

ONDAS

[Método y recomendaciones](#)

◇ PROBLEMAS

● Ecuación de onda

- La expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda tensa orientada según el eje x es: $y = 0,5 \sin [2\pi (3t - x)]$ (unidades en el SI). Determina:
 - Los valores de la longitud de onda, velocidad de propagación, velocidad y aceleración máximas de vibración de los puntos de la cuerda.
 - La distancia mínima que separa dos puntos de la cuerda que en un mismo instante vibran desfasados 2π radianes.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: A) $\lambda = 1 \text{ m}$; $v_p = 3,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_m = 9,42 \text{ m/s}$; $a_m = 177 \text{ m/s}^2$; b) $\Delta x = \lambda = 1 \text{ m}$.

Datos

Ecuación de la onda

Incógnitas

Longitud de onda

Velocidad de propagación

Velocidad máxima

Aceleración máxima

Distancia mínima entre dos puntos desfasados 2π radianes**Otros símbolos**

Posición del punto (distancia al foco)

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$$y = 0,500 \cdot \sin[2\pi(3,00 \cdot t - x)] \text{ [m]}$$

$$\lambda$$

$$v_p$$

$$v_m$$

$$a_m$$

$$\Delta x$$

$$x$$

$$y = La \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) La frecuencia angular y el número de onda se obtienen comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0,500 \cdot \sin[2\pi(3,00 \cdot t - x)] = 0,500 \cdot \sin(6,00\pi \cdot t - 2\pi x)$$

Frecuencia angular: $\omega = 6,00\pi = 18,8 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ Número de onda: $k = 2,00\pi = 6,28 \text{ rad}\cdot\text{m}^{-1}$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{2,00 \cdot 3,14 \text{ [rad}\cdot\text{m}^{-1}]} = 1,00 \text{ m}$$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{18,8 \text{ [rad}\cdot\text{s}^{-1}]}{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}} = 0,100 \text{ s}^{-1} = 3,00 \text{ Hz}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 1,00 \text{ [m]} \cdot 3,00 \text{ [s}^{-1}] = 3,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

El signo opuesto de los términos en x y t indica que la onda se propaga en sentido positivo del eje X .

La velocidad de vibración de los puntos de la cuerda se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo :

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[0,0500 \cdot \sin 2\pi(3,00 \cdot t - x)]}{dt} = 0,0500 \cdot 2 \cdot \pi \cdot (3,00) \cdot \cos 2\pi(3,00 \cdot t - x) \text{ [m/s]}$$

$$v = 3,00 \cdot \pi \cdot \cos 2\pi[2\pi(3,00 \cdot t - x)] = 9,42 \cdot \cos(6,00 \pi \cdot t - 2\pi x) \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = 1$

$$v_m = 9,42 \text{ m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d[3,00 \cdot \pi \cdot \cos 2\pi(3,00 \cdot t - x)]}{dt} = 3,00 \cdot \pi \cdot (2\pi) \cdot (3,00) \cdot (-\sin 2\pi(3,00 \cdot t - x)) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$a = -18,00 \cdot \pi^2 \cdot \sin[2\pi(3,00 \cdot t - x)] = -177 \cdot \sin(6,00 \pi \cdot t - 2\pi x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

La aceleración es máxima cuando $\sin(\varphi) = -1$

$$a_m = 177 \text{ m/s}^2$$

b) En un instante t , la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = (6,00 \pi \cdot t - 2\pi \cdot x_2) - (6,00 \pi \cdot t - 2\pi \cdot x_1) = 2\pi \cdot \Delta x$$

Si la diferencia de fase es 2π rad

$$2\pi \text{ [rad/m]} \cdot \Delta x = 2\pi \text{ rad}$$

$$\Delta x = \frac{2\pi \text{ [rad]}}{2\pi \text{ [rad/m]}} = 1,00 \text{ m}$$

Análisis: Una diferencia de fase de 2π rad corresponde a una distancia entre los puntos igual a la longitud de onda $\lambda = 1,00$ m.

2. Una onda armónica transversal de frecuencia 2 Hz, longitud de onda 20 cm y amplitud 4 cm, se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X . En el instante $t = 0$, la elongación en el punto $x = 0$ es $y = 2,83$ cm.

- a) Expresa matemáticamente la onda y represéntala gráficamente en ($t = 0$; $0 < x < 40$ cm)
b) Calcula la velocidad de propagación de la onda y determina, en función del tiempo, la velocidad de oscilación transversal de la partícula situada en $x = 5$ cm.

(A.B.A.U. extr. 21)

Rta.: a) $y = 0,0400 \sin(4\pi t - 10\pi x + \pi/4)$ [m]; b) $v_p = 0,400$ m/s; $v = 0,503 \cos(4\pi t - \pi/4)$ [m/s]

Datos

Frecuencia

Longitud de onda

Amplitud

Elongación en $x = 0$ para $t = 0$

Incógnitas

Ecuación de la onda (frecuencia angular y número de onda)

Velocidad de propagación

Velocidad de la partícula en $x = 5$ cm en función del tiempo

Otros símbolos

Posición del punto (distancia al foco)

Período

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Frecuencia angular

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$$f = 2,00 \text{ Hz} = 2,00 \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda = 20,0 \text{ cm} = 0,200 \text{ m}$$

$$A = 0,0400 \text{ m} = 0,0400 \text{ m}$$

$$y = 2,83 \text{ cm} = 0,0283 \text{ m}$$

$$\omega, k$$

$$v_p$$

$$v$$

$$x$$

$$T$$

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido positivo del eje X:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2 \pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 2,00 \text{ [s}^{-1}\text{]} = 4,00 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}\text{]} = 12,6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{0,200 \text{ [m]}} = 10 \pi \text{ rad/m} = 31,4 \text{ rad/m}$$

Se calcula la fase inicial a partir de la elongación en $x = 0$ para $t = 0$.

$$y(x, t) = 0,0400 \cdot \sin(12,6 \cdot t - 31,4 \cdot x + \varphi_0) \text{ [m]}$$

$$0,0283 \text{ [m]} = 0,0400 \cdot \sin(12,6 \cdot 0 - 31,4 \cdot 0 + \varphi_0) \text{ [m]} = 0,0400 \cdot \sin(\varphi_0)$$

$$\sin(\varphi_0) = 0,0283 / 0,0400 = 0,721$$

$$\varphi_0 = \arcsen 0,721 = 0,786 \text{ rad} = \pi / 4 \text{ rad}$$

La ecuación de onda queda:

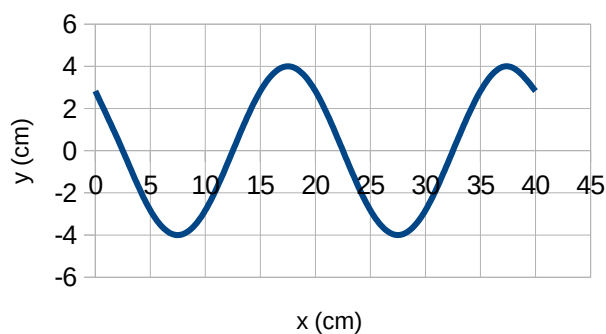
$$y(x, t) = 0,0400 \cdot \sin(12,6 \cdot t - 31,4 \cdot x + 0,786) \text{ [m]} = 0,0400 \cdot \sin(4 \pi \cdot t - 10 \pi \cdot x + \pi / 4) \text{ [m]}$$

La representación gráfica es la de la figura:

b) Se calcula la velocidad de propagación a partir de la longitud de onda y la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0,200 \text{ [m]} \cdot 2,00 \text{ [s}^{-1}\text{]} = 0,400 \text{ m/s}$$

La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo :



$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[0,0400 \cdot \sin(12,6 \cdot t - 31,4 \cdot x + 0,786)]}{dt} = 0,0400 \cdot 12,6 \cos(12,6 \cdot t - 31,4 \cdot x + 0,786) \text{ [m/s]}$$

$$v = 0,503 \cdot \cos(12,6 \cdot t - 31,4 \cdot x + 0,786) \text{ [m/s]}$$

Para $x = 5 \text{ cm}$ ($=0,05 \text{ m}$), la expresión queda:

$$v = 0,503 \cdot \cos(12,6 \cdot t - 31,4 \cdot 0,0500 + 0,786) = 0,503 \cdot \cos(12,6 \cdot t - 0,786) = 0,503 \cdot \cos(4 \pi \cdot t - \pi / 4) \text{ [m/s]}$$

3. La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es $y(x, t) = 10 \sin \pi(x - 0,2 t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Calcula:

- La amplitud, longitud de onda y frecuencia de la onda.
- La velocidad de propagación de la onda e indica en qué sentido se propaga.
- Los valores máximos de la velocidad y aceleración de las partículas de la cuerda.

(A.B.A.U. extr. 17)

Rta.: a) $A = 10 \text{ m}$; $\lambda = 2,00 \text{ m}$; $f = 0,100 \text{ Hz}$; b) $v = 0,200 \text{ m/s}$; sentido $+X$;

c) $v_m = 6,28 \text{ m/s}$; $a_m = 3,95 \text{ m/s}^2$

Datos

Ecuación de la onda

Incógnitas

Amplitud

Longitud de onda

Frecuencia

Cifras significativas: 3

$$y = 10,0 \cdot \sin \pi(x - 0,200 \cdot t) \text{ [m]}$$

A

λ

f

Incógnitas

Velocidad de propagación

 v_p

Velocidad máxima

 v_m

Aceleración máxima

 a_m **Otros símbolos**

Posición del punto (distancia al foco)

 x **Ecuaciones**

Ecuación de una onda armónica unidimensional

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

Número de onda

$$k = 2 \pi / \lambda$$

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

$$\omega = 2 \pi \cdot f$$

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se obtienen la amplitud, la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 10,0 \cdot \text{sen} \pi(x - 0,200 \cdot t) \text{ [m]}$$

Amplitud: $A = 10,0 \text{ m}$ Frecuencia angular: $\omega = 0,200 \pi = 0,628 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ Número de onda: $k = \pi = 3,14 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{3,14 \text{ [rad} \cdot \text{m}^{-1}]} = 2,00 \text{ m}$$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0,628 \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}]}{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}} = 0,100 \text{ s}^{-1} = 0,100 \text{ Hz}$$

b) Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 2,00 \text{ [m]} \cdot 0,100 \text{ [s}^{-1}] = 0,200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

El signo opuesto de los términos en x y t indica que la onda se propaga en sentido positivo del eje X .

c) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo :

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[10,0 \cdot \text{sen} \pi(x - 0,200 \cdot t)]}{dt} = 10,0 \cdot \pi \cdot (-0,200) \cdot \cos \pi(x - 0,200 \cdot t) \text{ [m/s]}$$

$$v = -2,00 \cdot \pi \cdot \cos \pi(x - 0,200 \cdot t) = -6,28 \cdot \cos \pi(x - 0,200 \cdot t) \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 6,28 \text{ m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d[-2,00 \cdot \pi \cdot \cos \pi(x - 0,200 \cdot t)]}{dt} = -2,00 \cdot \pi \cdot \pi \cdot (-0,200) \cdot (-\text{sen} \pi(x - 0,200 \cdot t)) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$a = -0,400 \cdot \pi^2 \cdot \text{sen} \pi(x - 0,200 \cdot t) = -3,95 \cdot \text{sen} \pi(x - 0,200 \cdot t) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

La aceleración es máxima cuando $\text{sen}(\varphi) = -1$

$$a_m = 3,95 \text{ m/s}^2$$

4. La función de onda de una onda armónica que se mueve en una cuerda es $y(x, t) = 0,03 \sin(2,2x - 3,5t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Determina:
- La longitud de onda y el periodo de esta onda.
 - La velocidad de propagación.
 - La velocidad máxima de cualquier segmento de la cuerda.

(A.B.A.U. ord. 17)

Rta.: a) $\lambda = 2,86 \text{ m}$; $T = 1,80 \text{ s}$; b) $v_p = 1,59 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; c) $v_m = 0,105 \text{ m/s}$ **Datos**

Ecuación de la onda

Incógnitas

Longitud de onda

Período

Velocidad de propagación

Velocidad máxima

Otros símbolos

Posición del punto (distancia al foco)

Amplitud

Frecuencia

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la frecuencia y el período

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$$y = 0,0300 \cdot \sin(2,20 \cdot x - 3,50 \cdot t) \text{ [m]}$$

$$\lambda$$

$$T$$

$$v_p$$

$$v_m$$

$$x$$

$$A$$

$$f$$

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$f = 1 / T$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0,0300 \cdot \sin(-3,50 \cdot t + 2,20 \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular: $\omega = 3,50 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ Número de onda: $k = 2,20 \text{ rad}\cdot\text{m}^{-1}$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{2,20 \text{ [rad}\cdot\text{m}^{-1}]} = 2,86 \text{ m}$$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3,50 \text{ [rad}\cdot\text{s}^{-1}]}{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}} = 0,557 \text{ s}^{-1} = 0,557 \text{ Hz}$$

Se calcula el período a partir de la frecuencia:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,557 \text{ s}^{-1}} = 1,80 \text{ s} \quad f = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,557 \text{ s}^{-1}} = 1,80 \text{ s}$$

b) Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 2,86 \text{ [m]} \cdot 0,557 \text{ [s}^{-1}] = 1,59 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) La velocidad de un punto se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d\{0,0300 \cdot \sin(-3,50 \cdot t + 2,20 \cdot x)\}}{dt} = 0,0300 \cdot (-3,50) \cdot \cos(-3,50 \cdot t + 2,20 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

$$v = -0,105 \cdot \cos(-3,50 \cdot t + 2,20 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 0,105 \text{ m/s}$$

5. Una onda se transmite a lo largo de una cuerda. El punto situado en $x = 0$ oscila según la ecuación $y = 0,1 \cos(10 \pi t)$ y otro punto situado en $x = 0,03 \text{ m}$ oscila según la ecuación $y = 0,1 \cos(10 \pi t - \pi / 4)$. Calcula:
- La constante de propagación, la velocidad de propagación y la longitud de onda.
 - La velocidad de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda.

(P.A.U. jun. 06)

Rta.: a) $k = 26,2 \text{ rad/m}$; $v_p = 1,20 \text{ m/s}$; $\lambda = 0,240 \text{ m}$; b) $v = -3,14 \cdot \sin(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x) [\text{m/s}]$

Datos

Ecuación de oscilación en el origen $x = 0$

Ecuación de oscilación en $x = 0,03 \text{ m}$

Incógnitas

Número de onda (¿constante de propagación?)

Velocidad de propagación

Longitud de onda

Velocidad de la partícula en un punto cualquiera de la cuerda.

Otros símbolos

Posición del punto (distancia al foco)

Amplitud

Frecuencia

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$$y = 0,100 \cdot \cos(10,0 \cdot \pi \cdot t) [\text{m}]$$

$$y = 0,100 \cdot \cos(10,0 \cdot \pi \cdot t - \pi / 4,00) [\text{m}]$$

$$k$$

$$v_p$$

$$\lambda$$

$$v$$

$$x$$

$$A$$

$$f$$

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2 \pi / \lambda$$

$$\omega = 2 \pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se calcula la amplitud y la frecuencia angular comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación de vibración en el origen:

Ecuación general de una onda armónica:

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

Ecuación de la onda armónica en el origen ($x = 0$):

$$y = 0,100 \cdot \cos(10,0 \cdot \pi \cdot t) [\text{m}]$$

Amplitud:

$$A = 0,100 \text{ m}$$

Frecuencia angular:

$$\omega = 10,0 \cdot \pi [\text{rad/s}] = 31,4 \text{ rad/s}$$

Se calcula el número de onda comparando la ecuación de la onda armónica unidimensional, en la que se han sustituido la amplitud y la frecuencia angular, con la ecuación de vibración en el punto $x = 0,0300 \text{ m}$:

Ecuación de la onda armónica:

$$y = 0,100 \cdot \cos(10,0 \cdot \pi \cdot t \pm k \cdot x) [\text{m}]$$

Ecuación de la onda armónica en el punto $x = 0,0300 \text{ m}$:

$$y = 0,100 \cdot \cos(10,0 \cdot \pi \cdot t - \pi / 4,00) [\text{m}]$$

$$k \cdot x = \frac{\pi}{4,00} \Rightarrow k = \frac{\pi}{4,00 \cdot x} = \frac{3,14 [\text{rad}]}{4,00 \cdot 0,0300 [\text{m}]} = 26,2 \text{ rad/m}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2 \cdot 3,14 [\text{rad}]}{26,2 [\text{rad/m}]} = 0,240 \text{ m}$$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10,0 \cdot \pi}{2\pi} = 5,00 \text{ s}^{-1} = 5,00 \text{ Hz}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0,240 [\text{m}] \cdot 5,00 [\text{s}^{-1}] = 1,20 \text{ m/s}$$

b) La ecuación de movimiento queda:

$$y = 0,100 \cdot \cos(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x) \text{ [m]}$$

La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[0,100 \cdot \cos(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x)]}{dt} = -0,100 \cdot 31,4 \cdot \sin(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

$$v = -3,14 \cdot \sin(31,4 \cdot t - 26,2 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

6. La función de onda que describe la propagación de un sonido es $y(x) = 6 \cdot 10^{-2} \cos(628 t - 1,90 x)$ (magnitudes en el sistema internacional). Calcula:

a) La frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación.

b) La velocidad y la aceleración máximas de un punto cualquier del medio en el que se propaga la onda.

(P.A.U. sep. 04)

Rta.: a) $f = 100 \text{ Hz}$; $\lambda = 3,31 \text{ m}$; $v_p = 331 \text{ m/s}$; b) $v_m = 37,7 \text{ m/s}$; $a_m = 2,37 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2$

Datos

Ecuación de la onda

Incógnitas

Frecuencia

Longitud de onda

Velocidad de propagación

Velocidad máxima

Aceleración máxima

Otros símbolos

Posición del punto (distancia al foco)

Amplitud

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$$y = 6,00 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(628 \cdot t - 1,90 \cdot x) \text{ [m]}$$

$$f$$

$$\lambda$$

$$v_p$$

$$v_m$$

$$a_m$$

$$x$$

$$A$$

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2 \pi / \lambda$$

$$\omega = 2 \pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 6,00 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(628 \cdot t - 1,90 \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular: $\omega = 628 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

Número de onda: $k = 1,90 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2 \pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2 \pi} = \frac{628 \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}]}{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}} = 100 \text{ s}^{-1} = 100 \text{ Hz}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2 \pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2 \pi}{k} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{1,90 \text{ [rad} \cdot \text{m}^{-1}]} = 3,31 \text{ m}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 3,31 \text{ [m]} \cdot 100 \text{ [s}^{-1}] = 331 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[6,00 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(628 \cdot t - 1,90 \cdot x)]}{dt} = -6,00 \cdot 10^{-2} \cdot 628 \cdot \sin(628 \cdot t - 1,90 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

$$v = -37,7 \cdot \sin(628 \cdot t - 1,90 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima cuando $\sin(\varphi) = -1$

$$v_m = 37,7 \text{ m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d[-37,7 \cdot \sin(628 \cdot t - 1,90 \cdot x)]}{dt} = -37,7 \cdot 628 \cdot \cos(628 \cdot t - 1,90 \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$a = -2,37 \cdot 10^4 \cdot \cos(628 \cdot t - 1,90 \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

La aceleración es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$a_m = 2,37 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2$$

7. Una onda armónica transversal se propaga en la dirección del eje X: $y(x, t) = 0,5 \sin(4x - 6t)$ (S.I.).

Calcula:

- La longitud de onda, la frecuencia con la que vibran las partículas del medio y la velocidad de propagación de la onda.
- La velocidad de un punto situado en $x = 1 \text{ m}$ en el instante $t = 2 \text{ s}$
- Los valores máximos de la velocidad y la aceleración.

