

1. (1p) **Comprueba** si es verdadero o falso que...:

- a. 476 es múltiplo de 14
- b. Podría pegar los 264 cromos de una colección en un álbum donde en cada página cupieran exactamente 12 de ellos.
- c. Si apiláramos cajas de 24 cm de altura cada una de ellas se podría llegar a alcanzar una altura de 1,92 m.
- d. 7 es divisor de 107

2. (1.5p) Calcula:

- a. Los 5 primeros múltiplos de 105.
- b. De cuántas formas podríamos formar equipos con 16 alumnos de clase y cuántos equipos habría en cada caso.
- c. Los múltiplos de 15 comprendidos entre 130 y 190.

d. El primer múltiplo de mil mayor que un millón.

e. Todos los divisores de 22.

f. La descomposición en factores primos de 396.

3. (1p) Las siguientes afirmaciones son falsas... **explica o demuestra** dónde está el error:

a. Si un número es primo sólo tiene como divisor a él mismo.

b. Un número tiene infinitos múltiplos y divisores.

c. La descomposición factorial de 4 en factores primos es $4 = 2 + 2$.

d. Los múltiplos un número son siempre mayores que él.

4. (1.5p) Halla TODOS los valores posibles de **a** de manera que el número resultante...:

a. Sea múltiplo de 5 pero no de 2:

4	2	a
---	---	---

b. Sea múltiplo de 3:

a	2	2	4
---	---	---	---

c. Sea múltiplo de 2 y de 11:

9	2	4	a
---	---	---	---

5. (2p) Calcula:

a. El mínimo común múltiplo de 60, 12 y 72.

b. El máximo común divisor de 500 y 240.

c. Los tres primeros múltiplos comunes de 8 y 12 .

d. Todos los divisores comunes de 24 y 16.

6. (1.5p) HEMOS PERDIDO EL HERRANZ

Mi hermana y yo nos hemos levantado tarde. Se nos echa la hora encima y a toda prisa salimos hacia la estación de autobuses de San Lorenzo de el Escorial.



¡¡Corremos, corremos!!... pero de nada sirve, hemos llegado tarde.

Mi hermana ha perdido el 664 y yo el 661, que salían a las 8 de la mañana. Miramos los horarios y vemos que el 661 sale cada 15 minutos y 664 cada 25 minutos, con lo que yo podría coger el de las 8:15 y mi hermana el de las 8:25.

En esto que mi hermana me dice...

“Si te parece bien podemos ir a desayunar, hablamos de nuestras cosas, y cogemos los primeros autobuses que salgan a la vez”

a. ¿Cuánto tiempo tendremos para desayunar si acepto la propuesta?

b. ¿A qué hora saldrán los autobuses?

7. (1.5p) LA FÁBRICA EMBOTELLADORA

Queremos embotellar 120 litros de agua, 168 litros de zumo y 132 litros de leche, en el menos número posible de garrafas de la misma capacidad, sin mezclar los tres productos.



a. ¿De qué capacidad tienen que ser las garrafas?

b. ¿Cuántas garrafas de cada tipo se obtienen?

SOLUCIONES

1. Comprueba si es verdadero o falso que...:

- a. 476 es múltiplo de 14

Resolviendo la división $476 : 14$, se obtiene 34 de cociente y 0 de resto, luego es exacta y 476 es múltiplo de 14

- b. Podría pegar los 264 cromos de una colección en un álbum donde en cada página cupieran exactamente 12 de ellos.

Al resolver la división $264 : 12$ se obtiene 22 de cociente y 0 de resto, luego la división es exacta y sí se podrían pegar los 264 cromos en 22 páginas.

- c. Si apiláramos cajas de 24 cm de altura cada una de ellas se podría llegar a alcanzar una altura de 1,92 m.

Dado que 1,92 m son 192 cm, al resolver la división $192 : 24$, se obtiene 8 de cociente y 0 de resto, luego sí que se podrían apilar 8 cajas de 24 cm de altura.

- d. 7 es divisor de 107

Al resolver la división $107 : 7$, se obtiene de cociente 15 y de resto 2, luego 7 no es divisor de 107

2. Calcula:

- a. Los 5 primeros múltiplos de 105.

105, 210, 315, 420 y 525

- b. De cuántas formas podríamos formar equipos con 16 alumnos de clase y cuántos equipos habría en cada caso.

Buscamos los divisores de 16, que son 16, 8, 4, 2 y 1.

Se podrían formar, por lo tanto, 2 equipos de 8 personas, 4 equipos de 4 personas y 2 equipos de 2 personas.

Dado que el enunciado dice "equipos", no se consideraría un solo equipo de 16 personas ni 16 equipos de 1 persona.

- c. Los múltiplos de 15 comprendidos entre 130 y 190.

$$15 \cdot 9 = 135$$

$$15 \cdot 10 = 150$$

$$15 \cdot 11 = 165$$

$$15 \cdot 12 = 180$$

Los múltiplos pedidos son 135, 150, 165 y 180

- d. El primer múltiplo de mil mayor que un millón.

$$1000 \cdot 1001 = 1001000$$

- e. Todos los divisores de 22.

$$22:1 = 22$$

$$22:2 = 11$$

$$22:11 = 2$$

$$22:22 = 1$$

- f. La descomposición en factores primos de 396.

$$2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$$

3. (1p) Las siguientes afirmaciones son falsas... explica o demuestra dónde está el error:

- a. Si un número es primo sólo tiene como divisor a él mismo.

