

PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)**UNIVERSIDAD DE MADRID****SEPTIEMBRE – 2010 (ESPECÍFICO)**

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS IITiempo máximo: 1 hora y 30 minutos

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

OPCIÓN A

1º) Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 3 - \lambda \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ x + y = -2 \end{cases}$. Determinar la ecuación de la recta t que pasa por el punto $P(0, 1, -2)$ y corta a las rectas r y s .

En primer lugar determinamos un punto y un vector director de cada una de las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 3 - \lambda \end{cases} \Rightarrow \underline{A(1, 2, 3)} ;; \underline{\vec{u} = (1, 0, -1)}.$$

$$s \equiv \begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ x + y = -2 \end{cases} \Rightarrow \underline{y = \mu} \Rightarrow \underline{x = -2 - \mu} ;; x + 2y - z = -1 \Rightarrow z = x + 1 + 2\mu =$$

$$= -2 - \mu + 1 + 2\mu = \underline{-1 + \mu = z} \Rightarrow s \equiv \begin{cases} x = -2 - \mu \\ y = \mu \\ z = -1 + \mu \end{cases} \Rightarrow \underline{B(-2, 0, -1)} ;; \underline{\vec{v} = (-1, 1, 1)}$$

En segundo lugar determinamos los vectores $\vec{AP}$ y $\vec{BP}$:

$$\vec{AP} = P - A = (0, 1, -2) - (1, 2, 3) = \underline{(-1, -1, -5)} = \underline{\vec{AP}}$$

$$\overrightarrow{BP} = P - B = (0, 1, -2) - (-2, 0, -1) = (2, 1, -1) = \overrightarrow{BP}$$

A continuación vamos a determinar los planos π_1 y π_2 del siguiente modo:

$$\pi_1(P; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{AP}) \equiv \begin{vmatrix} x & y-1 & z+2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -5 \end{vmatrix} = 0 \quad ;; \quad (y-1) - (z+2) - x + 5(y-1) = 0 \quad ;;$$

$$-x + 6(y-1) - (z+2) = 0 \quad ;; \quad -x + 6y - 6 - z - 2 = 0 \quad ;; \quad \underline{\pi_1 \equiv x - 6y + z + 8 = 0}.$$

$$\pi_2(P; \overrightarrow{v}, \overrightarrow{BP}) \equiv \begin{vmatrix} x & y-1 & z+2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \quad ;;$$

$$-x + 2(y-1) - (z+2) - 2(z+2) - x - (y-1) = 0 \quad ;; \quad -2x + (y-1) - 3(z+2) = 0 \quad ;;$$

$$-2x + y - 1 - 3z - 6 = 0 \quad ;; \quad \underline{\pi_2 \equiv 2x - y + 3z + 7 = 0}.$$

La recta t pedida es la que determinan los planos π_1 y π_2 :

$$\underline{\underline{t \equiv \begin{cases} x - 6y + z + 8 = 0 \\ 2x - y + 3z + 7 = 0 \end{cases}}}$$

2º) El sistema $A \cdot X = B$, donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ \alpha & 5 & \alpha \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, tiene diferentes soluciones según sea la matriz B.

a) Determinar, si existen, el valor o valores de α para los que el sistema es compatible determinado (independientemente del valor de B).

b) Si $\alpha = 4$ y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ b \end{pmatrix}$, determinar, si existen, el valor o valores de b para los que el sistema es incompatible.

c) Si $\alpha = 4$ y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ c \\ 10 \end{pmatrix}$, determinar, si existen, el valor o valores de c para los que el sistema es compatible indeterminado. Resolver el sistema.

a)

Según el teorema de Rouché-Fröbenius, para que el sistema sea compatible determinado es condición necesaria que el determinante de la matriz de coeficientes sea distinta de cero.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ \alpha & 5 & \alpha \end{vmatrix} = 2\alpha - 2\alpha = 0.$$

$$\underline{\underline{|A| = 0, \forall \alpha \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{El sistema nunca es compatible determinado}}}$$

b)

