

Rta.: a)  $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = 0$ ;  $|\vec{E}_3| = 2,00 \cdot 10^7 \text{ N/C}$ ; b)  $V_1 = V_2 = 1,80 \cdot 10^6 \text{ V}$ ;  $V_3 = 1,20 \cdot 10^6 \text{ V}$ .

### Datos

Carga de la esfera

Radio de la esfera

Distancias al centro de la esfera: punto interior 1  
 punto interior 2  
 punto exterior

Constante eléctrica

### Incógnitas

Intensidad del campo electrostático en los puntos 1, 2 y 3

Potencial electrostático en los puntos 1, 2 y 3

### Ecuaciones

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$   $\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$   $V = K \frac{Q}{r}$

### Cifras significativas: 3

$Q = 8,00 \text{ } \mu\text{C} = 8,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$R = 4,00 \text{ cm} = 0,0400 \text{ m}$

$r_1 = 0 \text{ cm} = 0 \text{ m}$

$r_2 = 2,00 \text{ cm} = 0,0200 \text{ m}$

$r_3 = 6,00 \text{ cm} = 0,0600 \text{ m}$

$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

$\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3$

$V_1, V_2, V_3$

### Solución:

a) La intensidad de campo electrostático en los puntos 1 y 2, que se encuentran en el interior a 0 y 2 cm del centro de la esfera, es nulo porque el conductor se encuentra en equilibrio y todas las cargas se encuentran en la superficie de la esfera.

El potencial electrostático en los puntos 1 y 2 es el mismo que en la superficie de la esfera:

$$V_1 = V_2 = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{8,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,0400 [\text{m}])} = 1,80 \cdot 10^6 \text{ V}$$

b) El módulo de la intensidad de campo electrostático en el punto 3 a 6 cm del centro de la esfera es el mismo que si la carga fuera puntual

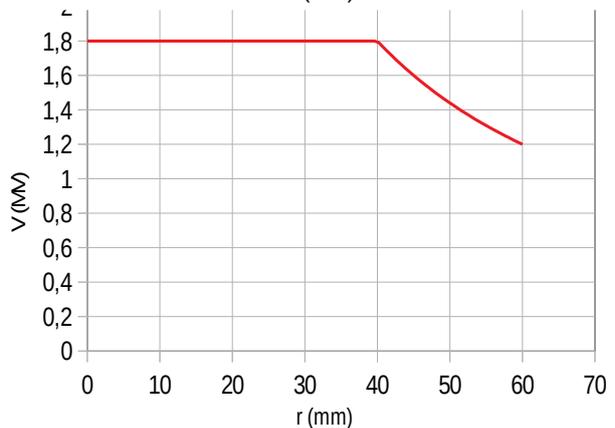
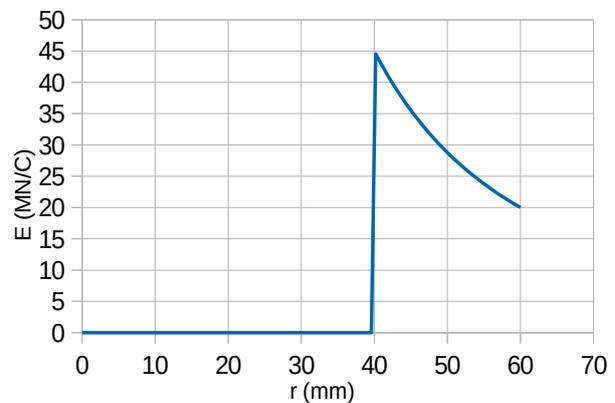
$$|\vec{E}_3| = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{8,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,0600 [\text{m}])^2} = 2,00 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

El potencial electrostático en el punto 3 es el mismo que si la carga fuera puntual

$$V_3 = 9,00 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{8,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(0,0600 [\text{m}])} = 1,20 \cdot 10^6 \text{ V}$$

c) La gráfica de la variación de la intensidad del campo electrostático da un valor 0 para distancias inferiores al radio de la esfera, se hace máxima para el radio y disminuye de forma inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al centro de la esfera para distancias mayores.

La gráfica de la variación del potencial electrostático da un valor constante para distancias inferiores al radio de la esfera y disminuye de forma inversamente proporcional a la distancia al centro de la esfera para distancias mayores.



24. Dada una esfera maciza conductora de 30 cm de radio y carga  $q = +4,3 \mu\text{C}$ , calcula el campo eléctrico y el potencial en los siguientes puntos:
- A 20 cm del centro de la esfera.
  - A 50 cm del centro de la esfera.
  - Haz una representación gráfica del campo eléctrico y del potencial en función de la distancia al centro de la esfera.

Dato:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(A.B.A.U. extr. 17)

Rta.: a)  $|\vec{E}_1| = 0$ ;  $V_1 = 1,29 \cdot 10^5 \text{ V}$ ; b)  $|\vec{E}_2| = 1,55 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ ;  $V_2 = 7,74 \cdot 10^4 \text{ V}$ .

### Datos

Carga de la esfera

Radio de la esfera

Distancias al centro de la esfera: punto interior  
punto exterior

Constante eléctrica

### Incógnitas

Intensidad del campo electrostático en los puntos 1 y 2

Potencial electrostático en los puntos 1 y 2

### Ecuaciones

Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual  $Q$  situada a una distancia  $r$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

### Cifras significativas: 3

$$Q = 4,30 \mu\text{C} = 4,30 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$R = 30,0 \text{ cm} = 0,300 \text{ m}$$

$$r_1 = 20,0 \text{ cm} = 0,200 \text{ m}$$

$$r_2 = 50,0 \text{ cm} = 0,500 \text{ m}$$

$$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

$$\vec{E}_1, \vec{E}_2$$

$$V_1, V_2$$

### Solución:

- a) La intensidad de campo electrostático en el punto 1 a 20 cm del centro de la esfera es nulo porque el conductor se encuentra en equilibrio y todas las cargas se encuentran en la superficie de la esfera.

El potencial electrostático en el punto 1 es el mismo que en la superficie:

$$V_1 = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{4,30 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(0,300 \text{ [m]})} = 1,29 \cdot 10^5 \text{ V}$$

- b) El módulo de la intensidad de campo electrostático en el punto 2 a 50 cm del centro de la esfera es el mismo que si la carga fuera puntual

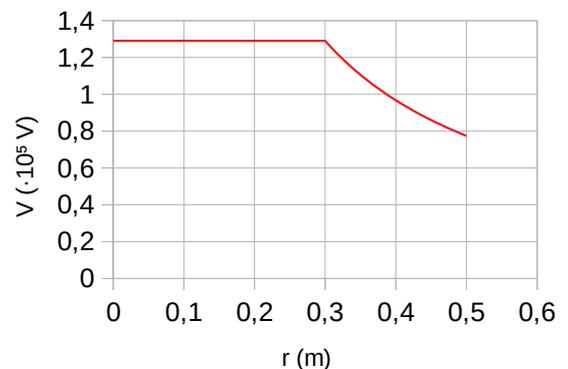
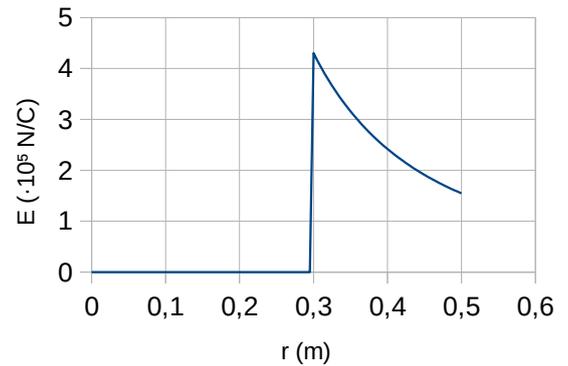
$$|\vec{E}_2| = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{4,30 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(0,500 \text{ [m]})^2} = 1,55 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

El potencial electrostático en el punto 2 es el mismo que si la carga fuera puntual

$$V_2 = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{4,30 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(0,500 \text{ [m]})} = 7,74 \cdot 10^4 \text{ V}$$

- c) La gráfica de la variación de la intensidad del campo electrostático da un valor 0 para distancias inferiores al radio de la esfera, se hace máxima para el radio y disminuye de forma inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al centro de la esfera para distancias mayores.

La gráfica de la variación del potencial electrostático da un valor constante para distancias inferiores al radio de la esfera y disminuye de forma inversamente proporcional a la distancia al centro de la esfera para distancias mayores.



## ● Campo magnético

1. Un protón con velocidad  $\vec{v} = 5 \cdot 10^6 \vec{i}$  m/s penetra en una zona donde hay un campo magnético  $\vec{B} = 1 \vec{j}$  T.

- Dibuja la fuerza que actúa sobre el protón y deduce la ecuación para calcular el radio de la órbita.
- Calcula el número de vueltas en un segundo.
- ¿Varía la energía cinética del protón al entrar en esa zona?

Datos:  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg;  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

(P.A.U. jun. 13)

Rta.: a)  $R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \sin \varphi}$ ; b)  $N =$  Media vuelta en  $3,28 \cdot 10^{-8}$  s.

### Datos

Velocidad del protón

Intensidad del campo magnético

Carga del protón

Masa del protón

### Incógnitas

Fuerza magnética sobre el protón

Radio de la trayectoria circular

Número de vueltas en un segundo

### Ecuaciones

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

2.ª ley de Newton de la Dinámica

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio  $R$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

### Solución:

a) La fuerza magnética  $\vec{F}_B$  ejercida por el campo magnético  $\vec{B}$  sobre la carga  $q$  del protón que se desplaza a la velocidad  $\vec{v}$  es:

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B}) = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} (5,00 \cdot 10^6 \vec{i} \text{ [m/s]} \times 1,00 \vec{j} \text{ [T]}) = 8,00 \cdot 10^{-13} \vec{k} \text{ N}$$

Es perpendicular a la dirección del campo magnético y también a la velocidad, y el sentido viene dado por la regla de la mano izquierda, teniendo en cuenta que la carga es negativa. En la figura, las cruces  $\times$  indican un campo magnético que entra en el papel.

Como solo actúa la fuerza magnética, el protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ ,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

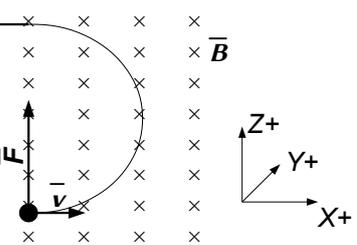
$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio  $R$

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \sin \varphi} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ [kg]} \cdot 5,00 \cdot 10^6 \text{ [m/s]}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 1,00 \text{ [T]} \cdot \sin 90^\circ} = 5,22 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5,22 \text{ cm}$$

Análisis: el radio tiene un valor aceptable, unos centímetros.

b) Despejando el período de la ecuación de la velocidad:



$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 5,22 \cdot 10^{-2} [\text{m}]}{5,00 \cdot 10^6 [\text{m/s}]} = 6,56 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

El número de vueltas en 1 s sería:

$$N = 1,00 [\text{s}] \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{6,56 \cdot 10^{-8} [\text{s}]} = 1,52 \cdot 10^7 \text{ vueltas}$$

*Análisis:* Si el protón entra en un campo magnético, saldrá de él después de describir media circunferencia, por lo que en realidad solo daría media vuelta en un tiempo de  $T/2 = 3,28 \cdot 10^{-8} \text{ s}$  y saldría a una distancia de  $2R = 10,4 \text{ cm}$  del punto de entrada en el campo.

c) No. La fuerza magnética es perpendicular a la trayectoria en todos los puntos y, por tanto, no realiza trabajo. Si el trabajo de la fuerza resultante es nulo, no hay variación de la energía cinética.

2. Un protón con una energía cinética de  $4,0 \cdot 10^{-15} \text{ J}$  penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de  $40 \text{ mT}$ . Calcula:

a) El módulo de la fuerza a la que está sometido el protón dentro del campo.

b) El tipo de movimiento realizado por el protón, la trayectoria que describe y el radio de esta.

Datos:  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

(A.B.A.U. extr. 22)

**Rta.:** a)  $F_B = 1,4 \cdot 10^{-14} \text{ N}$ ; b)  $R = 0,57 \text{ m}$ .

### Datos

Energía cinética del protón

Valor de la intensidad del campo magnético

Ángulo entre la velocidad del protón y el campo

Carga del protón

Masa del protón

### Incógnitas

Módulo de la fuerza a la que está sometido el protón dentro del campo

Radio de la trayectoria

### Ecuaciones

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

2.ª ley de Newton de la Dinámica

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio  $R$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

### Solución:

a) La velocidad del protón se calcula a partir de la energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow 4,0 \cdot 10^{-15} [\text{J}] = (1,67 \cdot 10^{-27} [\text{kg}] / 2) \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,0 \cdot 10^{-15} [\text{J}]}{1,67 \cdot 10^{-27} [\text{kg}]}} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

La fuerza magnética se calcula por la ley de Lorentz:

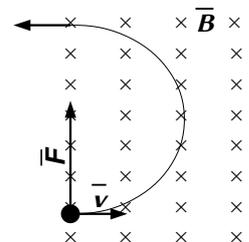
$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

En módulos:

$$F_B = |\vec{F}_B| = q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin 90^\circ = 1,6 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 2,2 \cdot 10^6 [\text{m/s}] \cdot 0,040 [\text{T}] = 1,4 \cdot 10^{-14} \text{ N}$$

b) Como solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$



El protón describe una trayectoria semicircular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ ,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio  $R$

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \sin \varphi} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} [\text{kg}] \cdot 2,2 \cdot 10^6 [\text{m/s}]}{1,6 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 0,040 [\text{T}] \cdot \sin 90^\circ} = 0,57 \text{ m}$$

3. Un protón con una energía cinética de 20 eV se mueve en una órbita circular perpendicular a un campo magnético de 1 T. Calcula:
- El radio de la órbita.
  - La frecuencia del movimiento.
  - Justifica por qué no se consume energía en este movimiento.
- Datos:  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ . (P.A.U. jun. 14)
- Rta.:** a)  $R = 6,46 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ ; b)  $f = 1,52 \cdot 10^7 \text{ vueltas/s}$ .

#### Datos

Energía cinética del protón

Valor de la intensidad del campo magnético

Carga del protón

Ángulo entre la velocidad del protón y el campo

Masa del protón

#### Incógnitas

Radio de la trayectoria circular

Frecuencia del movimiento

#### Otros símbolos

Valor de la fuerza magnética sobre el protón

Período del movimiento circular

#### Ecuaciones

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

2.ª ley de Newton de la Dinámica

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio  $R$

#### Cifras significativas: 2

$$E_c = 20 \text{ eV} = 3,2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$B = 1,0 \text{ T}$$

$$q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$R$

$f$

$F_B$

$T$

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

#### Solución:

a) La energía cinética vale:

$$E_c = 20 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 3,2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

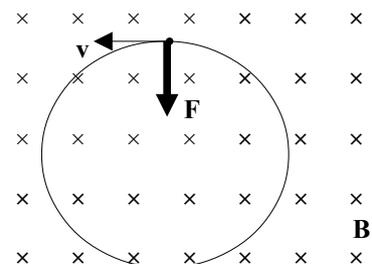
La velocidad del protón se calcula a partir de la energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow 3,2 \cdot 10^{-18} [\text{J}] = (1,67 \cdot 10^{-27} [\text{kg}] / 2) \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-18} [\text{J}]}{1,67 \cdot 10^{-27} [\text{kg}]}} = 6,2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Como solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$



El protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ ,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio  $R$

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \sin \varphi} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} [\text{kg}] \cdot 6,2 \cdot 10^4 [\text{m/s}]}{1,6 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 1,0 [\text{T}] \cdot \sin 90^\circ} = 6,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

b)

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,4 \cdot 10^{-4} [\text{m}]}{6,2 \cdot 10^4 [\text{m/s}]} = 6,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

La frecuencia será:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1 \text{ vuelta}}{6,5 \cdot 10^{-8} [\text{s}]} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ vueltas/s}$$

c) Como la fuerza magnética es perpendicular al desplazamiento en todo momento, su trabajo es nulo.

4. Un protón acelerado por una diferencia de potencial de 5000 V penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 0,32 T. Calcula:

a) La velocidad del protón.

b) El radio de la órbita que describe y el número de vueltas que da en 1 segundo.

Datos:  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $q_p = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  (Haz un dibujo del problema).

(P.A.U. jun. 05)

Rta.: a)  $v = 9,79 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ; b)  $R = 3,2 \text{ cm}$ ;  $N = 4,9 \cdot 10^6 \text{ vueltas/s}$ .

#### Datos

Potencial de aceleración

Valor de la intensidad del campo magnético

Carga del protón

Ángulo entre la velocidad del protón y el campo magnético

Masa del protón

Tiempo para calcular el número de vueltas

#### Incógnitas

Velocidad del protón

Radio de la trayectoria circular

Número de vueltas que da en 1 s

#### Otros símbolos

Valor de la fuerza magnética sobre el protón

Período del movimiento circular

Energía (cinética) del protón

#### Ecuaciones

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

2.ª ley de Newton de la Dinámica

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio  $R$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

Trabajo del campo eléctrico

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V$$

Trabajo de la fuerza resultante

$$W = \Delta E_c$$

Energía cinética

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

#### Cifras significativas: 3

$$V = 5000 \text{ V} = 5,00 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$B = 0,320 \text{ T}$$

$$q = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$t = 1,00 \text{ s}$$

**Solución:**

a) Para calcular la velocidad tenemos que tener en cuenta que al acelerar el protón con una diferencia de potencial (suponemos que desde el reposo), este adquiere una energía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_p v^2 - \frac{1}{2} m_p v_0^2$$

Si parte del reposo,  $v_0 = 0$ . La velocidad final es:

$$v = \sqrt{\frac{2q \cdot \Delta V}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 5,00 \cdot 10^3 [\text{V}]}{1,67 \cdot 10^{-27} [\text{kg}]}} = 9,79 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

b) Como solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

El protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ ,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio  $R$

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \sin \varphi} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} [\text{kg}] \cdot 9,79 \cdot 10^5 [\text{m/s}]}{1,60 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 0,320 [\text{T}] \cdot \sin 90^\circ} = 3,19 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3,19 \text{ cm}$$

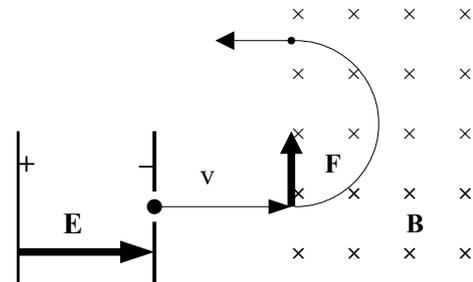
Análisis: el radio tiene un valor aceptable, unos centímetros.

