PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE MADRID

JUNIO – 2000

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II　　　　Tiempo máximo: 1 hora y 30 minutos

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a los ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido de una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

OPCIÓN A

1º) Resolver el siguiente ecuación vectorial: $\overrightarrow{x} \wedge (2,\ 1,\ -1) = (1,\ 3,\ 5)$, siendo $|x| = \sqrt{6}$, donde el símbolo $\wedge$ significa producto vectorial.

Sea el vector $\overrightarrow{x} = (a,\ b,\ c)$

$$\overrightarrow{x} \wedge (2,\ 1,\ -1) = (a,\ b,\ c) \wedge (2,\ 1,\ -1) = (1,\ 3,\ 5)\ ;;\ \begin{vmatrix} i & j & k \\ a & b & c \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (1,\ 3,\ 5)\ ;;$$

$$-bi + 2cj - ak - 2bk - ci + aj = (-b-c)i + (a+2c)j + (-a-2b)k = (1,\ 3,\ 5) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -b-c=1 \\ a+2c=3 \\ -a-2b=5 \end{cases} \Rightarrow \underline{c=\lambda} \Rightarrow \underline{a=3-2\lambda}\ ;;\ \underline{b=-1-\lambda} \Rightarrow \underline{\overrightarrow{x} = (3-2\lambda,\ -1-\lambda,\ \lambda)}$$

Como tiene que ser $|x| = \sqrt{6}$:

$$\sqrt{(3-2\lambda)^2 + (-1-\lambda)^2 + \lambda^2} = \sqrt{6}\ ;;\ 9-12\lambda+4\lambda^2+1+2\lambda+\lambda^2+\lambda^2 = 6\ ;;$$

$$6\lambda^2 - 10\lambda + 4 = 0\ ;;\ 3\lambda^2 - 5\lambda + 2 = 0\ ;;\ \lambda = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{6} = \frac{5 \pm 1}{6} \Rightarrow \underline{x_1 = 1}\ ;;\ \underline{x_2 = \frac{2}{3}}$$

$$Soluciones:\ \underline{\underline{\overrightarrow{x_1} = (1,\ -2,\ 1)}}\ y\ \underline{\underline{\overrightarrow{x_2} = \left(\frac{5}{3},\ -\frac{5}{3},\ \frac{2}{3}\right)}}$$

****

2º) a) Determinar el centro y el radio de la esfera $x^2+y^2+z^2-2x+4y+8z-4=0$.

b) Determinar el centro y el radio de la circunferencia intersección de la esfera del apartado anterior con el plano z = 0.

----

a)

La ecuación de una esfera de centro O'(a, b, c) y radio r se deduce de la siguiente expresión:

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$;; $x^2-2ax+a^2+y^2-2by+b^2+z^2-2cz+c^2=r^2$;;

$$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2bz+\left(a^2+b^2+c^2-r^2\right)=0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}-2a=A\\-2b=B\\-2c=C\\a^2+b^2+c^2-r^2=D\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{x^2+y^2+z^2+Ax+By+Cz+D=0}}$$

Aplicando lo anterior al caso que nos ocupa sería:

$$\left\{\begin{array}{l}-2a=A=-2\to a=1\\-2b=B=4\to b=-2\\-2c=C=8\to c=-4\end{array}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{O'(1,\ -2,\ -4)}}$$

$$a^2+b^2+c^2-r^2=D=-4 \Rightarrow r=\sqrt{a^2+b^2+c^2-D}=\sqrt{1^2+(-2)^2+(-4)^2-(-4)}=$$

$$=\sqrt{1+4+16+4}=\sqrt{25}=\underline{\underline{5=r}}$$

b)