Para $\alpha = 4$ y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ b \end{pmatrix}$ las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & 4 \end{pmatrix} \text{ y } A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 4 & b \end{pmatrix}.$$

El rango de A es 2 y el rango de A' en función de b es el siguiente:

$$\text{Rango } A' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 4 & 5 & b \end{vmatrix} = 2b + 5 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{b = -\frac{5}{2}}}.$$

$$\text{Rango } A' \Rightarrow \{C_1, C_3, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 4 & 4 & b \end{vmatrix} = -4 + 4 = 0.$$

$$\text{Rango } A' \Rightarrow \{C_2, C_3, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 5 & 4 & b \end{vmatrix} = -5 - 2b = 0 \Rightarrow \underline{b = -\frac{5}{2}}.$$

$$\underline{\underline{\text{Para } b \neq -\frac{5}{2} \Rightarrow \text{Rango } A = 2 \;; \text{Rango } A' = 3 \Rightarrow \text{Incompatible}}}$$

c)

Para $\alpha = 4$ y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ c \\ 10 \end{pmatrix}$ las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & 4 \end{pmatrix} \text{ y } A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & c \\ 4 & 5 & 4 & 10 \end{pmatrix}.$$

El rango de A es 2 y el rango de A' en función de c es el siguiente:

$$\text{Rango } A' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & c \\ 4 & 5 & 10 \end{vmatrix} = 20 - 5c = 0 \Rightarrow \underline{c = 4}.$$

$$\text{Rango } A' \Rightarrow \{C_1, C_3, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & c \\ 4 & 4 & 10 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\text{Rango } A' \Rightarrow \{C_2, C_3, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & c \\ 5 & 4 & 10 \end{vmatrix} = 5c - 20 = 0 \Rightarrow \underline{c = 4}.$$

$$\underline{\underline{\text{Para } c = 4 \Rightarrow \text{Rango } A = \text{Rango } A' = 2 \Rightarrow \text{Compatible Indeterminado}}}$$

$$\text{El sistema resulta } \left. \begin{array}{l} x + z = 0 \\ 2y = 4 \\ 4x + 5y + 4z = 10 \end{array} \right\}, \text{ equivalente a } \left. \begin{array}{l} x + z = 0 \\ y = 2 \\ 4x + 5y + 4z = 10 \end{array} \right\}.$$

Despreciando una de las ecuaciones, por ejemplo la tercera, resulta $\left. \begin{array}{l} x + z = 0 \\ y = 2 \end{array} \right\},$

cuyas soluciones son las siguientes:

$$\left. \begin{array}{l} x = \lambda \\ y = 2 \\ z = -\lambda \end{array} \right\}, \quad \forall \lambda \in R$$

3º) Obtener el valor de α para que: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 3}{x^2 + 3} \right)^{\alpha x^2} = 4.$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 3}{x^2 + 3} \right)^{\alpha x^2} &= 4 \quad ;; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 3 - 6}{x^2 + 3} \right)^{\alpha x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{-6}{x^2 + 3} \right)^{\alpha x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x^2 + 3}{-6}} \right)^{\alpha x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x^2 + 3}{-6} \cdot \frac{-6}{x^2 + 3} \cdot \alpha x^2} \right)^{\alpha x^2} = \\ &= \left[\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x^2 + 3}{-6}} \right)^{\frac{x^2 + 3}{-6}} \right]^{\frac{-6 \alpha x^2}{x^2 + 3}} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6 \alpha x^2}{x^2 + 3}} = e^{-6 \alpha} = 4 \Rightarrow -6 \alpha = L 4 \quad ;; \quad \alpha = \frac{2 L 2}{-6} = \underline{\underline{\frac{L 2}{-3}}} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{\alpha = -\frac{1}{3} L 2}}$$

4º) Hallar: a) $I_1 = \int_{14}^{16} (x-15)^8 \cdot dx$

b) $I_2 = \int_9^{11} (x-10)^{19} \cdot (x-9) \cdot dx$.