Despejando el período

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3,19 \cdot 10^{-2} [\text{m}]}{9,79 \cdot 10^5 [\text{m/s}]} = 2,05 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

El número de vueltas en 1 s será:

$$N = 1,00 [\text{s}] \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2,05 \cdot 10^{-7} [\text{s}]} = 4,88 \cdot 10^6 \text{ vueltas}$$



Análisis: Si el protón entra en un campo magnético, al describir media circunferencia saldrá de él, por lo que en realidad solo daría media vuelta en un tiempo de  $T/2 = 1,03 \cdot 10^{-7} \text{ s}$  y saldría a una distancia de  $2R = 6,4 \text{ cm}$  del punto de entrada.

5. Una partícula de masa  $8 \text{ ng}$  y carga eléctrica  $-2 \mu\text{C}$  entra en una región del espacio en la que hay un campo magnético  $\vec{B} = 3 \vec{j} \text{ T}$ , con una velocidad  $\vec{v} = 6 \vec{i} \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ . Calcula:

- La velocidad angular con que se mueve.
- La intensidad de campo eléctrico (vector) que se debe aplicar para que la partícula siga una trayectoria rectilínea.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: a)  $\omega = 7,5 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$ ; b)  $\vec{E} = -1,80 \cdot 10^4 \vec{k} \text{ N/C}$ .

**Datos**

Masa de la partícula  
Carga de la partícula  
Intensidad del campo magnético  
Velocidad de la partícula  
Radio de la trayectoria circular

**Incógnitas****Cifras significativas: 3**

$m = 8,00 \text{ ng} = 8,00 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$   
 $q = -2,00 \mu\text{C} = -2,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$   
 $\vec{B} = 3,00 \vec{j} \text{ T}$   
 $\vec{v} = 6,00 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ m/s}$   
 $R = 1,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

**Datos**

Velocidad angular

Vector campo eléctrico para que la partícula siga una trayectoria recta

**Otros símbolos**

Radio de la trayectoria circular

Valor de la fuerza magnética sobre la partícula

Vector fuerza eléctrica sobre la partícula

**Ecuaciones**Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$ **Cifras significativas: 3**

$$\frac{\omega}{\vec{E}}$$

$$R$$

$$\frac{F_B}{\vec{F}_E}$$

$$\vec{F}_E$$

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

$$v = \omega \cdot R$$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

2.ª ley de Newton de la Dinámica

Fuerza  $\vec{F}_E$  ejercida por un campo electrostático  $\vec{E}$  sobre una carga  $q$ Relación entre la velocidad lineal  $v$  y la velocidad angular  $\omega$  en un movimiento circular de radio  $R$ .**Solución:**

a) Cuando solo actúa la fuerza magnética:

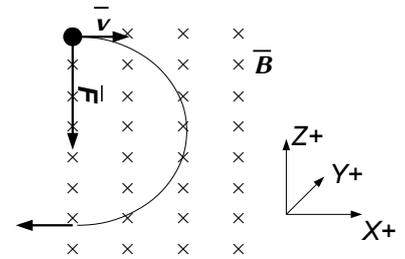
$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

La partícula describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ ,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Si la partícula entra perpendicularmente al campo magnético:

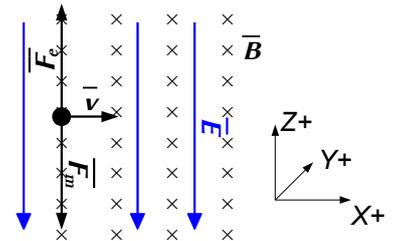
$$|q| \cdot B \cdot v = m \frac{v^2}{R}$$

Se puede despejar el radio  $R$ :

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} = \frac{8,00 \cdot 10^{-12} [\text{kg}] \cdot 6,00 \cdot 10^3 [\text{m/s}]}{2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot 3,00 [\text{T}]} = 8,00 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 8,00 \text{ mm}$$

Puede calcularse la velocidad angular a partir de la velocidad lineal:

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{6,00 \cdot 10^3 [\text{m/s}]}{8,00 \cdot 10^{-3} [\text{m}]} = 7,50 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$$



b) Si la fuerza eléctrica anula la magnética,

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}) = -(6,00 \cdot 10^3 \hat{i} [\text{m/s}] \times 3,00 \hat{j} [\text{T}]) = -1,80 \cdot 10^4 \hat{k} \text{ N/C}$$

6. Un electrón se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de  $1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$ , penetrando a continuación, perpendicularmente, en un campo magnético uniforme de  $0,20 \text{ T}$ . Calcula:

a) La velocidad del electrón al entrar en el campo magnético.

b) El radio de la trayectoria del electrón.

c) El módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico uniforme necesario para que el electrón no experimente desviación a su paso por la región en la que existen el campo eléctrico y el magnético.

DATOS:  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

(A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: la)  $v = 1,9 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ ; b)  $r = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ ; c)  $|E| = 3,8 \cdot 10^6 \text{ N/C} \perp \vec{v} \perp \vec{B}$ .

**Datos**

Diferencia de potencial de aceleración  
 Valor de la intensidad del campo magnético  
 Carga del electrón  
 Ángulo entre la velocidad del protón y el campo magnético  
 Masa del electrón

**Cifras significativas: 2**

$V = 1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$   
 $B = 0,20 \text{ T}$   
 $q = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$   
 $\varphi = 90^\circ$   
 $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

**Incógnitas**

Velocidad del electrón  
 Radio de la trayectoria circular  
 Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético

$v$   
 $R$   
 $\vec{E}$

**Otros símbolos**

Valor de la fuerza magnética sobre el electrón  
 Período del movimiento circular  
 Energía (cinética) del protón

$F_B$   
 $T$   
 $E_c$

**Ecuaciones**

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

2.ª ley de Newton de la Dinámica

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio  $R$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

Trabajo del campo eléctrico

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V$$

Trabajo de la fuerza resultante

$$W = \Delta E_c$$

Energía cinética

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Fuerza  $\vec{F}_E$  ejercida por un campo electrostático  $\vec{E}$  sobre una carga  $q$

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

**Solución:**

a) Para calcular la velocidad tenemos que tener en cuenta que al acelerar el electrón con una diferencia de potencial (suponemos que desde el reposo), este adquiere una energía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = |q| \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_p v^2 - \frac{1}{2} m_p v_0^2$$

Si parte del reposo,  $v_0 = 0$ . La velocidad final es:

$$v = \sqrt{\frac{2|q| \cdot \Delta V}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 1,0 \cdot 10^3 [\text{V}]}{9,1 \cdot 10^{-31} [\text{kg}]}} = 1,9 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

*Análisis: La velocidad es muy alta, pero no tanto que haya que hacer correcciones relativistas.*

b) Como solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

El protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ ,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

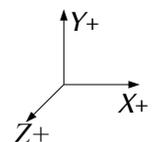
Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio  $R$

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \sin \varphi} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} [\text{kg}] \cdot 1,9 \cdot 10^7 [\text{m/s}]}{1,6 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 0,20 [\text{T}] \cdot \sin 90^\circ} = 5,3 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,53 \text{ mm}$$

*Análisis: El radio tiene un valor demasiado pequeño, menos de un milímetro.*



c) Si actúa una fuerza eléctrica que anula la magnética,

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

El campo eléctrico debe valer, en módulo:

$$|\vec{E}| = |-(\vec{v} \times \vec{B})| = 1,9 \cdot 10^7 \text{ [m/s]} \cdot 0,20 \text{ [T]} \cdot \text{sen } 90^\circ = 3,8 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

La dirección tiene que ser la del producto  $(\vec{v} \times \vec{B})$ , perpendicular al vector velocidad y perpendicular al vector campo magnético.

El sentido tiene que ser opuesto al de la fuerza magnética. Pongamos el caso de que la velocidad es paralela al eje Y en sentido negativo y el campo magnético es paralelo al eje Z en sentido negativo, la fuerza magnética estará en la dirección del eje X en sentido negativo:

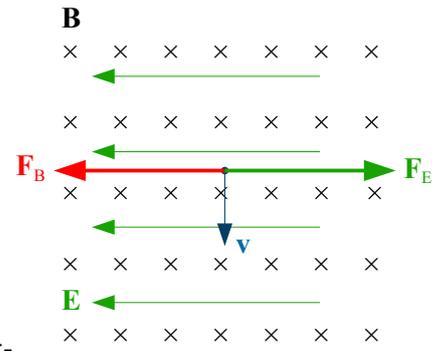
$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B}) = -q v B (-\vec{j} \times -\vec{k}) = -q v B \vec{i}$$

La fuerza eléctrica deberá estar en la misma dirección pero en sentido contrario.

$$\vec{F}_E = -\vec{F}_B = q v B \vec{i}$$

Pero como la carga del electrón es negativa, el campo eléctrico deberá ser de sentido opuesto al de la fuerza

$$\vec{E} = \vec{F}_E / (-q) = -v B \vec{i}$$



7. Un protón se mueve en un círculo de radio  $r = 20 \text{ cm}$ , perpendicularmente a un campo magnético

$B = 0,4 \text{ T}$ . Determina:

- La velocidad del protón.
- El período del movimiento.
- El campo eléctrico necesario para anular el efecto del campo magnético.

DATOS:  $q_p = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

(A.B.A.U. ord. 19)

Rta.: A)  $v = 7,66 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ ; b)  $T = 1,64 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ ; c)  $E = 3,07 \cdot 10^6 \text{ N/C}$ .

**Datos**

- Radio de la trayectoria circular
- Intensidad del campo magnético
- Carga del protón
- Masa del protón

**Cifras significativas: 3**

- $R = 20,0 \text{ cm} = 0,200 \text{ m}$
- $B = 0,400 \text{ T}$
- $q_p = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

**Incógnitas**

- Velocidad del protón
- Período del movimiento
- Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético

- $\vec{v}$
- $T$
- $\vec{E}$

**Otros símbolos**

- Vector fuerza magnética sobre el electrón
- Vector fuerza eléctrica sobre el electrón

- $\vec{F}_B$
- $\vec{F}_E$

**Ecuaciones**

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

2.ª ley de Newton de la Dinámica

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio  $R$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

Fuerza  $\vec{F}_E$  ejercida por un campo electrostático  $\vec{E}$  sobre una carga  $q$

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

**Solución:**

a) Si sólo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

El protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración sólo tiene componente normal  $a_N$ ,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando la velocidad

$$v = \frac{|q| \cdot B \cdot R \cdot \sin \varphi}{m} = \frac{1,60 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 0,400 [\text{T}] \cdot 0,200 [\text{m}] \cdot \sin 90^\circ}{1,67 \cdot 10^{-27} [\text{kg}]} = 7,66 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

b) Despejando el período de la ecuación de la velocidad:

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,200 [\text{m}]}{7,66 \cdot 10^6 [\text{m/s}]} = 1,64 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

c) Si actúa una fuerza eléctrica que anula la magnética,

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

El campo eléctrico debe valer, en módulo:

$$|\vec{E}| = |-(\vec{v} \times \vec{B})| = 7,66 \cdot 10^6 [\text{m/s}] \cdot 0,400 [\text{T}] \cdot \sin 90^\circ = 3,07 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

8. Una partícula con carga  $0,5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$  se mueve con  $\vec{v} = 4 \cdot 10^6 \vec{j} \text{ m/s}$  y entra en una zona en donde existe un campo magnético  $\vec{B} = 0,5 \vec{i} \text{ T}$ :
- ¿Qué campo eléctrico  $\vec{E}$  hay que aplicar para que la carga no sufra ninguna desviación?
  - En ausencia de campo eléctrico calcula la masa si el radio de la órbita es  $10^{-7} \text{ m}$ .
  - Razona si la fuerza magnética realiza algún trabajo sobre la carga cuando esta describe una órbita circular.

(P.A.U. sep. 07)

**Rta.:** a)  $\vec{E} = 2,00 \cdot 10^6 \vec{k} \text{ N/C}$ ; b)  $m = 6,25 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$ .

### Datos

Carga de la partícula  
Intensidad del campo magnético  
Velocidad de la partícula  
Radio de la trayectoria circular

### Incógnitas

Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético  
Masa de la partícula

### Otros símbolos

Valor de la fuerza magnética sobre el protón  
Vector fuerza eléctrica sobre el protón

### Ecuaciones

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

2.ª ley de Newton de la Dinámica

Fuerza  $\vec{F}_E$  ejercida por un campo electrostático  $\vec{E}$  sobre una carga  $q$

### Cifras significativas: 3

$$q = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 5,00 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

$$\vec{B} = 0,500 \vec{i} \text{ T}$$

$$\vec{v} = 4,00 \cdot 10^6 \vec{j} \text{ m/s}$$

$$R = 1,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\vec{E}$$

$$m$$

$$F_B$$

$$\vec{F}_E$$

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

### Solución:

a) Si la fuerza eléctrica anula la magnética,

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}) = -(4,00 \cdot 10^6 \text{ j} [\text{m/s}] \times 0,500 \text{ i} [\text{T}]) = 2,00 \cdot 10^6 \text{ k N/C}$$

b) Como solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

La partícula describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ ,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

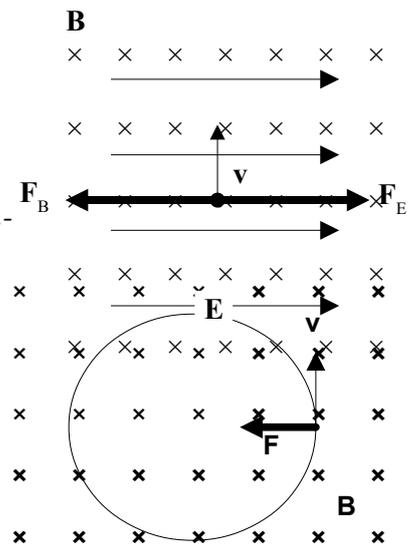
Si la partícula entra perpendicularmente al campo magnético:

$$|q| \cdot B \cdot v = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando la masa  $m$

$$m = \frac{R \cdot q \cdot B}{v} = \frac{1,00 \cdot 10^{-7} [\text{m}] \cdot 5,00 \cdot 10^{-10} [\text{C}] \cdot 0,500 [\text{T}]}{4,00 \cdot 10^6 [\text{m/s}]} = 6,25 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$$

*Análisis: La masa es unas  $7 \cdot 10^6$  veces la masa del electrón. Aún suponiendo el improbable caso de una «partícula» constituida por todos esos electrones, su carga no podría ser superior a  $7 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 1 \cdot 10^{-12} \text{ C}$  y jamás podría alcanzar el valor de  $0,5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ . Algo falla. Como los cálculos parecen estar bien, es de suponer que los datos del problema no han sido muy meditados.*



c) Como la trayectoria es circular, el desplazamiento es, en todo momento, perpendicular a la fuerza magnética, por lo que el trabajo es nulo.

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 90^\circ = 0$$

9. Se acelera una partícula alfa mediante una diferencia de potencial de 1 kV, penetrando a continuación, perpendicularmente a las líneas de inducción, en un campo magnético de 0,2 T. Halla:

- El radio de la trayectoria descrita por la partícula.
- El trabajo realizado por la fuerza magnética.
- El módulo, dirección y sentido de un campo eléctrico necesario para que la partícula alfa no experimente desviación alguna a su paso por la región en la que existen los campos eléctrico y magnético.

Datos:  $m_\alpha = 6,68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $q_\alpha = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

(P.A.U. sep. 13)

**Rta.:** a)  $R = 3,2 \text{ cm}$ ; b)  $W_B = 0$ ; c)  $|\vec{E}| = 6,2 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ .

**Datos**

- Carga de la partícula alfa
- Diferencia de potencial de aceleración
- Masa de la partícula alfa
- Intensidad del campo magnético

**Incógnitas**

- Radio de la trayectoria descrita por la partícula alfa
- Trabajo realizado por la fuerza magnética
- Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético

**Otros símbolos**

- Vector de la fuerza magnética sobre la partícula alfa
- Vector fuerza eléctrica sobre la partícula alfa

**Ecuaciones**

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

**Cifras significativas: 3**

- $q_\alpha = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- $\Delta V = 1,00 \text{ kV} = 1,00 \cdot 10^3 \text{ V}$
- $m_\alpha = 6,68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- $|\vec{B}| = 0,200 \text{ T}$

- $R$
- $W_B$
- $\vec{E}$

- $\vec{F}_B$
- $\vec{F}_E$

**Ecuaciones**

2.ª ley de Newton de la Dinámica

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio  $R$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

Fuerza  $\vec{F}_E$  ejercida por un campo electrostático  $\vec{E}$  sobre una carga  $q$

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

**Solución:**

a) Para calcular la velocidad de la partícula alfa tenemos que tener en cuenta que al acelerar la partícula alfa con una diferencia de potencial (suponemos que desde el reposo), este adquiere una energía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_p \cdot v^2 - \frac{1}{2} m_p \cdot v_0^2$$

Si parte del reposo,  $v_0 = 0$ . La velocidad final es:

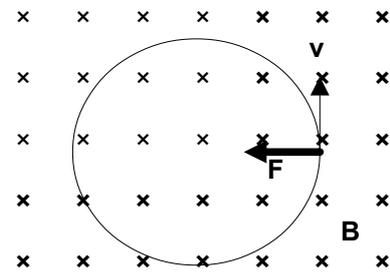
$$v = \sqrt{\frac{2q_\alpha \cdot \Delta V}{m_\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,20 \cdot 10^{-19} [C] \cdot 1,00 \cdot 10^3 [V]}{6,28 \cdot 10^{-27} [kg]}} = 3,10 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

La partícula alfa describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ ,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$



Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \text{sen } \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

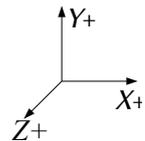
Despejando el radio  $R$

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \text{sen } \varphi} = \frac{6,28 \cdot 10^{-27} [kg] \cdot 3,10 \cdot 10^5 [m/s]}{3,20 \cdot 10^{-19} [C] \cdot 0,200 [T] \cdot \text{sen } 90^\circ} = 3,23 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3,23 \text{ cm}$$

b) Como la trayectoria es circular, el desplazamiento es, en todo momento, perpendicular a la fuerza magnética, por lo que su trabajo es nulo.

$$W_B = F_B \cdot \Delta s \cdot \cos 90^\circ = 0$$

c) Tomando el sistema de referencia como el de figura de la derecha, cuando solo actúa la fuerza magnética la trayectoria de la partícula alfa es una circunferencia. En la figura anterior se dibujó la partícula alfa moviéndose inicialmente en el sentido positivo del eje  $Y$  y el campo magnético dirigido en el sentido negativo del eje  $Z$ .