La intersección de la esfera $x^2+y^2+z^2-2x+4y+8z-4=0$ y el plano z = 0 es:

$$\left.\begin{array}{l}x^2+y^2+z^2-2x+4y+8z-4=0\\z=0\end{array}\right\} \Rightarrow \underline{x^2+y^2-2x+4y-4=0} \Rightarrow \textit{Circunferencia}$$

$$\left\{\begin{array}{l}-2a=A=-2\to a=1\\-2b=B=4\to b=-2\end{array}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{O'(1,\ -2)}}$$

$$a^2+b^2-r^2=D=-4 \Rightarrow r=\sqrt{a^2+b^2-D}=\sqrt{1^2+(-2)^2-(-4)}=\sqrt{1+4+4}=\sqrt{9}=\underline{\underline{3=r}}$$

****

3º) Para una matriz cuadrada, se define su traza como la suma de los elementos de la diagonal principal. En lo que sigue A y B son matrices cuadradas 2 x 2.

a) Comprobar que se verifica $Traza\ (A+B) = Traza\ (A) + Traza\ (B)$.

b) Comprobar que $Traza\ (A \cdot B) = Traza\ (B \cdot A)$.

c) Encontrar dos matrices A y B para las que $Traza\ (A \cdot B) \neq Traza\ (A) \cdot Traza\ (B)$.

----

a)

Sean las matrices reales $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$.

$$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l} Traza\ (A) = a_{11} + a_{22} \\ Traza\ (B) = b_{11} + b_{22} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} \underline{Traza\ (A) + Traza\ (B) = a_{11} + a_{22} + b_{11} + b_{22}} \\ \underline{Traza\ (A+B) = a_{11} + b_{11} + a_{22} + b_{22}} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{Traza\ (A+B) = Traza\ (A) + Traza\ (B),\quad c.q.v.}}$$

b)

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{Traza(A \cdot B) = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22}}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11}a_{11}+b_{12}a_{21} & b_{11}a_{12}+b_{12}a_{22} \\ b_{21}a_{11}+b_{22}a_{21} & b_{21}a_{12}+b_{22}a_{22} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{Traza(B \cdot A) = b_{11}a_{11} + b_{12}a_{21} + b_{21}a_{12} + b_{22}a_{22}}$$

$$\underline{\underline{Traza\ (A \cdot B) = Traza\ (B \cdot A),\quad c.q.c.}}$$

c)

$$Traza\,(A\cdot B)=a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}$$

$$\left.\begin{array}{l} Traza\ (A)=a_{11}+a_{22} \\ Traza\ (B)=b_{11}+b_{22} \end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow Traza\ (A)\cdot Traza\ (A)=(a_{11}+a_{22})\cdot(b_{11}+b_{22})=a_{11}b_{11}+a_{11}b_{22}+a_{22}b_{11}+a_{22}b_{22}$$

$$Traza\ (A\cdot B)\neq Traza\ (A)\cdot Traza\ (B)\ \Rightarrow\ a_{12}b_{21}+a_{21}b_{12}\neq a_{11}b_{22}+a_{22}b_{11}$$

Como puede observarse, para que se cumpla la condición pedida tiene que cumplirse que: la suma de los productos posibles de elementos de las dos matrices cuya suma de subíndices es impar es distinta de la suma de los posibles productos cuya suma de subíndices es par.

Un ejemplo pueden ser las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}\ y\ B=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 4\end{pmatrix}$.

$$A\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3+1 & 1+4\\ 6+1 & 2+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 5\\ 7 & 6\end{pmatrix}\Rightarrow \underline{Traza\,(A\cdot B)=10}$$

$$\left.\begin{array}{l} Traza\ (A)=2 \\ Traza\ (B)=7 \end{array}\right\}\ \Rightarrow \underline{Traza\,(A)\cdot Traza\,(B)=\ 2\cdot 7=14}$$

$$\underline{\underline{Traza\ (A\cdot B)=10\neq Traza\ (A)\cdot Traza\ (B)=14}}$$

****

4º) Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polinomio que cumple $f(1) = 0$, $f'(0) = 2$, y tiene dos extremos relativos para x = 1 y x = 2.

a) Determinar a, b, c y d.

b) ¿Son máximos o mínimos los extremos relativos?