Debe hacerse constar que no se trata de calcular las superficies sino de calcular las integrales definidas, por lo tanto, no es preciso considerar las ordenadas positivas o negativas de las funciones a integrar.

a)

$$I_1 = \int_{14}^{16} (x-15)^8 \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x-15=t \\ dx=dt \end{array} \middle| \begin{array}{l} x=16 \rightarrow t=1 \\ x=14 \rightarrow t=-1 \end{array} \right\} \Rightarrow I_1 = \int_{-1}^1 t^8 \cdot dt = \left[\frac{t^9}{9} \right]_{-1}^1 =$$

$$= \frac{1^9}{9} - \frac{(-1)^9}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9} = I_1.$$

b)

$$I_2 = \int_9^{11} (x-10)^{19} \cdot (x-9) \cdot dx = \int_9^{11} (x-10)^{19} \cdot (x-10+1) \cdot dx =$$

$$= \int_9^{11} (x-10)^{20} \cdot dx + \int_9^{11} (x-10)^{19} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x-10=t \\ dx=dt \end{array} \middle| \begin{array}{l} x=11 \rightarrow t=1 \\ x=9 \rightarrow t=-1 \end{array} \right\} \Rightarrow I_2 = \int_{-1}^1 t^{20} \cdot dt + \int_{-1}^1 t^{19} \cdot dt =$$

$$= \left[\frac{t^{21}}{21} \right]_{-1}^1 + \left[\frac{t^{20}}{20} \right]_{-1}^1 = \left[\frac{1^{21}}{21} - \frac{(-1)^{21}}{21} \right] + \left[\frac{1^{20}}{20} - \frac{(-1)^{20}}{20} \right] = \frac{1}{21} + \frac{1}{21} + \frac{1}{20} - \frac{1}{20} = \frac{2}{21} = I_2$$

OPCIÓN B

1º) Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y + kz = k \\ x + ky + z = k^2 \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$, se pide:

a) Discutirlo según los valores del parámetro k.

b) Resolverlo para $k = 0$.

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } M' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k & k \\ 1 & k & 1 & k^2 \\ k & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

El rango de M en función del parámetro k es el siguiente:

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{vmatrix} = k + k + k - k^3 - 1 - 1 = -k^3 + 3k - 2 = 0 \quad ; \quad k^3 - 3k + 2 = 0.$$

Resolviendo por Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -3 & 2 \\ 1 & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & & 1 & 2 & \\ \hline & 1 & 2 & 0 & \\ -2 & & -2 & & \\ \hline & 1 & 0 & & \end{array}$$

Para $\begin{cases} k_1 \neq 1 \\ k_2 \neq -2 \end{cases} \Rightarrow \text{Rango } M = \text{Rango } M' = 3 = \text{nº incógnitas} \Rightarrow \text{Compatible Determinado}$

$$\text{Para } k = 1 \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\text{Rango } M' = 1}.$$

$$\text{Para } k = -2 \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Rango de } M' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 4 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2 - 2 - 8 + 8 - 4 - 1 = -9 \neq 0 \Rightarrow \underline{\underline{Rango M' = 3.}}$$

Para $k = 1 \Rightarrow Rango M = Rango M' = 1 < n^\circ \text{ incóg.} \Rightarrow \text{Compatible Indeterminado}$
(con dos grados de libertad, o sea: con dos parámetros)

Para $k = -2 \Rightarrow Rango M = 2 ; ; Rango M' = 3 \Rightarrow \text{Incompatible}$

b)

Resolvemos para $k = 0$; resulta el sistema $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + z = 0 \\ y + z = 1 \end{cases}$, que es compatible determi-

nado. Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2} = x ; ; y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} = y ; ; z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} = z$$

2º) Dada la función $f(x) = \frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5}$, se pide:

- a) Estudiar y obtener las asíntotas.
- b) Estudiar los intervalos de concavidad y convexidad.
- c) Representar gráficamente la función.

a)

Las asíntotas pueden ser horizontales, verticales y oblicuas.