Cuando actúa una fuerza eléctrica que anula la magnética,

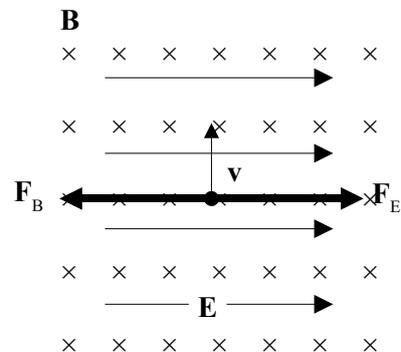
$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

El campo eléctrico debe valer:

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}) = -(3,10 \cdot 10^5 \text{ j} [m/s] \times 0,200 (-\vec{k}) [T]) = 6,19 \cdot 10^4 \text{ i} \text{ N/C}$$

El campo eléctrico está dirigido en el sentido positivo del eje  $X$ .

En cualquier sistema de referencia, la dirección del campo eléctrico debe ser perpendicular tanto a la dirección del campo magnético como a la dirección de la velocidad. El sentido del campo eléctrico tiene que ser igual que el de la fuerza eléctrica y opuesto al de la fuerza magnética.



10. Un electrón es acelerado por una diferencia de potencial de 1000 V, entra en un campo magnético  $\vec{B}$  perpendicular a su trayectoria, y describe una órbita circular en  $T = 2 \cdot 10^{-11}$  s. Calcula:

a) La velocidad del electrón.

- b) El campo magnético.  
 c) ¿Qué dirección debe tener un campo eléctrico  $\vec{E}$  que aplicado junto con  $\vec{B}$  permita que la trayectoria sea rectilínea?

Datos:  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$  C;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg.

(P.A.U. jun. 08)

Rta.: a)  $v = 1,88 \cdot 10^7$  m/s; b)  $B = 1,79$  T.

### Datos

Carga del electrón

Diferencia de potencial de aceleración

Masa del electrón

Período de la trayectoria circular

### Incógnitas

Velocidad del electrón

Intensidad del campo magnético

Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético

### Otros símbolos

Vector fuerza magnética sobre el electrón

Vector fuerza eléctrica sobre el electrón

### Ecuaciones

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

2.ª ley de Newton de la Dinámica

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio  $R$

Fuerza  $\vec{F}_E$  ejercida por un campo electrostático  $\vec{E}$  sobre una carga  $q$

### Cifras significativas: 3

$$q_e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\Delta V = 1,00 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$m_e = 9,10 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$T = 2,00 \cdot 10^{-11} \text{ s}$$

$$\vec{v}$$

$$\vec{B}$$

$$\vec{E}$$

$$\vec{F}_B$$

$$\vec{F}_E$$

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

### Solución:

a) Para calcular la velocidad del electrón tenemos que tener en cuenta que al acelerar el electrón con una diferencia de potencial (suponemos que desde el reposo), este adquiere una energía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_p v^2 - \frac{1}{2} m_p v_0^2$$

Si parte del reposo,  $v_0 = 0$ . La velocidad final es:

$$v = \sqrt{\frac{2|q| \cdot \Delta V}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot |-1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]}| \cdot 1,00 \cdot 10^3 \text{ [V]}}{9,10 \cdot 10^{-31} \text{ [kg]}}} = 1,88 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

Análisis: La velocidad parece muy elevada, pero no supera la décima de la parte de la velocidad de la luz, y no hay que aplicar correcciones relativistas.

b) Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

El electrón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ ,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \text{sen } \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el campo magnético  $B$

$$B = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot R \cdot \text{sen } \varphi}$$

Es necesario tener el radio de la trayectoria circular. Como se conoce el período, se calculará el radio a partir de la relación entre el período y el radio de un movimiento circular uniforme.

$$R = \frac{v \cdot T}{2\pi} = \frac{1,88 \cdot 10^7 \text{ [m/s]} \cdot 2,00 \cdot 10^{-11} \text{ [s]}}{2\pi} = 5,97 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

El campo magnético valdrá:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \text{sen } \varphi} = \frac{9,10 \cdot 10^{-31} \text{ [kg]} \cdot 1,88 \cdot 10^7 \text{ [m/s]}}{|-1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]}| \cdot 5,97 \cdot 10^{-5} \text{ [m]} \cdot \text{sen } 90^\circ} = 1,79 \text{ T}$$

c) Si solo actúa la fuerza magnética se puede dibujar la trayectoria del electrón como en la figura, en la que el electrón se mueve en el sentido positivo del eje X y el campo magnético está dirigido en el sentido negativo del eje Z.

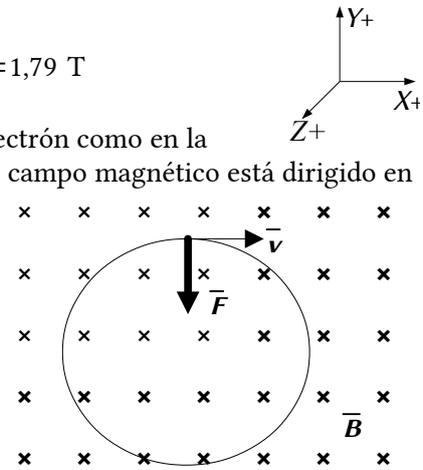
Si actúa una fuerza eléctrica que anula la magnética,

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

El campo eléctrico debe valer:

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}) = -(1,88 \cdot 10^7 \text{ i} \text{ [m/s]} \times 1,79 (-\vec{k}) \text{ [T]}) = -3,35 \cdot 10^7 \text{ j} \text{ N/C}$$

El campo eléctrico está dirigido en el sentido negativo del eje Y.



*Análisis: La fuerza eléctrica estará dirigida en la misma dirección pero en sentido opuesto que la fuerza magnética, o sea, en sentido positivo del eje Y. Pero como el electrón tiene carga negativa, el sentido del campo eléctrico es opuesto, o sea en el sentido negativo del eje Y.*

11. Dos conductores rectos, paralelos y largos están situados en el plano XY y paralelos al eje Y. Uno pasa por el punto (10, 0) cm y el otro por el (20, 0) cm. Ambos conducen corrientes eléctricas de 5 A en el sentido positivo del eje Y.

- a) Explica la expresión utilizada para el cálculo del vector campo magnético creado por un largo conductor rectilíneo con corriente  $I$ .
- b) Calcula el campo magnético en el punto (30, 0) cm
- c) Calcula el campo magnético en el punto (15, 0) cm

Dato:  $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ (S.I.)}$ .

(P.A.U. jun. 09)

**Rta.:** b)  $\vec{B}_b = -15 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$ ; c)  $\vec{B}_c = \vec{0}$ .

**Datos**

- Intensidad de corriente por cada conductor
- Posición del punto por el que pasa el primer conductor
- Posición del punto por el que pasa el segundo conductor
- Posición del punto en el que hay que calcular el campo magnético del apdo. a
- Posición del punto en el que hay que calcular el campo magnético del apdo. b
- Permeabilidad magnética del vacío

**Cifras significativas: 3**

- $I = 5,00 \text{ A}$
- $\vec{r}_1 (10,0, 0) \text{ cm} = (0,0100, 0) \text{ m}$
- $\vec{r}_2 (20,0, 0) \text{ cm} = (0,0200, 0) \text{ m}$
- $\vec{r}_3 (30,0, 0) \text{ cm} = (0,0300, 0) \text{ m}$
- $\vec{r}_4 (15,0, 0) \text{ cm} = (0,0150, 0) \text{ m}$
- $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$

**Incógnitas**

- Campo magnético en el punto (30, 0) cm
- Campo magnético en el punto (15, 0) cm

- $\vec{B}_3$
- $\vec{B}_4$

**Ecuaciones**

Ley de Biot y Savart: campo magnético  $\vec{B}$  creado a una distancia  $r$  por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente  $I$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

Principio e superposición:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

**Solución:**

a) El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.

El valor del campo magnético  $\vec{B}$  creado a una distancia  $r$  por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente  $I$  viene dado por la expresión:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

b) En el diagrama se dibujan los campos magnéticos  $\vec{B}_1$  y  $\vec{B}_2$  creados por ambos conductores en el punto C(30, 0) cm.

El campo magnético creado por el conductor 1 que pasa por (10, 0) cm en el punto 3 (30, 0) cm es:

$$\vec{B}_{1 \rightarrow 3} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}] \cdot 5,00 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,200 [\text{m}]} (-\vec{k}) = -5,00 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 que pasa por (20, 0) cm en el punto 3(30, 0) cm es:

$$\vec{B}_{2 \rightarrow 3} = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}] \cdot 5,00 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,100 [\text{m}]} (-\vec{k}) = -10,0 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$$

El campo magnético resultante es la suma vectorial de ambos:

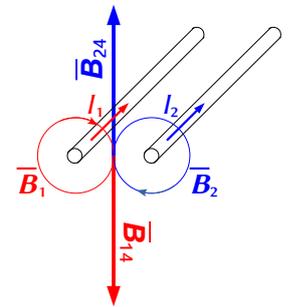
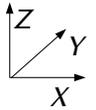
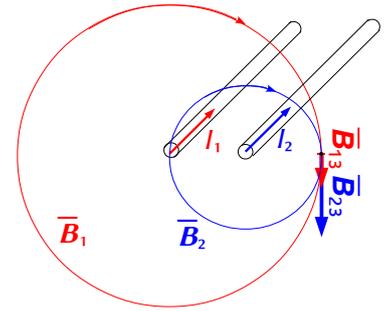
$$\vec{B}_3 = \vec{B}_{1 \rightarrow 3} + \vec{B}_{2 \rightarrow 3} = (-5,00 \cdot 10^{-6} \vec{k}) [\text{T}] + (-10,0 \cdot 10^{-6} \vec{k}) [\text{T}] = -15,0 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$$

c) El campo magnético creado por el conductor 1 en el punto 4 equidistante de ambos conductores es:

$$\vec{B}_{1 \rightarrow 4} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}] \cdot 5,00 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,050 [\text{m}]} (-\vec{k}) = -2,00 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 en el punto 4 equidistante de ambos conductores es opuesto, de igual magnitud y dirección pero de sentido opuesto, por lo que la resultante es nula.

$$\vec{B}_4 = \vec{0}$$



12. Dos hilos conductores muy largos, rectilíneos y paralelos, se disponen verticalmente separados 8 cm. Por el conductor situado a la izquierda circula una corriente de intensidad 30 A, y por el situado a la derecha, otra de 20 A, ambas hacia arriba. Calcula:

- El campo de inducción magnética en el punto medio entre los dos conductores.
- La fuerza por unidad de longitud ejercida sobre un tercer conductor vertical situado entre los dos conductores iniciales, a 3 cm del conductor de la izquierda, por el que circula una corriente de 10 A dirigida hacia abajo.
- ¿Es conservativo el campo magnético creado por el conductor? Justifícalo.

DATO:  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$ .

(A.B.A.U. ord. 18)

Rta.: a)  $B = 5,00 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ ; b)  $F/l = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$  hacia el 2º conductor.

**Datos**

- Intensidad de corriente por el conductor 1
- Intensidad de corriente por el conductor 2
- Distancia entre los conductores
- Permeabilidad magnética del vacío
- Intensidad de corriente por el conductor 3
- Distancia del conductor 3 al conductor 1

**Incógnitas**

- Campo magnético en el punto medio entre los dos conductores
- Fuerza por unidad de longitud ejercida sobre un conductor 3 a 3 cm del 1

**Ecuaciones**

Ley de Biot y Savart: campo magnético  $\vec{B}$  creado a una distancia  $r$  por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente  $I$

Principio de superposición:

Ley de Laplace: fuerza magnética que ejerce un campo magnético  $\vec{B}$  sobre un tramo  $l$  de conductor recto por el que circula una intensidad de corriente  $I$

**Cifras significativas: 3**

- $I_1 = 30,0 \text{ A}$
- $I_2 = 20,0 \text{ A}$
- $d = 8,00 \text{ cm} = 0,0800 \text{ m}$
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$
- $I_C = 10,0 \text{ A}$
- $d_{31} = 3,00 \text{ cm} = 0,0300 \text{ m}$

$$\vec{B}$$

$$\vec{F}_3$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

$$\vec{F}_B = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

**Solución:**

a) El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente. En el diagrama se dibujan los campos magnéticos  $\vec{B}_1$  y  $\vec{B}_2$  creados por ambos conductores en el punto medio 4.

El campo magnético creado por el conductor 1 en el punto 4 equidistante de ambos conductores es:

$$\vec{B}_{1 \rightarrow 4} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_{14}} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}] \cdot 30,0 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,0400 [\text{m}]} (-\vec{k}) = -1,50 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 en el punto 4 equidistante de ambos conductores es:

$$\vec{B}_{2 \rightarrow 4} = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r_{24}} \vec{k} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}] \cdot 20,0 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,0400 [\text{m}]} \vec{k} = 1,00 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$$

El campo magnético resultante es la suma vectorial de ambos:

$$\vec{B} = \vec{B}_{1 \rightarrow 4} + \vec{B}_{2 \rightarrow 4} = -1,50 \cdot 10^{-4} \vec{k} [\text{T}] + 1,00 \cdot 10^{-4} \vec{k} [\text{T}] = -5,00 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$$

b) En el diagrama se dibujan los campos magnéticos  $\vec{B}_1$  y  $\vec{B}_2$  creados por ambos conductores en el punto 5 situado a 3 cm del conductor de la izquierda.

El campo magnético creado por el conductor 1 en el punto 5 a 3 cm de él es:

$$\vec{B}_{1 \rightarrow 5} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_{15}} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}] \cdot 30,0 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,0300 [\text{m}]} (-\vec{k}) = -2,00 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 en el punto 5 a 5 cm de él es:

$$\vec{B}_{2 \rightarrow 5} = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r_{25}} \vec{k} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}] \cdot 20,0 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,0500 [\text{m}]} \vec{k} = 8,00 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$$

El campo magnético resultante es la suma vectorial de ambos:

$$\vec{B}_5 = \vec{B}_{1 \rightarrow 5} + \vec{B}_{2 \rightarrow 5} = -2,00 \cdot 10^{-4} \vec{k} [\text{T}] + 8,00 \cdot 10^{-5} \vec{k} [\text{T}] = -1,20 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$$

La fuerza por unidad de longitud que se ejerce sobre un conductor 3 situado en el punto 5 es:

$$\frac{\vec{F}}{l} = \frac{I(\vec{l} \times \vec{B}_5)}{l} = I(\vec{u}_l \times \vec{B}_5) = 10,0 [\text{A}] (-\vec{j} \times (-1,2 \cdot 10^{-4} \vec{k} [\text{T}])) = 1,2 \cdot 10^{-3} \vec{i} \text{ N/m}$$

Está dirigida hacia el conductor 2 porque el sentido de la corriente es el contrario que el de los otros conductores.

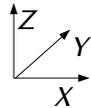
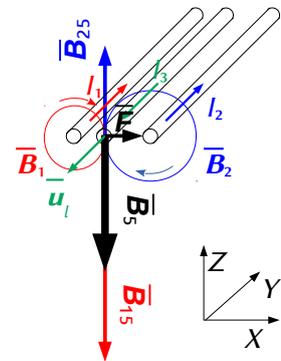
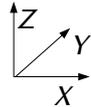
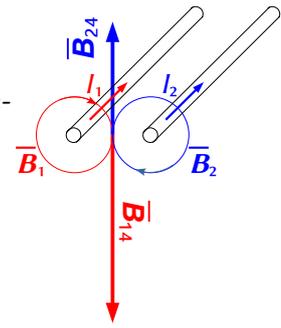
*Análisis: Los conductores que transportan la corriente en el mismo sentido se atraen y en sentido opuesto se repelen. Aunque sufre la repulsión de ambos conductores, la fuerza mayor es la del conductor por el que circula mayor intensidad y se encuentra más cerca, o sea el 1.*

c) No. Para que un campo vectorial sea conservativo, la circulación del campo a lo largo de una línea cerrada debe ser nula, lo que es equivalente a decir que la circulación entre dos puntos A y B es independiente del camino seguido, solo dependería de los puntos A y B.

El campo magnético  $\vec{B}$  no es conservativo. La circulación del vector  $\vec{B}$  a lo largo de una línea  $l$  cerrada no es nula. Por la ley de Ampère.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

13. Dos hilos conductores rectos muy largos y paralelos (A y B) con corrientes  $I_A = 5 \text{ A}$  e  $I_B = 3 \text{ A}$  en el mismo sentido están separados 0,2 m. Calcula:
- El campo magnético en el punto medio entre los dos conductores (D)
  - La fuerza ejercida sobre un tercer conductor C paralelo los anteriores, de 0,5 m y con  $I_C = 2 \text{ A}$  y que pasa por D.



Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  S.I.

(P.A.U. sep. 06)

Rta.: a)  $\vec{B} = 4,0 \cdot 10^{-6}$  T perpendicular a los hilos ; b)  $\vec{F} = 4,0 \cdot 10^{-6}$  N hacia A.**Datos**

Intensidad de corriente por el conductor A  
 Intensidad de corriente por el conductor B  
 Distancia entre los conductores  
 Permeabilidad magnética del vacío  
 Intensidad de corriente por el conductor C  
 Longitud del conductor C

**Cifras significativas: 3**

$I_A = 5,00$  A  
 $I_B = 3,00$  A  
 $d = 0,200$  m  
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  T·m·A<sup>-1</sup>  
 $I_C = 2,00$  A  
 $l = 0,500$  m

**Incógnitas**

Campo magnético en el punto D medio entre los dos conductores  
 Fuerza ejercida sobre un tercer conductor C que pasa por D

$\vec{B}_D$   
 $\vec{F}_C$

**Ecuaciones**

Ley de Biot y Savart: campo magnético  $\vec{B}$  creado a una distancia  $r$  por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente  $I$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

Principio de superposición:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

Ley de Laplace: fuerza magnética que ejerce un campo magnético  $\vec{B}$  sobre un tramo  $l$  de conductor recto por el que circula una intensidad de corriente  $I$

$$\vec{F}_B = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

**Solución:**

a) El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente. En el diagrama se dibujan los campos magnéticos  $\vec{B}_A$  y  $\vec{B}_B$  creados por ambos conductores en el punto medio D.