----

a)

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \ \Rightarrow \ f(1) = 0 \ \Rightarrow \ \underline{a+b+c+d=0} \qquad (1)$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \ \Rightarrow \ \begin{cases} f'(0) = 2 \ \Rightarrow \ \underline{\underline{c=2}} \\ f'(1) = 0 \ \Rightarrow \ \underline{3a+2b+c=0} \qquad (2) \\ f'(2) = 0 \ \Rightarrow \ \underline{12a+4b+c=0} \qquad (3) \end{cases}$$

Teniendo en cuenta el valor de c = 2, resolvemos el sistema formado por las ecuaciones (1), (2) y (3).

$$\left.\begin{array}{l} a+b+d=-2 \\ 3a+2b=-2 \\ 12a+4b=-2 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} a+b+d=-2 \\ 3a+2b=-2 \\ 6a+2b=-1 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} \to 2b=-2-3a \\ \to 2b=-1-6a \end{array}\right\} \Rightarrow 2+3a=1+6a \ ;; \ 3a=1 \ ;; \ \underline{\underline{a=\frac{1}{3}}}$$

$$3a+2b=-2 \ ;; \ 1+2b=-2 \ ;; \ 2b=-3 \ ;; \ \underline{\underline{b=-\frac{3}{2}}}$$

$$a+b+d=-2 \ ;; \ \frac{1}{3}-\frac{3}{2}+d=-2 \ ;; \ d=-2-\frac{1}{3}+\frac{3}{2}=\frac{-12-2+9}{6}=\underline{\underline{-\frac{5}{6}=d}}$$

$$\underline{\underline{La \ \ función \ \ es \ \ f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+2x-\frac{5}{6}}}$$

b)

$$f'(x) = x^2-3x+2 \ ;; \ f'(x)=0 \Rightarrow x^2-3x+2=0 \ ;; \ x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\frac{3\pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \underline{x_1=2} \\ \underline{x_2=1} \end{cases}$$

$$f''(x)=2x-3 \ \Rightarrow \ \begin{cases} f''(2) = 2\cdot 2-3=4-3=1>0 \ \Rightarrow \ \underline{\underline{Mínimo \ \ relativo \ \ para \ \ x=2}} \\ f''(1) = 2\cdot 1-3=2-3=-1<0 \ \Rightarrow \ \underline{\underline{Máximo \ \ relativo \ \ para \ \ x=1}} \end{cases}$$

****

OPCIÓN B

1º) Sean las funciones $f(x) = x^2$ y $g(x) = x^3$. Determinar el área encerrada por las gráficas de ambas funciones y la recta x = 2.

La función $f(x) = x^2$ es par, por lo tanto es simétrica con respecto al eje de ordenadas y la función $g(x) = x^3$ es impar, por lo cual es simétrica con respecto al origen de coordenadas.

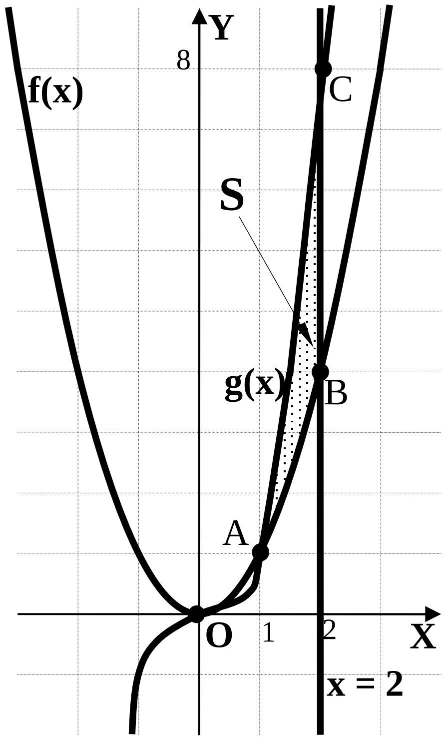
Los puntos de corte de ambas funciones son los siguientes:

