PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE MADRID

JULIO – 2020

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

INSTRUCCIONES GENERALES:

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

1º) Se considera el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x+ay+z=a+1 \\ -ax+y-z=2a \\ -y+z=a \end{cases}$ dependientes del parámetro real a. Se pide:

a) Discutir el sistema según los diferentes valores de a.

b) Resolver el sistema para $a=0$.

----

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M=\begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ -a & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } M'=\begin{pmatrix} 1 & a & 1 & a+1 \\ -a & 1 & -1 & 2a \\ 0 & -1 & 1 & a \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función del parámetro a es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ -a & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}=1+a-1+a^2=0;\ \ a^2-a=0 \Rightarrow a_1=0, a_2=1.$$

$$\underline{Para \begin{Bmatrix} a\neq 0 \\ a\neq 1 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rang\ M=Rang\ M'=3=nº\ incóg. \Rightarrow S.C.D.}$$

$$Para\ a=0 \Rightarrow M'=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \{C_1=C_4\} \Rightarrow Rang\ M'=2.$$

$$\underline{Para\ a=0 \Rightarrow Rang\ M=Rang\ M'=2<nº\ incóg. \Rightarrow S.C.I.}$$

$$Para\ a=-1 \Rightarrow M'=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ M' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -1-2-1=-4 \neq 0 \Rightarrow Rang\ M'=3.$$

$$\underline{Para\ a=-1 \Rightarrow Rang\ M=2;\ Rang\ M'=3 \Rightarrow Sistema\ incompatible.}$$

$b)$

Se resuelve para $a=0$; el sistema resulta $\begin{cases} x+z=1 \\ y-z=0 \\ -y+z=0 \end{cases}$, que es compatible indeterminado y equivalente al sistema $\begin{cases} x+z=1 \\ y-z=0 \end{cases}$. Haciendo $y=z=\lambda \Rightarrow x=1-\lambda$.

$$\underline{Solución: x=1-\lambda;\ \ y=\lambda;\ \ z=\lambda,\ \forall\lambda \in R.}$$

****

2º) Dadas las funciones $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$ y $g(x) = 6x$, se pide:

a) Justificar, usando el teorema adecuado, que existe algún punto en el intervalo $[1, 10]$ en el que ambas funciones toman el mismo valor.

b) Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ con pendiente mínima.

c) Calcular $I = \int_1^2 \frac{f(x)}{g(x)} \cdot dx$.

----

a)

Tiene que cumplirse que $f(x) = g(x)$ para $x \in [1, 10]$, o lo que es lo mismo: la función $h(x) = f(x) - g(x) = 0$ para $x \in [1, 10]$.

La función $h(x) = f(x) - g(x) = x^3 + 3x^2 - 1 - 6x$, o con mejor expresión:

$h(x) = x^3 + 3x^2 - 6x - 1$.

La función $h(x)$ en continua en su dominio, que es R, por lo cual le es aplicable el teorema de Bolzano en cualquier intervalo finito que se considere.

El teorema de Bolzano dice que “si $f(x)$ es una función continua en $[a, b]$ y toma valores de distinto signo en los extremos del intervalo, entonces $\exists c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$”.

Aplicando el teorema de Bolzano a la función $h(x)$ en el intervalo $[1, 10]$:

$h(1) = 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 - 1 = 1 + 3 - 6 - 1 = -3 < 0$.

$h(10) = 10^3 + 3 \cdot 10^2 - 6 \cdot 10 - 1 = 1.000 + 300 - 61 = 1.239 > 0$.

$\underline{Queda\ justificado\ que\ f(x)\ y\ g(x)\ tomen\ el\ mismo\ valor\ en\ [1, 10]}$.

b)

La pendiente de la tangente a una función en un punto es igual que el valor de su primera derivada en ese punto.

$m(x) = f'(x) = 3x^2 + 6x$.

Para que m sea mínima es necesario que se anule su primera derivada y sea positiva su segunda derivada para los valores que anulan la primera.

$m'(x) = f''(x) = 6x + 6$. $\quad m'(x) = 0 \Rightarrow 6x + 6 = 0 \Rightarrow x = -1$

$m''(x) = f'''(x) = 6 > 0 \Rightarrow La\ pendiente\ es\ mínima\ para\ x = -1$.