El campo magnético creado por el conductor A en el punto D equidistante de ambos conductores es:

$$\vec{B}_{A \rightarrow D} = \frac{\mu_0 \cdot I_A}{2\pi \cdot r} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 5,00 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,100 [\text{m}]} (-\vec{k}) = -1,00 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$$

El campo magnético creado por el conductor B en el punto D equidistante de ambos conductores es:

$$\vec{B}_{B \rightarrow D} = \frac{\mu_0 \cdot I_B}{2\pi \cdot r} \vec{k} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 3,00 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,100 [\text{m}]} \vec{k} = 6,00 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$$

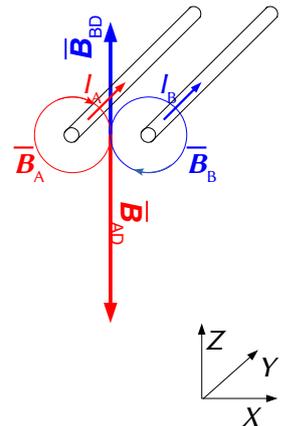
El campo magnético resultante es la suma vectorial de ambos:

$$\vec{B}_D = \vec{B}_{A \rightarrow D} + \vec{B}_{B \rightarrow D} = -1,00 \cdot 10^{-5} \vec{k} [\text{T}] + 6,00 \cdot 10^{-6} \vec{k} [\text{T}] = -4,0 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$$

b) La fuerza que se ejerce sobre un conductor C situado en D es:

$$\vec{F}_B = I(\vec{l} \times \vec{B}) = 2,00 [\text{A}] (0,500 \vec{j} [\text{m}] \times (-4,0 \cdot 10^{-6} \vec{k} [\text{T}])) = -4,0 \cdot 10^{-6} \vec{i} \text{ N}$$

Está dirigida hacia el conductor A si el sentido de la corriente es el mismo que el de los otros conductores. *Análisis:* Los conductores que transportan la corriente en el mismo sentido se atraen y en sentido opuesto se repelen. Aunque se ve atraído por ambos conductores, lo será con mayor fuerza por el que circula mayor intensidad, o sea el A.



14. a) Indica cuál es el módulo, dirección y sentido del campo magnético creado por un hilo conductor recto recorrido por una corriente y realiza un esquema que ilustre las características de dicho campo. Considérese ahora que dos hilos conductores rectos y paralelos de gran longitud transportan su respectiva corriente eléctrica. Sabiendo que la intensidad de una de las corrientes es el doble que la de la otra corriente y que, estando separados 10 cm, se atraen con una fuerza por unidad de longitud de  $4,8 \cdot 10^{-5}$  N·m<sup>-1</sup>,  
 b) calcula las intensidades que circulan por los hilos.  
 c) ¿Cuánto vale el campo magnético en un punto situado entre los dos hilos, a 3 cm del que transporta menos corriente?

Dato:  $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ N}\cdot\text{A}^{-2}$ .

(P.A.U. jun. 15)

Rta.: b)  $I_1 = 3,46 \text{ A}$ ;  $I_2 = 6,93 \text{ A}$ ; c)  $B = 3,3 \mu\text{T}$ .

### Datos

Intensidad de corriente por el segundo conductor

Distancia entre los dos conductores

Fuerza de atracción por unidad de longitud

Permeabilidad magnética del vacío

### Incógnitas

Intensidades que circulan por los hilos

Campo magnético a 3 cm del hilo con menos corriente

### Ecuaciones

Ley de Biot y Savart: campo magnético  $\vec{B}$  creado a una distancia  $r$  por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente  $I$

Principio de superposición:

Ley de Laplace: Fuerza que ejerce un campo magnético  $\vec{B}$  sobre un tramo  $l$  de conductor que transporta una corriente  $I$

### Cifras significativas: 3

$$I_2 = 2 I_1$$

$$d = 10,0 \text{ cm} = 0,100 \text{ m}$$

$$F / l = 4,8 \cdot 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$$

$$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ N}\cdot\text{A}^{-2}$$

$$\frac{I_1, I_2}{\vec{B}}$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

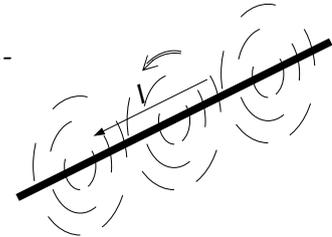
$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

### Solución:

a) El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.

El valor del campo magnético  $\vec{B}$  creado a una distancia  $r$  por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente  $I$  viene dado por la expresión:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$



b) La fuerza entre dos conductores rectilíneos paralelos se obtiene sustituyendo en la ecuación de Lorentz la expresión de la ley de Biot y Savart.

$$F_{1 \rightarrow 2} = I_1 \cdot l \cdot B_2 = I_1 \cdot l \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot r} \cdot l$$

Sustituyendo los datos, teniendo en cuenta que la fuerza es por unidad de longitud ( $l = 1 \text{ m}$ )

$$4,8 \cdot 10^{-5} [\text{N}\cdot\text{m}^{-1}] = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{N}\cdot\text{A}^{-2}] \cdot I_1 \cdot 2 I_1}{2\pi \cdot 0,100 [\text{m}]}$$

$$I_1 = \sqrt{\frac{4,8 \cdot 10^{-5} [\text{N}\cdot\text{m}^{-1}] \cdot 2\pi \cdot 0,100 [\text{m}]}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} [\text{N}\cdot\text{A}^{-2}]}} = 3,46 \text{ A}$$

$$I_2 = 2 I_1 = 6,93 \text{ A}$$

c) En el diagrama se dibujan los campos magnéticos  $\vec{B}_1$  y  $\vec{B}_2$  creados por ambos conductores en el punto 3 a 3 cm de  $I_1$ .

El campo magnético creado por el conductor 1 a 3 cm de distancia es:

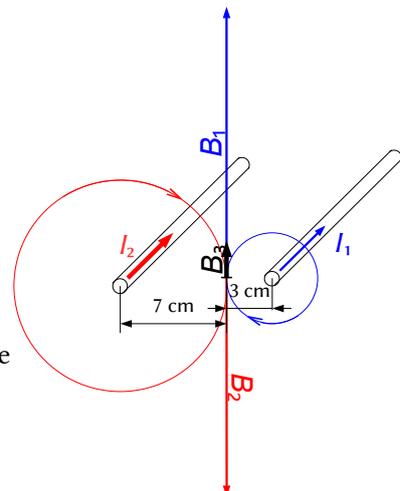
$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{N}\cdot\text{A}^{-2}] \cdot 3,46 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,030 [\text{m}]} = 2,31 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 a 7 cm de distancia es:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{N}\cdot\text{A}^{-2}] \cdot 6,93 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,070 [\text{m}]} = 1,98 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Como los campos son de sentidos opuestos, el campo magnético resultante en el punto que dista 3 cm es

$$B_3 = B_1 - B_2 = 2,31 \cdot 10^{-5} [\text{T}] - 1,98 \cdot 10^{-5} [\text{T}] = 3,3 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$



La dirección del campo magnético resultante es perpendicular al plano formado por los dos conductores y el sentido es el del campo magnético del hilo más cercano, (en el dibujo, hacia el borde superior del papel)

15. Por un hilo conductor rectilíneo e infinitamente largo, situado sobre el eje x, circula una corriente eléctrica en el sentido positivo del dicho eje. El valor del campo magnético producido por dicha corriente es de  $6 \times 10^{-5}$  T en el punto A(0,  $-y_A$ , 0), y de  $8 \times 10^{-5}$  T en el punto B(0,  $+y_B$ , 0). Sabiendo que  $y_A + y_B = 21$  cm, determina:
- La intensidad que circula por el hilo conductor.
  - El módulo y la dirección del campo magnético producido por dicha corriente en el punto de coordenadas (0, 8, 0) cm.
- DATO:  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$ . (A.B.A.U. extr. 21)
- Rta.: a)  $I = 36$  A; b)  $\vec{B} = 9 \cdot 10^{-5} \vec{k}$  T.

### Datos

Campo magnético en el punto A  
 Campo magnético en el punto B  
 Posición del punto A  
 Posición del punto B  
 Distancia entre los puntos A y B  
 Posición del punto C  
 Permeabilidad magnética del vacío

### Cifras significativas: 3

$\vec{B}_A = 6,00 \times 10^{-5}$  T  
 $\vec{B}_B = 8,00 \times 10^{-5}$  T  
 $\vec{r}_A(0, -y_A, 0)$  cm  
 $\vec{r}_B(0, +y_B, 0)$  cm  
 $y_A + y_B = 21,0$  cm  
 $\vec{r}_C(0, 8,00, 0)$  cm  
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$

### Incógnitas

Intensidad de corriente por el conductor  
 Módulo y dirección del campo magnético en el punto C

$$\frac{I}{\vec{B}_C}$$

### Ecuaciones

Ley de Biot y Savart: campo magnético  $\vec{B}$  creado a una distancia  $r$  por un conductor recto por lo que circula una intensidad de corriente  $I$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

### Solución:

a) El campo magnético creado por un conductor recto es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.

El valor del campo magnético  $\vec{B}$  creado a una distancia  $r$  por un conductor recto por lo que circula una intensidad de corriente  $I$  viene dado por la expresión:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

Sustituyendo valores en la ecuación del campo magnético creado por el conductor en el punto A(0,  $-y_A$ , 0) cm:

$$|\vec{B}_A| = 6,00 \cdot 10^{-5} \text{ [T]} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ [T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}] \cdot I}{2\pi \cdot y_A \cdot 10^{-2} \text{ [m]}}$$

$$I = 3,00 \cdot y_A$$

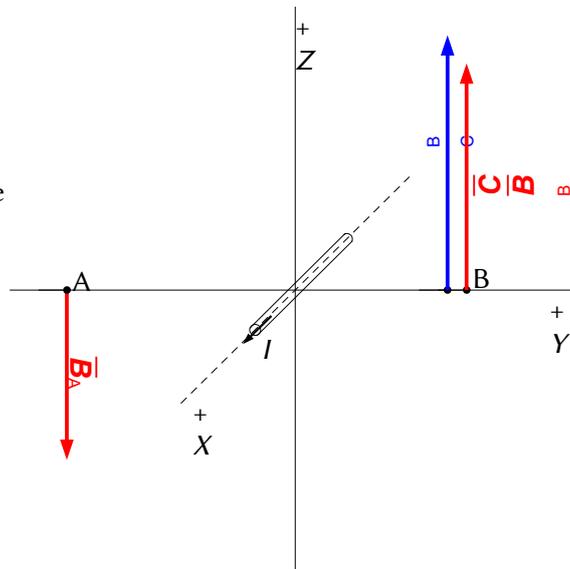
Análogamente para el punto B(0,  $y_B$ , 0) cm:

$$|\vec{B}_B| = 8,00 \cdot 10^{-5} \text{ [T]} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ [T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}] \cdot I}{2\pi \cdot y_B \cdot 10^{-2} \text{ [m]}}$$

$$I = 4,00 \cdot y_B$$

Empleando el dato:

$$y_A + y_B = 21,0$$



y despejando  $y_A$  e  $y_B$  en las ecuaciones anteriores, se puede escribir:

$$\frac{I}{3,00} + \frac{I}{4,00} = 21,0 \Rightarrow \frac{4,00I + 3,00I}{12,0} = 21,0$$

$$I = \frac{21,0 \cdot 12,0}{7,00} = 36,0 \text{ A}$$

$$y_A = 12,0 \text{ cm}$$

$$y_B = 9,00 \text{ cm}$$

b) El campo magnético creado por el conductor en el punto C(0, 8, 0) cm: es:

$$\vec{B}_C = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} (\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}] \cdot 36,0 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,0800 [\text{m}]} (\vec{k}) = 9,00 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$$

## ● Inducción electromagnética

1. Una bobina cuadrada y plana ( $S = 25 \text{ cm}^2$ ) construida con 5 espiras está en el plano XY:
  - a) Enuncia la ley de Faraday - Lenz.
  - b) Calcula la f.e.m. media inducida si se aplica un campo magnético en dirección del eje Z, que varía de 0,5 T a 0,2 T en 0,1 s.
  - c) Calcula la f.e.m. media inducida si el campo permanece constante (0,5 T) y la bobina gira hasta colocarse en el plano XZ en 0,1 s.

(P.A.U. jun. 07)

**Rta.:** b)  $\varepsilon_b = 0,038 \text{ V}$ ; c)  $\varepsilon_c = 0,063 \text{ V}$ .

### **Datos**

Superficie de cada espira

Número de espiras

Campo magnético inicial

Campo magnético final

Intervalo de tiempo

### **Incógnitas**

Fuerza electromotriz al disminuir el campo magnético

Fuerza electromotriz al girar la bobina  $90^\circ$

### **Ecuaciones**

Ley de Faraday - Lenz

Flujo magnético elemental

Flujo magnético de un campo constante a través de un solenoide de  $N$  espiras

### **Cifras significativas: 2**

$$S = 25 \text{ cm}^2 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$N = 5 \text{ espiras}$$

$$\vec{B}_0 = 0,50 \vec{k} \text{ T}$$

$$\vec{B} = 0,20 \vec{k} \text{ T}$$

$$\Delta t = 0,10 \text{ s}$$

$$\varepsilon_b$$

$$\varepsilon_c$$

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi = B \cdot N \cdot S$$

### **Solución:**

a) La ley de Faraday - Lenz dice que se producirá una corriente inducida en un circuito por la variación de flujo magnético a través de él. La fuerza electromotriz inducida  $\varepsilon$  es igual a la variación instantánea del flujo magnético  $\Phi$  que lo atraviesa.

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

La ley de Lenz dice que la corriente inducida circulará de manera que el flujo magnético producido por ella se opondrá a la variación de flujo.

El flujo magnético elemental  $d\Phi$  a través de un elemento de superficie es el producto escalar del vector campo magnético  $\vec{B}$  por el vector elemento de superficie  $d\vec{S}$  perpendicular a la superficie.

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

El flujo total es la suma de todos los flujos elementales a través de todas las superficies. Si el campo magnético es constante y perpendicular a la superficie

$$\Phi = B \cdot N \cdot S$$

Siendo  $N$  el número de espiras atravesadas por el campo magnético.

b) El flujo inicial era:

$$\Phi_0 = B_0 \cdot N \cdot S \cdot \cos 0 = 0,50 \text{ [T]} \cdot 5 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

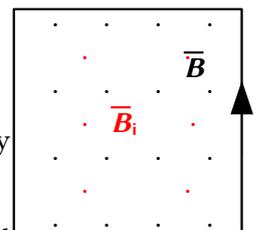
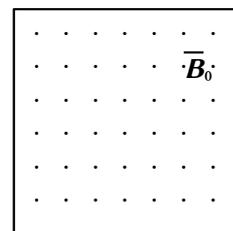
El final

$$\Phi = B \cdot N \cdot S \cdot \cos 0 = 0,20 \text{ [T]} \cdot 5 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

La fuerza electromotriz media será:

$$\varepsilon_b = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ [Wb]} - 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ [Wb]}}{0,10 \text{ [s]}} = 0,038 \text{ V}$$

El sentido de la corriente se opondrá a la disminución de flujo saliente (hacia fuera del papel), por lo que producirá un campo magnético saliente (hacia fuera del papel) y la corriente tendrá un sentido antihorario (visto desde encima del papel)



c) Si la bobina gira hasta colocarse en el plano XZ habrá descrito un ángulo de  $90^\circ$  y el vector superficie quedará perpendicular al campo magnético, por lo que el flujo final será

$$\Phi = B \cdot N \cdot S \cdot \cos 90 = 0$$

La fuerza electromotriz media inducida

$$\varepsilon_c = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{0 \text{ [Wb]} - 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ [Wb]}}{0,10 \text{ [s]}} = 0,063 \text{ V}$$

como también se produce por una disminución de flujo magnético, el sentido de la corriente es antihorario.

## ◆ CUESTIONES

### ● Campo electrostático.

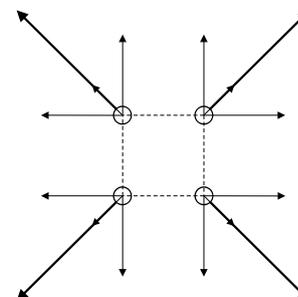
- Explica qué se puede decir de cuatro cargas iguales situadas en los vértices de un cuadrado que son abandonadas libremente en esa posición:
  - Están en equilibrio estable.
  - Se mueven hacia el centro del cuadrado.
  - Se separan cada vez más rápido.

**Solución:** C

Las cargas del mismo signo se repelen, por lo tanto, se alejan unas de las otras. La resultante de las fuerzas que actúan sobre cada una de ellas está dirigida en la diagonal del cuadrado.

A medida que se separan, la fuerza sobre cada una de ellas disminuye pero sigue existiendo, por lo que les produce una aceleración que hace que su velocidad vaya aumentando.

(A.B.A.U. extr. 22)



- Dos cargas puntuales de valor  $+q$  están separadas una distancia  $a$ . En el punto medio entre ambas ( $a/2$ ) se cumple:
  - El módulo del campo es  $E = 8 k \cdot q/a^2$  y el potencial  $V = 0$ .

- B)  $E = 0$  y  $V = 4 k \cdot q/a$ .  
 C) Ambos son nulos.

(A.B.A.U. ord. 17)

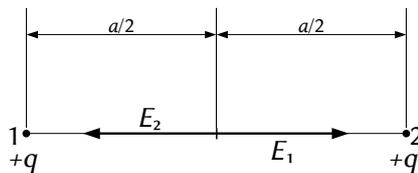
**Solución: B**

La intensidad  $\vec{E}$  del campo eléctrico creado por una carga puntual  $Q$  en un punto P situado a una distancia  $r$  es:

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$K$  es la constante electrostática y  $\vec{u}_r$  el vector unitario en la línea que une la carga con el punto P. La intensidad de campo eléctrico creado por varias cargas puntuales en un punto es la suma vectorial de las intensidades de campo electrostático debidas a cada una de ellas como si el resto de las cargas no estuviese presente.

Se dibuja un esquema



Como el punto medio se encuentra a la misma distancia de ambas cargas y éstas son del mismo valor, el valor de las intensidades de campo eléctrico en el punto medio es el mismo. Como los vectores son de sentidos opuestos, la resultante es nula.

El potencial eléctrico  $V$  creado por una carga puntual  $Q$  en un punto P situado a una distancia  $r$  es:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

El potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas puntuales es la suma de los potenciales eléctricos debidos a cada una de ellas como si el resto de las cargas no estuviese presente.

$$V = V_1 + V_2 = K \frac{q}{a/2} + K \frac{q}{a/2} = 4 k \frac{q}{a}$$

3. Se dispone de varias cargas eléctricas puntuales. Si en un punto del espacio próximo a las cargas el potencial eléctrico es nulo:
- A) Puede haber campo eléctrico en ese punto.  
 B) Las líneas del campo se cortan en ese punto.  
 C) El campo no es conservativo.