Horizontales: son los valores finitos que toma la función cuando x tiende a infinito; son de la forma $y = k$.

$$y = k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5} = \infty \Rightarrow \underline{\text{No tiene.}}$$

Verticales: son los valores de x que anulan el denominador.

$$x + 5 = 0 \Rightarrow \underline{x = -5.}$$

La recta $x = -5$ es asíntota vertical.

Oblicuas: son de la forma $y = mx + n$, siendo:

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 20}{x^2 + 5x} = \underline{3 = m}.$$

$$\begin{aligned} n &= \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5} - 3x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 20 - 3x^2 - 15x}{x + 5} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-10x - 20}{x + 5} = \underline{-10 = n}. \end{aligned}$$

La asíntota oblicua es $y = 3x - 10$.

b)

Una función es cóncava ($\cap$) o convexa ($\cup$) cuando la segunda derivada es negativo o positiva, respectivamente.

$$f'(x) = \frac{(6x + 5) \cdot (x + 5) - (3x^2 + 5x - 20) \cdot 1}{(x + 5)^2} = \frac{6x^2 + 30x + 5x + 25 - 3x^2 - 5x + 20}{(x + 5)^2} =$$

$$= \frac{3x^2 + 30x + 45}{(x+5)^2} = 3 \cdot \frac{x^2 + 10x + 15}{(x+5)^2} = f'(x).$$

$$f''(x) = 3 \cdot \frac{(2x+10) \cdot (x+5)^2 - (x^2 + 10x + 15) \cdot 2 \cdot (x+5)}{(x+5)^4} =$$

$$= 3 \cdot \frac{(2x+10) \cdot (x+5) - 2x^2 - 20x - 30}{(x+5)^3} = 3 \cdot \frac{2x^2 + 10x + 10x + 50 - 2x^2 - 20x - 30}{(x+5)^3} =$$

$$= 3 \cdot \frac{50 - 30}{(x+5)^3} = \frac{60}{(x+5)^3} = f''(x) \Rightarrow \begin{cases} x < -5 \rightarrow f''(x) < 0 \\ x > -5 \rightarrow f''(x) > 0 \end{cases}$$

$$\underline{\underline{\text{Concavidad } (\cap) \Rightarrow x \in (-\infty, -5)}}$$

$$\underline{\underline{\text{Convexidad } (\cup) \Rightarrow x \in (-5, +\infty)}}$$

c)

Para la representación gráfica de la función tenemos en cuenta que su dominio es el conjunto de los números reales, excepto para $x = -5$.

La función no corta al eje X y al eje Y lo corta en el punto A(0, -4).

Los máximos y mínimos relativos de la función son los siguientes:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3 \cdot \frac{x^2 + 10x + 15}{(x+5)^2} = 0 \quad ; \quad x^2 + 10x + 15 = 0 \quad ; \quad x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 60}}{2} =$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{40}}{2} = \frac{-10 \pm 2\sqrt{10}}{2} = -5 \pm \sqrt{10} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -5 - \sqrt{10} \cong -8'16 \\ x_2 = -5 + \sqrt{10} \cong -1'84 \end{cases}$$

$$f''(x) = \frac{60}{(x+5)^3} \Rightarrow f''(-5 - \sqrt{10}) = \frac{60}{(-5 - \sqrt{10} + 5)^3} = \frac{60}{(-\sqrt{10})^3} < 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{Máximo}}}.$$

$$f(-5 - \sqrt{10}) = \frac{3 \cdot (-5 - \sqrt{10})^2 + 5 \cdot (-5 - \sqrt{10}) - 20}{-5 - \sqrt{10} + 5} = \frac{3 \cdot (25 + 10\sqrt{10} + 10) - 25 - 5\sqrt{10} - 20}{-\sqrt{10}} =$$