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = x^2 \\ g(x) = x^3 \end{array}\right\} \Rightarrow x^3 = x^2 \;\;;;\;\; x^3 - x^2 = 0 \;\;;;\;\; x^2(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow \underline{O(0,\ 0)} \\ x_1 = 1 \rightarrow \underline{A(1,\ 1)} \end{cases}$$

Los puntos de corte de las curvas con la recta son:

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = x^2 \\ x = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow f(2) = 4 \Rightarrow \underline{B(2,\ 4)} \;\;;;\;\; \left.\begin{array}{l} g(x) = x^3 \\ x = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow g(3) = 8 \Rightarrow \underline{C(2,\ 8)}$$

La representación gráfica de la situación es la siguiente:



Como puede observarse, entre los límites de integración de la superficie pedida, las ordenadas de la función $g(x) = x^3$ son mayores que las de la función $f(x) = x^2$, por lo cual la superficie es la siguiente:

$$S = \int_1^2 [g(x) - f(x)] \cdot dx = \int_1^2 \left(x^3 - x^2\right) \cdot dx =$$

$$= \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3}\right]_1^2 = \left(\frac{2^4}{4} - \frac{2^3}{3}\right) - \left(\frac{1^4}{4} - \frac{1^3}{3}\right) =$$

$$= \left(\frac{16}{4} - \frac{8}{3}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) = 4 - \frac{8}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} =$$

$$= 4 - \frac{7}{3} - \frac{1}{4} = \frac{48 - 28 - 3}{12} = \underline{\underline{\frac{17}{12}\ u^2 = S}}$$

****

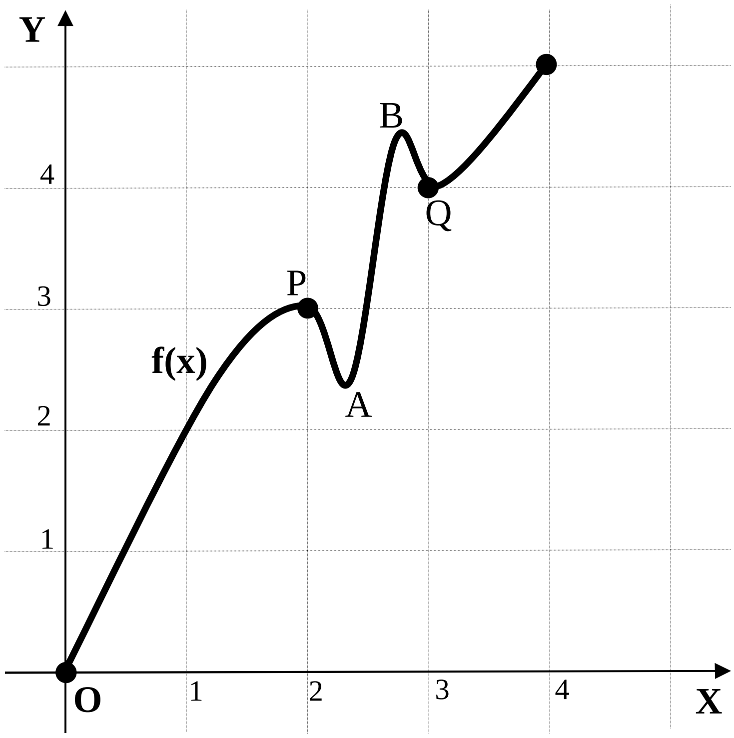
2º) a) Si el posible, dibujar de forma clara la gráfica de una función continua en el intervalo [0, 4] que tenga al menos un máximo relativo en el punto P(2, 3) y un mínimo relativo en el punto Q(3, 4).

b) Si la función fuera polinómica, ¿cuál ha de ser como mínimo su grado?

----

a)

La gráfica de la función se expresa en el gráfico siguiente.



b)

Si la función fuera polinómica tendría que tener, por lo menos, grado cinco. Ello se debe a que entre los puntos P y Q tienen que existir, por lo menos, un máximo y un mínimo relativos.