(P.A.U. jun. 13)

**Solución: A**

Por ejemplo, en cualquier punto equidistante de dos cargas del mismo valor y distinto signo (dipolo eléctrico).

El potencial electrostático creado por una carga puntual  $Q$  en un punto que está a una distancia  $r$  de la carga es:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

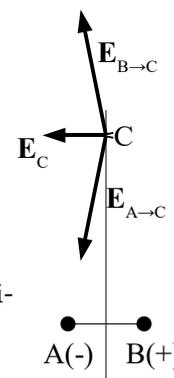
Donde  $K$  es la constante electrostática del medio.

Cualquier punto que se encuentre a la misma distancia de ambas cargas, tendrá un potencial nulo, ya que el potencial en ese punto será la suma de los potenciales creados por cada una de las cargas:

$$V = K \frac{Q}{r} + K \frac{-Q}{r} = 0$$

Las cargas son opuestas y las distancias iguales.

Pero el campo electrostático en el punto no es nulo, pues es la suma vectorial de los vectores campo creados por cada una de las dos cargas que produce una resultante que no es nula, como se puede ver en la figura.



Las otras opciones:

B. Falsa. Una de las propiedades de las líneas de campo es que no se cortan en ningún punto, ya que el campo en cada punto es único en valor y dirección. Las líneas de campo se dibujan de forma que el vector campo es tangente a ellas en cada punto. Si dos líneas se cortasen, existirían dos vectores campo tangentes a cada línea en ese punto, lo que contradice la definición.

C. Falsa. El campo electrostático es un campo conservativo. El trabajo de la fuerza del campo cuando una carga de prueba se mueve entre dos puntos es independiente del camino. (También se podría decir que la circulación del vector campo a lo largo de una línea cerrada es nula).

4. Dos cargas distintas  $Q$  y  $q$ , separadas una distancia  $d$ , producen un potencial cero en un punto  $P$  situado entre las cargas y en la línea que las une. Esto quiere decir que:
- Las cargas deben tener el mismo signo.
  - El campo eléctrico debe ser nulo en  $P$ .
  - El trabajo necesario para traer una carga desde el infinito hasta  $P$  es cero.

(P.A.U. jun. 15)

**Solución:** C

El potencial electrostático en un punto es el trabajo que hace la fuerza electrostática cuando la unidad de carga positiva se traslada desde su posición hasta el infinito. Como el trabajo de la fuerza del campo eléctrico es

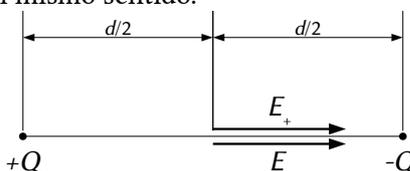
$$W = q \cdot \Delta V$$

Si el potencial es cero también lo es el trabajo.

Las otras opciones.

A. Falsa. Si las cargas tuviesen el mismo signo, el potencial en el punto creado por ambas cargas, que es la suma de los potenciales producidos por cada carga,  $V = K \cdot Q / r$ , siempre se acumularían, nunca podrían anularse.

B. Falsa. En un caso simple de un punto  $P$  que equidista de dos cargas de igual valor y signo opuesto, el potencial en el punto es nulo:  $V = K \cdot Q / r + K \cdot (-Q) / r = 0$ , pero el campo eléctrico no porque los vectores intensidad de campo eléctrico tienen el mismo sentido.



5. Las líneas de fuerza del campo eléctrico:
- Son cerradas.
  - En cada punto son perpendiculares a las superficies equipotenciales.
  - Pueden cortarse.

(A.B.A.U. extr. 19)

**Solución:** B

Las superficies equipotenciales son aquellas formadas por los puntos en los que el potencial electrostático vale lo mismo. Si el campo eléctrico no fuera perpendicular a la superficie, tendría una componente paralela a ella y, al colocar una carga eléctrica en un punto de la superficie sufriría una fuerza y se desplazaría. Pero esto no ocurre porque las cargas sólo se desplazan si hay una diferencia de potencial, que no es el caso.

Las otras opciones.

A. Falsa. Las líneas de fuerza de un campo electrostático surgen de las cargas positivas (fuentes) y terminan en las cargas negativas (sumideros). Son abiertas.

C. Falsa. Por definición, las líneas de fuerza se dibujan de forma que el campo eléctrico sea tangente a ellas en cada punto. El campo eléctrico en un punto es único. Si las líneas de fuerza se cortaran, habría dos tangentes y dos vectores campo eléctrico.

6. Explica cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

A) No se realiza trabajo cuando una carga eléctrica se traslada entre dos puntos de una superficie equipotencial.

B) Las líneas de fuerza del campo electrostático son cerradas.

C) Las líneas Las líneas de fuerza siempre se cortan.

(P.A.U. sep. 16)

**Solución: A**

El trabajo de la fuerza del campo eléctrico es

$$W = q \cdot \Delta V$$

Si la diferencia de potencial es cero también lo es el trabajo.

Las otras opciones:

B. Falsa. Las líneas de fuerza de un campo electrostático surgen de las cargas positivas (fuentes) y terminan en las cargas negativas (sumideros). Son abiertas.

C. Falsa. Por definición, las líneas de fuerza se dibujan de forma que el campo eléctrico sea tangente a ellas en cada punto. El campo eléctrico en un punto es único. Si las líneas de fuerza se cortasen, habría dos tangentes y dos vectores campo eléctrico.

7. Si aplicamos el teorema de Gauss al campo electrostático, el flujo del campo a través de una superficie cerrada depende:

A) De la localización de las cargas dentro de la superficie gaussiana.

B) De la carga neta encerrada por la superficie gaussiana.

C) De la carga neta situada tanto dentro como fuera de la superficie gaussiana.

(A.B.A.U. ord. 18)

**Solución: B**

El flujo del vector campo eléctrico  $\vec{E}$  que atraviesa una superficie cerrada es:

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

El teorema de Gauss dice que el flujo del campo a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga encerrada:

$$\Phi = \frac{Q_{\text{encerrada}}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

8. Si el flujo del campo eléctrico a través de una superficie gaussiana que rodea a una esfera conductora cargada y en equilibrio electrostático es  $Q/\epsilon_0$ , el campo eléctrico en el exterior de la esfera es:

A) Cero

- B)  $Q / (4 \pi \epsilon_0 r^2)$   
 C)  $Q / \epsilon_0$

(P.A.U. sep. 05)

**Solución:** B

Como el flujo elemental  $d\Phi$  del vector campo eléctrico  $\vec{E}$  que atraviesa una superficie elemental  $dS$ , que se puede representar por el vector  $d\vec{S}$  perpendicular a ella dirigido hacia el exterior, es el producto escalar de ambos vectores.

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

El flujo total a través de una superficie cerrada es:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

A una distancia  $r$  del centro de la esfera el vector campo eléctrico  $\vec{E}$  tiene dirección radial y es paralelo al vector superficie que represente cualquier superficie elemental en la superficie de la esfera.

En todos los puntos de una esfera imaginaria de radio  $R$  el valor de campo eléctrico es el mismo porque todos distan lo mismo del centro de la esfera.

El flujo del vector campo eléctrico  $\vec{E}$  que atraviesa esa esfera imaginaria es:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S |\vec{E}| \cdot |d\vec{S}| \cos 0 = \oint_S E \cdot dS = E \oint_S dS = E \cdot S = E \cdot 4\pi R^2$$

Como el flujo total viene dado por el teorema de Gauss:

$$\Phi = \frac{Q_{\text{encerrada}}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Igualando las expresiones anteriores, queda

$$E 4\pi R^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Despejando el módulo  $E$  del campo eléctrico

$$E = \frac{Q}{4\pi R^2 \epsilon_0}$$

9. En el interior de una esfera conductora cargada:  
 A) El potencial no es nulo.  
 B) La carga no es nula.  
 C) El campo eléctrico no es nulo.

(P.A.U. sep. 15)

**Solución:** A

La intensidad  $\vec{E}$  de campo electrostático en el interior de un conductor metálico en equilibrio es nula. Si no fuese así, las cargas se desplazarían debido a la fuerza del campo.

La diferencia de potencial entre dos puntos  $V_1 - V_2$  es:

$$V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Al ser nula la intensidad del campo, también lo será la diferencia de potencial entre dos puntos:

$$V_1 - V_2 = 0$$

O sea, el potencial será constante:

$$V_1 = V_2$$

Pero no es nulo, porque en un punto de la superficie, el campo ya no es cero, sino igual al producido por la carga como si estuviese concentrada en el centro de la esfera de radio  $r$ :

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

El potencial en la superficie, y también en el interior de la esfera, es igual al que produciría toda la carga concentrada en el centro de la esfera:

$$V = K \frac{Q}{r} \neq 0$$

10. Un conductor macizo en forma de esfera recibe una carga eléctrica ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?:
- A) El potencial electrostático es el mismo en todos los puntos del conductor.
  - B) La carga se distribuye por todo el conductor.
  - C) En el interior del conductor el campo electrostático varía linealmente, aumentando al acercarnos a la superficie del conductor.

(P.A.U. jun. 16)

**Solución:** A

La diferencia de potencial entre dos puntos  $V_1 - V_2$  es:

$$V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} d\vec{r}$$

Como la intensidad  $\vec{E}$  de campo electrostático en el interior de un conductor metálico en equilibrio es nula, también lo será la diferencia de potencial entre dos puntos:

$$V_1 - V_2 = 0$$

O sea, el potencial será constante:

$$V_1 = V_2$$

Las otras opciones:

B: Falsa.

La carga se distribuye por la superficie de la esfera.

Si hubiese carga en el interior del conductor, esta crearía un campo eléctrico que produciría el movimiento de las cargas y el conductor ya no estaría en equilibrio.

C: Falsa.

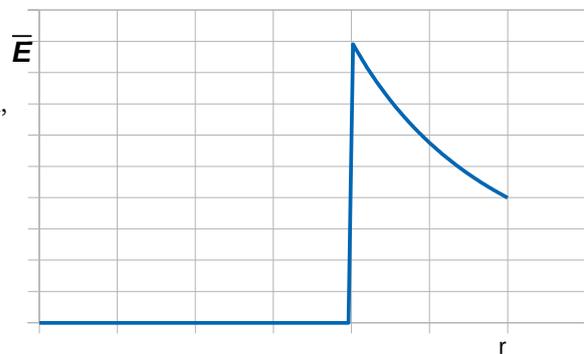
La intensidad  $\vec{E}$  de campo electrostático en el interior de un conductor metálico en equilibrio es nula. Si no fuese así, las cargas se desplazarían debido a la fuerza del campo.

11. Una esfera metálica se carga positivamente encontrándose en equilibrio electrostático. El campo eléctrico será:
- A) Nulo en el interior y constante en el exterior de la esfera.
  - B) Máximo en la superficie y nulo en el interior.
  - C) Aumenta linealmente desde el centro de la esfera.

(A.B.A.U. extr. 21, ord. 20)

**Solución:** B

La intensidad  $\vec{E}$  de campo electrostático en el interior de un conductor metálico en equilibrio es nula. Si no fuera así, las cargas se desplazarían debido a la fuerza del campo.



El campo electrostático en el exterior es igual que el campo creado por una carga puntual situada en el centro de la esfera, su valor disminuye con el cuadrado de la distancia al centro:

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}$$

Como la carga es positiva el valor es máximo en la superficie.

12. En el interior de un conductor esférico cargado y en equilibrio electrostático se cumple:
- El potencial y el campo aumentan desde el centro hasta la superficie de la esfera.
  - El potencial es nulo y el campo constante.
  - El potencial es constante y el campo nulo.

(P.A.U. jun. 05)

**Solución:** C

La intensidad  $\vec{E}$  de campo electrostático en el interior de un conductor metálico en equilibrio es nula. Si no fuese así, las cargas se desplazarían debido a la fuerza del campo.

La diferencia de potencial entre dos puntos  $V_1 - V_2$  es:

$$V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Al ser nula la intensidad del campo, también lo será la diferencia de potencial entre dos puntos:

$$V_1 - V_2 = 0$$

O sea, el potencial será constante:

$$V_1 = V_2$$

13. Un conductor macizo de forma esférica recibe una carga eléctrica ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?:
- La carga se distribuye por todo el conductor.
  - El potencial es cero en todos los puntos del conductor.
  - En el interior del conductor no hay campo electrostático.

(P.A.U. sep. 14)

**Solución:** C

La intensidad  $\vec{E}$  de campo electrostático en el interior de un conductor metálico en equilibrio es nula. Si no fuese así, las cargas se desplazarían debido a la fuerza del campo.

Las otras opciones:

B: Falsa.

La diferencia de potencial entre dos puntos  $V_1 - V_2$  es:

$$V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Al ser nula la intensidad del campo, también lo será la diferencia de potencial entre dos puntos:

$$V_1 - V_2 = 0$$

O sea, el potencial será constante:

$$V_1 = V_2$$

Pero no es nulo, porque en un punto de la superficie, el campo ya no es cero, sino igual al producido por la carga como si estuviese concentrada en el centro de la esfera de radio  $r$ :

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

El potencial en la superficie, y también en el interior de la esfera, es igual al que produciría toda la carga concentrada en el centro de la esfera:

$$V = K \frac{Q}{r} \neq 0$$

C: Falsa.

La carga se distribuye por la superficie de la esfera.

Si hubiese carga en el interior del conductor, esta crearía un campo eléctrico que produciría el movimiento de las cargas y el conductor ya no estaría en equilibrio.

14. Una partícula cargada se mueve espontáneamente hacia puntos en los que el potencial electrostático aumenta. El signo de la carga eléctrica será:
- A) Negativo.
  - B) Positivo.
  - C) No se puede saber.

(A.B.A.U. ord. 22)

**Solución:** A

Una carga eléctrica se mueve en el interior de un campo electrostático en el sentido de disminuir su energía potencial.

La energía potencial electrostática de una carga  $q$  en un punto A es:

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

Si el potencial electrostático aumenta, para que la energía potencial electrostática disminuya, la carga tiene que ser negativa.

Si la carga fuese positiva, su energía potencial aumentaría cuando aumenta el potencial eléctrico.

$$\Delta E_p = q \cdot \Delta V$$

El campo eléctrico está dirigido en el sentido de los potenciales decrecientes. Por ejemplo, entre las placas de un condensador, el campo eléctrico va dirigido desde la placa positiva hacia la la placa negativa, que es la que tiene el potencial más bajo.

Una carga negativa se movería hacia la placa positiva, que es la que tiene el potencial electrostático más alto.

15. Una carga eléctrica positiva se encuentra bajo la acción de un campo eléctrico uniforme. Su energía potencial aumenta si la carga se desplaza:
- A) En la misma dirección y sentido que el campo eléctrico.
  - B) En la misma dirección y sentido opuesto al campo eléctrico.
  - C) Perpendicularmente al campo eléctrico.

(A.B.A.U. ord. 21)

**Solución:** B

Una carga eléctrica se mueve en el interior de un campo en el sentido de disminuir su energía potencial.

La energía potencial electrostática de una carga  $q$  en un punto A es:

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

Si la carga es positiva, su energía potencial aumenta cuando aumenta el potencial eléctrico.

$$\Delta E_p = q \cdot \Delta V$$

El campo eléctrico está dirigido en el sentido de los potenciales decrecientes. Por ejemplo, entre las placas de un condensador, el campo eléctrico va dirigido desde la placa positiva hacia placa negativa, que es la que tiene el potencial más bajo.

Por tanto, su energía potencial aumenta cuando la carga se desplaza en la misma dirección y sentido opuesto al campo eléctrico.

16. Cuando se aproximan dos cargas del mismo signo, la energía potencial electrostática:
- Aumenta.
  - Disminuye.
  - No varía.

(A.B.A.U. extr. 18)

**Solución:** A

La energía potencial electrostática de dos cargas es

$$E = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r}$$

Si las cargas son del mismo signo, la energía es positiva. Cuanto menor sea la distancia entre las cargas mayor será la energía.

17. Si una carga de  $1 \mu\text{C}$  se mueve entre dos puntos de la superficie de un conductor separados  $1 \text{ m}$  (cargado y en equilibrio electrostático), ¿cuál es la variación de energía potencial que experimenta esta carga?:
- $9 \text{ kJ}$
  - Depende del potencial del conductor.
  - Cero.
- $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ ;  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$

(P.A.U. sep. 08)

**Solución:** C

Todos los puntos de un conductor cargado en equilibrio están al mismo potencial.

Si no lo estuviesen, las cargas positivas se desplazarían en hacia los potenciales decrecientes y ya no estaría en equilibrio.

Como el potencial  $V$  de un punto es la energía potencial  $E_p$  de la unidad de carga situada en ese punto:

$$\Delta E_p = q \cdot \Delta V = 0$$

18. Dos esferas de radio  $R$  con cargas  $+Q$  y  $-Q$ , tienen sus centros separados una distancia  $d$ . A una distancia  $d/2$  (siendo  $d/2 \gg R$ ); se cumple:
- El potencial es cero y el campo electrostático  $4 K Q d^{-2}$
  - El potencial es cero y el campo electrostático  $8 K Q d^{-2}$
  - El potencial es  $4 K Q d^{-1}$  y el campo cero.

(P.A.U. jun. 12)

**Solución:** B

Si  $d/2 \gg R$ , las esferas pueden considerarse como cargas puntuales.

El potencial en un punto debido a dos cargas puntuales es la suma algebraica de los potenciales que cada carga crea en ese punto sin ser afectada por la presencia de la otra.

El potencial  $V$  electrostático en un punto creado por una carga  $Q$  puntual (o esférica) situada a una distancia  $R$  es:

$$V = K \frac{Q}{R}$$

Donde  $K$  es la constante electrostática.

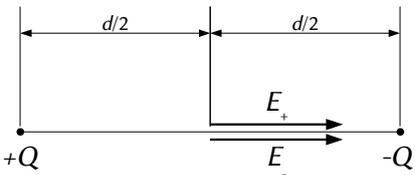
Por tanto el potencial electrostático en el punto medio creado por ambas cargas es cero:

$$V = V_+ + V_- = K \frac{+Q}{d/2} + K \frac{-Q}{d/2} = 0$$

Por el principio de superposición, la intensidad del campo electrostático en un punto creado por un conjunto de cargas puntuales es la suma vectorial de las intensidades de campo electrostático debidas a cada una de ellas como si el resto de las cargas no estuviese presente.