(P.A.U. sep. 08)

Rta.: a) $\lambda = 1,57 \text{ m}$; $f = 0,955 \text{ Hz}$; $v_p = 1,50 \text{ m/s}$; b) $v_1 = 0,437 \text{ m/s}$; c) $v_m = 3,00 \text{ m/s}$; $a_m = 18,0 \text{ m/s}^2$

Datos

Ecuación de la onda

Incógnitas

Longitud de onda

Frecuencia

Velocidad de propagación

Velocidad de un punto situado en $x = 1 \text{ m}$ en el instante $t = 2 \text{ s}$

Velocidad máxima

Aceleración máxima

Otros símbolos

Posición del punto (distancia al foco)

Amplitud

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$$y = 0,500 \cdot \sin(-6,00 \cdot t + 4,00 \cdot x) \text{ [m]}$$

$$\lambda$$

$$f$$

$$v_p$$

$$v_1$$

$$v_m$$

$$a_m$$

$$x$$

$$A$$

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0,500 \cdot \sin(-6,00 \cdot t + 4,00 \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular:

$$\omega = 6,00 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Número de onda:

$$k = 4,00 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{4,00 \text{ [rad} \cdot \text{m}^{-1}\text{]}} = 1,57 \text{ m}$$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{6,00 [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]}{2 \cdot 3,14 [\text{rad}]} = 0,955 \text{ s}^{-1} = 0,955 \text{ Hz}$$

La frecuencia con la que vibran las partículas del medio es la misma que la de la onda.

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 1,57 [\text{m}] \cdot 0,955 [\text{s}^{-1}] = 1,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[0,500 \cdot \sin(-6,00 \cdot t + 4,00 \cdot x)]}{dt} = 0,500 \cdot (-6,00) \cdot \cos(-6,00 \cdot t + 4,00 \cdot x) [\text{m/s}]$$

$$v = -3,00 \cdot \cos(-6,00 \cdot t + 4,00 \cdot x) [\text{m/s}]$$

Sustituyendo los valores de $x = 1,00 \text{ m}$ y $t = 2,00 \text{ s}$

$$v_1 = -3,00 \cdot \cos(-6,00 \cdot 2,00 + 4,00 \cdot 1,00) = 0,437 \text{ m/s}$$

c) La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 3,00 \text{ m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d[-3,00 \cdot \cos(-6,00 \cdot t + 4,00 \cdot x)]}{dt} = -3,00 \cdot (-6,00) \cdot [-\sin(-6,00 \cdot t + 4,00 \cdot x)] [\text{m/s}^2]$$

$$a = -18,0 \sin(-6,00 \cdot t + 4,00 \cdot x) [\text{m/s}^2]$$

La aceleración es máxima cuando $\sin(\varphi) = -1$

$$a_m = 18,0 \text{ m/s}^2$$

8. La ecuación de una onda sonora que se propaga en la dirección del eje X es:

$$y = 4 \sin 2\pi (330 t - x) \text{ (S.I.)}. \text{ Halla:}$$

- La velocidad de propagación.
- La velocidad máxima de vibración de un punto del medio en el que se transmite la onda.
- Define la energía de una onda armónica.

(P.A.U. sep. 07)

Rta.: a) $v_p = 330 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; b) $v_m = 8,29 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

Datos

Ecuación de la onda

Incógnitas

Velocidad de propagación

Velocidad máxima de vibración de un punto del medio

Otros símbolos

Amplitud

Frecuencia

Posición del punto (distancia al foco)

Período

Longitud de onda

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$$y = 4,00 \cdot \sin[2\pi(330 \cdot t - x)] [\text{m}]$$

v_p

v_m

A

f

x

T

λ

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 4,00 \cdot \text{sen}[2 \pi(330 \cdot t - x)] = 4,00 \cdot \text{sen}(660 \cdot \pi \cdot t - 2,00 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular: $\omega = 660 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{s}^{-1}] = 2,07 \cdot 10^3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

Número de onda: $k = 2,00 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{m}^{-1}] = 6,28 \text{ rad}\cdot\text{m}^{-1}$

Se calculan la longitud de onda y la frecuencia para determinar la velocidad de propagación.

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \text{ [rad]}}{2,00 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{m}^{-1}]} = 1,00 \text{ m}$$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{660 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{s}^{-1}]}{2\pi \text{ [rad]}} = 330 \text{ s}^{-1} = 330 \text{ Hz}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 1,00 \text{ [m]} \cdot 330 \text{ [s}^{-1}] = 330 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[4,00 \cdot \sin[2\pi(330 \cdot t - x)]]}{dt} = 4,00 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 330 \cdot \cos[2\pi(330 \cdot t - x)] \text{ [m/s]}$$

$$v = 8,29 \cdot 10^3 \cdot \cos[2\pi(330 \cdot t - x)] \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 8,29 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

c) La energía que transmite una onda armónica produce un movimiento armónico simple de las partículas del medio. La energía de un M.A.S. es

$$E = (E_c + E_p) = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_m^2 = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

La velocidad máxima de un movimiento armónico simple es:

$$v_m = \omega \cdot A = 2\pi \cdot f \cdot A$$

La energía que transporta una onda es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud y al cuadrado de la frecuencia.

$$E = \frac{1}{2} m \cdot v_m^2 = 2\pi^2 \cdot m \cdot f^2 \cdot A^2$$

9. Una onda cuya amplitud es 0,3 m recorre 300 m en 20 s. Calcula:

- La máxima velocidad de un punto que vibra con la onda si la frecuencia es 2 Hz.
- La longitud de onda.
- Construye la ecuación de onda, teniendo en cuenta que su avance es en el sentido negativo del eje X .

(P.A.U. jun. 16)

Rta.: a) $v_m = 3,77 \text{ m/s}$; b) $\lambda = 7,50 \text{ m}$; c) $y(x, t) = 0,300 \cdot \sin(12,6 \cdot t + 0,838 \cdot x) \text{ [m]}$

Datos

Amplitud
Distancia recorrida por la onda en 20 s
Tiempo que tarda en recorrer 300 m
Frecuencia
Velocidad de propagación

Incógnitas

Máxima velocidad de un punto que vibra con la onda
Longitud de onda
Ecuación de la onda (frecuencia angular y número de onda)

Otros símbolos

Posición del punto (distancia al foco)
Período

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Cifras significativas: 3

$A = 0,0300 \text{ m}$
 $\Delta x = 300 \text{ m}$
 $\Delta t = 20,0 \text{ s}$
 $f = 2,00 \text{ Hz} = 2,00 \text{ s}^{-1}$
 $v_p = 20,0 \text{ m/s}$

v_m

λ

ω, k

x

T

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

Ecuaciones

Número de onda

$$k = 2\pi / \lambda$$

Frecuencia angular

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Velocidad de propagación

$$v_p = \Delta x / \Delta t$$

Solución:

b) Se calcula la velocidad de propagación a partir de la distancia recorrida y el tiempo empleado;

$$v_p = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{300 \text{ [m]}}{20,0 \text{ [s]}} = 15,0 \text{ m/s}$$

Se calcula la longitud de onda a partir de la velocidad de propagación de la onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{15,0 \text{ [m/s]}}{2,00 \text{ [s}^{-1}\text{]}} = 7,50 \text{ m}$$

c) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido negativo del eje X:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + k \cdot x)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 2,00 \text{ [s}^{-1}\text{]} = 4,00 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}\text{]} = 12,6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{7,50 \text{ [m]}} = 0,838 \text{ rad/m}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0,300 \cdot \text{sen}(12,6 \cdot t + 0,838 \cdot x) \text{ [m]}$$

a) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[0,300 \cdot \text{sen}(12,6 \cdot t + 0,838 \cdot x)]}{dt} = 0,300 \cdot 12,6 \cos(12,6 \cdot t + 0,838 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

$$v = 3,77 \cdot \cos(628 \cdot t - 1,90 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = 1$

$$v_m = 3,77 \text{ m/s}$$

10. Por una cuerda tensa se propaga una onda transversal con amplitud 5 cm, frecuencia 50 Hz y velocidad de propagación 20 m/s. Calcula:

a) La ecuación de onda $y(x, t)$ b) Los valores del tiempo para los que $y(x, t)$ es máxima en la posición $x = 1 \text{ m}$

(P.A.U. jun. 04)

Rta.: a) $y = 0,0500 \cdot \text{sen}(100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]}$; b) $t = 0,0550 + 0,0100 \cdot n \text{ [s]}$, ($n = 0, 1, 2 \dots$)**Datos**

Amplitud

Cifras significativas: 3

$$A = 5,00 \text{ cm} = 0,0500 \text{ m}$$

Frecuencia

$$f = 50,0 \text{ Hz} = 50,0 \text{ s}^{-1}$$

Velocidad de propagación

$$v_p = 20,0 \text{ m/s}$$

Posición para calcular los valores del tiempo en los que y es máxima

$$x = 1,00 \text{ m}$$

Incógnitas

Ecuación de la onda (frecuencia angular y número de onda)

$$\omega, k$$

Tiempo para los que $y(x, t)$ es máxima en la posición $x = 1 \text{ m}$

$$t$$

Otros símbolos

Posición del punto (distancia al foco)

$$x$$

Periodo

$$T$$

Datos

Longitud de onda

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3 λ

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido positivo del eje X:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50,0 \text{ [s}^{-1}\text{]} = 100 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}\text{]} = 314 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Se calcula la longitud de onda a partir de la velocidad de propagación de la onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{20,0 \text{ [m/s]}}{50,0 \text{ [s}^{-1}\text{]}} = 0,400 \text{ m}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{0,400 \text{ [m]}} = 5,00 \cdot \pi \text{ [rad/m]} = 15,7 \text{ rad/m}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0,0500 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]} = 0,0500 \cdot \sin(314 \cdot t - 15,7 \cdot x) \text{ [m]}$$

b) y es máxima cuando $\sin(\varphi) = 1$, lo que corresponde a un ángulo de $\varphi = \pi/2 \text{ [rad]}$ en la primera circunferencia. Si suponemos que se refiere a una y máxima en valor absoluto, $\varphi = \pm \pi/2 \text{ [rad]}$, y, en general

$$\varphi = \pi/2 + n \cdot \pi \text{ [rad]}$$

Siendo n un número natural ($n = 0, 1, 2, \dots$)Igualando y sustituyendo $x = 1,00 \text{ m}$

$$100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi = \pi/2 + n \cdot \pi$$

$$t = 0,0550 + 0,0100 \cdot n \text{ [s]}$$

Análisis: La primera vez que la elongación es máxima para $x = 1,00 \text{ m}$ es ($n = 0$) cuando $t_1 = 0,0550 \text{ s}$. Como el período es $T = 1/f = 1/(50,0 \text{ s}^{-1}) = 0,0200 \text{ s}$, volverá a ser máxima cada $0,0200 \text{ s}$, y máxima en valor absoluto cada medio ciclo, o sea cada $0,0100 \text{ s}$

11. Una onda periódica viene dada por la ecuación $y(t, x) = 10 \sin 2\pi(50 t - 0,2 x)$ en unidades del S.I. Calcula:

a) Frecuencia, velocidad de fase y longitud de onda.

b) La velocidad máxima de una partícula del medio y los valores del tiempo t para los que esa velocidad es máxima (en un punto que dista 50 cm del origen)

(P.A.U. sep. 05)

Rta.: a) $f = 50,0 \text{ Hz}$; $\lambda = 5,00 \text{ m}$; $v_p = 250 \text{ m/s}$; b) $v_m = 3,14 \text{ km/s}$; $t = 0,00200 + 0,0100 \cdot n \text{ [s]}$, ($n = 0, 1 \dots$)**Datos**

Ecuación de la onda (S.I.)

Posición del punto (distancia al foco)

Incógnitas

Frecuencia

Velocidad de fase

Longitud de onda

Tiempo para los que $y(t, x)$ es máxima en la posición $x = 50 \text{ cm}$ **Otros símbolos****Cifras significativas: 3**

$$y = 10,0 \sin[2\pi(50,0 \cdot t - 0,200 \cdot x)] \text{ [m]}$$

$$x = 50,0 \text{ cm} = 0,500 \text{ m}$$

 f v_p λ t

Datos

Período

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3 T

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 10,0 \cdot \sin[2\pi(50,0 \cdot t - 0,200 \cdot x)] = 4,00 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 0,400 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular: $\omega = 100 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{s}^{-1}] = 314 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

Número de onda: $k = 0,400 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{m}^{-1}] = 1,26 \text{ rad}\cdot\text{m}^{-1}$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{s}^{-1}]}{2\pi \text{ [rad]}} = 50,0 \text{ s}^{-1} = 50,0 \text{ Hz}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \text{ [rad]}}{0,400 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{m}^{-1}]} = 5,00 \text{ m}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 5,00 \text{ [m]} \cdot 50,0 \text{ [s}^{-1}] = 250 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[10,0 \cdot \sin[2\pi(50,0 \cdot t - 0,200 \cdot x)]]}{dt} = 10,0 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50,0 \cdot \cos[2\pi(50,0 \cdot t - 0,200 \cdot x)] \text{ [m/s]}$$

$$v = 3,14 \cdot 10^3 \cdot \cos[2\pi(50,0 \cdot t - 0,200 \cdot x)] \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 3,14 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Este valor del coseno corresponde a un ángulo de $\varphi = 0$ o π [rad] en la primera circunferencia, y, en general

$$\varphi = n \cdot \pi \text{ [rad]}$$

Siendo n un número natural ($n = 0, 1, 2, \dots$)

Igualando y sustituyendo $x = 0,500 \text{ m}$

$$2\pi(50,0 \cdot t - 0,200 \cdot 0,500) = n \cdot \pi$$

$$t = 0,00200 + 0,0100 \cdot n \text{ [s]}, (n = 0, 1, 2 \dots)$$

Análisis: La primera vez que la velocidad es máxima para $x = 0,500 \text{ m}$ es ($n = 0$) es $t_1 = 0,00200 \text{ s}$. Como el período es $T = 1 / 50,0 \text{ [s}^{-1}] = 0,0200 \text{ s}$, volverá a ser máxima cada vez que pase por el origen, o sea, cada medio período, o sea cada $0,0100 \text{ s}$.

12. Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje x con velocidad $v = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. La amplitud de la onda es $A = 0,10 \text{ m}$ y su frecuencia es $f = 50 \text{ Hz}$.

a) Escribe la ecuación de la onda.

b) Calcula la elongación y la aceleración del punto situado en $x = 2 \text{ m}$ en el instante $t = 0,1 \text{ s}$.

c) ¿Cuál es la distancia mínima entre dos puntos situados en oposición de fase?

(P.A.U. sep. 11)

Rta.: a) $y = 0,100 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi \cdot x)$ [m]; b) $y(2, 0,1) = 0$; $a(2, 0,1) = 0$; c) $\Delta x = 0,200$ m
 a') $y = 0,100 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi \cdot x)$ [m]; b') $y(2, 0,1) = 0,100$ m; $a(2, 0,1) = -9,87 \cdot 10^3$ m/s²

Datos

Amplitud

Frecuencia

Velocidad de propagación

Para el cálculo de la elongación y aceleración: Posición

Tiempo

Cifras significativas: 3 $A = 0,100$ m $f = 50,0$ Hz = $50,0$ s⁻¹ $v_p = 20,0$ m/s $x = 2,00$ m $t = 0,100$ s**Incógnitas**

Ecuación de la onda

Elongación del punto situado en $x = 2$ m en el instante $t = 0,1$ s.Aceleración del punto situado en $x = 2$ m en el instante $t = 0,1$ s.

Distancia mínima entre dos puntos situados en oposición de fase

 ω, k $y(2, 0,1)$ $a(2, 0,1)$ Δx **Otros símbolos**

Posición del punto (distancia al foco)

Período

Longitud de onda

 x T λ **Ecuaciones**

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

 $y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$ $k = 2 \pi / \lambda$ $\omega = 2 \pi \cdot f$ $v_p = \lambda \cdot f$ **Solución:**

a) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido positivo del eje X:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2 \pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50,0 \text{ [s}^{-1}] = 100 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}] = 314 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Se calcula la longitud de onda a partir de la velocidad de propagación de la onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{20,0 \text{ [m/s]}}{50,0 \text{ [s}^{-1}]} = 0,400 \text{ m}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{0,400 \text{ [m]}} = 5,00 \cdot \pi \text{ [rad/m]} = 15,7 \text{ rad/m}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0,100 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]} = 0,100 \cdot \sin(314 \cdot t - 15,7 \cdot x) \text{ [m]}$$

b) Para $x = 2,00$ m y $t = 0,100$ s, la elongación es:

$$y(2, 0,1) = 0,100 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot 0,100 - 5,00 \cdot \pi \cdot 2,00) = 0,100 \cdot \sin(0) = 0 \text{ m}$$

La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[0,100 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi \cdot x)]}{dt} = 0,100 \cdot 100 \cdot 3,14 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m/s]}$$

$$v = 31,4 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m/s]}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d[31,4 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi \cdot x)]}{dt} = -31,4 \cdot 100 \cdot 3,14 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$a = -9,87 \cdot 10^3 \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

Para $x = 2,00$ m y $t = 0,100$ s, la aceleración es:

$$a(2, 0,1) = -9,87 \cdot 10^3 \text{ sen}(100 \cdot \pi \cdot 0,100 - 5,00 \cdot \pi \cdot 2,00) = -9,87 \cdot 10^3 \cdot \text{sen}(0) = 0 \text{ m/s}^2$$

(Si la ecuación de onda se escribe en función del coseno, en vez del seno, las respuestas serían:

$$y(2, 0,1) = 0,100 \text{ m y } a(2, 0,1) = -9,87 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2)$$

Análisis: La aceleración es proporcional y de sentido contrario a la elongación. Si la elongación es nula también lo es la aceleración.

c) En un instante t , la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = [(100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi \cdot x_2)] - [(100 \cdot \pi \cdot t - 5,00 \cdot \pi \cdot x_1)] = 5,00 \cdot \pi (x_1 - x_2) = 5,00 \cdot \pi \cdot \Delta x$$

Como están en oposición de fase, la diferencia de fase es π [rad]

$$5,00 \text{ [rad/m]} \cdot \pi \cdot \Delta x = \pi \text{ [rad]}$$

$$\Delta x = 1 \text{ [rad]} / (5,00 \text{ [rad/m]}) = 0,200 \text{ m}$$

Análisis: La longitud de onda es la distancia mínima entre dos puntos que están en fase. La distancia mínima entre dos puntos que están en oposición es fase es: $\Delta x = \lambda / 2 = 0,200 \text{ m}$, que coincide con lo calculado.