Teniendo en cuenta que al derivar una función polinómica se obtiene otra función polinómica de un grado menos y sabiendo que la condición necesaria para que existan un máximo o un mínimo relativo es que se anule la primera derivada, significa que la primera derivada tiene que tener, por lo menos, grado cuarto por tenerse que anular, al menos, para cuatro valores diferentes.

<u>Si la función fuera polinómica su grado tiene que ser, por lo menos, cinco.</u>

****

3º) Se considera el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} ax+y+z=(a-1)(a+2) \\ x+ay+z=(a-1)^2(a+2) \\ x+y+az=(a-1)^3(a+2) \end{cases}$:

a) Comprobar que es compatible para todo valor de a

b) Describir en términos geométricos el conjunto de soluciones para a = 1 y para a = -2.

c) Resolver el sistema para a = -2.

----

a)

La matriz de coeficientes es $M=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$, cuyo rango es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}=a^3+1+1-a-a-a=a^3-3a+2 \;;;\; |M|=0 \Rightarrow a^3-3a+2=0$$

Procediendo por Ruffini:

	1	0	-3	2
1		1	1	-2
	1	1	-2	$\boxed{0}$
1		1	2	
	1	2	$\boxed{0}$	
-2		-2		
	1	$\boxed{0}$		

Las soluciones diferentes son los valores de a: a = 1 y a = -2

Tango para a = 1 como para a = - 2 se anulan los términos independientes, con lo cual resulta en ambos casos un sistema homogéneo de tres ecuaciones con tres incógnitas, que siempre tiene solución, al menos la trivial, x = 0, y = 0, z = 0.

De lo anterior se deduce lo siguiente:

$$\underline{Para \begin{Bmatrix} a \neq 1 \\ a \neq -2 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rango\ \ M = Rango\ \ M' = 3 = n^{o}\ incóg. \Rightarrow Compatible\ \ Determinado}$$

$$\underline{Para \begin{Bmatrix} a = 1 \\ a = -2 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rango\ \ M = Rango\ \ M' = 2 < n^{o}\ incóg. \Rightarrow Compatible\ \ Indeterminado}$$

$$\underline{\underline{El\ \ sistema\ \ es\ \ compatible\ \ \forall a \in R,\ \ c.q.c.}}$$

b)

Para a = 1 el sistema resulta $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x+y+z=0 \\ x+y+z=0 \end{cases}$, equivalente a $x+y+z=0$ que es la expresión de un plano que pasa por el origen de coordenadas; es decir, que <u>se trata de tres planos coincidentes.</u>

Para a = -2 sistema resulta $\begin{cases} -2x+y+z=0 \\ x+-2y+z=0 \\ x+y-2z=0 \end{cases}$, que el un conjunto de tres planos que tienen una recta en común; como no existen planos coincidentes, <u>se trata de tres planos secantes en una recta común.</u>

c)

Resolvemos para a = -2.

Como ya sabemos que es un sistema compatible indeterminado, despreciamos una de las ecuaciones y resolvemos el sistema resultante, parametrizando una de las incógnitas.

$$\left.\begin{array}{r} -2x+y+z=0 \\ x-2y+z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{z=\lambda} \;\;;;\;\; \left.\begin{array}{r} -2x+y=-\lambda \\ x-2y=-\lambda \end{array}\right\} \;\; \left.\begin{array}{r} -4x+2y=-2\lambda \\ x-2y=-\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow -3x=-3\lambda \;\;;;\;\; \underline{x=\lambda}$$

$$-2x+y=-\lambda \;\;;;\;\; y=-\lambda+2x=-\lambda+2\lambda=\underline{\lambda=y}$$

$$\underline{\underline{\textit{Solución}: \begin{cases} x=\lambda \\ y=\lambda \\ z=\lambda \end{cases} \;,\;\; \forall \lambda \in R}}$$

****

4º) Sean los puntos P(8, 13, 8) y Q(-4, -11, -8). Se considera el plano π, perpendicular al segmento PQ por su punto medio.

a) Obtener la ecuación del plano π.

b) Calcular la proyección ortogonal del punto O(0, 0, 0) sobre π.

c) Hallar el volumen del tetraedro determinado por los puntos en los que el plano π corta a los ejes coordenados y el origen de coordenadas,.