La expresión de la intensidad  $\vec{E}$  del campo electrostático creado por una carga  $Q$  puntual en un punto a una distancia  $r$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$



Siendo  $\vec{u}_r$  el vector unitario en la dirección del punto tomando como origen la carga.

Por el principio de superposición

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = K \frac{+Q}{(d/2)^2} \vec{i} + K \frac{-Q}{(d/2)^2} (-\vec{i}) = 2 \left( 4K \frac{Q}{d^2} \right) \vec{i} = 8K \frac{Q}{d^2} \vec{i}$$

$$|\vec{E}| = 8K \frac{Q}{d^2}$$

19. Dadas dos esferas conductoras cargadas y de diferente radio, con cargas  $Q_A$  y  $Q_B$ , si se ponen en contacto:

- Se igualan las cargas en las dos esferas.
- Se igualan los potenciales de las esferas.
- No ocurre nada.

(P.A.U. sep. 09)

**Solución:** B

Cuando dos esferas conductoras cargadas se ponen en contacto eléctrico las cargas se desplazan desde la esfera que tiene mayor potencial hacia la que lo tiene menor, hasta que sus potenciales se igualan. Las cargas eléctricas positivas se desplazan siempre en el sentido de los potenciales decrecientes. Suponiendo que el sistema de dos esferas está aislado del exterior, la carga eléctrica deberá conservarse. Por lo tanto se podría calcular la carga final  $q'$  de cada esfera resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2$$

$$V'_1 = K \frac{q'_1}{R_1} = K \frac{q'_2}{R_2} = V'_2$$

## ● Campo magnético.

- Si una partícula cargada se mueve en un campo magnético y este ejerce una fuerza, dicha fuerza siempre es perpendicular a la velocidad de la partícula.
  - Verdadero.
  - Falso.
  - Depende del módulo de la velocidad de la partícula.

(A.B.A.U. extr. 18)

**Solución:** A

La fuerza magnética  $\vec{F}_B$  sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$  viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta fuerza es perpendicular a la velocidad de la partícula.

2. Si una partícula cargada de masa despreciable penetra en un campo magnético uniforme con una velocidad que forma un ángulo de  $180^\circ$  con las líneas del campo, la trayectoria que describe la partícula es:

- A) Rectilínea.  
B) Circular.  
C) Parabólica.

(A.B.A.U. ord. 18)

**Solución: A**

La fuerza  $\vec{F}$  sobre una carga eléctrica  $q$  en movimiento se rige por la ley de Lorentz

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Siendo  $\vec{v}$  la velocidad de la carga y  $\vec{B}$  la inducción magnética (intensidad del campo magnético). El módulo del producto vectorial de los vectores velocidad e inducción magnética es

$$|\vec{v} \times \vec{B}| = |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \text{sen } \varphi$$

Donde  $\varphi$  es el ángulo que forman esos vectores. Si  $\varphi = 180^\circ$ ,  $\text{sen } \varphi = 0$  y la fuerza es nula, por lo que la partícula no se desvía. La trayectoria será rectilínea.

3. Un campo magnético constante  $\vec{B}$  ejerce una fuerza sobre una carga eléctrica:

- A) Si la carga está en reposo.  
B) Si la carga se mueve perpendicularmente a  $\vec{B}$ .  
C) Si la carga se mueve paralelamente a  $\vec{B}$ .

(P.A.U. sep. 12)

**Solución: B**

La fuerza  $\vec{F}$  sobre una carga eléctrica  $q$  en movimiento se rige por la ley de Lorentz

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Siendo  $\vec{v}$  la velocidad de la carga y  $\vec{B}$  la inducción magnética (intensidad del campo magnético). El módulo del producto vectorial de los vectores velocidad e inducción magnética es

$$|\vec{v} \times \vec{B}| = |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \text{sen } \varphi$$

Donde  $\varphi$  es el ángulo que forman esos vectores. Si son perpendiculares,  $\text{sen } \varphi = 1$

Las otras opciones.

A. Falsa. Si está en reposo, la velocidad es nula y el producto vectorial también.

C. Falsa. Si son paralelos,  $\text{sen } \varphi = 0$  y el producto vectorial es nulo. No hay fuerza.

4. Cuando una partícula cargada se mueve dentro de un campo magnético, la fuerza magnética que actúa sobre ella realiza un trabajo que siempre es:

- A) Positivo, si la carga es positiva.  
B) Positivo, sea como sea la carga.  
C) Cero.

(P.A.U. jun. 16)

**Solución: C**

El trabajo de una fuerza es

$$W = \int_{r_A}^{r_B} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

La fuerza magnética es perpendicular a la trayectoria en todos los puntos

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = |\vec{F}| \cdot |d\vec{r}| \cdot \cos 90^\circ = 0$$

Por tanto, no realiza trabajo.

5. Analiza cuál de las siguientes afirmaciones referentes a una partícula cargada es verdadera y justifica por qué:
- A) Si se mueve en un campo magnético uniforme, aumenta su velocidad cuando se desplaza en la dirección de las líneas del campo.
- B) Puede moverse en una región en la que existe un campo magnético y un campo eléctrico sin experimentar ninguna fuerza.
- C) El trabajo que realiza el campo eléctrico para desplazar esa partícula depende del camino seguido.
- (P.A.U. sep. 11)

**Solución:** B

La fuerza  $\vec{F}$  sobre una carga eléctrica  $q$  en movimiento se rige por la ley de Lorentz

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E}$$

Siendo  $\vec{v}$  la velocidad de la carga,  $\vec{B}$  la inducción magnética (intensidad del campo magnético) y  $\vec{E}$  la intensidad del campo electrostático.

Mientras que la dirección de la fuerza eléctrica es paralela al campo electrostático, la dirección de la fuerza magnética es perpendicular al campo magnético.

La partícula puede no experimentar ninguna fuerza si hay un campo magnético y un campo electrostático perpendiculares a la dirección de movimiento de la partícula y perpendiculares entre si, y se cumple que

$$q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

o sea

$$|\vec{v}| \cdot |\vec{B}| = |\vec{E}|$$

6. Dos partículas con cargas, respectivamente,  $Q_1$  y  $Q_2$ , describen trayectorias circulares de igual radio en una región en la que hay un campo magnético estacionario y uniforme. Ambas partículas:
- A) Deben tener la misma masa.
- B) Deben tener la misma velocidad.
- C) No es necesario que tengan la misma masa ni velocidad.

(A.B.A.U. extr. 21)

**Solución:** C

Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

Aplicando la 2.<sup>a</sup> ley de Newton

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Como las partículas entran perpendicularmente al campo,  $\text{sen } \varphi = 1$ .  
Despejando el radio  $R$

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Si las cargas son distintas, para que el radio sea el mismo, deber tener momentos lineales  $m \cdot v$  proporcionales a las cargas. Pero no es necesario que tengan la misma masa o velocidad.

$$\frac{m_1 \cdot v_1}{Q_1} = \frac{m_2 \cdot v_2}{Q_2} = R \cdot B = \text{constante}$$

7. Una partícula se mueve en un círculo de radio  $r$  perpendicularmente a un campo magnético,  $\vec{B}$ . Si duplicamos el valor de  $\vec{B}$ , el valor de  $r$ :
- Se duplica.
  - Se reduce a la mitad.
  - No varía.

(A.B.A.U. extr. 20)

**Solución:** B

La fuerza magnética  $\vec{F}_B$  sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$  viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante ya que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ ,

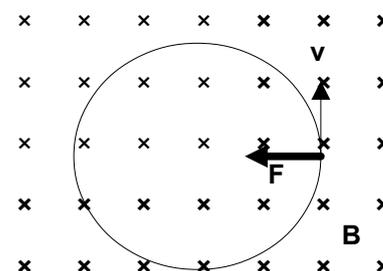
Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$



Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \text{sen } \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Como las partículas entran perpendicularmente al campo,  $\text{sen } \varphi = 1$ .  
Despejando el radio  $R$

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Como el valor de la velocidad es constante, lo mismo que la carga y la masa de la partícula, el radio de la trayectoria es inversamente proporcional a la intensidad del campo magnético. Si el campo magnético se hace el doble, el radio de la trayectoria se reduce a la mitad.

8. Un protón y una partícula  $\alpha$  entran perpendicularmente en el seno de un campo magnético estacionario y uniforme de inducción,  $\vec{B}$ , describiendo trayectorias circulares de igual radio. El cociente entre las velocidades de la partícula  $\alpha$  y del protón,  $v(\alpha) / v(p)$ , es:
- 0,5
  - 2
  - 8

DATOS:  $m(\alpha) = 4 m(p)$ ;  $q(\alpha) = 2 q(p)$ .

(A.B.A.U. ord. 20)

**Solución: A**

La fuerza magnética  $\vec{F}_B$  sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$  viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante ya que la aceleración sólo tiene componente normal  $a_N$ .

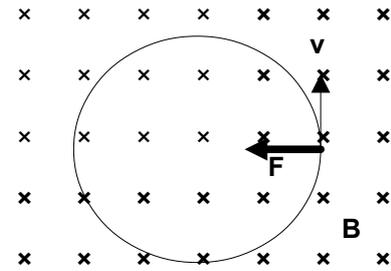
Si sólo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$



Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Como las partículas entran perpendicularmente al campo,  $\sin \varphi = 1$ .

Despejando la velocidad  $v$

$$v = \frac{q \cdot B \cdot R}{m}$$

Como el radio y el campo magnético son los mismos, aplicando esta expresión tanto a la partícula  $\alpha$  como al protón y dividiendo una entre la otra queda:

$$\frac{v_\alpha}{v_p} = \frac{\frac{q_\alpha \cdot B \cdot R}{m_\alpha}}{\frac{q_p \cdot B \cdot R}{m_p}} = \frac{m_p \cdot q_\alpha}{m_\alpha \cdot q_p} = \frac{m_p \cdot 2 q_p}{4 m_p \cdot q_p} = \frac{1}{2}$$

$$v_\alpha = 1/2 v_p$$

La velocidad de la partícula alfa es la mitad que la del protón.

9. Un protón y una partícula  $\alpha$  ( $q_\alpha = 2 q_p$ ;  $m_\alpha = 4 m_p$ ) penetran, con la misma velocidad, en un campo magnético uniforme perpendicularmente a las líneas de inducción. Estas partículas:
- Atraviesan el campo sin desviarse.
  - El protón describe una órbita circular de mayor radio.
  - La partícula alfa describe una órbita circular de mayor radio.

(P.A.U. sep. 14)

**Solución: C**

La fuerza magnética  $\vec{F}_B$  sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$  viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe trayectoria circular con velocidad de valor constante ya que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ ,

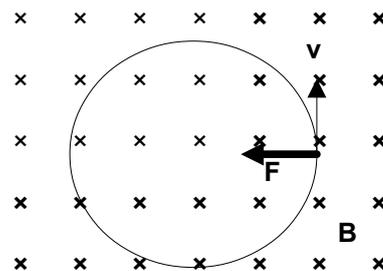
Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$



Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \text{sen } \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Si las partículas entran perpendicularmente al campo,  $\text{sen } \varphi = 1$ .

Despejando el radio  $R$

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Como la velocidad es la misma y el campo magnético es el mismo, aplicando esta expresión tanto al protón como a la partícula  $\alpha$  y dividiendo una entre la otra queda:

$$\frac{R_\alpha}{R_p} = \frac{\frac{m_\alpha \cdot v}{q_\alpha \cdot B}}{\frac{m_p \cdot v}{q_p \cdot B}} = \frac{m_\alpha \cdot q_p}{m_p \cdot q_\alpha} = \frac{4 m_p \cdot q_p}{m_p \cdot 2 q_p} = 2$$

$$R_\alpha = 2 R_p$$

El radio de la circunferencia descrita por la partícula alfa es el doble que el de la circunferencia descrita por protón.

10. Una partícula cargada atraviesa un campo magnético  $\vec{B}$  con velocidad  $\vec{v}$ . A continuación, hace lo mismo otra partícula con la misma  $v$ , doble masa y triple carga, y en ambos casos la trayectoria es idéntica. Justifica cuál es la respuesta correcta:
- A) No es posible.  
 B) Solo es posible si la partícula inicial es un electrón.  
 C) Es posible en una orientación determinada.

(P.A.U. jun. 11)

**Solución:** C

Un campo magnético  $\vec{B}$  ejerce sobre una partícula de masa  $m$  y carga  $q$  que lo atraviesa con una velocidad  $\vec{v}$ , una fuerza  $\vec{F}$  que puede calcularse por la expresión de Lorentz.

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } \varphi$$

Si el campo magnético es constante y la partícula entra en dirección perpendicular a las líneas de campo, la trayectoria es una circunferencia porque la fuerza  $F$  es siempre perpendicular a la velocidad y la partícula tiene una aceleración centrípeta que solo cambia la dirección de la velocidad,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \text{sen } \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Por tanto, la trayectoria es una circunferencia de radio:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \sin \varphi}$$

Con la misma velocidad  $v$  y el mismo campo magnético  $B$ , el doble de masa y el triple de carga, el radio no podría dar el mismo resultado que la primera vez a no ser que el ángulo  $\alpha$  entre el vector velocidad y el vector campo magnético fuera distinto, pero en este caso la trayectoria no sería la misma.

Pero existe una posibilidad. Si el vector velocidad y el vector campo magnético fueran paralelos ( $\varphi = 0$ ), no habría fuerza sobre la partícula y seguiría una trayectoria recta en ambos casos.

11. Una partícula cargada y con velocidad  $\vec{u}$ , se introduce en una región del espacio donde hay un campo eléctrico y un campo magnético constantes. Si la partícula se mueve con movimiento rectilíneo uniforme se debe a que los dos campos:

- A) Son de la misma dirección y sentido.
- B) Son de la misma dirección y sentido contrario.
- C) Son perpendiculares entre sí.

(P.A.U. sep. 09)

**Solución:** C

La fuerza  $\vec{F}$  sobre una carga eléctrica  $q$  en movimiento sigue la ley de Lorentz

$$\vec{F} = q(\vec{u} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E}$$

Siendo  $\vec{u}$  la velocidad de la carga,  $\vec{B}$  la inducción magnética (intensidad del campo magnético) y  $\vec{E}$  la intensidad del campo electrostático.

Mientras que la dirección de la fuerza eléctrica es paralela al campo electrostático, la dirección de la fuerza magnética es perpendicular al campo magnético.

Si la partícula cargada no se desvía puede ser porque:

- Tanto la dirección del campo magnético como la del campo electrostático son paralelas a la dirección de movimiento de la partícula. No habrá fuerza magnética pero la fuerza eléctrica provocará una aceleración y el movimiento será rectilíneo pero no uniforme.
- Tanto la dirección del campo magnético como la del campo electrostático son perpendiculares a la dirección de movimiento de la partícula y perpendiculares entre sí, y además se cumple que

$$q(\vec{u} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0} \Rightarrow |\vec{u}| \cdot |\vec{B}| = |\vec{E}|$$

En esto se basa el selector de velocidades del espectrógrafo de masas.

12. En una región del espacio hay un campo eléctrico y un campo magnético ambos uniformes de la misma dirección pero de sentidos contrarios. En dicha región se abandona un protón con velocidad inicial nula. El movimiento de protón es:

- A) Rectilíneo uniforme.
- B) Rectilíneo uniformemente acelerado.
- C) Circular uniforme.

(P.A.U. sep. 16)

**Solución:** B

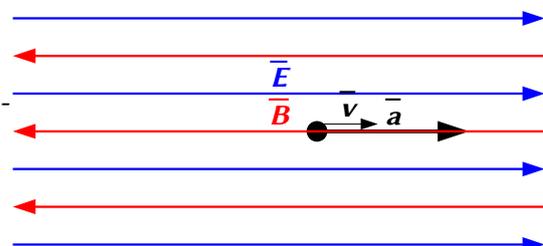
La fuerza  $\vec{F}$  sobre una carga eléctrica  $q$  en movimiento sigue la ley de Lorentz

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E}$$

Siendo  $\vec{v}$  la velocidad de la carga,  $\vec{B}$  la inducción magnética (intensidad del campo magnético) y  $\vec{E}$  la intensidad del campo electrostático.

La dirección de la fuerza eléctrica es paralela al campo electrostático.

Inicialmente, con el protón en reposo, solo actúa la fuerza eléctrica, que le produce una aceleración en la dirección y sentido



de la fuerza. En cuanto tiene velocidad, debería actuar la fuerza magnética, pero no lo hace porque el campo magnético tiene la misma dirección que el campo eléctrico y que la velocidad. Por tanto el protón sigue moviéndose con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

13. Una partícula cargada penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad de la partícula. El radio de la órbita descrita:
- Aumenta si aumenta la intensidad del campo magnético.
  - Aumenta si aumenta la energía cinética de la partícula.
  - No depende de la energía cinética de la partícula.

(A.B.A.U. ord. 21, extr. 19, P.A.U. jun. 15)

**Solución:** B

La fuerza magnética  $\vec{F}_B$  sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$  viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe trayectoria circular con velocidad de valor constante ya que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ . Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética quedaría

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Si las partículas entran perpendicularmente al campo,  $\sin \varphi = 1$ .

Despejando el radio  $R$

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Si aumenta la energía cinética, aumenta la velocidad y, como se ve en la ecuación anterior, aumenta también el radio de la trayectoria.

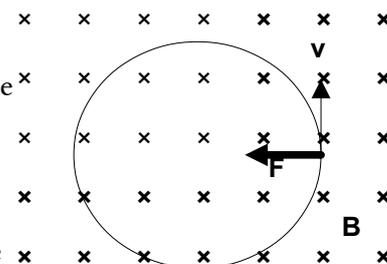
14. Indica, justificando la respuesta, cual de las siguientes afirmaciones es correcta:
- La unidad de inducción magnética es el weber (Wb).
  - El campo magnético no es conservativo.
  - Dos conductores rectos paralelos e indefinidos, por los que circulan corrientes  $I_1$  e  $I_2$  en sentido contrario, se atraen.

(P.A.U. sep. 15)

**Solución:** B

Para que un campo vectorial sea conservativo, la circulación del campo a lo largo de una línea cerrada debe ser nula, lo que es equivalente a decir que la circulación entre dos puntos A y B es independiente del camino seguido, solo dependería de los puntos A y B.

El campo magnético  $\vec{B}$  no es conservativo. La circulación del vector  $\vec{B}$  a lo largo de una línea  $l$  cerrada no es nula. Por la ley de Ampère.