13. Una onda plana se propaga en la dirección X positiva con velocidad $v = 340 \text{ m/s}$, amplitud $A = 5 \text{ cm}$ y frecuencia $f = 100 \text{ Hz}$ (fase inicial $\varphi_0 = 0$)

a) Escribe la ecuación de la onda.

b) Calcula la distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase en un instante dado es $2\pi/3$.

(P.A.U. jun. 05)

Rta.: a) $y = 0,0500 \cdot \text{sen}(628 \cdot t - 1,85 \cdot x) \text{ [m]}$; b) $\Delta x = 1,13 \text{ m}$

Datos

Amplitud

Frecuencia

Velocidad de propagación de la onda por el medio

Incógnitas

Ecuación de onda

Distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase es $2\pi/3$

Otros símbolos

Posición del punto (distancia al foco)

Período

Longitud de onda

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$$A = 5,00 \text{ cm} = 0,0500 \text{ m}$$

$$f = 100 \text{ Hz} = 100 \text{ s}^{-1}$$

$$v_p = 340 \text{ m/s}$$

$$\omega, k$$

$$\Delta x$$

$$x$$

$$T$$

$$\lambda$$

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido positivo del eje X :

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 100 \text{ [s}^{-1}] = 200 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}] = 628 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Se calcula la longitud de onda a partir de la velocidad de propagación de la onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{340 \text{ [m/s]}}{100 \text{ [s}^{-1}]} = 3,40 \text{ m}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{3,40 \text{ [m]}} = 1,85 \text{ rad/m}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0,0500 \cdot \sin(628 \cdot t - 1,85 \cdot x) \text{ [m]}$$

b) En un instante t , la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = (628 \cdot t - 1,85 \cdot x_2) - (628 \cdot t - 1,85 \cdot x_1) = 1,85 \cdot \Delta x$$

Si la diferencia de fase es $2\pi/3 = 2,09 \text{ rad}$

$$1,85 \text{ [rad/m]} \cdot \Delta x = 2,09 \text{ rad}$$

$$\Delta x = \frac{2,09 \text{ [rad]}}{1,85 \text{ [rad/m]}} = 1,13 \text{ m}$$

Análisis: Si la diferencia de fase hubiese sido de $2\pi \text{ rad}$, la distancia entre los puntos habría sido una longitud de onda λ . A una diferencia de fase de $2\pi/3 \text{ rad}$ le corresponde una distancia de $\lambda/3 = 3,40 \text{ [m]} / 3 = 1,13 \text{ m}$.

14. En una cuerda se propaga una onda dada por la ecuación $y(x, t) = 0,04 \sin 2\pi (2x - 4t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Calcula:
- La frecuencia, el número de onda, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
 - La diferencia de fase, en un instante determinado, entre dos puntos de la cuerda separados 1 m y comprueba si dichos puntos están en fase o en oposición.
 - Los módulos de la velocidad y aceleración máximas de vibración de los puntos de la cuerda.

(A.B.A.U. ord. 20, extr. 19)

Rta.: a) $f = 4 \text{ Hz}$; $k = 12,5 \text{ m}^{-1}$; $\lambda = 0,5 \text{ m}$; $v_p = 2 \text{ m/s}$; b) $\Delta\varphi = 4\pi \text{ rad}$; c) $v = 1,01 \text{ m/s}$; $a = 25,3 \text{ m/s}^2$

Datos

Ecuación de la onda

Distancia entre los puntos

Incógnitas

Velocidad de propagación

Diferencia de fase entre dos puntos separados 25 cm

Otros símbolos

Pulsación (frecuencia angular)

Frecuencia

Longitud de onda

Número de onda

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$y = 0,0400 \sin 2\pi (2,00 x - 4,00 t) \text{ [m]}$

$\Delta x = 1,00 \text{ m}$

v_p

$\Delta\varphi$

ω

f

λ

k

$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$

$k = 2\pi / \lambda$

$\omega = 2\pi \cdot f$

$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0,0400 \sin 2\pi (2,00 x - 4,00 t) = 0,0400 \cdot \sin(-8,00 \cdot \pi \cdot t + 4,00 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular: $\omega = 8,00 \cdot \pi \text{ [rad/s]} = 25,1 \text{ rad/s}$

Número de onda: $k = 4,00 \cdot \pi \text{ [rad/m]} = 12,6 \text{ rad/m}$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8,00 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}]}{2\pi \text{ [rad]}} = 4,00 \text{ s}^{-1} = 4,00 \text{ Hz}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \text{ [rad]}}{4,00 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{m}^{-1}]} = 0,500 \text{ m}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0,500 \text{ [m]} \cdot 4,00 \text{ [s}^{-1}] = 2,00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) En un instante t , la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = [2\pi(-4,00 \cdot t + 2,00 \cdot x_2)] - [2\pi(2\pi(-4,00 \cdot t + 2,00 \cdot x_1))] = 2\pi \cdot 2,00 \cdot (x_1 - x_2) = 2\pi \cdot 2,00 \cdot \Delta x$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot 2,00 \cdot 1,00 = 4,00 \pi \text{ rad}$$

Análisis: La distancia entre los puntos es 1,00 m que es el doble de la longitud de onda. Como los puntos que están en fase o cuya diferencia de fase es múltiplo de 2π se encuentran la una distancia que es múltiplo de la longitud de onda, una distancia de dos veces a longitud de onda corresponde a una diferencia de fase doble de 2π , o sea, 4π rad.

Los dos puntos se encuentran en fase.

c) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo :

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[0,0400 \sin 2\pi(2,00 \cdot x - 4,00 \cdot t)]}{dt} = 0,040 \cdot 2\pi \cdot (-4,00) \cdot \cos(2\pi(2,00 \cdot x - 4,00 \cdot t)) \text{ [m/s]}$$

$$v = -1,01 \cos 2\pi(2,00 x - 4,00 t) \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 1,01 \text{ m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d[-1,01 \cos 2\pi(2,00 \cdot x - 4,00 \cdot t)]}{dt} = -1,01 \cdot 2\pi \cdot (-4,00) \cdot \sin(2\pi(2,00 \cdot x - 4,00 \cdot t)) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$a = 25,3 \cdot \sin(-3,00 \cdot t + 2,00 \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

La aceleración es máxima cuando $\sin(\varphi) = 1$

$$a_m = 25,3 \text{ m/s}^2$$

15. La ecuación de una onda es $y(x, t) = 2 \cos 4\pi(5t - x)$ (S.I.). Calcula:

- La velocidad de propagación.
- La diferencia de fase entre dos puntos separados 25 cm.
- En la propagación de una onda ¿qué se transporta materia o energía? Justifícalo con un ejemplo.

(P.A.U. jun. 09)

Rta.: a) $v_p = 5,00 \text{ m/s}$; b) $\Delta\varphi = \pi \text{ rad}$

Datos

Ecuación de la onda

Distancia entre los puntos

Incógnitas

Velocidad de propagación

Diferencia de fase entre dos puntos separados 25 cm

Otros símbolos

Pulsación (frecuencia angular)

Frecuencia

Longitud de onda

Número de onda

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$$y = 2,00 \cdot \cos 4\pi(5,00 \cdot t - x) \text{ [m]}$$

$$\Delta x = 25,0 \text{ cm} = 0,250 \text{ m}$$

$$v_p$$

$$\Delta\varphi$$

$$\omega$$

$$f$$

$$\lambda$$

$$k$$

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 2,00 \cdot \cos 4 \pi (5,00 \cdot t - x) = 2,00 \cdot \cos(20,0 \cdot \pi \cdot t - 4,00 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular: $\omega = 20,0 \cdot \pi \text{ [rad/s]} = 62,8 \text{ rad/s}$

Número de onda: $k = 4,00 \cdot \pi \text{ [rad/m]} = 12,6 \text{ rad/m}$

Se calculan la longitud de onda y la frecuencia para determinar la velocidad de propagación.

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2 \pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2 \pi} = \frac{20,0 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}]}{2 \pi \text{ [rad]}} = 10,0 \text{ s}^{-1} = 10,0 \text{ Hz}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2 \pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2 \pi}{k} = \frac{2 \pi \text{ [rad]}}{4,00 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{m}^{-1}]} = 0,500 \text{ m}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0,500 \text{ [m]} \cdot 10,0 \text{ [s}^{-1}] = 5,00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) En un instante t , la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta \varphi = [4 \pi (5,00 \cdot t - x_2)] - [4 \pi (5,00 \cdot t - x_1)] = 4 \pi (x_1 - x_2) = 4 \pi \Delta x = 4 \pi \cdot 0,250 = \pi \text{ rad}$$

Análisis: La distancia entre los puntos es 0,250 m que es la mitad de la longitud de onda. Como los puntos que están en fase o cuya diferencia de fase es múltiplo de 2π se encuentran a una distancia que es múltiplo de la longitud de onda, una distancia de media longitud de onda corresponde a una diferencia de fase de la mitad de 2π , o sea, π rad

c) Una onda es un mecanismo de transporte de energía sin desplazamiento neto de materia. En una onda longitudinal de una cuerda vibrante, las partículas del medio vuelven a su posición inicial mientras la perturbación que provoca la elevación y depresión se desplaza a lo largo de la cuerda.

16. Una onda armónica transversal se propaga en la dirección del eje X y viene dada por la siguiente expresión (en unidades del sistema internacional): $y(x,t) = 0,45 \cos(2x - 3t)$. Determinar:

a) La velocidad de propagación.

b) La velocidad y aceleración máximas de vibración de las partículas.

c) La diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 2 s.

(P.A.U. jun. 15)

Rta.: a) $v_p = 1,50 \text{ m/s}$; b) $|v_m| = 1,35 \text{ m/s}$; $|a_m| = 4,05 \text{ m/s}^2$; c) $\Delta \varphi = 6,0 \text{ rad}$

Datos

Ecuación de la onda

Intervalo de tiempo transcurrido

Incógnitas

Velocidad de propagación

Velocidad máxima de vibración

Aceleración máxima de vibración

Diferencia de fase entre dos estados separados por $\Delta t = 2 \text{ s}$

Otros símbolos

Pulsación (frecuencia angular)

Frecuencia

Longitud de onda

Número de onda

Cifras significativas: 3

$$y = 0,450 \cdot \cos(2,00 \cdot x - 3,00 \cdot t) \text{ [m]}$$

$$\Delta t = 2,00 \text{ s}$$

v_p

v_m

a_m

$\Delta \varphi$

ω

f

λ

k

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

Número de onda

$$k = 2\pi / \lambda$$

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0,450 \cdot \cos(-3,00 \cdot t + 2,00 \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular: $\omega = 3,00 \text{ rad/s}$ Número de onda: $k = 2,00 \text{ rad/m}$

Se calculan la longitud de onda y la frecuencia para determinar la velocidad de propagación.

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3,00 \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}]}{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}} = 0,477 \text{ s}^{-1} = 0,477 \text{ Hz}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{2,00 \text{ [rad} \cdot \text{m}^{-1}]} = 3,14 \text{ m}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 3,14 \text{ [m]} \cdot 0,477 \text{ [s}^{-1}] = 1,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d[0,450 \cdot \cos(-3,00 \cdot t + 2,00 \cdot x)]}{dt} = 0,450 \cdot (-3,00) \cdot (-\sin(-3,00 \cdot t + 2,00 \cdot x)) \text{ [m/s]}$$

$$v = 1,35 \cdot \sin(-3,00 \cdot t + 2,00 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima cuando $\sin(\varphi) = 1$

$$v_m = 1,35 \text{ m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d[1,35 \cdot \sin(-3,00 \cdot t + 2,00 \cdot x)]}{dt} = 1,35 \cdot (-3,00) \cdot \cos(-3,00 \cdot t + 2,00 \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$a = -4,05 \cdot \cos(-3,00 \cdot t + 2,00 \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

La aceleración es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$a_m = 4,05 \text{ m/s}^2$$

c) En un punto x , la diferencia de fase entre dos instantes t_1 y t_2 es:

$$\Delta\varphi = [-3,00 \cdot t_2 + 2,00 \cdot x] - [-3,00 \cdot t_1 + 2,00 \cdot x] = -3,00 \cdot (t_2 - t_1) = -3,00 \cdot \Delta t = -3,00 \cdot 2,00 = 6,00 \text{ rad}$$

Análisis: Como los instantes que están en fase o cuya diferencia de fase es múltiplo de 2π se encuentran a una distancia temporal que es múltiplo del período, un intervalo de tiempo de 2,00 s, que es algo inferior al período, corresponde a una diferencia de fase algo inferior a $2\pi = 6,3 \text{ rad}$. El resultado de 6,0 rad es aceptable.

17. La ecuación de una onda transversal es $y(t, x) = 0,05 \cos(5t - 2x)$ (magnitudes en el S.I.). Calcula:

- Los valores de t para los que un punto situado en $x = 10 \text{ m}$ tiene velocidad máxima.
- ¿Qué tiempo ha de transcurrir para que la onda recorra una distancia igual a 3λ ?
- ¿Esta onda es estacionaria?

(P.A.U. jun. 07)

Rta.: a) $t_1 = 4,3 + 0,63 n$ [s], ($n = 0, 1, 2 \dots$); b) $t_2 = 3,8$ s

Datos

Ecuación de la onda

Posición del punto (distancia al foco)

Incógnitas

Tiempos para los que un punto en $x = 10$ m tiene velocidad máxima t_1

Tiempo para que la onda recorra una distancia igual a 3λ t_2

Otros símbolos

Período T

Longitud de onda λ

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la frecuencia y el período

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$$y = 0,0500 \cdot \cos(5,00 \cdot t - 2,00 \cdot x) \text{ [m]}$$

$$x = 10,0 \text{ m}$$

$$T$$

$$\lambda$$

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2 \pi / \lambda$$

$$\omega = 2 \pi \cdot f$$

$$f = 1 / T$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} [0,0500 \cos(5,00 \cdot t + 2,00 \cdot x)] = -0,0500 \cdot 5,00 \cdot \sin(5,00 \cdot t + 2,00 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

$$v = -0,250 \cdot \sin(5,00 \cdot t - 2,00 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima cuando $\sin(\varphi) = -1$

$$v_m = 0,250 \text{ m/s}$$

Este valor del seno corresponde a un ángulo de $\varphi = \pi/2$ o $3 \pi/2$ [rad] en la primera circunferencia, y, en general

$$\varphi = n \cdot \pi + \pi / 2 \text{ [rad]}$$

Siendo n un número natural ($n = 0, 1, 2, \dots$)

Igualando y sustituyendo $x = 10,0$ m

$$(5,00 t - 2,00 \cdot 10,0) = n \cdot \pi + \pi / 2$$

$$t_1 = 4,00 + 0,100 \cdot \pi + 0,200 \cdot n \cdot \pi = 4,31 + 0,628 \cdot n \text{ [s]}$$

Análisis: La primera vez que la velocidad es máxima para $x = 10$ m es ($n = 0$) para $t = 4,31$ s. El período puede calcularse a partir de la frecuencia en el apartado b: $T = 1 / f = 1 / (0,796 \text{ s}^{-1}) = 1,26$ s. El tiempo volverá a ser máximo cada vez que pase por el punto de equilibrio, o sea, cada medio período: $0,628$ s.

b) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y(t, x) = 0,0500 \cdot \cos(5,00 \cdot t - 2,00 \cdot x)$$

Frecuencia angular: $\omega = 5,00 \text{ rad/s}$

Número de onda: $k = 2,00 \text{ rad/m}$

Se calculan la longitud de onda y la frecuencia para determinar la velocidad de propagación.

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2 \pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2 \pi} = \frac{5,00 \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}]}{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}} = 0,796 \text{ s}^{-1} = 0,796 \text{ Hz}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2 \pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2 \pi}{k} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{2,00 \text{ [rad} \cdot \text{m}^{-1}]} = 3,14 \text{ m}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 3,14 \text{ [m]} \cdot 0,796 \text{ [s}^{-1}\text{]} = 2,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Se calcula el tiempo que tarda en recorrer una distancia igual a $\Delta x = 3 \cdot \lambda = 3 \cdot 3,14 \text{ [m]} = 9,42 \text{ m}$ a partir de la velocidad de propagación constante de la onda

$$v_p = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow t_2 = \frac{\Delta x}{v_p} = \frac{9,42 \text{ [m]}}{2,50 \text{ [m/s]}} = 3,77 \text{ s}$$

Análisis: Se puede definir el período como el tiempo que tarda una onda en recorrer una distancia igual a la longitud de onda. Por tanto el tiempo necesario para que la onda recorra una distancia igual a $3 \cdot \lambda$, será el triple del período: $t_2 = 3 \cdot T = 3 \cdot 1,26 \text{ [s]} = 3,77 \text{ s}$.

c) Las ondas estacionarias no se propagan y no hay una transmisión neta de energía.

En las ondas estacionarias existen unos puntos, llamados nodos, que no oscilan. Su elongación es nula en todo instante.

La onda del enunciado no es una onda estacionaria ya que la ecuación de la onda no coincide con la de las ondas estacionarias y no existe ningún punto de la onda que sea un nodo, que tenga una elongación nula en cualquier instante.

18. La ecuación de una onda es $y(t, x) = 0,2 \text{ sen } \pi(100t - 0,1x)$. Calcula:

- La frecuencia, el número de ondas k , la velocidad de propagación y la longitud de onda.
- Para un tiempo fijo t , ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto que se encuentra en $x = 10 \text{ m}$?
- Para una posición fija x , ¿para qué tiempos el estado de vibración de ese punto está en fase con la vibración para $t = 1 \text{ s}$?

(P.A.U. jun. 10)

Rta.: a) $f = 50,0 \text{ Hz}$; $k = 0,314 \text{ rad/m}$; $v = 1,00 \cdot 10^3 \text{ m/s}$; $\lambda = 20,0 \text{ m}$; b) $x = 10,0 + 20,0 \cdot n \text{ [m]}$
c) $t = 1,00 + 0,0200 \cdot n \text{ [s]}$, ($n = 0, 1, 2 \dots$)

Datos

Ecuación de la onda

Posición del punto

Tiempo de referencia

Incógnitas

Frecuencia

Número de ondas

Velocidad de propagación

Longitud de onda

Puntos de la onda que están en fase con el punto que se encuentra en $x = 10 \text{ m}$

Tiempos en los que la vibración está en fase con la vibración para $t = 1 \text{ s}$

Otros símbolos

Pulsación (frecuencia angular)

Número de onda

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la frecuencia y el período

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$$y = 0,200 \cdot \text{sen } \pi(100 \cdot t - 0,100 \cdot x) \text{ [m]}$$

$$x_2 = 10,0 \text{ m}$$

$$t_1 = 1,00 \text{ s}$$

$$f$$

$$k$$

$$v_p$$

$$\lambda$$

$$x'$$

$$t'$$

$$\omega$$

$$k$$

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2 \pi / \lambda$$

$$\omega = 2 \pi \cdot f$$

$$f = 1 / T$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0,200 \cdot \text{sen } \pi(100 \cdot t - 0,100 \cdot x) = 0,200 \cdot \text{sen}(100 \cdot \pi \cdot t - 0,100 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular: $\omega = 100 \cdot \pi \text{ [rad/s]} = 314 \text{ rad/s}$

Número de onda: $k = 0,100 \cdot \pi \text{ [rad/m]} = 0,314 \text{ rad/m}$

Se calculan la longitud de onda y la frecuencia para determinar la velocidad de propagación.