$m = f'(-1) = 3 \cdot (-1)^2 + 6 \cdot (-1) = 3 - 6 = -3.$

El punto de tangencia es el siguiente:

$f(-1) = (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 1 = -1 + 3 - 1 = 1 \Rightarrow P(-1, 1).$

La ecuación de la recta punto-pendiente es $y - y_0 = m(x - x_0)$:

$y - 1 = -3 \cdot (x + 1) = -3x - 3 \Rightarrow \underline{Recta\ tangente: t \equiv 3x + y + 2 = 0}.$

$c)$

$$I = \int_1^2 \frac{f(x)}{g(x)} \cdot dx = \int_1^2 \frac{x^3 + 3x^2 - 1}{6x} \cdot dx = \frac{1}{6} \cdot \int_1^2 \left(x^2 + 3x - \frac{1}{x}\right) \cdot dx =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \left[\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - Lx\right]_1^2 = \frac{1}{6} \cdot \left[\left(\frac{2^3}{3} + \frac{3 \cdot 2^2}{2} - L2\right) - \left(\frac{1^3}{3} + \frac{3 \cdot 1^2}{2} - L1\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{8}{3} + 6 - L2 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 0\right) = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{7}{3} + 6 - L2 - \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{14 + 36 - 6L2 - 9}{6} =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{41 - 6L2}{6} = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{41}{6} - L2\right).$$

$$\underline{I = \int_1^2 \frac{f(x)}{g(x)} \cdot dx = \frac{41}{36} - \frac{L2}{6}}.$$

****

3º) Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x - y = 2 \\ 3x - z = -1 \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = -4 - \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$, se pide:

a) Calcular la posición relativa de las rectas r y s.

b) Hallar la ecuación del plano perpendicular a la recta r y que pasa por el punto $P(2, -1, 5)$.

c) Encontrar la ecuación del plano π paralelo a la recta r que contiene a la recta s.

----

a)

La expresión de r por unas ecuaciones paramétricas es $r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = -2 + \lambda \\ z = 1 + 3\lambda \end{cases}$.

Un punto y un vector director de la recta r son $A(0, -2, 1)$ y $\overrightarrow{v_r} = (1, 1, 3)$.

Un punto y un vector director de la recta s son $B(-1, -4, 0)$ y $\overrightarrow{v_s} = (2, -1, 1)$.

Los vectores $\overrightarrow{v_r}$ y $\overrightarrow{v_s}$ son linealmente independientes por no ser proporcionales sus componentes; esto implica que las rectas r y s se cortan o se cruzan. Para diferenciar el caso hacemos lo siguiente:

Se considera el vector $\vec{w}$ que tiene como origen el punto $A \in r$ y extremo el punto $B \in s$: $\vec{w} = \overrightarrow{AB} = [B - A] = [(-1, -4, 0) - (0, -2, 1)] = (-1, -2, -1)$.

Según que los vectores $\{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\}$ sean o no coplanarios las rectas r y s se cortan o se cruzan, respectivamente.

Los vectores $\{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\}$ son coplanarios cuando el rango del determinante que forman es cero y las rectas r y s se cortan; en caso contrario, se cruzan.

$$Rang\ \{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 1 - 12 - 1 - 3 + 2 + 2 = -11 \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Rang\ \{\overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\} = 3\ \Rightarrow\ \overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}, \vec{w}\ no\ son\ coplanarios.$$

$$\underline{Las\ rectas\ r\ y\ s\ se\ cruzan.}$$

b)

El haz de planos β perpendiculares a r tienen como vector normal al vector director de la recta: $\vec{n} = \overrightarrow{v_r} = (1, 1, 3)$.

La expresión general del haz de planos es $\beta \equiv x + y + 3z + D = 0$.

De los infinitos planos del haz β, el plano γ que contiene al punto $P(2,-1,5)$ es el que satisface su ecuación:

$$\left.\begin{array}{r}\beta \equiv x+y+3z+D=0 \\ P(2,-1,5)\end{array}\right\} \Rightarrow 2-1+3\cdot 5+D=0;\;\; 1+15+D=0;$$

$16+D=0;\;\; D=-16 \Rightarrow \underline{\gamma \equiv x+y+3z-16=0}.$

$c)$

El plano π pedido es el que tiene como vectores a los vectores directores de las rectas r y s y contiene un punto de la recta s.