$$= \frac{105 + 30\sqrt{10} - 45 - 5\sqrt{10}}{-\sqrt{10}} = \frac{65 + 25\sqrt{10}}{-\sqrt{10}} = -\frac{65\sqrt{10} + 250}{10} = -\frac{13\sqrt{10} + 50}{2} \cong -45'55 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\text{Máximo relativo}}} \Rightarrow \underline{\underline{B(-8'16, -45'55)}}.$$

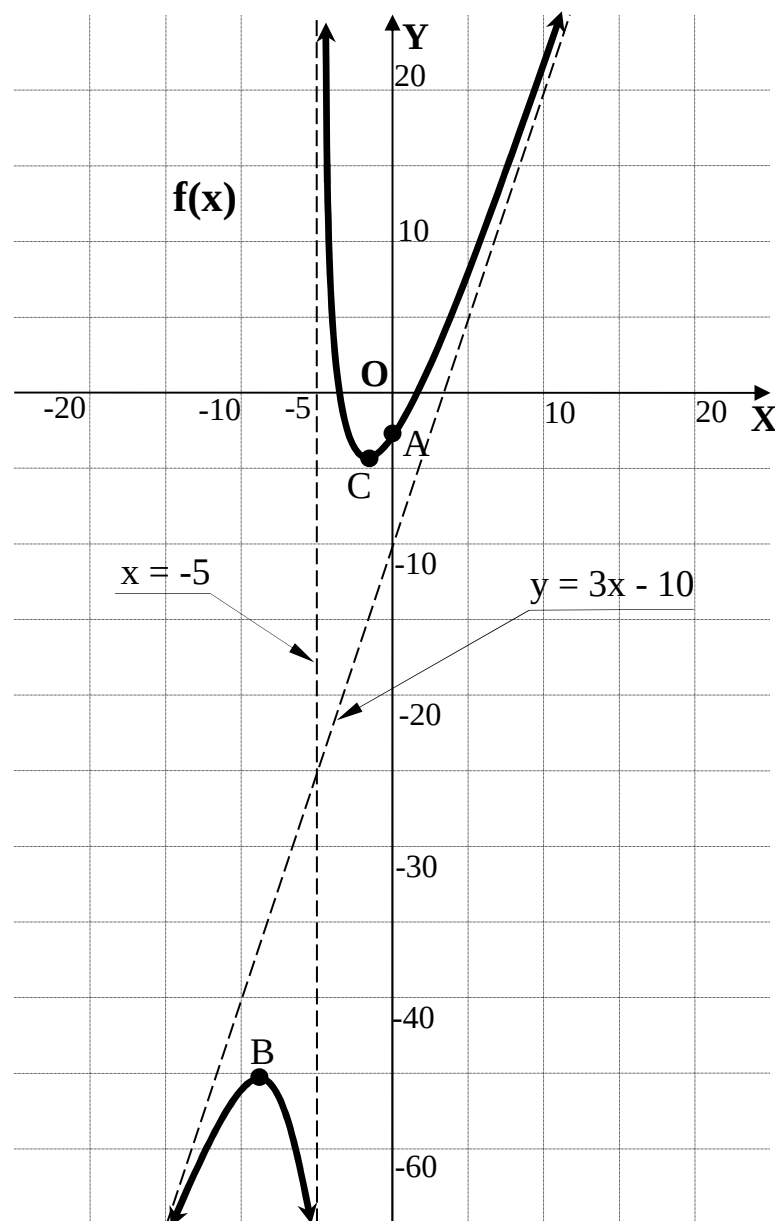
$$f''(x) = \frac{60}{(x+5)^3} \Rightarrow f''(-5+\sqrt{10}) = \frac{60}{(-5+\sqrt{10}+5)^3} = \frac{60}{(\sqrt{10})^3} > 0 \Rightarrow \underline{\text{Mínimo}}.$$