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{s}^{-1}]}{2\pi \text{ [rad]}} = 50,0 \text{ s}^{-1} = 50,0 \text{ Hz}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \text{ [rad]}}{0,100 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{m}^{-1}]} = 20,0 \text{ m}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 20,0 \text{ [m]} \cdot 50,0 \text{ [s}^{-1}] = 1,00 \cdot 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) En un instante t , la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = [\pi (100 \cdot t - 0,100 \cdot x_2)] - [\pi (100 \cdot t - 0,100 \cdot x_1)] = 0,100 \cdot \pi \cdot (x_1 - x_2)$$

Dos puntos se encuentran en fase cuando la diferencia de fase es múltiplo de 2π :

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot n \text{ (siendo } n = 0, 1, 2, \dots)$$

Si se encuentran en fase se cumple:

$$0,100 \cdot \pi \cdot (x_1 - x_2) = 2\pi \cdot n$$

Se sustituye el valor del punto $x_2 = 10,0 \text{ m}$ y se despeja x_1

$$x_1 = 20,0 \cdot n + x_2 = 10,0 + 20,0 \cdot n \text{ [m]}$$

Como la elección de cuál es el punto 1 y cuál el punto 2 es arbitraria, es más general la expresión:

$$x' = 10,0 \pm 20,0 \cdot n \text{ [m]}$$

Análisis: Los puntos que están en fase se encuentran a una distancia que es múltiplo de la longitud de onda,

$$\Delta x = n \cdot \lambda = 20,0 \cdot n \text{ [m]}$$

c) En un punto x , la diferencia de fase entre dos instantes t_1 y t_2 es

$$\Delta\varphi = [\pi (100 \cdot t_2 - 0,100 \cdot x)] - [\pi (100 \cdot t_1 - 0,100 \cdot x)] = 100 \pi (t_2 - t_1)$$

Si se encuentran en fase se cumple:

$$100 \cdot \pi (t_2 - t_1) = 2\pi \cdot n$$

Se sustituye el valor del instante $t_1 = 1,00 \text{ s}$ y se despeja t_2 .

$$t_2 = 0,0200 \cdot n + t_1 = 1,00 \pm 0,0200 \cdot n \text{ [s]}$$

Como la elección de cuál es el instante 1 y cuál el instante 2 es arbitraria, es más general la expresión:

$$t' = 1,00 \pm 0,0200 \cdot n \text{ [s]}$$

Análisis: El período puede calcularse a partir de la frecuencia: $T = 1 / f = 1 / (50,0 \text{ s}^{-1}) = 0,0200 \text{ s}$. Los instantes en que están en fase son múltiplos del período. $\Delta t = n \cdot T = 0,0200 \cdot n \text{ [s]}$

19. Una onda armónica se propaga en dirección x con velocidad $v = 10 \text{ m/s}$, amplitud $A = 3 \text{ cm}$ y frecuencia $f = 50 \text{ s}^{-1}$. Calcula:

a) La ecuación de la onda.

b) La velocidad y aceleración máxima de un punto de la trayectoria.

c) Para un tiempo fijo t , ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto $x = 10 \text{ m}$?

(P.A.U. sep. 10)

Rta.: a) $y = 0,0300 \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 10 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]}$; b) $v_m = 9,42 \text{ m/s}$; $a_m = 2,96 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$

c) $x' = 10,0 + 0,200 \cdot n \text{ [m]}$, ($n = 0, 1, 2, \dots$)

Datos

Velocidad de propagación

Amplitud

Frecuencia

Posición del punto

Incógnitas

Ecuación da onda

Velocidad máxima

Aceleración máxima

Puntos de la onda que están en fase con el punto en $x = 10$ m**Otros símbolos**

Pulsación (frecuencia angular)

Número de onda

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$$v_p = 10,0 \text{ m/s}$$

$$A = 3,00 \text{ cm} = 0,0300 \text{ m}$$

$$f = 50,0 \text{ s}^{-1}$$

$$x_2 = 10,0 \text{ m}$$

$$\omega, k$$

$$v_m$$

$$a_m$$

$$x'$$

$$\omega$$

$$k$$

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

a) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido positivo del eje X:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50,0 \text{ [s}^{-1}] = 100 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}] = 314 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Se calcula la longitud de onda a partir de la velocidad de propagación de la onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{10,0 \text{ [m/s]}}{50,0 \text{ [s}^{-1}]} = 0,200 \text{ m}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{0,200 \text{ [m]}} = 10,0 \cdot \pi \text{ [rad/m]} = 31,4 \text{ rad/m}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0,0300 \cdot \text{sen}(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]}$$

b) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d\{0,0300 \cdot \text{sen}(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x)\}}{dt} = 0,0300 \cdot 100 \cdot 3,14 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m/s]}$$

$$v = 9,42 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = 1$

$$v_m = 9,42 \text{ m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\{9,42 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x)\}}{dt} = -9,42 \cdot 100 \cdot 3,14 \cdot \text{sen}(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$a = -2,96 \cdot 10^3 \cdot \text{sen}(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

La aceleración es máxima cuando $\text{sen}(\varphi) = -1$

$$a_m = 2,96 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$$

c) En un instante t , la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = (100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x_2) - (100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x_1) = 10 \cdot \pi \cdot (x_1 - x_2)$$

Dos puntos se encuentran en fase cuando la diferencia de fase es múltiplo de 2π :

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot n \text{ (siendo } n = 0, 1, 2, \dots)$$

Si se encuentran en fase se cumple:

$$10 \cdot \pi \cdot (x_1 - x_2) = 2\pi \cdot n$$

$$x_1 - x_2 = 0,200 \cdot n \text{ [m]}$$

Se sustituye el valor del punto $x_2 = 10,0 \text{ m}$ y se despeja x_1

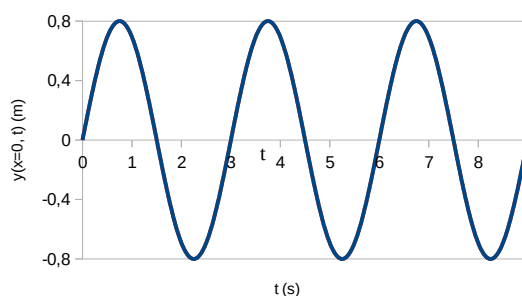
$$x_1 = 20,0 \cdot n + x_2 = 10,0 + 0,200 \cdot n \text{ [m]}$$

Como la elección de cuál es el punto 1 y cuál el punto 2 es arbitraria, es más general la expresión:

$$x' = 10,0 \pm 0,200 \cdot n \text{ [m]}$$

Análisis: Los puntos que están en fase se encuentran a una distancia que es múltiplo de la longitud de onda, $\Delta x = n \cdot \lambda = 0,200 \cdot n \text{ [m]}$

20. Una onda armónica transversal de longitud de onda $\lambda = 60 \text{ cm}$ se propaga en el sentido positivo del eje x . En la gráfica se muestra la elongación (y) del punto de coordenada $x = 0$ en función del tiempo. Determina:
- La expresión matemática que describe esta onda, indicando el desfase inicial, la frecuencia y la amplitud de la onda.
 - La velocidad de propagación de la onda.



(A.B.A.U. extr. 20)

Rta.: a) $y(x, t) = 0,80 \cdot \sin(2,1 \cdot t - 10 \cdot x) \text{ [m]}$; $\varphi_0 = 0$; $f = 0,33 \text{ s}^{-1}$; $A = 0,80 \text{ m}$; b) $v_p = 0,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Datos

Longitud de onda

Gráfica

Incógnitas

Ecuación de la onda (amplitud, frecuencia angular y número de onda)

Velocidad de propagación

Otros símbolos

Posición del punto (distancia al foco)

Período

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia y el período

Frecuencia angular

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Velocidad de propagación

Cifras significativas: 2

$$\lambda = 60 \text{ cm} = 0,60 \text{ m}$$

A, ω, k

v_p

x

T

$$y = La \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

$$f = 1 / T$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

$$v_p = \Delta x / \Delta t$$

Solución:

a) La ecuación de una onda armónica es:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

Podemos observar en la gráfica:

El tiempo de una oscilación completa es $T = 3,0 \text{ s}$

$\Rightarrow$ período: $T = 3,0 \text{ s}$

La elongación máxima vale $A = 0,80 \text{ m}$

$\Rightarrow$ amplitud: $A = 0,80 \text{ m}$

Cuando el tiempo es cero la elongación del punto $x = 0$ vale $y = 0$.

$$0 = \sin \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = 0 \text{ o } \varphi_0 = \pi$$

Para $t = T/4 = 0,75 \text{ s}$, la elongación del punto $x = 0$ vale $y = 0,80 \text{ m} = A > 0$.

$$y = A \cdot \sin((2\pi / T) \cdot (T/4) + \varphi_0) = A \cdot \sin(\pi/2 + \varphi_0) = A \Rightarrow \sin(\pi/2 + \varphi_0) = 1 \Rightarrow \varphi_0 = 0$$

El desfase inicial vale 0.

$$\Rightarrow \varphi_0 = 0$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{0,60 \text{ [m]}} = 10 \text{ rad/m}$$

Se calcula la frecuencia a partir del período:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3,0 \text{ s}} = 0,33 \text{ s}^{-1}$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,33 \text{ [s}^{-1}] = 2,1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0,80 \cdot \sin(2,1 \cdot t - 10 \cdot x) \text{ [m]}$$

b) Se calcula la velocidad de propagación a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0,60 \text{ [m]} \cdot 0,33 \text{ [s}^{-1}] = 0,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

● Dioptrio plano

- Una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, de índice de refracción 1,4, está en el aire, de índice de refracción 1,0. Un rayo de luz monocromática de frecuencia $4,3 \times 10^{14}$ Hz incide en la lámina desde el aire con un ángulo de 30° respecto a la normal a la superficie de separación de los dos medios. Calcula:

- La longitud de onda del rayo refractado.
- El ángulo de refracción.

DATO: $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

(A.B.A.U. ord. 21)

Rta.: a) $\lambda_2 = 498 \text{ nm}$; b) $\theta_r = 20,9^\circ$

Datos

Frecuencia del haz de luz

Índice de refracción del aire

Índice de refracción del vidrio

Ángulo de incidencia

Velocidad de la luz en el vacío

Incógnitas

Longitud de onda de la luz en el vidrio

Ángulo de refracción

Ecuaciones

Índice de refracción de un medio «i» en el que la luz se desplaza a la velocidad v_i $n_i = \frac{c}{v_i}$

Relación entre la velocidad v , la longitud de onda λ y la frecuencia f $v = \lambda \cdot f$

Ley de Snell de la refracción $n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$

Cifras significativas: 3

$$f = 4,30 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$n_1 = 1,00$$

$$n_2 = 1,40$$

$$\theta_i = 30,0^\circ$$

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\lambda_1$$

$$\theta_r$$

Solución:

a) La velocidad de la luz en el vidrio es:

$$v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,40} = 2,14 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda de la luz en el vidrio es:

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{2,14 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4,30 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 4,98 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 498 \text{ nm}$$

b) El ángulo de refracción θ_r se puede calcular aplicando la ley de Snell

$$1,00 \cdot \sin 30^\circ = 1,40 \cdot \sin \theta_r$$

$$\sin \theta_r = \frac{1,00 \cdot \sin 30^\circ}{1,40} = 0,357$$

$$\theta_r = \arcsen 0,357 = 20,9^\circ$$

2. Un buceador enciende una linterna dentro del agua y la enfoca hacia la superficie formando un ángulo de 30° con la normal.

a) ¿Con qué ángulo emergerá la luz del agua?

b) ¿Cuál es el ángulo de incidente a partir del cual la luz no saldrá del agua?

DATOS: $n(\text{agua}) = 4/3$; $n(\text{aire}) = 1$.

(A.B.A.U. extr. 20)

Rta.: a) $\theta_r = 41,8^\circ$; b) $\lambda = 48,6^\circ$

Datos

Índice de refracción del aire

Índice de refracción del agua

Ángulo de incidente en el agua

Incógnitas

Ángulo de refracción

Ángulo límite

Ecuaciones

Ley de Snell de la refracción

Cifras significativas: 3

$$n = 1,00$$

$$n_a = 4 / 3 = 1,33$$

$$\theta_i = 30,0^\circ$$

$$\theta_r$$

$$\lambda$$

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

Solución:

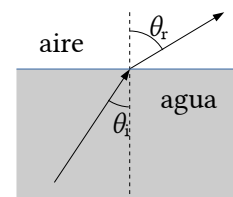
a) Aplicando la ley de Snell de la refracción:

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

$$1,33 \cdot \sin 30,0 = 1,00 \cdot \sin \theta_r$$

$$\sin \theta_r = 1,33 \cdot \sin 30,0 = 1,33 \cdot 0,500 = 0,667$$

$$\theta_r = \arcsen 0,667 = 41,8^\circ$$



b) Ángulo límite λ es el ángulo de incidente que produce un ángulo de refracción de 90°

$$1,33 \cdot \sin \lambda = 1,00 \cdot \sin 90,0^\circ$$

$$\sin \lambda = 1,00 / 1,33 = 0,75$$

$$\lambda = \arcsen 0,75 = 48,6^\circ$$

3. Un haz de luz de frecuencia $4,30 \cdot 10^{14}$ Hz incide desde un medio 1 de índice de refracción $n_1 = 1,50$ sobre otro medio 2 de índice de refracción $n_2 = 1,30$. El ángulo de incidencia es de 50° . Determina:

a) La longitud de onda del haz en medio 1.

b) El ángulo de refracción.

c) ¿A partir de qué ángulo de incidencia se produce la reflexión total del haz incidente?

DATO: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

(A.B.A.U. ord. 19)

Rta.: a) $\lambda_1 = 465 \text{ nm}$; b) $\theta_r = 62,1^\circ$; c) $\theta_{il} = 60,0^\circ$

Datos

Frecuencia del rayo de luz

Índice de refracción del medio 1

Índice de refracción del medio 2

Ángulo de incidencia

Velocidad de la luz en el vacío

Cifras significativas: 3

$$f = 4,30 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$n_1 = 1,50$$

$$n_2 = 1,30$$

$$\theta_i = 50,0^\circ$$

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Incógnitas

Longitud de onda de la luz en el medio 1

 λ_1

Ángulo de refracción

 θ_r

Ángulo límite

 θ_l **Ecuaciones**Índice de refracción de un medio «i» en el que la luz se desplaza a la velocidad v_i $n_i = \frac{c}{v_i}$ Relación entre la velocidad v , la longitud de onda λ y la frecuencia f $v = \lambda \cdot f$

Ley de Snell de la refracción

 $n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$ **Solución:**

a) La velocidad de la luz en el medio 1 es:

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,50} = 2,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda de la luz en el medio 1 es:

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{f} = \frac{2,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4,30 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 4,65 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 465 \text{ nm}$$

b) El ángulo de refracción θ_r se puede calcular aplicando la ley de Snell

$$1,50 \cdot \sin 50^\circ = 1,30 \cdot \sin \theta_r$$

$$\sin \theta_r = \frac{1,50 \cdot \sin 50^\circ}{1,30} = 0,884$$

$$\theta_r = \arcsen 0,884 = 62,1^\circ$$

c) El ángulo límite es el ángulo de incidencia que corresponde a un ángulo de refracción de 90° . Aplicando de nuevo la ley de Snell

$$1,50 \cdot \sin \theta_l = 1,30 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\sin \theta_l = \frac{1,30 \cdot \sin 90^\circ}{1,50} = 0,867$$

$$\theta_l = \arcsen 0,867 = 60,0^\circ$$

4. Un rayo de luz de frecuencia $5 \cdot 10^{14}$ Hz incide con un ángulo de incidencia de 30° sobre una lámina de vidrio de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabiendo que el índice de refracción del vidrio es 1,50 y el del aire 1,00:

- Enuncia las leyes de la refracción y dibuja la marcha de los rayos en el aire y en el interior de la lámina de vidrio.
- Calcula la longitud de onda de la luz en el aire y en el vidrio, y la longitud recorrida por el rayo en el interior de la lámina.
- Halla el ángulo que forma el rayo de luz con la normal cuando emerge de nuevo al aire.

Dato: $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s

(P.A.U. sep. 14)

Rta.: b) $\lambda(\text{aire}) = 600 \text{ nm}$; $\lambda(\text{vidrio}) = 400 \text{ nm}$; $L = 10,6 \text{ cm}$; c) $\theta_{r2} = 30^\circ$ **Datos**

Frecuencia del rayo de luz

Cifras significativas: 3 $f = 5,00 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

Ángulo de incidencia

 $\theta_{i1} = 30,0^\circ$

Espesor de la lámina de vidrio

 $e = 10,0 \text{ cm} = 0,100 \text{ m}$

Índice de refracción del vidrio

 $n_v = 1,50$

Índice de refracción del aire

 $n_a = 1,00$

Velocidad de la luz en el vacío

 $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ **Incógnitas**

Longitud de onda de luz en el aire y en el vidrio

 λ_a, λ_v

Incógnitas

Longitud recorrida por el rayo de luz en el interior de la lámina

 L

Ángulo de desviación del rayo al salir de la lámina

 θ_{r2} **Ecuaciones**Índice de refracción de un medio i en el que la luz se desplaza a la velocidad v_i

$$n_i = \frac{c}{v_i}$$

Relación entre la velocidad v , la longitud de onda λ y la frecuencia f

$$v = \lambda \cdot f$$

Ley de Snell de la refracción

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

Solución:

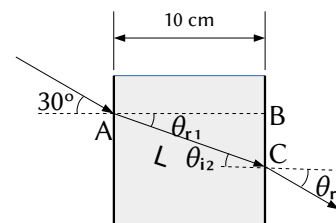
a) Las leyes de Snell de la refracción son:

1ª El rayo incidente, el rayo refractado y la normal están en el mismo plano.