----

a)

El punto medio del segmento es $M(2,\ 1,\ 0)$.

El vector que determinan los puntos P y Q es perpendicular al plano π, por lo tanto, se puede tomar como vector normal del plano cualquiera que esté en combinación lineal con el vector $\overrightarrow{QP}$.

$$\overrightarrow{QP} = P - Q = (8,\ 13,\ 8) - (-4,\ -11,\ -8) = (12,\ 24,\ 16) \Rightarrow \underline{\overrightarrow{n} = (3,\ 6,\ 4)}$$

El plano π es de la forma $\pi \equiv 3x + 6y + 4z + D = 0$. Como tiene que pasar por el punto M(2, 1, 0) tiene que satisfacer su ecuación:

$$\left.\begin{array}{l} \pi \equiv 3x + 6y + 4z + D = 0 \\ M(2,\ 1,\ 0) \end{array}\right\} \Rightarrow 3 \cdot 2 + 6 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + D = 0\ ;;\ 6 + 6 = -D\ ;;\ \underline{D = -12}$$

$$\underline{\underline{\pi \equiv 3x + 6y + 4z - 12 = 0}}$$

b)

La proyección ortogonal del punto O(0, 0, 0) sobre el plano π es la intersección de la recta r, perpendicular a π por O.

El vector director de la recta r es el vector normal al plano, por lo cual:

$$r \equiv (x,\ y,\ z) = (0,\ 0,\ 0) + \lambda(3,\ 6,\ 4);\text{ en unas paramétricas es }\ r \equiv \begin{cases} x = 3\lambda \\ y = 6\lambda \\ z = 4\lambda \end{cases}.$$

La intersección es:

$$\left.\begin{array}{l} \pi \equiv 3x + 6y + 4z - 12 = 0 \\ r \equiv \begin{cases} x = 3\lambda \\ y = 6\lambda \\ z = 4\lambda \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow 9\lambda + 36\lambda + 16\lambda - 12 = 0\ ;;\ 61\lambda = 12\ ;;\ \underline{\lambda = \frac{12}{61}}$$

El punto proyección ortogonal de O(0, 0, 0) sobre π es:

$$\left.\begin{array}{l} x = 3\lambda \\ y = 6\lambda \\ z = 4\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 3 \cdot \frac{12}{61} = \frac{36}{61} \\ x = 6 \cdot \frac{12}{61} = \frac{72}{61} \\ x = 4 \cdot \frac{12}{61} = \frac{48}{61} \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{O'\left(\frac{36}{61},\ \frac{72}{61},\ \frac{48}{61}\right)}}$$

c)

Los puntos de intersección del plano π con los ejes coordenados son los siguientes:

$$\pi \equiv 3x + 6y + 4z - 12 = 0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} Eje\ \ X \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{A(4,\ 0,\ 0)} \\ \\ Eje\ \ Y \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{B(0,\ 2,\ 0)} \\ \\ Eje\ \ Z \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{C(0,\ 0,\ 3)} \end{array}\right.$$

Los vectores que determinan el tetraedro son:

$$\overrightarrow{OA} = (4,\ 0,\ 0)\ ;;\ \overrightarrow{OB} = (0,\ 2,\ 0)\ ;;\ \overrightarrow{OC} = (0,\ 0,\ 3)$$

Sabiendo que el volumen del tetraedro es un sexto del producto mixto de los mismos, en valor absoluto, será:

$$V = \frac{1}{6} \cdot \left| \left[\overrightarrow{OA},\ \overrightarrow{OB},\ \overrightarrow{OC}\right] \right| = \frac{1}{6} \cdot \left\| \begin{matrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{matrix} \right\| = \frac{1}{6} \cdot |24| = \underline{\underline{4\ u^3 = V}}$$

****