$$f(-5+\sqrt{10}) = \frac{3 \cdot (-5+\sqrt{10})^2 + 5 \cdot (-5+\sqrt{10}) - 20}{-5+\sqrt{10}+5} = \frac{3 \cdot (25-10\sqrt{10}+10) - 25 + 5\sqrt{10} - 20}{\sqrt{10}} =$$

$$= \frac{105 - 30\sqrt{10} - 45 + 5\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{65 - 25\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{65\sqrt{10} - 250}{10} = \frac{13\sqrt{10} - 50}{2} \cong -4'45 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\text{Mínimo relativo}} \Rightarrow \underline{C(-1'84, -4'45)}.$$

Con los datos obtenidos se puede hacer la siguiente representación gráfica, aproximada, de la función:



3º) Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} 2x + y - z = -2 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{2}$, se pide:

a) Dados los puntos A(1, 0, -1) y B(α , 3, -3), determinar el valor de α para que la recta t que pasa por los puntos A y B, sea paralela a la recta s.

b) Hallar la ecuación del plano π que contiene a r y es paralela a s.

a)

El vector director de la recta t puede ser cualquiera que sea linealmente dependiente del vector $\vec{w} = \overrightarrow{AB} = B - A = (\alpha, 3, -3) - (1, 0, -1) = (\alpha - 1, 3, -2)$.

Para que la recta t sea paralela a la recta s, sus vectores directores tienen que ser linealmente dependientes (paralelos). Siendo $\vec{v} = (1, -3, 2)$ el vector director de s, tiene que cumplirse lo siguiente:

$$\frac{\alpha - 1}{1} = \frac{3}{-3} = \frac{-2}{2} \Rightarrow \alpha - 1 = -2 \quad ; ; \quad \underline{\underline{\alpha = 2}}.$$

b)

Un vector director de la recta r puede ser cualquier vector que sea linealmente dependiente del vector que se obtiene al multiplicar vectorialmente los vectores normales de los planos que la determinan, que son $\vec{n}_1 = (2, 1, -1)$ y $\vec{n}_2 = (1, -2, 0)$.

$$\vec{u}' = \vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -j - 4k - k - 2i = -2i - j - 5k = (-2, -1, -5) = \vec{u}'.$$

Un vector director de r es $\vec{u} = (2, 1, 5)$. Un punto de r es A(-1, 0, 0).

La ecuación del plano π que contiene a r y es paralela a s puede determinarse por los vectores directores de las rectas y el punto A de r de la siguiente forma:

$$\pi(A; \vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x+1 & y & z \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad ; ; \quad 2(x+1) + 5y - 6z - z + 15(x+1) - 4y = 0 \quad ; ;$$

$$17(x+1) + y - 7z = 0 \quad ; ; \quad 17x + 17 + y - 7z = 0.$$

$$\underline{\underline{\pi \equiv 17x + y - 7z + 17 = 0}}$$

4º) Hallar la ecuación del plano π que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los planos $\pi_1 \equiv 5x - y - 7z = 1$ y $\pi_2 \equiv 2x + 3y + z = 5$.

Los vectores normales de los planos dados son $\vec{n}_1 = (5, -1, -7)$ y $\vec{n}_2 = (2, 3, 1)$.

El vector normal de π es cualquier vector linealmente dependiente al producto vectorial de los vectores $\vec{n}_1$ y $\vec{n}_2$:

$$\begin{aligned}\vec{n} = \vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2 &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & -1 & -7 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -i - 14j + 15k + 2k + 21i - 5j = 20i - 19j + 17k = \\ &= \underline{(20, -19, 17)} = \vec{n} .\end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que el plano π , por contener al origen, carece de término independiente, su ecuación general es:

$$\underline{\underline{\pi \equiv 20x - 19y + 17z = 0}}$$