2ª La relación matemática entre los índices de refracción n_i y n_r de los medios incidente y refractado y los ángulos de incidencia y refracción θ_i y θ_r , es:

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

En la figura se representa la trayectoria de la luz. El rayo incidente en el punto

A con un ángulo de incidencia $\theta_{i1} = 30^\circ$ pasa del aire al vidrio dando un rayo refractado que forma el primer ángulo de refracción θ_{r1} y el segundo ángulo de incidencia θ_{i2} entre el vidrio y el aire. Finalmente sale de la lámina de vidrio por el punto B con el segundo ángulo de refracción θ_{r2} .

b) La velocidad de la luz en el aire es:

$$v_a = \frac{c}{n_a} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,00} = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda de la luz en el aire es:

$$\lambda_a = \frac{v_a}{f} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5,00 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 6,00 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

La velocidad de la luz en el vidrio es:

$$v_v = \frac{c}{n_v} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,50} = 2,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda de la luz en el vidrio es:

$$\lambda_v = \frac{v_v}{f} = \frac{2,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5,00 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 4,00 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 400 \text{ nm}$$

Como el espesor de la lámina es de 10 cm, la longitud recorrida por el rayo es la hipotenusa L del triángulo ABC.El primer ángulo de refracción θ_{r1} se puede calcular aplicando la ley de Snell

$$1,00 \cdot \sin 30^\circ = 1,50 \cdot \sin \theta_{r1}$$

$$\sin \theta_{r1} = \frac{1,00 \cdot \sin 30^\circ}{1,50} = 0,333$$

$$\theta_{r1} = \arcsen 0,333 = 19,5^\circ$$

Por tanto la hipotenusa L vale

$$L = \frac{e}{\cos \theta_{r1}} = \frac{10,0 \text{ [cm]}}{\cos 19,5^\circ} = 10,6 \text{ cm}$$

c) Como la lámina de vidrio es de caras paralelas, el segundo ángulo de incidencia θ_{i2} es igual al primer ángulo de refracción:

$$\theta_{i2} = \theta_{r1} = 19,5^\circ$$

Para calcular el ángulo con el que sale de la lámina, se vuelve a aplicar la ley de Snell entre el vidrio (que ahora es el medio incidente) y el aire (que es el medio refractado):

$$1,50 \cdot \sin 19,5^\circ = 1,00 \cdot \sin \theta_{r2}$$

$$\sin \theta_{r2} = \frac{1,50 \cdot \sin 19,5^\circ}{1,00} = 0,500$$

$$\theta_{r2} = \arcsen 0,500 = 30,0^\circ$$

Análisis: Este resultado es correcto porque el rayo sale paralelo al rayo incidente original.

5. Un rayo de luz pasa del agua (índice de refracción $n = 4/3$) al aire ($n = 1$). Calcula:
- El ángulo de incidencia si los rayos reflejado y refractado son perpendiculares entre sí.
 - El ángulo límite.
 - ¿Hay ángulo límite si la luz incide del aire al agua?

(P.A.U. jun. 13)

Rta.: a) $\theta_i = 36,9^\circ$; b) $\lambda = 48,6^\circ$

Datos

Índice de refracción del aire

Índice de refracción del agua

Ángulo entre el rayo refractado y el reflejado

Incógnitas

Ángulo de incidencia

Ángulo límite

Ecuaciones

Ley de Snell de la refracción

Cifras significativas: 3

$$n = 1,00$$

$$n_a = 4 / 3 = 1,33$$

$$\theta_i = 90,0^\circ$$

$$\theta_i$$

$$\lambda$$

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

Solución:

- a) Aplicando la ley de Snell de la refracción:

$$1,33 \cdot \sin \theta_i = 1,00 \cdot \sin \theta_r$$

A la vista del dibujo debe cumplirse que

$$\theta_r + 90^\circ + \theta_{rx} = 180^\circ$$

Como el ángulo de reflexión θ_{rx} es igual al ángulo de incidencia θ_i , la ecuación anterior se convierte en:

$$\theta_i + \theta_r = 90^\circ$$

Es decir, que el ángulo de incidencia θ_i y el de refracción θ_r son complementarios.

El seno de un ángulo es igual al coseno de su complementario. Entonces la primera ecuación queda:

$$1,33 \cdot \sin \theta_i = \sin \theta_r = \cos \theta_i$$

$$\tan \theta_i = \frac{1}{1,33} = 0,75$$

$$\theta_i = \arctan 0,75 = 36,9^\circ$$

- b) Ángulo límite λ es el ángulo de incidencia tal que el de refracción vale 90°

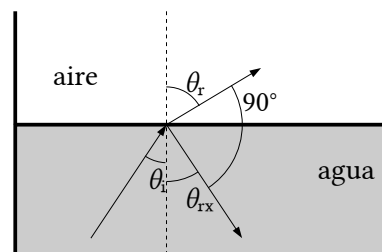
$$1,33 \cdot \sin \lambda = 1,00 \cdot \sin 90,0^\circ$$

$$\sin \lambda = 1,00 / 1,33 = 0,75$$

$$\lambda = \arcsen 0,75 = 48,6^\circ$$

- c) No. Cuando la luz pasa del aire al agua, el ángulo de refracción es menor que el de incidencia. Para conseguir un ángulo de refracción de 90° el ángulo de incidencia tendría que ser mayor que 90° y no estaría en el aire.

También puede deducirse de la ley de Snell.



$$1,00 \cdot \sin \lambda_1 = 1,33 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\sin \lambda_1 = 1,33 / 1,00 > 1$$

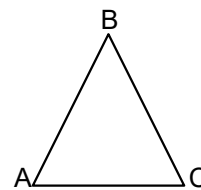
Es imposible. El seno de un ángulo no puede ser mayor que uno.

6. Sobre un prisma equilátero de ángulo 60° (ver figura), incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 50° con la normal a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC:

- Calcula el índice de refracción del prisma.
- Determina el ángulo de desviación del rayo al salir del prisma, dibujando la trayectoria que sigue el rayo.
- Explica si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma.

Dato: $n(\text{aire}) = 1$

Rta.: a) $n_p = 1,5$; b) $\theta_{r2} = 50^\circ$



(P.A.U. sep. 11)

Datos

Ángulos del triángulo equilátero

Ángulo de incidencia

Índice de refracción del aire

Incógnitas

Índice de refracción del prisma

Ángulo de desviación del rayo al salir del prisma

Ecuaciones

Ley de Snell de la refracción

Cifras significativas: 2

$$\theta = 60^\circ$$

$$\theta_i = 50^\circ$$

$$n_a = 1,0$$

$$n_p$$

$$\theta_{r2}$$

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

Solución:

- a) En la ley de Snell de la refracción

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

n_i y n_r representan los índices de refracción de los medios incidente y refractado

θ_i y θ_r representan los ángulos de incidencia y refracción que forma cada rayo con la normal a la superficie de separación entre los dos medios.

El primer ángulo de refracción θ_{r1} , que forma el rayo de luz refractado paralelo a la base del prisma, vale 30° , ya que es el complementario al de 60° del triángulo equilátero.

$$n_p = n_r = \frac{n_i \cdot \sin \theta_{i1}}{\sin \theta_{r1}} = \frac{1,0 \cdot \sin 50^\circ}{\sin 30^\circ} = 1,5$$

- b) Cuando el rayo sale del prisma, el ángulo de incidencia θ_{i2} del rayo con la normal al lado BC vale 30° . Volviendo a aplicar la ley de Snell

$$\sin \theta_{r2} = \frac{n_i \cdot \sin \theta_{i2}}{n_r} = \frac{1,5 \cdot \sin 30^\circ}{1,0} = 0,77$$

$$\theta_{r2} = \arcsen 0,77 = 50^\circ$$

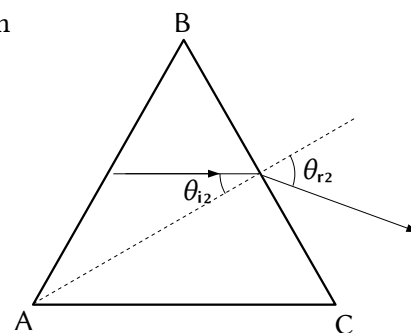
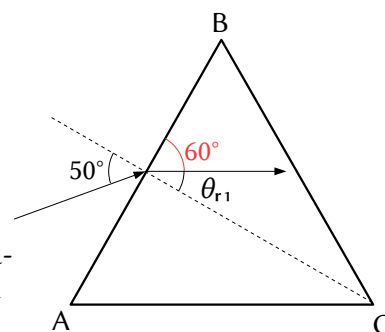
- c) La frecuencia f de una onda electromagnética es una característica de la misma y no varía con el medio.

La longitud de onda λ está relacionada con ella por

$$c = \lambda \cdot f$$

La velocidad de la luz en un medio transparente es siempre menor que en el vacío. El índice de refracción del medio es el cociente entre ambas velocidades.

$$n = \frac{c}{v}$$



La velocidad de la luz en el aire es prácticamente igual a la del vacío, mientras que en el prisma es 1,5 veces menor. Como la frecuencia es la misma, la longitud de onda (que es inversamente proporcional a la frecuencia) en el prisma es 1,5 veces menor que en el aire.

● Intensidad sonora

1. Un altavoz emite ondas sonoras esféricas con una potencia de 200 W. Determina:

- La energía emitida en media hora.
- El nivel de intensidad sonora, en dB, a 4 m del altavoz.

Dato: $I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

(A.B.A.U. extr. 22)

Rta.: a) $E = 3,6 \cdot 10^5 \text{ J}$; b) $S = 120 \text{ dB}$.

Datos

Potencia de las ondas

Nivel umbral de intensidad sonora

Incógnitas

Energía emitida en media hora

Nivel de intensidad sonora, en dB, a 4 m del altavoz

Ecuaciones

Potencia

Intensidad de una onda

Nivel de intensidad sonora en dB

Cifras significativas: 2

$P = 200 \text{ W}$

$I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$

E

S

$P = Y / t$

$I = P / (4 \pi r^2)$

$S = 10 \log(I / I_0)$

Solución:

a) Como la potencia es la energía emitida en la unidad de tiempo, la energía emitida en media hora será:

$$E = P \cdot t = 200 \text{ [W]} \cdot 1800 \text{ [s]} = 3,6 \cdot 10^5 \text{ J}$$

b) A 4 m del altavoz, la intensidad sonora es:

$$I = \frac{P}{4 \pi r^2} = \frac{200 \text{ [W]}}{4 \cdot 3,14 \cdot (4,0 \text{ [m]})^2} = 0,99 \text{ W/m}^2$$

El nivel de intensidad sonora, en decibelios es:

$$S = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{0,99}{10^{-12}} = 120 \text{ dB}$$

◇ CUESTIONES

● Características y ecuación de la las ondas

1. La luz incidente, la reflejada y la refractada en la superficie de separación de dos medios de distinto índice de refracción tiene:

- Igual frecuencia, longitud de onda y velocidad.
- Distinta frecuencia, longitud de onda y velocidad.
- Igual frecuencia y distintas longitudes de onda y velocidad.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: C

El índice de refracción de un medio respecto al vacío n_m es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío c y la velocidad de la luz en el medio v_m .

$$n_m = c / v_m$$

La luz refractada cambia su velocidad mientras que la reflejada no.

Como la frecuencia de la luz es característica (no varía al cambiar de medio) y está relacionada con la velocidad de propagación de la luz en ese medio por:

$$v_m = \lambda_m \cdot f$$

Al variar la velocidad, tiene que variar la longitud de onda.

2. En un mismo medio:

- A) La longitud de onda de un sonido grave es mayor que la de un agudo.
- B) La longitud de onda de un sonido grave es menor que la de un agudo.
- C) Ambos sonidos tienen la misma longitud de onda.

(A.B.A.U. extr. 18)

Solución: A

Un sonido grave es un sonido de baja frecuencia. La frecuencia f está relacionada con la longitud de onda λ y con la velocidad de propagación v_p del sonido en el medio por la relación:

$$v_p = \lambda \cdot f$$

En un mismo medio, la velocidad de propagación es constante, por lo que la frecuencia es inversamente proporcional a la longitud de onda. Cuanto menor sea frecuencia mayor será la longitud de onda.

3. Para las ondas sonoras, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?:

- A) Se propagan en el vacío.
- B) No se pueden polarizar.
- C) No se pueden reflejar.

(A.B.A.U. ord. 18)

Solución: B

Las ondas sonoras son longitudinales porque la dirección en la que se propaga el sonido es la misma que la dirección en la que oscilan las partículas del medio.

Si pensamos en el sonido producido por una superficie plana (la piel de un tambor, la pantalla de un altavoz), la vibración de la superficie empuja a las partículas del medio (moléculas de aire) que se desplazan hasta chocar con otras vecinas y rebotar, en la dirección en la que oscila la superficie y en la que se desplaza el sonido.

La polarización es una característica de las ondas transversales. Una onda es transversal cuando la dirección de oscilación es perpendicular a la dirección de propagación de la onda. La polarización consiste en que la oscilación de la onda ocurre en un único plano.

Las ondas sonoras, al ser longitudinales y no transversales, no pueden polarizarse.

Las otras opciones:

A. Falsa. No se propagan en el vacío. Un dispositivo que lo confirma es un despertador colocado dentro de un recipiente en el que se hace el vacío. Se hace sonar y va haciéndose el vacío en el recipiente. Se ve como el timbre del despertador sigue golpeando la campana, pero el sonido se va haciendo más débil hasta desaparecer.

C. Falsa. Un ejemplo es el eco, que consiste en el sonido que oímos con retraso respecto al emitido, porque las ondas sonoras se han reflejado en una pared o muro.

4. Un movimiento ondulatorio transporta:

- A) Materia.
- B) Energía.
- C) Depende del tipo de onda.

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución: B

Una onda es una forma de transporte de energía sin desplazamiento neto de materia.

En una onda material, las partículas del medio oscilan alrededor del punto de equilibrio. Es la energía a que se va desplazando de una partícula a la siguiente.

En las ondas electromagnéticas lo que se desplaza es un campo magnético perpendicular a un campo eléctrico.

5. Tres colores de la luz visible, el azul, el amarillo y el rojo, coinciden en que:

- A) Poseen la misma energía.
- B) Poseen la misma longitud de onda.
- C) Se propagan en el vacío con la misma velocidad.

(P.A.U. jun. 04)

Solución: C

Los colores de la luz visible son ondas electromagnéticas que, por definición, se propagan en el vacío con la velocidad c de 300 000 km/s.

Las otras opciones:

A y B: Falsas. Se distinguen entre ellos en su frecuencia f y en su longitud de onda $\lambda = c / f$. La energía de una onda depende del cuadrado de la frecuencia y del cuadrado de la amplitud, por lo que la energía que transporta no tiene por qué ser la misma.

6. La luz visible abarca un rango de frecuencias que van desde (aproximadamente) $4,3 \cdot 10^{14}$ Hz (rojo) hasta $7,5 \cdot 10^{14}$ Hz (ultravioleta). ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A) La luz roja tiene menor longitud de onda que la ultravioleta.
- B) La ultravioleta es la más energética del espectro visible.
- C) Ambas aumentan la longitud de onda en un medio con mayor índice de refracción que el aire.

(P.A.U. jun. 10)

Solución: B

Hago la salvedad de que, estrictamente, la luz ultravioleta no es visible, pero limita con la violeta, que sí lo es, en esa frecuencia.

En la teoría clásica, la energía de una onda es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud y de la frecuencia. Como la frecuencia de la luz ultravioleta es mayor que la de la luz roja, tendrá mayor energía.

(En la teoría cuántica, la luz se puede considerar como un haz de partículas llamadas fotones. La energía E que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E = h \cdot f$$

Siendo h la constante de Planck, que tiene un valor muy pequeño: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s

En cuyo caso, cuanto mayor sea la frecuencia, mayor será la energía del fotón)

Las otras opciones:

A. Falsa. La longitud de onda λ está relacionada con la velocidad de propagación v y la frecuencia f por:

$$v = \lambda \cdot f$$

En un medio homogéneo, la longitud de onda y la frecuencia son inversamente proporcionales. Como

$$f_u = 7,5 \cdot 10^{14} > 4,3 \cdot 10^{14} = f_v \Rightarrow \lambda_u < \lambda_v$$

C. Falsa. El índice de refracción de un medio respecto al vacío n_m es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío c y la velocidad de la luz en medio v_m .

$$n_m = c / v_m$$

Si el índice de refracción del medio es mayor que el del aire, la velocidad de la luz en ese medio tiene que ser menor, por ser inversamente proporcionales.

$$n_m > n_a \Rightarrow v_m < v_a$$

Como la frecuencia de la luz es característica (no varía al cambiar de medio) y está relacionada con la velocidad de propagación de la luz en medio por:

$$v_m = \lambda_m \cdot f$$

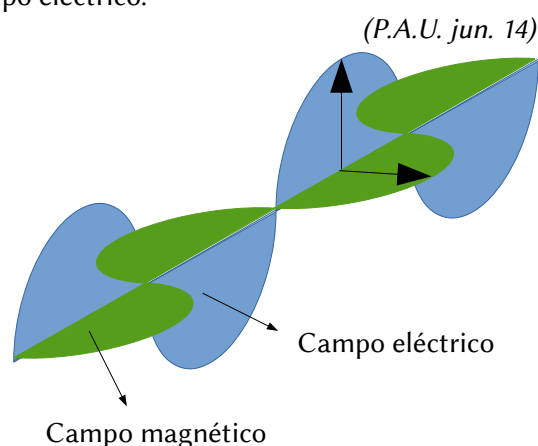
Como son directamente proporcionales, al ser menor a velocidad, también tiene que ser menor a longitud de onda.

7. En una onda de luz:

- A) Los campos eléctrico $\vec{E}$ y magnético $\vec{B}$ vibran en planos paralelos.
 - B) Los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ vibran en planos perpendiculares entre sí.
 - C) La dirección de propagación es la de vibración del campo eléctrico.
- (Dibuja la onda de luz).

Solución: B

Una onda electromagnética es una combinación de un campo eléctrico y un campo magnético oscilante que se propagan en direcciones perpendiculares entre sí.



8. Cuando un movimiento ondulatorio se refleja, su velocidad de propagación:

- A) Aumenta.
- B) Depende de la superficie de reflexión.
- C) No varía.

(P.A.U. sep. 15)

Solución: C

La velocidad de propagación de una onda depende de algunas características del medio (temperatura y masa molar en los gases, densidad lineal en las cuerdas...). Cuando una onda se refleja, se mantiene en el medio del que procedía después de rebotar. Por tanto, como el medio no varía, la velocidad de propagación se mantiene.

9. Si la ecuación de propagación de un movimiento ondulatorio es $y(x, t) = 2 \cdot \sin(8\pi \cdot t - 4\pi \cdot x)$ (S.I.); su velocidad de propagación es:

- A) 2 m/s
- B) 32 m/s
- C) 0,5 m/s

(P.A.U. jun. 08)

Solución: A

Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 2 \cdot \sin(8 \cdot \pi \cdot t - 4 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular: $\omega = 8 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{s}^{-1}]$

Número de onda: $k = 4 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{m}^{-1}]$

Se calculan la longitud de onda y la frecuencia para determinar la velocidad de propagación.