La expresión general de π es: $\pi(B;\, \overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{v_s}) \equiv \begin{vmatrix} x+1 & y+4 & z \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0;$

$(x+1)+6(y+4)-z-2z+3(x+1)-(y+4)=0;$

$4(x+1)+5(y+4)-3z=0;\;\; 4x+4+5y+20-3z=0.$

$$\underline{\pi \equiv 4x+5y-3z+24=0}.$$

****

4º) Un arquero aficionado dispone de 4 flechas y dispara a un globo colocado en el centro de una diana. La probabilidad de alcanzar el blanco en el primer tiro es del 30 %. En los lanzamientos sucesivos la puntería se va afinando, de manera que en el segundo es del 40 %, en el tercero del 50 % y en el cuarto del 60 %. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que el globo haya explotado sin necesidad de hacer el cuarto disparo.

b) Calcular la probabilidad de que el globo siga intacto tras el cuarto disparo.

c) En una exhibición participan diez arqueros profesionales, que aciertan el 85 % de sus lanzamientos. Calcular la probabilidad de que entre los 10 hayan explotado exactamente 6 globos al primer disparo.

----

a)

$$P(1) = 0{,}3;\ \ P(2) = 0{,}4;\ \ P(3) = 0{,}5;\ \ P(4) = 0{,}6.$$

La probabilidad pedida es la suma de las siguientes probabilidades:

1- Que acierte en el primer lanzamiento.
2- Que falle en el primer lanzamiento y acierte en el segundo.
3- Que falle en los dos primeros lanzamientos y acierte en el tercero.

$$P = 0{,}3 + (1 - 0{,}3) \cdot 0{,}4 + [(1 - 0{,}3) \cdot (1 - 0{,}4)] \cdot 0{,}5 =$$

$$= 0{,}3 + 0{,}7 \cdot 0{,}4 + 0{,}7 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}5 = 0{,}3 + 0{,}28 + 0{,}21 = \underline{0{,}79}.$$

b) Calcular la probabilidad de que el globo siga intacto tras el cuarto disparo.

La probabilidad pedida es equivalente a fallar los 4 primeros lanzamientos:

$$P = (1 - 0{,}3) \cdot (1 - 0{,}4) \cdot (1 - 0{,}5) \cdot (1 - 0{,}6) = 0{,}7 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}4 =$$

$$= 0{,}42 \cdot 0{,}20 = \underline{0{,}084}.$$

c)

Se trata de una distribución binomial con $n = 10;\ \ r = 6;\ p = 0{,}85;\ \ q = 0{,}15.$

$$P = \binom{n}{r} \cdot p^r \cdot q^{n-r} \Rightarrow P = \binom{10}{6} \cdot 0{,}85^6 \cdot 0{,}15^4 = \frac{10!}{4! \cdot 6!} \cdot 0{,}3771 \cdot 0{,}0005 =$$

$$= \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 0{,}000191 = 210 \cdot 0{,}000191 = \underline{0{,}0401}.$$

****

5º) Según informa la Asociación Empresarial de Acuicultura de España, durante el año 2.016 se comercializaron en España doradas, lubinas y rodaballos por un total de 275,8 millones de euros. En dicho informe figura que se comercializaron un total de 13.740 toneladas de doradas y 23.440 toneladas de lubinas. En cuanto a los rodaballos, se vendieron 7.400 toneladas por un valor de 63,6 millones de euros. Sabiendo que el kilo de dorada fue 11 céntimos más caro que el kilo de lubina, se pide calcular el precio del kilo de cada uno de los tres tipos de pescado anteriores.

Sean x, y, z el precio en euros por kilo de doradas, lubinas y rodaballos, respectivamente.

Precio del kilo de rodaballo es: $z = \frac{63{,}6 \cdot 10^6\ euros}{7.400 \cdot 10^3\ kilos} = \frac{636}{74} = 8{,}59459\ euros/kilo.$

$$13.740 \cdot 10^3 x + 23.440 \cdot 10^3 y + 7.400 \cdot 10^3 \cdot 8{,}59459 = 275{,}8 \cdot 10^6;$$

$$13.740x + 23.440y + 7.400 \cdot 8{,}59459 = 275.800;$$

$$1.374x + 2.344y + 740 \cdot 8{,}59459 = 27.580;$$

$$1.374x + 2.344y + 6.360 = 27.580;\quad 1.374x + 2.344y = 21.220.$$

$$x = y + 0{,}11.$$

$$1.374 \cdot (y + 0{,}11) + 2.344y = 21.220;$$

$$1.374y + 148{,}17 + 2.344y = 21.220;\quad 3.718y = 21.220 - 148{,}17 = 21.071{,}83;$$

$$y = \frac{21.071{,}83}{3.718} = 5{,}67. \qquad x = y + 0{,}11 = 5{,}67 + 0{,}11 = 5{,}78.$$