También tiene como divisor al 1.

- b. Un número tiene infinitos múltiplos y divisores.

Tiene infinitos múltiplos, pero no infinitos divisores

- c. La descomposición factorial de 4 en factores primos es $4 = 2 + 2$.

La descomposición factorial es $4 = 2 \cdot 2$, no $2+2$, pues se trata de factores

- d. Los múltiplos un número son siempre mayores que él.

Puede ser igual al propio número

4. Halla TODOS los valores posibles de **a** de manera que el número resultante...:

a. Sea múltiplo de 5 pero no de 2:

4	2	a
---	---	---

Al ser múltiplo de 5, "a" valdrá 0 o 5. Como no puede ser múltiplo de 2, deberá ser un número impar, luego $a = 5$.

b. Sea múltiplo de 3:

a	2	2	4
---	---	---	---

La suma de sus cifras ha de ser 3 o múltiplo de 3. Las cifras dadas suman $2+2+4=8$, luego los posibles valores de a serán $a=1$ (suman 9), $a=4$ (suman 12) o $a=7$ (suman 15).

c. Sea múltiplo de 2 y de 11:

9	2	4	a
---	---	---	---

Si es múltiplo de 2, los posibles valores de "a" son 0, 2, 4, 6 y 8

La suma de las cifras en posiciones pares es $9+4=13$. La suma de las cifras en posiciones impares es 2 más el valor de "a". Restando las sumas de las posiciones pares e impares, comprobamos para qué valores de "a" la diferencia obtenida vale 0, 11 o múltiplo de 11:

$$\text{Para } a=0, 13-2=11$$

$$\text{Para } a=2, 13-4=9$$

$$\text{Para } a=4, 13-6=7$$

$$\text{Para } a=6, 13-8=5$$

$$\text{Para } a=8, 13-10=3$$

Resultando sólo para $a=0$

5. Calcula:

a. El mínimo común múltiplo de 60, 12 y 72.

Hallamos la descomposición factorial de 60, 12 y 72 y después tomaremos los factores comunes y no comunes con el mayor exponente.

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$\text{m. c. m} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

$$\text{m. c. d} = 2^2 \cdot 3 = 12$$

- b.** El máximo común divisor de 500 y 240.

Hallamos la descomposición en factores primos de 500 y 240 y después tomaremos los factores comunes con el menor exponente:

$$500 = 2^2 \cdot 5^3$$

$$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{m. c. d} = 2^2 \cdot 5 = 20$$

- c.** Los tres primeros múltiplos comunes de 8 y 12 .

Hallamos los primeros múltiplos de 8 y 12 (tabla de multiplicar) y tomamos los tres primeros que sean coincidentes:

$$8 \rightarrow 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104, \dots$$

$$12 \rightarrow 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, \dots$$

Solución: 24, 48 y 72

También bastaría haber hallado el mínimo común múltiplo y los múltiplos de éste.

- d.** Todos los divisores comunes de 24 y 16.

Hallamos los divisores de 24 y 16 y tomamos aquellos que sean coincidentes:

$$24 \rightarrow 24, 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1$$

$$16 \rightarrow 16, 8, 4, 2, 1$$

Solución: 1, 2, 4, 8

6. HEMOS PERDIDO EL HERRANZ

Mi hermana y yo nos hemos levantado tarde. Se nos echa la hora encima y a toda prisa salimos hacia la estación de autobuses de San Lorenzo de el Escorial.

¡¡Corremos, corremos!!... pero de nada sirve, hemos llegado tarde.

Mi hermana ha perdido el 664 y yo el 661, que salían a las 8 de la mañana. Miramos los horarios y vemos que el 661 sale cada 15 minutos y 664 cada 25 minutos, con lo que yo podría coger el de las 8:15 y mi hermana el de las 8:25.



En esto que mi hermana me dice...

“Si te parece bien podemos ir a desayunar, hablamos de nuestras cosas, y cogemos los primeros autobuses que salgan a la vez”

- a. ¿Cuánto tiempo tendremos para desayunar si acepto la propuesta?

Hallamos el mínimo común múltiplo de 15 y 25:

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$25 = 5^2$$

$$\text{m. c. m}(15, 25) = 3 \cdot 5^2 = 75 \text{ minutos}$$

- b. ¿A qué hora saldrán los autobuses?

Sumando 1h 15 min (75 minutos) a las 8 h, volverán a coincidir a las 9 h 15 min.

7. LA FÁBRICA EMBOTELLADORA

Queremos embotellar 120 litros de agua, 168 litros de zumo y 132 litros de leche, en el menos número posible de garrafas de la misma capacidad, sin mezclar los tres productos.

- a. ¿De qué capacidad tienen que ser las garrafas?

Obtenemos el máximo común divisor de 120, 168 y 132:

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$$

$$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$\text{m. c. d} = 2^2 \cdot 3 = 12 \text{ litros}$$

- b. ¿Cuántas garrafas de cada tipo se obtienen?

$$120 : 12 = 10 \text{ garrafas de agua}$$

$$168 : 12 = 14 \text{ garrafas de zumo}$$

$$132 : 12 = 11 \text{ garrafas de leche}$$