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \text{ [rad]}}{4 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{m}^{-1}]} = 0,5 \text{ m}$$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8 \cdot \pi \text{ [rad}\cdot\text{s}^{-1}]}{2\pi \text{ [rad]}} = 4 \text{ s}^{-1}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0,5 \text{ [m]} \cdot 4 \text{ [s}^{-1}] = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

10. La propagación en la dirección x de la onda de una explosión en un cierto medio puede describirse por la onda armónica $y(x, t) = 5 \sin(12x \pm 7680t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Al cabo de un segundo de producirse la explosión, su sonido alcanza una distancia de:

- A) 640 m
- B) 1536 m
- C) 38 km

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

Para calcular la distancia alcanzada por el sonido en un segundo, necesitamos determinar su velocidad a partir de la ecuación de onda-

La ecuación de una onda armónica unidimensional puede escribirse como:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

En la que

y es la elongación del punto que oscila (separación de la posición de equilibrio)

A es la amplitud (elongación máxima)

ω es la frecuencia angular que está relacionada con la frecuencia f por $\omega = 2\pi \cdot f$.

t es el tiempo

k es el número de onda, la cantidad de ondas que entran en una longitud de 2π metros. Está relacionada con la longitud de onda λ por $k = 2\pi / \lambda$

x es la distancia del punto al foco emisor.

El signo $\pm$ entre $\omega \cdot t$ y $k \cdot x$ es negativo si la onda se propaga en sentido positivo del eje X , y positivo si lo hace en sentido contrario.

Comparando la ecuación general con la del problema obtenemos:

$$A = 5 \text{ m}$$

$$\omega = 7680 \text{ rad/s}$$

$$k = 12 \text{ rad/m}$$

La velocidad de propagación de una onda en un medio puede calcularse de la expresión:

$$u = \lambda \cdot f = \frac{2\pi}{k} \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k} = \frac{7680 \text{ rad/s}}{12 \text{ rad/m}} = 640 \text{ m/s}$$

Por tanto, la distancia recorrida en 1 s es 640 m.

11. La ecuación de una onda transversal de amplitud 4 cm y frecuencia 20 Hz que se propaga en el sentido negativo del eje X con una velocidad de $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ es:

A) $y(x, t) = 4 \cdot 10^{-2} \cos \pi (40 \cdot t + 2 \cdot x) \text{ [m]}$

- B) $y(x, t) = 4 \cdot 10^{-2} \cos \pi (40 \cdot t - 2 \cdot x) \text{ [m]}$
 C) $y(x, t) = 4 \cdot 10^{-2} \cos 2 \pi (40 \cdot t + 2 \cdot x) \text{ [m]}$

(P.A.U. sep. 13)

Solución: A

La ecuación de una onda armónica unidimensional puede escribirse como:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

En la que

y es la elongación del punto que oscila (separación de la posición de equilibrio)

A es la amplitud (elongación máxima)

ω es la frecuencia angular que está relacionada con la frecuencia f por $\omega = 2 \pi \cdot f$

t es el tiempo

k es el número de onda, la cantidad de ondas que entran en una longitud de 2π metros. Está relacionada con la longitud de onda λ por $k = 2 \pi / \lambda$

x es la distancia del punto al foco emisor.

El signo $\pm$ entre $\omega \cdot t$ y $k \cdot x$ es negativo si la onda se propaga en sentido positivo del eje X , y positivo si lo hace en sentido contrario.

Como dice que se propaga en sentido negativo del eje X podemos descartar la opción B.

La frecuencia angular ω de la ecuación de la opción A es $\omega_1 = \pi \cdot 40 \text{ [rad/s]}$, que corresponde a una frecuencia de 20 Hz.

$$f_1 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{40\pi \text{ [rad/s]}}{2\pi \text{ [rad]}} = 20 \text{ s}^{-1}$$

12. La ecuación de una onda es $y = 0,02 \cdot \sin (50 \cdot t - 3 \cdot x)$; esto significa que:

A) $\omega = 50 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ y $\lambda = 3 \text{ m}$.

B) La velocidad de propagación $u = 16,67 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ y la frecuencia $f = 7,96 \text{ s}^{-1}$.

C) $t = 50 \text{ s}$ y el número de onda $k = 3 \text{ m}^{-1}$.

(P.A.U. jun. 12)

Solución: B

La ecuación de una onda armónica unidimensional puede escribirse como:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

En la que

y es la elongación del punto que oscila (separación de la posición de equilibrio)

A es la amplitud (elongación máxima)

ω es la frecuencia angular que está relacionada con la frecuencia f por $\omega = 2 \pi \cdot f$

t es el tiempo

k es el número de onda, la cantidad de ondas que entran en una longitud de 2π metros. Está relacionada con la longitud de onda λ por $k = 2 \pi / \lambda$

x es la distancia del punto al foco emisor.

El signo $\pm$ entre $\omega \cdot t$ y $k \cdot x$ es negativo si la onda se propaga en sentido positivo del eje X , y positivo si lo hace en sentido contrario.

La velocidad u de propagación de una onda es $u = \lambda \cdot f$

Comparando la ecuación general con la del problema obtenemos:

$A = 0,02 \text{ m}$

$\omega = 50 \text{ rad/s}$

$k = 3 \text{ rad/m}$

Para elegir la opción correcta calculamos algunos de los parámetros de la ecuación (usando 2 cifras significativas)

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \text{ [rad]}}{3,0 \text{ [rad/m]}} = 2,1 \text{ m}$$

Eso nos permite descartar la opción A.

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{50 \text{ [rad/s]}}{2\pi \text{ [rad]}} = 8,0 \text{ s}^{-1} = 8,0 \text{ Hz}$$

$$u = \lambda \cdot f = 2,1 \text{ [m]} \cdot 8,0 \text{ [s}^{-1}] = 17 \text{ m/s}$$

Coincide con la opción B (si redondeamos los valores que aparecen en dicha opción a las cifras significativas que hay que usar)

La opción C no es correcta porque la frecuencia es la inversa del período:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8,0 \text{ [s}^{-1}]} = 0,13 \text{ s}$$

13. Una onda transversal se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de $300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, siendo el período de oscilación de $2 \times 10^{-2} \text{ s}$. Dos puntos que se encuentran, respectivamente, a distancias de 20 m y 38 m del centro de vibración estarán:

- A) En fase.
B) En oposición de fase.
C) En una situación distinta de las anteriores.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: A

Datos

Velocidad de propagación de la onda

Período de oscilación

Distancia entre los puntos

Incógnitas

Diferencia de fase entre dos puntos separados 18 m

Otros símbolos

Pulsación (frecuencia angular)

Frecuencia

Longitud de onda

Número de onda

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 2

$$v = 3,0 \cdot 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$T = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$\Delta x = 38 - 20 = 18 \text{ m}$$

$$\Delta\varphi$$

$$\omega$$

$$f$$

$$\lambda$$

$$k$$

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$k = 2\pi / \lambda$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Solución:

- a) La diferencia de fase entre los dos puntos es:

$$\Delta\varphi = (k \cdot x_2 - \omega \cdot t_2) - (k \cdot x_1 - \omega \cdot t_1)$$

Para el mismo instante, $t_1 = t_2$.

$$\Delta\varphi = k \cdot x_2 - k \cdot x_1 = k(x_2 - x_1) = k \cdot \Delta x$$

Para obtener el número de onda hay que calcular la longitud de onda a partir de la frecuencia y la velocidad de propagación:

Frecuencia: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-2} \text{ [s]}} = 50 \text{ s}^{-1}$

Longitud de onda: $v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{300 \text{ [m/s]}}{50 \text{ [s}^{-1}]} = 6,0 \text{ m}$

Número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot \pi \text{ [rad]}}{6,0 \text{ [m]}} = \frac{\pi}{3} \text{ rad/m}$

La diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = \pi / 3 \text{ [rad/m]} \cdot (38 - 20) \text{ [m]} = 6 \pi \text{ rad}$$

Como la diferencia de fase es múltiplo de 2π , los puntos se encuentran en fase.

Análisis: La distancia entre los puntos es 18 m que es el triple de la longitud de onda. Como los puntos que están en fase o cuya diferencia de fase es múltiplo de 2π se encuentran a una distancia que es múltiplo de la longitud de onda, una distancia de tres veces a longitud de onda corresponde a una diferencia de fase triple de 2π , o sea, 6π rad.

14. ¿Cuál debería ser la distancia entre dos puntos de un medio por el que se propaga una onda armónica, con velocidad de fase de 100 m/s y 200 Hz de frecuencia, para que estén en el mismo estado de vibración?:

- A) $2n$.
B) $0,5n$.
C) n , siendo $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ y medido en el S.I.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: B

La longitud de onda λ es la distancia mínima entre dos puntos de una onda que se encuentran en fase, o sea, en el mismo estado de vibración.

La longitud de onda λ está relacionada con la frecuencia f y con la velocidad de propagación v_p de la onda por la ecuación

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{200 \text{ s}^{-1}} = 0,500 \text{ m}$$

Todos los puntos que se encuentren a una distancia que sea un múltiplo de la longitud de onda, estarán en fase con él.

$$d = n \cdot 0,500 \text{ [m]}$$

15. Una onda armónica de frecuencia 100 Hz se propaga a una velocidad de $300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. La distancia mínima entre dos puntos que se encuentran en fase es:

- A) 1,50 m.
B) 3,00 m.
C) 1,00 m.

(A.B.A.U. extr. 18)

Solución: B

La longitud de onda λ es la distancia mínima entre dos puntos de una onda que se encuentran en fase.

La longitud de onda λ está relacionada con la frecuencia f y con la velocidad de propagación v_p de la onda por la relación

$$v_p = \lambda \cdot f$$

$$\lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{300 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{100 \text{ s}^{-1}} = 3,00 \text{ m}$$

16. Cuando una onda armónica plana se propaga en el espacio, su energía es proporcional:

- A) $1/f$ (f es la frecuencia)
B) Al cuadrado de la amplitud A^2 .
C) (Set. 09) $1/r$ (r es la distancia al foco emisor).
C) (jun. 22) Inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco emisor.

((A.B.A.U. ord. 22, P.A.U. sep. 09)

Solución: B

La energía que transporta una onda material armónica unidimensional es la suma de la cinética y de potencial:

$$E = (E_c + E_p) = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_m^2 = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

La ecuación de la onda armónica unidimensional es: $y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$

Derivando con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

Es máxima cuando $-\sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x) = 1$,

$$v_m = A \cdot \omega$$

Sustituyendo en la ecuación de la energía:

$$E = \frac{1}{2} m \cdot v_m^2 = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2$$

Como la pulsación ω o frecuencia angular es proporcional a la frecuencia f : $\omega = 2 \pi \cdot f$

$$E = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} m \cdot A^2 (2 \pi \cdot f)^2 = 2 \pi^2 m \cdot A^2 \cdot f^2$$

La energía que transporta una onda es proporcional a los cuadrados de la frecuencia y de la amplitud.

17. Razona cuál de las siguientes afirmaciones referidas a la energía de un movimiento ondulatorio es correcta:

- A) Es proporcional a la distancia al foco emisor de ondas.
- B) Es inversamente proporcional a la frecuencia de la onda.
- C) Es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda.

(P.A.U. sep. 11)

Solución: C. Véase una cuestión parecida en la prueba de [setiembre de 2009](#)

18. La intensidad en un punto de una onda esférica que se propaga en un medio homogéneo e isotrópico:

- A) Es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco emisor.
- B) Es inversamente proporcional a la distancia al foco emisor.
- C) No varía con la distancia al foco emisor.

(P.A.U. sep. 16)

Solución: A

La intensidad de una onda es la energía en la unidad de tiempo por unidad de superficie perpendicular a la dirección de propagación de la onda.

$$I = \frac{E}{S \cdot t}$$

Si la onda es esférica, la superficie es: $S = 4 \pi r^2$, en la que r es la distancia al foco.

$$I = \frac{E}{4 \pi r^2 \cdot t}$$

19. En la polarización lineal de la luz:

- A) Se modifica la frecuencia de la onda.
- B) El campo eléctrico oscila siempre en un mismo plano.
- C) No se transporta energía.

(P.A.U. sep. 06)

Solución: B

La luz emitida por un foco (una bombilla, el Sol...) es una onda electromagnética transversal que vibra en muchos planos. Cuando atraviesa un medio polarizador, solo lo atraviesa la luz que vibra en un determinado plano.

Las otras opciones:

- A. Falsa. La frecuencia de una onda electromagnética es una característica de la misma y no depende del medio que atraviesa.
 B. Las ondas, excepto las estacionarias, transmiten energía sin transporte neto de materia.

20. Una onda luminosa:

- A) No se puede polarizar.
 B) Su velocidad de propagación es inversamente proporcional al índice de refracción del medio.
 C) Puede no ser electromagnética.

(P.A.U. jun. 09)

Solución: B

Se define índice de refracción n de un medio con respecto al vacío como el cociente entre la velocidad c de la luz en el vacío y la velocidad v de la luz en dicho medio.

$$n = \frac{c}{v}$$

Como la velocidad de la luz en el vacío es una constante universal, la velocidad de propagación de la luz en un medio es inversamente proporcional a su índice de refracción.

Las otras opciones:

- A. Falsa. La luz es una onda electromagnética transversal que vibra en muchos planos. Cuando atraviesa un medio polarizador, solo lo atraviesa la luz que vibra en un determinado plano.
 C. Falsa. Maxwell demostró que la luz es una perturbación eléctrica armónica que genera un campo magnético armónico perpendicular al eléctrico y perpendiculares ambos a la dirección de propagación.

21. Cuando la luz atraviesa la zona de separación de dos medios, experimenta:

- A) Difracción.
 B) Refracción.
 C) Polarización.

(P.A.U. jun. 06)

Solución: B

La refracción es el cambio de dirección que experimenta una onda cuando pasa de un medio a otro en el que se transmite a distinta velocidad.

Una medida de la densidad óptica de un medio es su índice de refracción n , el cociente entre la velocidad c de la luz en el vacío y la velocidad v de la luz en el medio.

$$n = \frac{c}{v}$$

El índice de refracción n es siempre mayor que la unidad, porque la velocidad de la luz en el vacío es el límite de cualquier velocidad, según la teoría de la relatividad restringida.

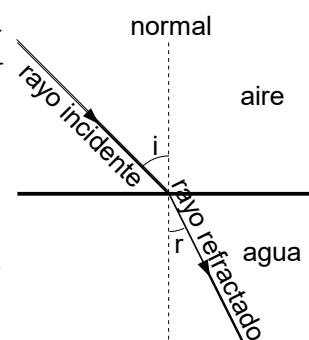
Cuando un rayo de luz pasa de un medio óptico menos «denso» (aire) a otro más «denso» (agua), el rayo se desvía acercándose a la normal.

Leyes de la refracción:

1ª.- El rayo incidente, el rayo refractado y la normal a la superficie de separación están en el mismo plano.

2ª.- Los senos de los ángulos i (el que forma el rayo incidente con la normal a la superficie de separación) y r (el que forma el rayo refractado con esa misma normal) son directamente proporcionales a las velocidades de la luz en cada medio, e inversamente proporcionales a sus índices de refracción.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_i}{v_r} = \frac{n_r}{n_i}$$



22. Dos focos O_1 y O_2 emiten ondas en fase de la misma amplitud (A), frecuencia (f) y longitud de onda (λ) que se propagan a la misma velocidad, interfiriendo en un punto P que está a una distancia λ m de O_1 y 3λ m de O_2 . La amplitud resultante en P será:

A) Nula.
B) A .
C) $2A$.

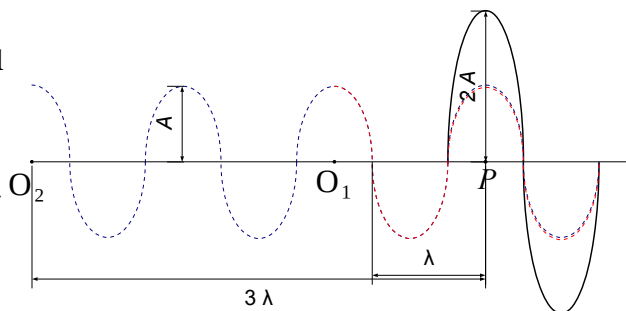
(P.A.U. jun. 13)

Solución: C

Representamos dos ondas que se propagan de izquierda a derecha desde dos puntos O_1 y O_2 de forma que el punto P se encuentre a una distancia λ de O_1 y a una distancia 3λ de O_2 .

Como la diferencia de caminos es un número entero de longitudes de onda los máximos coinciden y se amplifican y la interferencia es constructiva.

Como la frecuencia, la fase y amplitud son la misma, la onda resultante será:



$$y = y_1 + y_2 = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x_1) + A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x_2)$$

$$y = 2A \cdot \text{sen}\left(\omega \cdot t - k \frac{(x_1 + x_2)}{2}\right) \cos\left(k \frac{(x_1 - x_2)}{2}\right)$$

Como $x_1 - x_2 = 2\lambda$ y $k = 2\pi / \lambda$, queda una onda de la misma frecuencia, en fase con las iniciales y cuya amplitud es el doble:

$$y = 2A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - 4\pi) \cdot \cos(2\pi) = 2A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

23. El sonido de una guitarra se propaga como:

A) Una onda mecánica transversal.
B) Una onda electromagnética.
C) Una onda mecánica longitudinal.

(P.A.U. sep. 05)

Solución: C

El sonido es una onda mecánica, ya que necesita un medio, (aire, agua, una pared) para propagarse. Es una onda longitudinal porque las partículas del medio vibran en la misma dirección en la que se propaga el sonido.

24. Si una onda atraviesa una abertura de tamaño comparable a su longitud de onda:

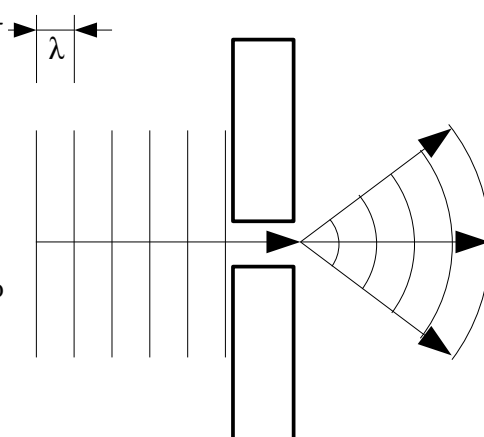
A) Se refracta.
B) Se polariza.
C) Se difracta.
(Dibuja la marcha de los rayos)

(P.A.U. jun. 14, sep. 09)

Solución: C

Se produce difracción cuando una onda «se abre» cuando atraviesa una abertura de tamaño comparable a su longitud de onda. Es un fenómeno característico de las ondas.

Puede representarse tal como en la figura para una onda plana.



25. Una onda de luz es polarizada por un polarizador A y atraviesa un segundo polarizador B colocado después de A. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta con respecto a la luz después de B?

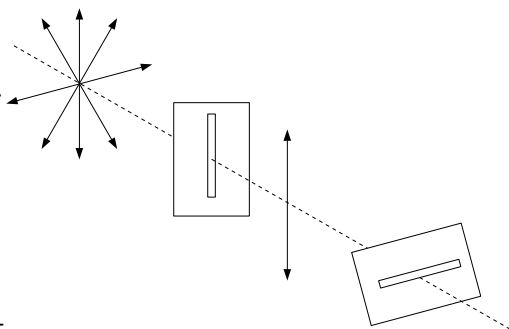
- A) No hay luz si A y B son paralelos entre sí.
- B) No hay luz si A y B son perpendiculares entre sí.
- C) Hay luz independientemente de la orientación relativa de A y B.