$\underline{Precio\ en\ euros\ por\ kilo: doradas, 5{,}78; lubinas, 5{,}67\ y\ rodaballos, 8{,}59.}$

****

6º) Sea la función $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & si \ \ x \leq 1 \\ (x-1)^3 & si \ \ x > 1 \end{cases}$:

a) Estudie su continuidad en $[-4, 4]$.

b) Analice su derivabilidad y crecimiento en $[-4, 4]$.

c) Determine si la función $g(x) = f'(x)$ está definida, es continua y es derivable en $x = 1$.

----

a)

La función $f(x)$ es continua en su dominio, que es R, excepto para $x = 1$, cuya continuidad es dudosa. Se estudia a continuación.

Una función es continua en un punto cuando sus límites por la izquierda y por la derecha existen y son iguales e iguales al valor de la función en ese punto.

$$Para\ x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} (x-1)^2 = 0 = f(1) \\ \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1} (x-1)^3 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = f(1) \Rightarrow 0 \Rightarrow f(x)$ es continua en R, por lo tanto lo será en cualquier intervalo finito que se considere.

$$\underline{f(x)\ es\ continua\ en\ [-4, 4]}.$$

b)

La función $f(x)$ es derivable en R, excepto para $x = 1$ cuya derivabilidad es dudosa; se estudia a continuación.

Una función es derivable en un punto cuando sus derivadas por la izquierda y por la derecha son iguales.

$$f'(x) = \begin{cases} 2 \cdot (x-1) & si \ \ x \leq 1 \\ 3 \cdot (x-1)^2 & si \ \ x > 1 \end{cases} \Rightarrow f'(0^-) = f'(0^+).$$

$$\underline{La\ función\ f(x)\ es\ derivable\ en\ R, por\ lo\ tanto\ lo\ será\ en\ [-4, 4]}.$$

$$Para\ x < 1 \Rightarrow f'(x) < 0 \Rightarrow \underline{Decreciente\ en\ (-4, 1)}.$$

$$Para\ x > 1 \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow \underline{Creciente\ en\ (1, 4)}.$$

c)

La función es $g(x) = f'(x) = \begin{cases} 2 \cdot (x-1) & si \ \ x \leq 1 \\ 3 \cdot (x-1)^2 & si \ \ x > 1 \end{cases}$.

La función $g(x)$ es continua en su dominio, que es R, excepto para $x = 1$, cuya continuidad es dudosa. Se estudia a continuación.

$$Para\ x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^-} g(x) = \lim\limits_{x\to 1}(2x-2) = 0 = g(1) \\ \lim\limits_{x\to 1^+} g(x) = \lim\limits_{x\to 1}[3\cdot(x-1)^2] = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1^-} g(x) = \lim_{x\to 1^+} g(x) = g(1) \Rightarrow 0 \Rightarrow \underline{g(x)\ es\ continua\ para\ x = 1}.$$

La función $g(x)$ es derivable en R, excepto para $x = 1$ cuya derivabilidad es dudosa; se estudia a continuación.

$$g'(x) = f''(x) = \begin{cases} 2 & si\ \ x \le 1 \\ 6(x-1) & si\ \ x > 1 \end{cases} \Rightarrow\ f'(1^-) = 2 \neq g'(1^+) = 0.$$

$$\underline{La\ función\ g(x)\ no\ es\ derivable\ para\ x = 1}.$$

****

7º) Dados los puntos $P(-3,1,2)$ y $Q(-1,0,1)$ y el plano $\pi \equiv x+2y-3z=4$, se pide:

a) Hallar la proyección de Q sobre π.

b) Escribir la ecuación del plano paralelo a π que pasa por el punto P.

c) Escribir la ecuación del plano β perpendicular a π que contiene a los puntos P y Q.

----

a)

Un vector normal del plano π es $\vec{n}=(1,2,-3)$.

La recta r, perpendicular al plano π que contiene al punto $Q(-1,0,1)$ tiene la siguiente expresión dada por unas ecuaciones paramétricas: $r \equiv \begin{cases} x=-1+\lambda \\ y=2\lambda \\ z=1-3\lambda \end{cases}$.