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

Las otras opciones:

A. Falsa. La unidad de inducción magnética es el tesla (T). El weber (Wb) es la unidad de flujo magnético.

$$\text{Wb} = \text{T} \cdot \text{m}^2$$

C. Falsa. Se repelen. Ver respuesta de [junio de 2006](#)

15. Por un conductor recto muy largo circula una corriente de 1 A. El campo magnético que se origina en sus cercanías se hace más intenso cuanto:

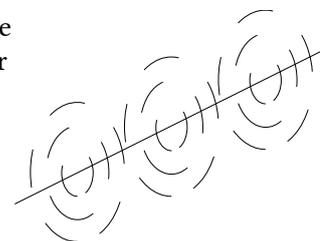
- A) Más grueso sea el conductor.
- B) Mayor sea su longitud.
- C) Más cerca del conductor esté el punto donde se determina.

(A.B.A.U. extr. 17)

**Solución:** C

La dirección del campo magnético  $\vec{B}$  creado por una intensidad  $I$  de corriente que circula por un conductor recto indefinido es circular alrededor del hilo y su valor en un punto a una distancia  $r$  del hilo viene dada por la ley de Biot - Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$



El sentido del campo magnético viene dado por la regla de la mano derecha (el sentido del campo magnético es el del cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente eléctrica).

Como se ve en la expresión, cuanto menor sea la distancia  $r$  del punto al hilo, mayor será la intensidad del campo magnético.

16. Un cable recto de longitud  $\ell$  y corriente  $i$  está colocado en un campo magnético uniforme  $\vec{B}$  formando con él un ángulo  $\theta$ . El módulo de la fuerza ejercida sobre dicho cable es:

- A)  $i \ell B \operatorname{tg} \theta$
- B)  $i \ell B \operatorname{sen} \theta$
- C)  $i \ell B \operatorname{cos} \theta$

(P.A.U. sep. 05)

**Solución:** B

La 2.ª ley de Laplace dice que la fuerza  $\vec{F}$  ejercida por un campo magnético  $\vec{B}$  uniforme sobre un cable recto de longitud  $l$  por el que pasa una corriente de intensidad  $i$  viene dado por el producto vectorial del vector  $\vec{l}$  por el vector campo  $\vec{B}$  magnético multiplicado por la intensidad de corriente  $i$  que atraviesa el conductor.

$$\vec{F}_B = i (\vec{l} \times \vec{B})$$

El producto vectorial de dos vectores  $\vec{l}$  y  $\vec{B}$  es otro vector cuyo módulo vale el producto de los módulos  $l$  y  $B$  por el seno del ángulo que forman cuando coinciden sus orígenes.

$$|\vec{F}_B| = i \cdot |\vec{l}| \cdot |\vec{B}| \operatorname{sen} \varphi$$

que se puede escribir también como:

$$F = i \cdot l \cdot B \operatorname{sen} \varphi$$

17. Un hilo recto y conductor de longitud  $\ell$  y corriente  $I$ , situado en un campo magnético  $\vec{B}$ , sufre una fuerza de módulo  $I \cdot \ell \cdot B$ :

- A) Si  $I$  y  $\vec{B}$  son paralelos y del mismo sentido.

- B) Si  $l$  y  $\vec{B}$  son paralelos y de sentido contrario.  
 C) Si  $l$  y  $\vec{B}$  son perpendiculares.

(P.A.U. sep. 08)

**Solución:** C

La 2.<sup>a</sup> ley de Laplace dice que la fuerza  $\vec{F}$  ejercida por un campo magnético  $\vec{B}$  uniforme sobre un cable recto de longitud  $l$  por el que pasa una corriente de intensidad  $i$  viene dado por el producto vectorial del vector  $\vec{l}$  por el vector campo  $\vec{B}$  magnético multiplicado por la intensidad de corriente  $i$  que atraviesa el conductor.

$$\vec{F}_B = i(\vec{l} \times \vec{B})$$

El producto vectorial de dos vectores  $\vec{l}$  y  $\vec{B}$  es otro vector cuyo módulo vale el producto de los módulos  $l$  y  $B$  por el seno del ángulo que forman cuando coinciden sus orígenes.

$$|\vec{F}_B| = i \cdot |\vec{l}| \cdot |\vec{B}| \sin \varphi$$

que se puede escribir también como:

$$F = i \cdot l \cdot B \sin \varphi$$

Cuando el cable es perpendicular al campo magnético,  $\sin \varphi = 1$  y

$$F = i \cdot l \cdot B$$

18. Las líneas de fuerza del campo magnético son:  
 A) Siempre cerradas.  
 B) Abiertas o cerradas dependiendo del imán o bobina.  
 C) Abiertas como las del campo eléctrico.

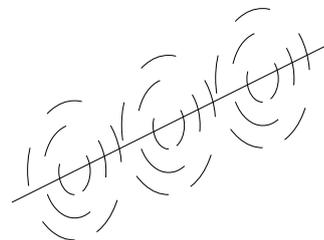
(P.A.U. sep. 13)

**Solución:** A

Si el campo magnético es producido por un imán, un solenoide o una espira, las fuentes del campo magnético son los polos N del elemento mientras que los sumideros son los polos S. Pero como ambos polos son inseparables, las líneas de campo son cerradas.

(Si partimos un imán en dos, cada parte sigue teniendo dos polos. No se pueden conseguir por división monopolos magnéticos)

Si el campo es producido por una corriente rectilínea indefinida, las líneas de campo son circunferencias concéntricas alrededor del hilo.



19. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?:  
 A) La ley de Faraday - Lenz dice que la f.e.m. inducida en una espira es igual al flujo magnético  $\Phi_B$  que la atraviesa.  
 B) Las líneas del campo magnético  $\vec{B}$  para un conductor largo y recto son circulares alrededor del mismo.  
 C) El campo magnético  $\vec{B}$  es conservativo.

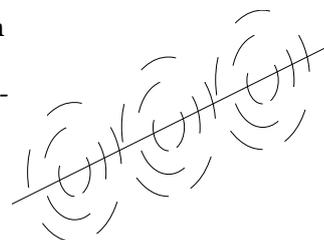
(P.A.U. jun. 14)

**Solución:** B

Las líneas de campo magnético producido por una corriente recta indefinida, son circunferencias concéntricas alrededor del hilo. Puede comprobarse desparando limaduras de hierro sobre una superficie perpendicular a un cable que lleva una corriente eléctrica.

Las otras opciones:

A. Falsa. La ley de Faraday - Lenz dice que la f.e.m. inducida en una espira es igual a la variación con el tiempo del flujo magnético  $\Phi_B$  que la atraviesa.



C. Falsa. El campo magnético  $\vec{B}$  no es conservativo. La circulación del vector  $\vec{B}$  a lo largo de una línea  $l$  cerrada no es nula, por la ley de Ampère.

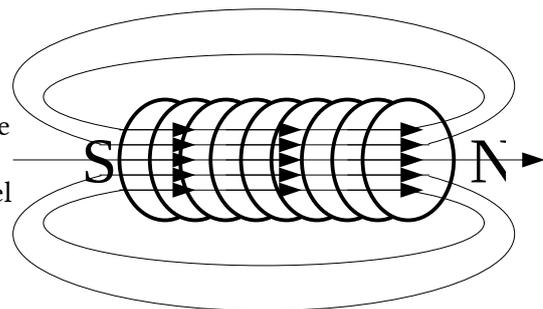
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

20. Las líneas del campo magnético  $\vec{B}$  creado por una bobina ideal:
- A) Nacen en la cara norte y mueren en la cara sur de la bobina.
  - B) Son líneas cerradas sobre sí mismas que atraviesan la sección de la bobina.
  - C) Son líneas cerradas alrededor de la bobina y que nunca la atraviesan.

(P.A.U. jun. 06)

**Solución:** B

Las líneas de campo magnético son líneas cerradas. En una bobina recta las líneas son cerradas, que en el exterior salen del polo (o cara) norte y entran por el polo sur, de forma análoga a las de un imán rectangular, recorriendo el interior de la bobina (desde el polo sur hacia el polo norte). En una bobina toroidal las líneas son cerradas, encerradas en el interior de la bobina, y en el exterior de ella no hay líneas de campo magnético. En este caso no existen polos norte ni sur.

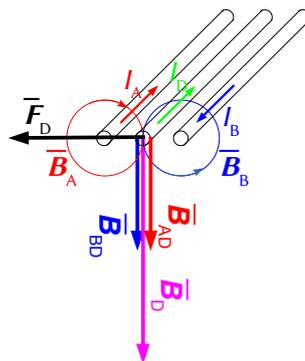


21. Dos conductores idénticos A y B paralelos, con corrientes respectivas  $+I$  y  $-I$  (entrando y saliendo del plano del papel) están separados una distancia  $a$ . Un tercer conductor, C, paralelo e idéntico a los anteriores y con corriente  $+I$  (entrando) se sitúa en  $a/2$ . Sobre él se ejerce una fuerza:
- A) Dirigida hacia A.
  - B) Dirigida hacia B.
  - C) No se ejerce ninguna fuerza sobre él.

(A.B.A.U. ord. 17)

**Solución:** A

El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.



En el diagrama se dibujan los campos magnéticos  $\vec{B}_A$  y  $\vec{B}_B$  creados por ambos conductores en el punto medio D, y el vector fuerza magnética  $\vec{F}_D$  ejercida sobre el conductor situado allí.

Tanto el campo magnético creado por el conductor A en el punto D equidistante de ambos conductores como el campo magnético creado por el conductor B en el punto D están dirigidos en el sentido negativo del eje Z. Por tanto, el vector campo magnético resultante también lo está. Aplicando la ley de Lorentz:

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B}) = I(l\vec{j} \times B(-\vec{k})) = I \cdot l \cdot B(-\vec{i})$$

Se ve que está dirigida hacia el conductor que lleva la corriente A.

22. Dos hilos paralelos muy largos con corrientes eléctricas  $I$  e  $I'$  estacionarias y del mismo sentido:
- A) Se atraen entre sí.
  - B) Se repelen entre sí.
  - C) No interaccionan.

(P.A.U. jun. 06)

**Solución:** C

La dirección del campo magnético  $\vec{B}$  creado por una intensidad  $I$  de corriente que circula por un conductor rectilíneo indefinido es circular alrededor del hilo y su valor en un punto a una distancia  $r$  del hilo viene dada por la ley de Biot - Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

El sentido del campo magnético viene dado por la regla de la mano derecha (el sentido del campo magnético es el del cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente eléctrica).

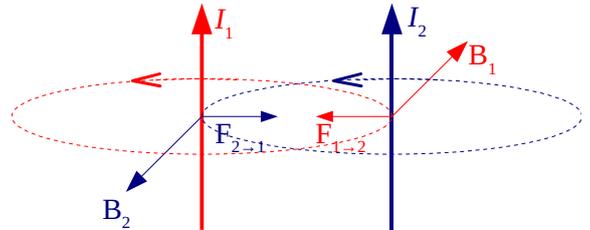
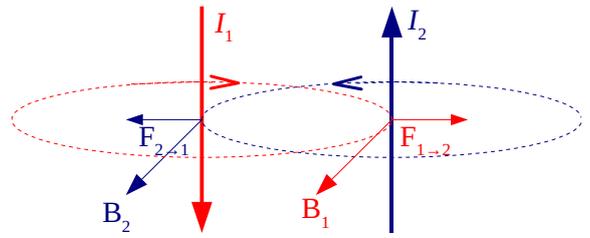
La 2.ª ley de Laplace da el valor, dirección y sentido de la fuerza  $\vec{F}$  debida a un campo magnético  $\vec{B}$  sobre un tramo  $\vec{l}$  recto de corriente por el que circula una intensidad  $I$  de corriente eléctrica.

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

Al ser un producto vectorial, la dirección de la fuerza es perpendicular al tramo  $\vec{l}$  de corriente y también perpendicular al vector campo magnético  $\vec{B}$ . El sentido viene dado por otra regla de la mano derecha (al cerrar la mano desde el primer vector  $\vec{l}$  hacia el segundo  $\vec{B}$ , el sentido de la fuerza  $\vec{F}$  es el del dedo pulgar).

Si las corrientes son de sentidos opuestos los hilos se repelen.

Si las corrientes son del mismo sentido los hilos se atraen.



23. Se dispone de un hilo infinito recto y con corriente eléctrica  $I$ . Una carga eléctrica  $+q$  próxima al hilo moviéndose paralelamente a él y en el mismo sentido que la corriente:

- A) Será atraída.
- B) Será repelida.
- C) No experimentará ninguna fuerza.

(P.A.U. jun. 04)

**Solución:** A

La ley de Biot - Savart dice que el campo magnético creado en un punto por un conductor rectilíneo indefinido por el que pasa una intensidad de corriente  $I$ , en un punto que se encuentra a una distancia  $r$  del conductor es directamente proporcional a la intensidad de corriente e inversamente proporcional a la distancia a la que se encuentra el punto del conductor.

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

El campo magnético es circular alrededor del hilo y su sentido es el del cierre de la mano derecha con el pulgar apuntando en el sentido de la corriente. (Regla de la mano derecha)  
En un sistema de coordenadas como el de la figura, el vector campo magnético sería:

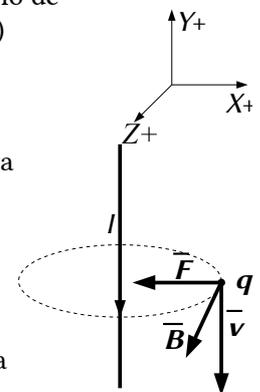
$$\vec{B} = B \vec{k}$$

La ley de Lorentz dice que la fuerza  $\vec{F}$  ejercida por un campo magnético sobre una carga  $q$  que se mueve con una velocidad  $\vec{v}$  puede calcularse por la expresión:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

La fuerza magnética es perpendicular a la dirección de movimiento de la partícula y al campo magnético.

El sentido de la fuerza  $\vec{F}$  del campo magnético  $\vec{B}$  creado por la corriente  $I$  sobre la carga  $+q$  que se mueve paralelamente y en el mismo sentido que la corriente se deduce del producto vectorial.



$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = q(v(-\vec{j}) \times B\vec{k}) = q \cdot v \cdot B(-\vec{i})$$

La fuerza está dirigida hacia el hilo.

24. Por dos conductores paralelos e indefinidos, separados una distancia  $r$ , circulan corrientes en sentido contrario de diferente valor, una el doble de la otra. La inducción magnética se anula en un punto del plano de los conductores situado:

- A) Entre ambos conductores.
- B) Fuera de los conductores y del lado del conductor que transporta más corriente.
- C) Fuera de los conductores y del lado del conductor que transporta menos corriente.

(P.A.U. sep. 14)

**Solución:** C

La ley de Biot - Savart dice que el campo magnético creado en un punto por un conductor rectilíneo indefinido por el que pasa una intensidad de corriente  $I$ , en un punto que se encuentra a una distancia  $r$  del conductor es directamente proporcional a la intensidad de corriente e inversamente proporcional a la distancia a la que se encuentra el punto del conductor.

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

Las líneas del campo magnético son circulares alrededor del conductor.

La dirección del campo magnético viene dada por la regla de la mano derecha, que dice que si colocamos el pulgar en el sentido de la corriente, el sentido del campo magnético es el de los otros dedos al cerrar la mano.

En la figura se representan los campos magnéticos creados por los dos conductores, el que lleva la corriente  $I_1$  hacia dentro y el que lleva la corriente  $I_2$  hacia afuera y del doble de intensidad.

En la zona situada entre ambos conductores, los campos magnéticos creados por las corrientes paralelas de los hilos son del mismo sentido, por lo que el campo resultante nunca será nulo.

En la zona exterior del lado de  $I_2$  (izquierda) que transporta el doble de corriente, el campo magnético  $\vec{B}_2$  creado por la corriente de ese conductor siempre será mayor que el creado por el de  $I_1$ , que se encuentra más alejado.

En la zona exterior del lado de  $I_1$  (derecha), los puntos se encuentran más cerca del conductor 1 que del conductor 2, y los campos magnéticos de ambos pueden ser del mismo valor, y como son de sentido opuesto, pueden anularse en algún punto.

La distancia  $x$  de este punto al conductor que lleva  $I_2$  debe cumplir la condición

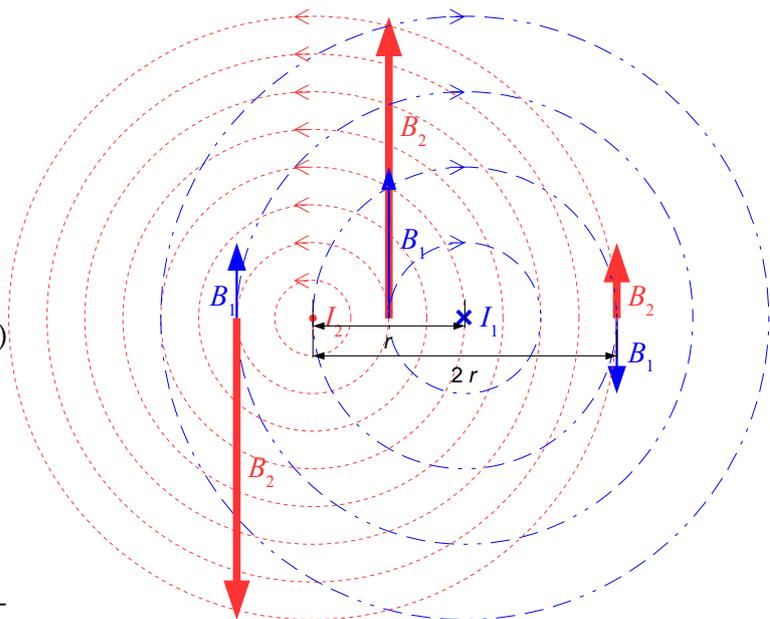
$$B_2 = B_1$$

$$\frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot x} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi(x-r)}$$

$$(x-r) I_2 = x \cdot I_1$$

Como  $I_2 = 2 I_1$ , queda

$$(x-r) \cdot 2 I_1 = x \cdot I_1$$



$$x = 2r$$

### ● Inducción electromagnética.

- Una espira metálica es recorrida por una corriente eléctrica que disminuye en el tiempo. En la espira:
  - Se induce una corriente eléctrica que tiene el sentido contrario al de la corriente inicial, oponiéndose a esta.
  - No se induce corriente eléctrica alguna.
  - Se induce una corriente que tiene el mismo sentido que la corriente eléctrica inicial, reforzando su valor.