(P.A.U. jun. 11)

Solución: B

El fenómeno de polarización solo ocurre en las ondas transversales. La luz es un conjunto de oscilaciones de campo eléctrico y campo magnético que vibran en planos perpendiculares que se cortan en la línea de avance del rayo de luz. La luz del Sol o de una lámpara eléctrica vibra en una multitud de planos.

El primer polarizador solo permite pasar la luz que vibra en un determinado plano. Si el segundo polarizador está colocado en dirección perpendicular al primero, la luz que llega a él no tiene componentes en la dirección de esta segunda polarización por lo que no pasará ninguna luz.



26. Una onda electromagnética que se encuentra con un obstáculo de tamaño semejante a su longitud de onda:

- A) Forma en una pantalla, colocada detrás del obstáculo, zonas claras y oscuras.
- B) Se polariza y su campo eléctrico oscila siempre en el mismo plano.
- C) Se refleja en el obstáculo.

(P.A.U. jun. 07)

Solución: A

Difracción es el fenómeno que se produce cuando una onda mecánica o electromagnética «rodea» un obstáculo de dimensiones parecidas a la longitud de onda. Es un fenómeno característico de las ondas. Esto producirá un patrón de interferencias que, en el caso de la luz, dará lugar a una sucesión de zonas claras y oscuras en una pantalla.

27. Si un haz de luz láser incide sobre un objeto de pequeño tamaño (del orden de su longitud de onda),

- A) Detrás del objeto hay siempre oscuridad.
- B) Hay zonas de luz detrás del objeto.
- C) Se refleja hacia el medio de incidencia.

(P.A.U. sep. 07)

Solución: B

Se llama difracción al fenómeno por el cual una onda «rodea» obstáculos de tamaño similar a su longitud de onda. Se producen interferencias constructivas y destructivas detrás del obstáculo, por lo que existirán zonas «iluminadas» y zonas oscuras.

28. Una onda armónica estacionaria se caracteriza por:

- A) Tener frecuencia variable.
- B) Transportar energía.
- C) Formar nodos y vientres.

(P.A.U. jun. 10)

Solución: C

Una onda estacionaria es generada por interferencia de dos ondas de iguales características pero con distinto sentido de desplazamiento. En ella existen puntos que no vibran y se llaman nodos. Un ejemplo sería la onda estacionaria anclada a la cuerda de un instrumento musical como una guitarra o violín. Los extremos de la cuerda están fijos (son los nodos) y la amplitud de la vibración es máxima en el punto central. En esta onda la longitud de la cuerda sería la mitad de la longitud de onda y la situación correspondería al modo fundamental de vibración.

29. En una onda estacionaria generada por interferencia de dos ondas, se cumple:

- A) La amplitud es constante.
- B) La onda transporta energía.
- C) La frecuencia es la misma que la de las ondas que interfieren.

(P.A.U. jun. 05)

Solución: C

Una onda estacionaria generada por interferencia de dos ondas de iguales características pero con distinto sentido de desplazamiento.

La ecuación de la onda incidente, suponiendo que viaja hacia la derecha, es

$$y_1 = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

La onda incidente al reflejarse en el extremo fijo, sufre un cambio de fase de π rad y la onda reflejada que viaja hacia la derecha tiene por ecuación:

$$y_2 = A \cdot \sin(\omega \cdot t + k \cdot x + \pi) = -A \cdot \sin(\omega \cdot t + k \cdot x)$$

Cuando las ondas interfieren, la onda resultante tiene por ecuación

$$y = y_1 + y_2 = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x) - A \cdot \sin(\omega \cdot t + k \cdot x)$$

Usando

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

Queda

$$y = 2 A \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(k \cdot x)$$

Es la ecuación de una onda que tiene una frecuencia angular ω igual.

$$y = A_x \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Las otras opciones:

- A. La amplitud depende del punto x : $A_x = 2 \cdot A \sin(k \cdot x)$
- B. Una onda estacionaria no transporta energía.

● Efecto Doppler

1. Un ciclista se desplaza en línea recta por una carretera a velocidad constante. En esta carretera hay dos coches parados, un delante, C1, y otro detrás, C2, del ciclista. Los coches tienen bocinas idénticas pero el ciclista sentirá que la frecuencia de las bocinas es:
 - A) Mayor la de C1.

- B) La misma.
C) Mayor la de C2.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: A

La ecuación del efecto Doppler es:

$$f(\text{obs}) = f(\text{em}) \frac{v(\text{son}) \pm v(\text{obs})}{v(\text{son}) \pm v(\text{em})}$$

En la que

$f(\text{obs})$ es la frecuencia que percibe el observador.

$f(\text{em})$ es la frecuencia emitida por la fuente.

$v(\text{son})$ es la velocidad del son.

$v(\text{obs})$ es la velocidad del observador.

$v(\text{em})$ es la velocidad del emisor de la frecuencia.

Para un observador dirigiéndose hacia una fuente a ecuación anterior queda:

$$f(\text{obs}) = f(\text{em}) \frac{v(\text{son})}{v(\text{son}) - v(\text{obs})}$$

La frecuencia percibida por el observador es mayor que la emitida.

La situación es equivalente a la de un observador en reposo y una fuente dirigiéndose hacia él.

Esto se puede comprobar escuchando el silbato de un tren que pasa cerca de nosotros. Cuando pasa a nuestro lado el sonido se vuelve más grave. Es más agudo cuando se está acercando y se vuelve más grave cuando se aleja.

2. El silbato de una locomotora emite un sonido de 435 Hz de frecuencia. Si la locomotora se mueve acercándose a un observador en reposo, la frecuencia percibida por el observador es:
A) 435 Hz.
B) Mayor que 435 Hz.
C) Menor que 435 Hz.

(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: B

La ecuación del efecto Doppler es:

$$f(\text{obs}) = f(\text{em}) \frac{v(\text{son}) \pm v(\text{obs})}{v(\text{son}) \pm v(\text{em})}$$

En la que

$f(\text{obs})$ es la frecuencia que percibe el observador.

$f(\text{em})$ es la frecuencia emitida por la fuente.

$v(\text{son})$ es la velocidad del sonido.

$v(\text{obs})$ es la velocidad del observador.

$v(\text{em})$ es la velocidad del emisor de la frecuencia.

Para un observador en reposo y una fuente dirigiéndose hacia él la ecuación anterior queda:

$$f(\text{obs}) = f(\text{em}) \frac{v(\text{son})}{v(\text{son}) - v(\text{em})}$$

La frecuencia percibida por el observador es mayor que la emitida.

Esto se puede comprobar escuchando el silbato de un tren que pasa cerca de nosotros. Cuando pasa a nuestro lado el sonido se torna más grave. Es más agudo cuando se está acercando y se hace más grave cuando se aleja.

● Dioptrio plano.

1. En el fondo de un recipiente lleno de agua se encuentra un tesoro. La distancia aparente entre el tesoro y la superficie es de 30 cm. ¿Cuál es la profundidad del recipiente?:

- A) 30 cm
B) Mayor de 30 cm.
C) Menor de 30 cm.

DATOS: $n(\text{aire}) = 1$; $n(\text{agua}) = 1,33$.

(A.B.A.U. extr. 21)

Solución: B

Aplicando la ley de Snell de la refracción:

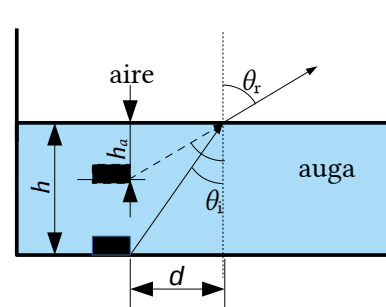
$$1,33 \cdot \sin \theta_i = 1,00 \cdot \sin \theta_r$$

Por tanto:

$$\sin \theta_i < \sin \theta_r$$

$$\theta_i < \theta_r$$

A la vista del dibujo debe cumplirse que: $h > h_a$



2. Cuando la luz pasa de un medio a otro de distinto índice de refracción, el ángulo de refracción es:

- A) Siempre mayor que el incidente.
B) Siempre menor que el incidente.
C) Depende de los valores de los índices de refracción. Justifica la respuesta haciendo un esquema de la marcha de los rayos.

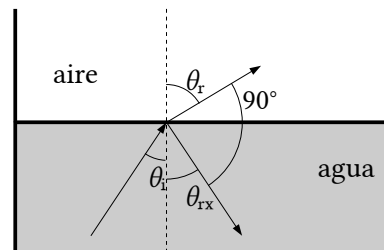
(A.B.A.U. extr. 17)

Solución: B

Cuando la luz pasa de un medio más denso ópticamente (con mayor índice de refracción) a otro menos denso (por ejemplo del agua al aire) el rayo refractado se aleja de la normal. Por la segunda ley de Snell de la refracción:

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

Si $n_i > n_r$, entonces $\sin \theta_r > \sin \theta_i$, y $\theta_r > \theta_i$



3. Cuando un rayo de luz monocromática pasa desde el aire al agua se produce un cambio:

- A) En la frecuencia.
B) En la longitud de onda.
C) En la energía.

Dato: $n(\text{agua}) = 4/3$

(P.A.U. sep. 10)

Solución: B?

El índice de refracción n_i de un medio es el cociente entre la velocidad de la luz c en el vacío y la velocidad de la luz v_i en ese medio

$$n_i = \frac{c}{v_i}$$

Del valor $n(\text{agua}) = 4/3$, se deduce que la velocidad de la luz en el agua es

$$v(\text{agua}) = \frac{c}{4/3} = \frac{3}{4}c < c$$

La frecuencia de una onda armónica es característica e independiente del medio por el que se propaga. Es el número de oscilaciones (en el caso de la luz como onda electromagnética) del campo eléctrico o magnético.

co en la unidad de tiempo y corresponde al número de ondas que pasan por un punto en la unidad de tiempo.

Al pasar de un medio (aire) a otro (agua) en el que la velocidad de propagación es menor, la frecuencia f se mantiene pero la longitud de onda, λ disminuye proporcionalmente, por la relación entre la velocidad de propagación v y la longitud de onda λ ,

$$v = \lambda \cdot f$$

La energía de una luz monocromática es proporcional a la frecuencia (h es la constante de Planck), según la ecuación de Planck,

$$E_f = h \cdot f$$

No variaría al cambiar de medio si éste no absorbiera la luz. El agua va absorbiendo la energía de la luz, por lo que se produciría una pérdida de la energía, que a lo largo de una cierta distancia haría que la luz dejara de propagarse por el agua.

4. Cuando la luz incide en la superficie de separación de dos medios con un ángulo igual al ángulo límite eso significa que:
- A) El ángulo de incidencia y el de refracción son complementarios.
 - B) No se observa rayo refractado.
 - C) El ángulo de incidencia es mayor que el de refracción.

(P.A.U. sep. 05)

Solución: B

Cuando un rayo pasa del medio más denso al menos denso e incide en la superficie de separación con un ángulo superior al ángulo límite, el rayo no sale refractado sino que sufre reflexión total. Si el ángulo de incidencia es igual al ángulo límite, el rayo refractado sale con un ángulo de 90° y no se observa.

5. Un rayo de luz incide desde el aire ($n = 1$) sobre una lámina de vidrio de índice de refracción $n = 1,5$. El ángulo límite para la reflexión total de este rayo es:
- A) $41,8^\circ$
 - B) 90°
 - C) No existe.

(P.A.U. sep. 08)

Solución: C

Para que exista ángulo límite, la luz debe pasar de un medio más denso ópticamente (con mayor índice de refracción) a uno menos denso.

Por la ley de Snell

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

El ángulo límite es el ángulo de incidencia para el que el ángulo de refracción vale 90° .

$$n_1 \cdot \sin \lambda_1 = n_2 \cdot \sin 90^\circ = n_2$$

Si $n_2 > n_1$ entonces:

$$\sin \lambda_1 = n_2 / n_1 > 1$$

Es imposible. El seno de un ángulo no puede ser mayor que uno.

6. Una superficie plana separa dos medios de índices de refracción distintos n_1 y n_2 . Un rayo de luz incide desde el medio de índice n_1 . Razona cuál de las afirmaciones siguientes es verdadera:
- A) El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión.
 - B) Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales.
 - C) Si $n_1 < n_2$ no se produce reflexión total.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: C

Para que exista reflexión total a luz debe pasar de un medio más denso ópticamente (con mayor índice de refracción) a uno menos denso.

Pola ley de Snell

$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen } \theta_2$$

El ángulo límite es el ángulo de incidencia para lo cual el ángulo de refracción vale 90° .

$$n_1 \cdot \text{sen } \lambda_1 = n_2 \cdot \text{sen } 90^\circ = n_2$$

Si $n_2 > n_1$ entonces:

$$\text{sen } \lambda_1 = n_2 / n_1 > 1$$

Es imposible. El seno de un ángulo no puede ser mayor que uno.

7. Una onda incide sobre la superficie de separación de dos medios. Las velocidades de propagación de la onda en el primer y segundo medio son, respectivamente, $1750 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ y $2300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Si el ángulo de reflexión es 45° , el de refracción será:

A) 68°

B) 22°

C) 45°

DATO: $c = 3 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

(A.B.A.U. ord. 18)

Solución: A**Datos**

Velocidad de la onda en el primer medio

Velocidad de la onda en el segundo medio

Ángulo de reflexión

Incógnitas

Ángulo de refracción

Ecuaciones

Índice de refracción de un medio i en el que la luz se desplaza a la velocidad v_i $n_i = \frac{c}{v_i}$

Ley de Snell de la refracción

Cifras significativas: 3

$$v_1 = 1750 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_2 = 2300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\theta_{\text{rx}} = 45,0^\circ$$

$$\theta_r$$

$$n_i \cdot \text{sen } \theta_i = n_r \cdot \text{sen } \theta_r$$

Solución:

Para calcular el ángulo de refracción habrá que aplicar la ley de Snell de la refracción:

$$n_i \cdot \text{sen } \theta_i = n_r \cdot \text{sen } \theta_r$$

Como los datos son las velocidades de propagación de la onda en ambos medios, reescribimos esta ecuación en función de las velocidades, teniendo en cuenta que:

$$n_i = \frac{c}{v_i}$$

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{v_1} = \frac{\text{sen } \theta_2}{v_2}$$

La ley de Snell de la reflexión dice que los ángulos de incidencia y de reflexión son iguales. Por tanto el ángulo de incidencia vale $\theta_i = 45,0^\circ$.

La ecuación anterior queda:

$$\frac{\text{sen } 45,0^\circ}{1750} = \frac{\text{sen } \theta_2}{2300}$$

$$\text{sen } \theta_r = 0,929$$

$$\theta_i = \arcsen 0,929 = 68,3^\circ$$

8. Se hace incidir desde el aire (índice de refracción $n = 1$) un haz de luz láser sobre la superficie de una lámina de vidrio de 2 cm de espesor, cuyo índice de refracción es $n = 1,5$, con un ángulo de incidencia de 60° . El ángulo de refracción después de atravesar la lámina es:

- A) 35°
B) 90°
C) 60°

Haz un breve esquema de la marcha de los rayos.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: A

Datos

Ángulo de incidencia

Espesor de la lámina de vidrio

Índice de refracción del vidrio

Índice de refracción del aire

Incógnitas

Ángulo de desviación del rayo al salir de la lámina

Ecuaciones

Índice de refracción de un medio i en el que la luz se desplaza a la velocidad v_i

Ley de Snell de la refracción

Cifras significativas: 2

$$\theta_{i1} = 60^\circ$$

$$e = 2,0 \text{ cm} = 0,020 \text{ m}$$

$$n_v = 1,50$$

$$n_a = 1,00$$

$$\theta_{r2}$$

$$n_i = \frac{c}{v_i}$$

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

Solución:

Las leyes de Snell de la refracción son:

1ª El rayo incidente, el rayo refractado y la normal están en el mismo plano.

2ª La relación matemática entre los índices de refracción n_i y n_r de los medios incidente y refractado y los ángulos de incidencia y refracción θ_i y θ_r , es:

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

En la figura se representa la trayectoria de la luz. El rayo incidente en el punto A con un ángulo de incidencia $\theta_{i1} = 30^\circ$ pasa del aire al vidrio dando un rayo refractado que forma el primer ángulo de refracción θ_{r1} y el segundo ángulo de incidencia θ_{i2} entre el vidrio y el aire. Finalmente sale de la lámina de vidrio por el punto B con el segundo ángulo de refracción θ_{r2} .

Como el espesor de la lámina es de 10 cm, la longitud recorrida por el rayo es la hipotenusa L del triángulo ABC.

El primer ángulo de refracción θ_{r1} se puede calcular aplicando la ley de Snell

$$1,00 \cdot \sin 60^\circ = 1,50 \cdot \sin \theta_{r1}$$

$$\sin \theta_{r1} = \frac{1,0 \cdot \sin 60^\circ}{1,5} = 0,58$$

$$\theta_{r1} = \arcsen 0,58 = 35^\circ$$

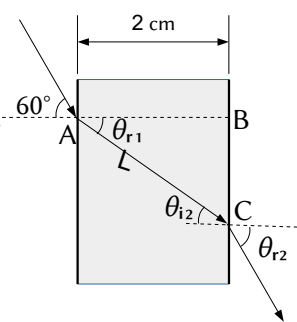
Por tanto la hipotenusa L vale

$$L = \frac{e}{\cos \theta_{r1}} = \frac{2,0 \text{ [cm]}}{\cos 35^\circ} = 1,6 \text{ cm}$$

Como la lámina de vidrio es de caras paralelas, el segundo ángulo de incidencia θ_{i2} es igual al primer ángulo de refracción:

$$\theta_{i2} = \theta_{r1} = 35^\circ$$

Para calcular el ángulo con el que sale de la lámina, se vuelve a aplicar la ley de Snell entre el vidrio (que ahora es el medio incidente) y el aire (que es el medio refractado):



$$1,50 \cdot \sin 35^\circ = 1,00 \cdot \sin \theta_{r2}$$

$$\sin \theta_{r2} = \frac{1,5 \cdot \sin 35^\circ}{1,0} = 0,87$$

$$\theta_{r2} = \arcsen 0,87 = 60^\circ$$

Análisis: Este resultado es correcto porque el rayo sale paralelo al rayo incidente original.

9. El ángulo límite en la refracción agua/aire es de $48,61^\circ$. Si se posee otro medio en el que la velocidad de la luz sea $v(\text{medio}) = 0,878 v(\text{agua})$, el nuevo ángulo límite (medio/aire) será:
- A) Mayor.
B) Menor.
C) No se modifica.