El punto Q', proyección ortogonal de Q sobre el plano π es la intersección de la recta r con π:

$$\left.\begin{array}{r} r \equiv \begin{cases} x=-1+\lambda \\ y=2\lambda \\ z=1-3\lambda \end{cases} \\ \pi \equiv x+2y-3z=4 \end{array}\right\} \Rightarrow (-1+\lambda)+2\cdot(2\lambda)-3\cdot(1-3\lambda)=4;$$

$$-1+\lambda+4\lambda-3+9\lambda=4;\ \ 14\lambda=8;\ \ \lambda=\frac{4}{7} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=-1+\frac{4}{7}=-\frac{3}{7} \\ y=\frac{8}{7} \\ z=1-\frac{12}{7}=-\frac{5}{7} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \underline{Q'\left(-\frac{3}{7},\frac{8}{7},-\frac{5}{7}\right)}$.

b)

El haz de planos γ paralelos a π tiene por expresión $\gamma \equiv x+2y-3z+D=0$.

De todos los infinitos planos del haz γ, el plano π' que contiene a $P(-3,1,2)$ es el que satisface su ecuación:

$$\left.\begin{array}{r} \gamma \equiv x+2y-3z+D=0 \\ P(-3,1,2) \end{array}\right\} \Rightarrow -3+2\cdot 1-3\cdot 2+D=0 \Rightarrow D=7.$$

$$\underline{\pi' \equiv x+2y-3z+7=0}.$$

c)

Los puntos $P(-3,1,2)$ y $Q(-1,0,1)$ determinan el vector $\overrightarrow{PQ}=(2,-1,-1)$.

El plano β pedido tiene como vectores directores a $\vec{n} = (1, 2, -3)$ y $\overrightarrow{PQ}$ y contiene a cualquiera de los puntos dados, por ejemplo, $Q(-1, 0, 1)$. Su expresión general es la siguiente: $\beta\left(Q;\ \vec{n}, \overrightarrow{PQ}\right) \equiv \begin{vmatrix} x+1 & y & z-1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0;$

$-2(x+1) - 6y - (z-1) - 4(z-1) - 3(x+1) + y = 0;$

$-5(x+1) - 5y - 5(z-1) = 0;\ \ (x+1) + y + (z-1) = 0 \Rightarrow$

$$\underline{\beta \equiv x + y + z = 0}.$$

****

8º) Se consideran dos sucesos A y B tales que $P(A) = 0{,}5; P(B) = 0{,}25; P(A \cap B) = 0{,}125$. Responder de manera razonada o calcular lo que se pide en los siguientes casos:

a) Con C otro suceso, incompatible con A y con B. ¿Son compatibles los sucesos C y $A \cup B$?

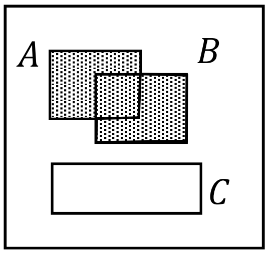
b) ¿Son A y B independientes?

c) Calcular la probabilidad $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

d) Calcular $P(\overline{B}/A)$.

----

a)



Los sucesos A y B no son incompatibles ya que $P(A \cap B) = 0{,}125 \neq 0$. Por ser C incompatible con A y con B, también lo será con su unión. El gráfico adjunto facilita la comprensión del ejercicio.

$\underline{Los\ sucesos\ C\ y\ (A \cup B)\ son\ independientes.}$

b)

Dos sucesos A y B son independientes cuando $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$:

$P(A) \cdot P(B) = 0{,}5 \cdot 0{,}25 = 0{,}125 = P(A \cap B)$.

$\underline{Por\ lo\ expuesto\ anteriormente\ los\ sucesos\ A\ y\ B\ son\ independientes.}$

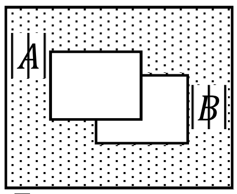
c)

$P = P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B) =$

$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] =$

$= 1 - (0{,}5 + 0{,}25 - 0{,}125) =$

$= 1 - (0{,}75 - 0{,}125) = 1 - 0{,}625 = \underline{0{,}375}.$

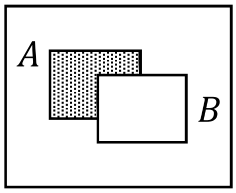


$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B)$

d)

$P(\overline{B}/A) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} =$

$= \frac{0{,}5 - 0{,}125}{0{,}5} = \frac{0{,}375}{0{,}5} = \underline{0{,}75}.$



$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

****