(A.B.A.U. extr. 22)

**Solución:** C

La ley de Faraday - Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

Al disminuir la corriente eléctrica que atraviesa la espira, disminuye el flujo magnético. Se inducirá en ella una corriente que se oponga a la disminución de flujo, una corriente que tiene el mismo sentido que la corriente eléctrica inicial.

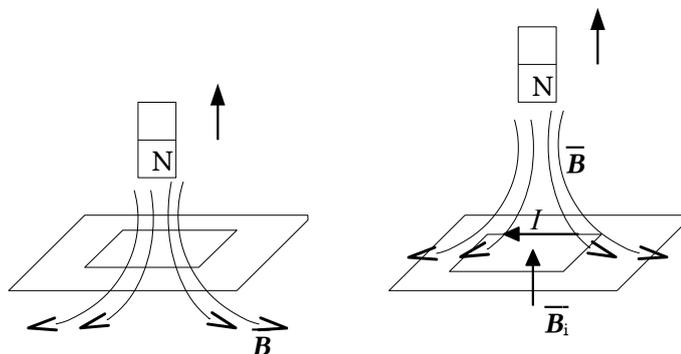
- Se induce corriente en sentido horario en una espira en reposo si:
  - Acercamos el polo norte o alejamos el polo sur de un imán rectangular.
  - Alejamos el polo norte o acercamos el polo sur.
  - Mantenemos en reposo el imán y la espira.

(P.A.U. sep. 15)

**Solución:** B

La ley de Faraday - Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$



Al alejar el polo norte del imán disminuye el número de líneas de campo magnético que atraviesan la espira, por lo que la corriente inducida circulará en el sentido de «corregir» la disminución de líneas, es decir, lo hará de modo que el campo magnético  $\vec{B}_i$  debido a la corriente  $I$  inducida tenga el mismo sentido que tenía el del imán. Por la regla de la mano derecha, la corriente debe ser en sentido antihorario.

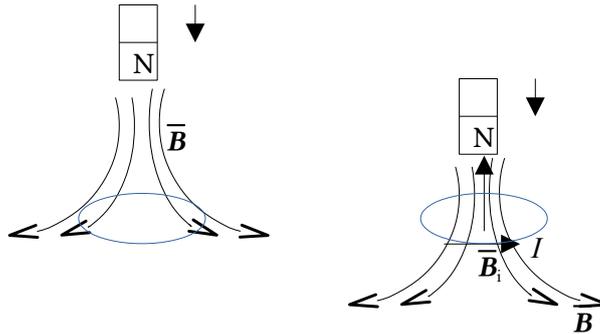
3. Si se acerca el polo norte de un imán recto al plano de una espira plana y circular:
- Se produce en la espira una corriente inducida que circula en sentido antihorario.
  - Se genera un par de fuerzas que hace rotar la espira.
  - La espira es atraída por el imán.

(P.A.U. sep. 06)

**Solución:** A

La ley de Faraday - Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$



Al acercar el polo norte del imán, aumenta el número de líneas de campo magnético que atraviesan la espira, por lo que la corriente inducida circulará en el sentido de «corregir» el aumento de líneas, es decir, lo hará de modo que el campo magnético  $\vec{B}_1$  debido a la corriente  $I$  inducida tenga sentido opuesto al que tenía el del imán. Por la regla de la mano derecha, la corriente debe ser en sentido antihorario.

4. La orientación que debe tener la superficie de una espira en un campo magnético uniforme para que el flujo magnético sea nulo es:
- Paralela al campo magnético.
  - Perpendicular al campo magnético.
  - Formando un ángulo de  $45^\circ$  con el campo magnético.

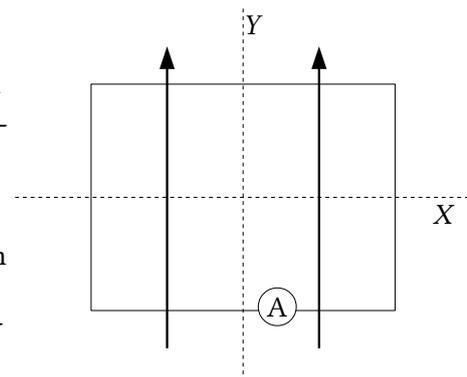
(A.B.A.U. extr. 17)

**Solución:** A

El flujo magnético es el producto escalar del vector  $\vec{B}$  campo magnético por el vector  $\vec{S}$  perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

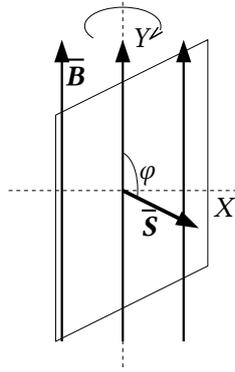
$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Las líneas de campo no atraviesan la superficie de la espira dando un flujo magnético 0 cuando el vector  $\vec{B}$  campo magnético es perpendicular al vector  $\vec{S}$  superficie. Como el vector superficie es perpendicular a la superficie, el flujo es nulo cuando la superficie es paralela al campo magnético.



5. Una espira rectangular está situada en un campo magnético uniforme, representado por las flechas de la figura. Razona si el amperímetro indicará paso de corriente:
- Si la espira gira alrededor del eje Y.
  - Si gira alrededor del eje X.
  - Si se desplaza a lo largo de cualquier de los ejes X o Y.

(P.A.U. sep. 04)

**Solución: B**

La ley de Faraday - Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

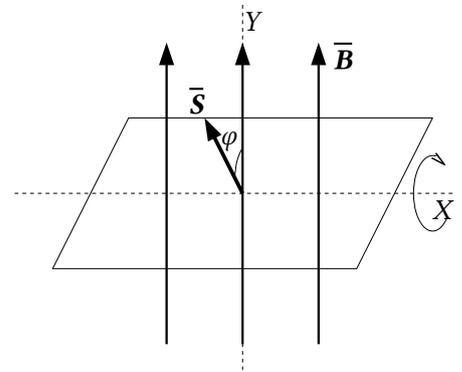
$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

El flujo magnético es el producto escalar del vector  $\vec{B}$  campo magnético por el vector  $\vec{S}$  perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Cuando la espira gira alrededor del eje Y, el flujo magnético no varía, puesto que es nulo todo el tiempo: las líneas del campo magnético no atraviesan la superficie de la espira ni cuando la espira está en reposo ni cuando gira alrededor del eje Y, pues son siempre paralelas al plano de la espira. El ángulo  $\varphi$  vale siempre  $\pi/2$  rad y el  $\cos \pi/2 = 0$ .

Pero cuando la espira gira alrededor del eje X, las líneas de campo atraviesan la superficie plana delimitada por la espira, variando el flujo magnético desde 0 hasta un máximo cuando la espira está en el plano XZ perpendicular al eje Y que es el del campo magnético. Luego vuelve a disminuir hasta hacerse nulo cuando haya girado  $\pi$  rad. Al desplazarse la espira, siempre paralelamente a las líneas de campo, el flujo seguirá siendo nulo en todos los casos.



6. La fuerza electromotriz inducida en un circuito tiende:
- A disminuir el flujo magnético que atraviesa el circuito.
  - A aumentar el flujo magnético que atraviesa el circuito.
  - Pueden ser correctas las dos opciones anteriores.

(A.B.A.U. ord. 22)

**Solución: C**

La ley de Faraday - Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

Si inducimos una corriente disminuyendo el número de líneas de campo magnético que atraviesan el circuito, la corriente inducida circulará en el sentido de oponerse a eso, aumentando el flujo.

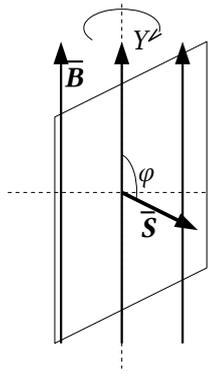
Si lo que hacemos es aumentar el flujo magnético, la corriente inducida circulará en el sentido de oponerse a eso, disminuyendo el flujo.

En ambos casos se producirá corriente inducida.

7. Se induce corriente en una espira conductora se:
- Es atravesada por un flujo magnético constante.
  - Gira en el seno de un campo magnético uniforme.
  - En ambos casos.

(A.B.A.U. extr. 20)

**Solución: B**



La ley de Faraday - Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

X El flujo magnético es el producto escalar del vector  $\vec{B}$  campo magnético por el vector  $\vec{S}$  perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Cuando la espira gira alrededor de un eje paralelo al campo magnético, el flujo magnético no varía, puesto que es nulo todo el tiempo: las líneas del campo magnético no atraviesan la superficie de la espira ni cuando la espira está en reposo ni cuando gira alrededor del eje, pues son siempre paralelas al plano de la espira. El ángulo  $\varphi$  vale siempre  $\pi/2$  rad y lo con los  $\pi/2 = 0$ .

Pero cuando la espira gira alrededor de un eje perpendicular al campo, las líneas de campo atraviesan la superficie plana delimitada por la espira, variando el flujo magnético desde 0 hasta un máximo lo volviendo a hacerse nulo cuando leve girada media vuelta.

Si no gira, el flujo no varía y no se induce corriente alguna.

8. Una espira está situada en el plano  $XY$  y es atravesada por un campo magnético constante  $\vec{B}$  en dirección del eje  $Z$ . Se induce una fuerza electromotriz:
- Si la espira se mueve en el plano  $XY$ .
  - Si la espira gira alrededor de un eje perpendicular a la espira.
  - Si se anula gradualmente el campo  $\vec{B}$ .

(P.A.U. sep. 12)

**Solución:** C

La ley de Faraday - Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

El flujo magnético es el producto escalar del vector  $\vec{B}$  campo magnético por el vector  $\vec{S}$  perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Si se anula gradualmente el campo magnético  $\vec{B}$ , se produce una variación de flujo magnético  $\Phi$  y una fuerza electromotriz inducida, que, por la ley de Lenz, se opondrá a la disminución del flujo magnético que atraviesa la espira.

Las otras opciones:

A: Falsa. Si la espira se mueve en el plano  $XY$  que la contiene, no se produce variación de campo magnético ni de la superficie atravesada por él (a no ser que la espira salga de la zona del campo). Si el el flujo magnético a través de la espira no varía, no se producirá ninguna f.e.m. inducida.

C: Falsa. Si la espira gira alrededor del eje  $Z$ , el flujo magnético no varía, puesto que la superficie atravesada es siempre la misma.

9. Según la ley de Faraday - Lenz, un campo magnético  $\vec{B}$  induce fuerza electromotriz en una espira plana:

- A) Si un  $\vec{B}$  constante atraviesa al plano de la espira en reposo.  
 B) Si un  $\vec{B}$  variable es paralelo al plano de la espira.  
 C) Si un  $\vec{B}$  variable atraviesa el plano de la espira en reposo.

(P.A.U. jun. 10)

**Solución:** C

La ley de Faraday - Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

El flujo magnético es el producto escalar del vector  $\vec{B}$  campo magnético por el vector  $\vec{S}$  perpendicular a la superficie delimitada por la espira

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Si un campo magnético  $\vec{B}$  variable atraviesa el plano de la espira en reposo, el ángulo  $\varphi \neq 90^\circ$ , por lo que  $\cos \varphi \neq 0$ . Si  $B$  es variable, su derivada no es nula y existirá una f.e.m.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot S \cdot \cos \varphi)}{dt} = -S \cdot \cos \varphi \cdot \frac{dB}{dt} \neq 0$$

Las otras opciones:

- A. Si el campo es constante y la espira está en reposo, todo es constante y la derivada es nula: no hay f.e.m.  
 B. Si el campo es variable pero es paralelo al plano de la espira, el ángulo entre lo campo  $\vec{B}$  y el vector superficie (perpendicular a la espira) es de  $90^\circ$  y  $\cos 90^\circ = 0$

10. Para construir un generador elemental de corriente alterna con una bobina y un imán (haz un croquis):  
 A) La bobina gira con respecto al campo magnético  $\vec{B}$ .  
 B) La sección de la bobina se desplaza paralelamente a  $\vec{B}$ .  
 C) La bobina está fija y es atravesada por un campo  $\vec{B}$  constante.

(P.A.U. sep. 10)

**Solución:** A

Se produce una corriente inducida, según la Ley de Faraday - Lenz, cuando hay una variación de flujo magnético con el tiempo.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

El flujo magnético  $\Phi$  es el producto escalar del vector  $\vec{B}$  campo magnético por el vector  $\vec{S}$  perpendicular a la sección de la bobina.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

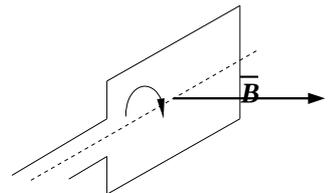
Si la bobina gira con una velocidad angular constante

$$\omega = -\frac{d\varphi}{dt}$$

respecto a un campo magnético  $\vec{B}$ , de forma que el ángulo  $\varphi$  varíe con el tiempo, la derivada del flujo respecto al tiempo es:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot S \cos \varphi)}{dt} = -B \cdot S \cdot \frac{d \cos \varphi}{dt} = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin \varphi = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin(\varphi_0 + \omega \cdot t)$$

Se produce una f.e.m. variable con el tiempo (sinusoidal)



11. Una espira se mueve en el plano  $XY$ , donde también hay una zona con un campo magnético  $\vec{B}$  constante en dirección  $+Z$ . Aparece en la espira una corriente en sentido antihorario:
- Si la espira entra en la zona de  $\vec{B}$ .
  - Cuando sale de esa zona.
  - Cuando se desplaza por esa zona.

(P.A.U. sep. 16, jun. 11)

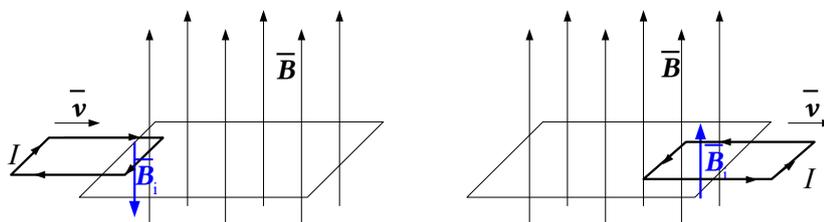
**Solución:** B

Por la ley de Faraday - Lenz, la fuerza electromotriz  $\varepsilon$  inducida en una espira es igual al ritmo de variación de flujo magnético  $\Phi$  que la atraviesa

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

El sentido se oponen a la variación de flujo.

Cuando la espira que se mueve en el plano  $XY$  entra en el campo magnético  $\vec{B}$  en dirección  $+Z$ , se produce una corriente inducida que se oponen al aumento del flujo saliente (visto desde lo extremo del eje  $Z$ ), por lo que se producirá una corriente inducida en sentido horario que cree un campo entrante ( $-Z$ ). Al salir del campo, la corriente inducida en sentido antihorario creará un campo magnético saliente que se opone a la disminución del flujo entrante.



#### ACLARACIONES

Los datos de los enunciados de los problemas no suelen tener un número adecuado de cifras significativas, bien porque el redactor piensa que la Física es una rama de las Matemáticas y los números enteros son números «exactos» (p. ej. la velocidad de la luz:  $3 \cdot 10^8$  m/s cree que es 300 000 000,000000 000 000 000... m/s) o porque aún no se ha enterado de que se puede usar calculadora en el examen y le parece más sencillo usar  $3 \cdot 10^8$  que 299 792 458 m/s).

Por eso he supuesto que los datos tienen un número de cifras significativas razonables, casi siempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en ciertos casos, con una incertidumbre desmedida. Así que cuando tomo un dato como  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s y lo reescribo como:

**Cifras significativas: 3**

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Lo que quiero indicar es que supongo que el dato original tiene tres cifras significativas (no que las tenga en realidad) para poder realizar los cálculos con una incertidumbre más pequeña que la que tendría en ese caso. ( $3 \cdot 10^8$  m/s tiene una sola cifra significativa, y una incertidumbre relativa del 30 %. Como las incertidumbres se suelen acumular a lo largo del cálculo, la incertidumbre final sería inadmisiblemente. Entonces, ¿para qué realizar los cálculos? Con una estimación sería suficiente).

Cuestiones y problemas de las [Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad](#) (A.-B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.

[Respuestas](#) y composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Algunos cálculos se hicieron con una [hoja de cálculo](#) de [LibreOffice](#) u [OpenOffice](#) del mismo autor.

Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de [traducindote](#), de Óscar Hermida López.

Se procuró seguir las [recomendaciones](#) del Centro Español de Metrología (CEM)

## Sumario

### ELECTROMAGNETISMO

PROBLEMAS.....	1
<i>Campo electrostático.....</i>	<i>1</i>
<i>Campo magnético.....</i>	<i>40</i>
<i>Inducción electromagnética.....</i>	<i>59</i>
CUESTIONES.....	60
<i>Campo electrostático.....</i>	<i>60</i>
<i>Campo magnético.....</i>	<i>69</i>
<i>Inducción electromagnética.....</i>	<i>82</i>

### Índice de pruebas A.B.A.U. y P.A.U.

2004.....	
1. (jun.).....	25, 80
2. (sep.).....	83
2005.....	
1. (jun.).....	43, 65
2. (sep.).....	63, 77
2006.....	
1. (jun.).....	79
2. (sep.).....	15, 55, 82
2007.....	
1. (jun.).....	17, 58
2. (sep.).....	11, 48
2008.....	
1. (jun.).....	13, 51
2. (sep.).....	67, 78
2009.....	
1. (jun.).....	4, 52
2. (sep.).....	68, 74
2010.....	
1. (jun.).....	26, 85
2. (sep.).....	86
2011.....	
1. (jun.).....	20, 73, 86
2. (sep.).....	32, 70
2012.....	
1. (jun.).....	6, 67
2. (sep.).....	29, 69, 85
2013.....	
1. (jun.).....	40, 60
2. (sep.).....	7, 49, 78
2014.....	
1. (jun.).....	36, 42, 78
2. (sep.).....	23, 65, 72, 81
2015.....	
1. (jun.).....	56, 61, 76
2. (sep.).....	34, 63, 76, 82
2016.....	
1. (jun.).....	9, 64, 69
2. (sep.).....	62, 74, 86
2017.....	
1. (ord.).....	35, 60, 79

2. (extr.).....	39, 77, 83
2018.....	
1. (ord.).....	38, 53, 62, 69
2. (extr.).....	31, 67 s.
2019.....	
1. (ord.).....	18, 47
2. (extr.).....	45, 61, 76
2020.....	
1. (ord.).....	3, 64, 72
2. (extr.).....	21, 71, 84
2021.....	
1. (ord.).....	1, 66, 76
2. (extr.).....	57, 64, 70
2022.....	
1. (ord.).....	44, 66, 84
2. (extr.).....	41, 59, 82