(P.A.U. jun. 04)

Solución: B

El ángulo límite es el ángulo de incidencia para el que el ángulo de refracción vale 90° . Aplicando la 2ª ley de Snell de la refracción:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_i}{v_r}$$

Para el ángulo límite $\lambda(\text{agua})$:

$$\frac{\sin \lambda(\text{agua})}{\sin 90^\circ} = \frac{v(\text{agua})}{v(\text{aire})}$$

$$\sin \lambda(\text{agua}) = \frac{v(\text{agua})}{v(\text{aire})}$$

Con los datos:

$$v(\text{agua}) = v(\text{aire}) \cdot \sin \lambda(\text{agua}) = 0,75 v(\text{aire})$$

Para un nuevo medio en el que $v(\text{medio}) = 0,878 v(\text{agua})$,

$$v(\text{medio}) < v(\text{agua})$$

$$\sin \lambda(\text{medio}) = \frac{v(\text{medio})}{v(\text{aire})} < \sin \lambda(\text{agua}) = \frac{v(\text{agua})}{v(\text{aire})}$$

$$\lambda(\text{medio}) < \lambda(\text{agua})$$

Con los datos:

$$\sin \lambda(\text{medio}) = \frac{v(\text{medio})}{v(\text{aire})} = \frac{0,878 \cdot v(\text{agua})}{v(\text{aire})} = \frac{0,878 \cdot 0,75 \cdot v(\text{aire})}{v(\text{aire})} = 0,66$$

$$\lambda(\text{medio}) = 41^\circ < 48,61^\circ$$

10. Un rayo de luz láser se propaga en un medio acuoso (índice de refracción $n = 1,33$) e incide en la superficie de separación con el aire ($n = 1$). El ángulo límite es:
- A) $36,9^\circ$
B) $41,2^\circ$
C) $48,8^\circ$

(P.A.U. jun. 15)

Solución: C

La ley de Snell de la refracción puede expresarse

$$n_i \sen \theta_i = n_r \sen \theta_r$$

n_i y n_r representan los índices de refracción de los medios incidente y refractado.

θ_i y θ_r son los ángulos de incidencia y refracción que forma cada rayo con la normal a la superficie de separación entre los dos medios.

Ángulo límite λ es el ángulo de incidencia tal que el de refracción vale 90° . Aplicando la ley de Snell

$$1,33 \sen \lambda = 1,00 \sen 90,0^\circ$$

$$\sen \lambda = 1,00 / 1,33 = 0,75$$

$$\lambda = \arcsen 0,75 = 48,6^\circ$$

11. Si el índice de refracción del diamante es 2,52 y el del vidrio 1,27.

A) La luz se propaga con mayor velocidad en el diamante.

B) El ángulo límite entre el diamante y el aire es menor que entre el vidrio y el aire.

C) Cuando la luz pasa de diamante al vidrio el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de refracción.

(P.A.U. jun. 05)

Solución: B

El ángulo límite λ es el ángulo de incidencia para el que el ángulo de refracción vale 90° .

Aplicando la 2ª ley de Snell de la refracción:

$$n_i \cdot \sen \theta_i = n_r \cdot \sen \theta_r$$

El índice de refracción del aire n_a es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío c y la velocidad de la luz en el aire v_a . Como son prácticamente iguales

$$n_a = c / v_a = 1$$

El ángulo límite entre el diamante y el aire es λ_d :

$$n_d \cdot \sen \lambda_d = n_a \cdot \sen 90^\circ = 1$$

$$\lambda_d = \arcsen (1 / n_d) = \arcsen (1 / 2,52) = 23^\circ$$

Análogamente para el vidrio:

$$\lambda_v = \arcsen (1 / 1,27) = 52^\circ$$

Las otras opciones:

A. Se pueden calcular las velocidades de la luz en el diamante y en el vidrio a partir de la definición de índice de refracción,

$$n = c / v$$

$$v_d = c / n_d = 3 \cdot 10^8 \text{ [m/s]} / 2,52 = 1,2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$v_v = c / n_v = 3 \cdot 10^8 \text{ [m/s]} / 1,27 = 2,4 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

C. Cuando la luz pasa de un medio más denso ópticamente (diamante) a otro menos denso (vidrio) el rayo refractado se aleja de la normal (el ángulo de incidencia es menor que el ángulo de refracción)

12. Cuando un rayo de luz incide en un medio de menor índice de refracción, el rayo refractado:

A) Varía su frecuencia.

B) Se acerca a la normal.

C) Puede no existir rayo refractado.

(P.A.U. sep. 07)

Solución: C

Cuando la luz pasa de un medio más denso ópticamente (con mayor índice de refracción) a otro menos denso (por ejemplo del agua al aire) el rayo refractado se aleja de la normal. Por la segunda ley de Snell de

la refracción:

$$n_i \cdot \sin \theta_i = n_r \cdot \sin \theta_r$$

Si $n_i > n_r$, entonces $\sin \theta_r > \sin \theta_i$, y $\theta_r > \theta_i$

Pero existe un valor de θ_i , llamado ángulo límite λ , para el que el rayo refractado forma un ángulo de 90° con la normal. Para un rayo incidente con un ángulo mayor que el ángulo límite, no aparece rayo refractado. Se produce una reflexión total.

13. En el fondo de una piscina hay un foco de luz. Observando la superficie del agua se vería luz:

- A) En toda la piscina.
- B) Solo en el punto encima del foco.
- C) En un círculo de radio R alrededor del punto encima del foco.

(P.A.U. sep. 10)

Solución: C

La superficie circular iluminada se debe a que los rayos que vienen desde el agua e inciden en la superficie de separación con un ángulo superior al ángulo límite no salen al exterior, porque sufren reflexión total.

El ángulo límite es el ángulo de incidencia para que produce un rayo refractado que sale con un ángulo de refracción de 90° .

Por la 2ª ley de Snell

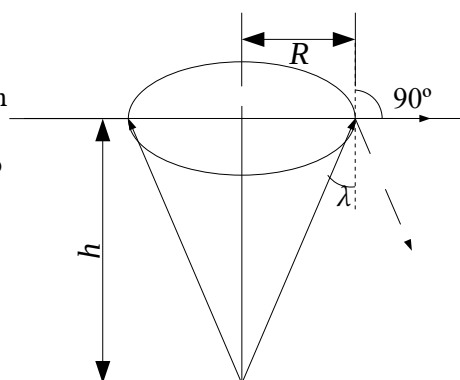
$$n(\text{agua}) \cdot \sin \theta_i = n(\text{aire}) \cdot \sin \theta_r$$

$$n(\text{agua}) \cdot \sin \lambda = 1 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\lambda = \arcsen(1/n(\text{agua}))$$

Del triángulo rectángulo del dibujo se deduce que:

$$R = h \cdot \tan \lambda$$



♦ LABORATORIO

- Haz un esquema del montaje experimental necesario para medir la longitud de onda de una luz monocromática y describe el procedimiento. Explica qué sucede si cambias la red de difracción por otra con el doble número de líneas por milímetro.

(A.B.A.U. ord. 18)

Solución:

[INTERFERENCIA E DIFRACCIÓN](#) en [Prácticas: Orientacións xerais](#) del Grupo de Trabajo.

La separación entre máximos se hace el doble.

- Describe el procedimiento que seguirías en el laboratorio para determinar si la luz es una onda transversal o longitudinal, así como el material que debes utilizar.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución:

Las ondas transversales se polarizan.

[POLARIZACIÓN](#) en [Prácticas: Orientacións xerais](#) del Grupo de Trabajo.

3. En el laboratorio de física se monta un experimento para determinar el índice de refracción de una lámina de vidrio haciendo incidir rayos de luz con distintos ángulos de incidencia θ_1 y midiendo en cada caso el ángulo de refracción θ_2 .
- a) ¿En qué ley física nos basaremos para hacerlo?
- b) Determina el índice de refracción de la lámina a partir de los datos experimentales mostrados en la tabla.

$\theta_1(^{\circ})$	18	24	32	40	50
$\theta_2(^{\circ})$	12	15	20	25	30

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: b) $n_r = 1,53$.**Solución:**

DETERMINACIÓN DO ÍNDICE DE REFRACCIÓN DUN MEDIO en Prácticas: Orientacións xerais del *Grupo de Trabajo*.

- a) La ley de Snell puede resumirse en la ecuación:

$$n_i \cdot \sin \varphi_i = n_r \cdot \sin \varphi_r$$

Si el medio de incidente es el aire, $n_i = 1$, el índice de refracción del vidrio será

$$n_r = \frac{\sin \varphi_i}{\sin \varphi_r}$$

- b) Se hace una tabla calculando los senos de los ángulos de incidente y refracción.

N.º exp.	$\varphi_i/^{\circ}$	$\varphi_r/^{\circ}$	$\sin \varphi_i$	$\sin \varphi_r$	$n_r = \frac{\sin \varphi_i}{\sin \varphi_r}$
1	18	12	0,309	0,208	1,49
2	24	15	0,407	0,259	1,57
3	32	20	0,530	0,342	1,55
4	40	25	0,643	0,423	1,52
5	50	30	0,766	0,500	1,53

El valor medio de los índices de refracción es :

$$n_r = 1,53$$

4. Determina gráficamente el índice de refracción de un vidrio a partir de la siguiente tabla de valores de los ángulos de incidencia, φ_i , y de refracción, φ_r , de la luz. Estima su incertidumbre.

(A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: $n_r = 1,47$.**Solución:**

DETERMINACIÓN DO ÍNDICE DE REFRACCIÓN DUN MEDIO en Prácticas: Orientacións xerais del *Grupo de Trabajo*.

La ley de Snell puede resumirse en la ecuación:

$$n_i \cdot \sin \varphi_i = n_r \cdot \sin \varphi_r$$

Si el medio de incidencia es el aire, $n_i = 1$, el índice de refracción del vidrio será

$$n_r = \frac{\sin \varphi_i}{\sin \varphi_r}$$

Si hacemos una representación gráfica de $\sin \varphi_r$ frente a $\sin \varphi_i$, la pendiente de la gráfica será la inversa del índice de refracción.

$$\text{sen } \varphi_r = (1 / n_r) \cdot \text{sen } \varphi_i$$

Se hace una tabla calculando los senos de los ángulos de incidencia y refracción.

N.º exp.	$\varphi_i / ^\circ$	$\varphi_r / ^\circ$	$\text{sen } \varphi_i$	$\text{sen } \varphi_r$
1	10	6,5	0,174	0,113
2	20	13,5	0,342	0,233
3	30	20,3	0,500	0,347
4	40	25,5	0,643	0,431

En una hoja de cálculo se representan en una gráfica $\text{sen } \varphi_r$ frente a $\text{sen } \varphi_i$ y se traza la línea de tendencia que pasa por el origen de coordenadas.

La inversa de la pendiente será el índice de refracción:

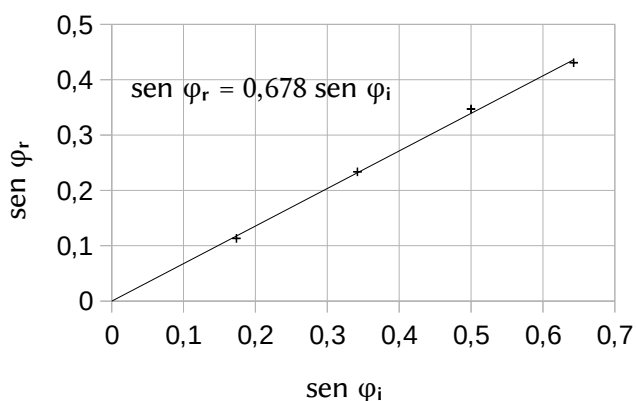
$$n_r = \frac{\text{sen } \varphi_i}{\text{sen } \varphi_r} = \frac{1}{0,678} = 1,47$$

La incertidumbre depende de la incertidumbre de las medidas (¿medio grado?) y del cálculo. Lo más sencillo es ponerlo en función de las cifras significativas.

$$n_r = 1,47 \pm 0,01$$

Si no se tiene una hoja de cálculo se traza a ojo la recta por los puntos. En cuyo caso la incertidumbre va a ser mucho mayor.

$$n_r = 1,5 \pm 0,1$$



5. Estudiando el fenómeno de la refracción en una lámina de vidrio se hace incidir un rayo de luz con distintos ángulos sobre la superficie. En la tabla al margen aparecen los ángulos de incidencia y los ángulos de refracción.

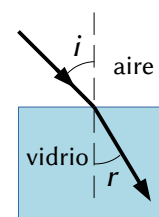
a) Calcula el índice de refracción del material a partir de los datos de la tabla.

b) Indica en qué condiciones se produciría reflexión total.

DATOS: $n(\text{aire}) = 1$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Rta.: a) $n_r = 1,6$; b) $\varphi > 38^\circ$

$i (^\circ)$	$r (^\circ)$
27	16
36	21
48	27
57	31



(A.B.A.U. ord. 20)

Solución:

DETERMINACIÓN DO ÍNDICE DE REFRACCIÓN DUN MEDIO en Prácticas: Orientacións xerais del Grupo de Trabajo.

a) La ley de Snell puede resumirse en la ecuación:

$$n_i \cdot \text{sen } i = n_r \cdot \text{sen } r$$

Si el medio de incidencia es el aire, $n_i = 1$, el índice de refracción del vidrio será

$$n_r = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r}$$

Se hacemos una representación gráfica de $\text{sen } r$ frente a $\text{sen } i$, la pendiente de la gráfica será la inversa del índice de refracción.

$$\text{sen } r = (1 / n_r) \cdot \text{sen } i$$

Se hace una tabla calculando los senos de los ángulos de incidencia y refracción.

$i (^\circ)$	$r (^\circ)$	$\text{sen } i$	$\text{sen } r$	$\text{sen } i / \text{sen } r$
--------------	--------------	-----------------	-----------------	---------------------------------

27	16	0,454	0,276	1,647
36	21	0,588	0,358	1,640
48	27	0,743	0,454	1,637
57	31	0,839	0,515	1,628

En una hoja de cálculo se representan en una gráfica $\text{sen } r$ frente a $\text{sen } i$ y se traza la línea de tendencia que pasa por el origen de coordenadas.

La inversa de la pendiente será el índice de refracción:

$$n_r = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{1}{0,611} = 1,64$$

Si no se tiene una hoja de cálculo se traza a ojo la recta por los puntos. En cuyo caso la incertidumbre va a ser mucho mayor.

$$n_r = 1,6 \pm 0,1$$

A falta de papel milimetrado, el valor del índice de refracción puede calcularse como la media aritmética de los cocientes $\text{sen } i / \text{sen } r$

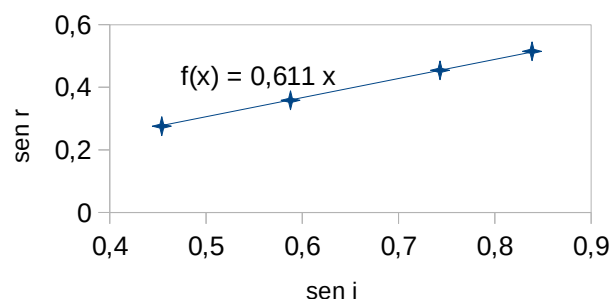
$$n_r = \frac{1,647 + 1,640 + 1,637 + 1,628}{4} = 1,64$$

b) La reflexión total de un rayo de luz ocurre cuando pasa de uno medio de un determinado índice de refracción a otro que tiene un índice mayor si el ángulo de incidencia fuera mayor que el ángulo límite. En este caso podría ocurrir para el rayo de luz en el interior del vidrio al llegar a la superficie de separación del aire. El ángulo límite entre este vidrio y el aire es el ángulo de incidencia a lo que correspondería un ángulo de refracción de 90° .

$$n_i \cdot \text{sen } \lambda = n_r \cdot \text{sen } 90^\circ$$

$$\lambda = \arcsen \frac{n_r}{n_i} = \arcsen \frac{1}{1,64} = 38^\circ$$

Índice de refracción



ACLARACIONES

Los datos de los enunciados de los problemas no suelen tener un número adecuado de cifras significativas, bien porque el redactor piensa que la Física es una rama de las Matemáticas y los números enteros son números «exactos» (p. ej. la velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m/s cree que es 300 000 000,000 000 000 000 000... m/s) o porque aún no se ha enterado de que se puede usar calculadora en el examen y le parece más sencillo usar $3 \cdot 10^8$ que 299 792 458 m/s).

Por eso he supuesto que los datos tienen un número de cifras significativas razonables, casi siempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en ciertos casos, con una incertidumbre desmedida. Así que cuando tomo un dato como $c = 3 \cdot 10^8$ m/s y lo reescribo como:

Cifras significativas: 3

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Lo que quiero indicar es que supongo que el dato original tiene tres cifras significativas (no que las tenga en realidad) para poder realizar los cálculos con una incertidumbre más pequeña que la que tendría en ese caso. ($3 \cdot 10^8$ m/s tiene una sola cifra significativa, y una incertidumbre relativa del 30 %. Como las incertidumbres se suelen acumular a lo largo del cálculo, la incertidumbre final sería inadmisible. Entonces, ¿para qué realizar los cálculos? Con una estimación sería suficiente).

Cuestiones y problemas de las [Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad](#) (A.-B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.

[Respuestas](#) y composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Algunos cálculos se hicieron con una [hoja de cálculo](#) de [LibreOffice](#) u [OpenOffice](#) del mismo autor.



Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de [traducindote](#), de Óscar Hermida López. Se procuró seguir las [recomendaciones](#) del Centro Español de Metrología (CEM)

Actualizado: 27/07/22

Sumario

ONDAS

PROBLEMAS.....	1
<i>Ecuación de onda.....</i>	<i>1</i>
<i>Dioptrio plano.....</i>	<i>26</i>
<i>Intensidad sonora.....</i>	<i>32</i>
CUESTIONES.....	32
<i>Características y ecuación de la las ondas.....</i>	<i>32</i>
<i>Efecto Doppler.....</i>	<i>44</i>
<i>Dioptrio plano.....</i>	<i>46</i>
LABORATORIO.....	52

Índice de pruebas A.B.A.U. y P.A.U.

2004.....	
1. (jun.).....	12, 34, 50
2. (sep.).....	7
2005.....	
1. (jun.).....	16, 44, 51
2. (sep.).....	13, 42, 47
2006.....	
1. (jun.).....	6, 41
2. (sep.).....	40
2007.....	
1. (jun.).....	20, 43
2. (sep.).....	9, 43, 51
2008.....	
1. (jun.).....	35
2. (sep.).....	8, 47
2009.....	
1. (jun.).....	18, 41
2. (sep.).....	39, 42
2010.....	
1. (jun.).....	22, 34, 44
2. (sep.).....	23, 46, 52
2011.....	
1. (jun.).....	43
2. (sep.).....	14, 31, 40
2012.....	
1. (jun.).....	37
2013.....	
1. (jun.).....	30, 42
2. (sep.).....	37
2014.....	
1. (jun.).....	35, 42
2. (sep.).....	28
2015.....	
1. (jun.).....	19, 50
2. (sep.).....	35
2016.....	
1. (jun.).....	11
2. (sep.).....	40
2017.....	
1. (ord.).....	5, 36, 49

2. (extr.).....3, 34, 46

2018.....

1. (ord.).....33, 48, 52

2. (extr.).....33, 39

2019.....

1. (ord.).....27, 32, 39, 52

2. (extr.).....17, 47, 53

2020.....

1. (ord.).....17, 54

2. (extr.).....25, 27, 45

2021.....

1. (ord.).....26, 38, 45

2. (extr.).....2, 46

2022.....

1. (ord.).....1, 39, 53

2. (extr.).....32