PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE MADRID

JUNIO – 2017

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS CC SS Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger uno de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

OPCIÓN A

1º) Considérense las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -k \\ 1 & -2 & 1 \\ k & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Discútase para qué valores del parámetro real k la matriz A tiene matriz inversa.

b) Determínese para $k = 0$ la matriz X que verifica la ecuación $A \cdot X = B$.

---

a)

Una matriz es invertible cuando su determinante es distinto de cero.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -k \\ 1 & -2 & 1 \\ k & 2 & -1 \end{vmatrix} = 2 - 2k + 2k - 2k^2 - 2 + 2 = 0;\ \ 2 - 2k^2 = 0;$$

$1 - k^2 = 0 \Rightarrow k_1 = -1, k_2 = 1.$

$$\underline{La\ matriz\ A\ es\ invertibla\ \forall k \in R - \{-1, 1\}}.$$

b)

Para $k = 0$ es $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

$A \cdot X = B;\ \ A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B;\ \ I \cdot X = A^{-1} \cdot B\ \Rightarrow\ \underline{X = A^{-1} \cdot B}.$

Se obtiene la inversa de A por el método de Gauss-Jordan.

$$(A|I) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_2 \to F_2 - F_1\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \left\{F_2 \to -\frac{1}{4}F_2\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} F_1 \to F_1 - 2F_2 \\ F_3 \to F_3 - 2F_3 \end{Bmatrix} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_3 \to -2F_3\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -2 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{Bmatrix} F_1 \to F_1 - \frac{1}{2}F_3 \\ F_2 \to F_2 + \frac{1}{4}F_3 \end{Bmatrix} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -2 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -2 \\ 1 & -1 & -7 \end{pmatrix}.$$

$$\underline{X = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -2 \\ 1 & -1 & -7 \end{pmatrix}.}$$

****

2º) Considérese la región del plano S definida por:

$$S = \{(x, y) \in R^2 : x + 6y \geq 6;\ 5x - 2y \geq -2;\ x + 3y \leq 20; 2x - y \leq 12\}.$$

a) Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Determínense los puntos en los que la función $f(x) = 4x - 3y$ alcanza sus valores máximo y mínimo en S, indicando el valor de $f(x, y)$ en dichos puntos.

---

a)

La región factible se indica en la figura:

$① \Rightarrow x + 6y \geq 6 \Rightarrow y \geq \frac{6-x}{6} \Rightarrow O(0,0) \rightarrow No.$

x	0	6
y	1	0

$② \Rightarrow 5x - 2y \geq -2 \Rightarrow y \leq \frac{5x+2}{2} \Rightarrow O(0,0) \rightarrow Si.$

x	0	2
y	1	6

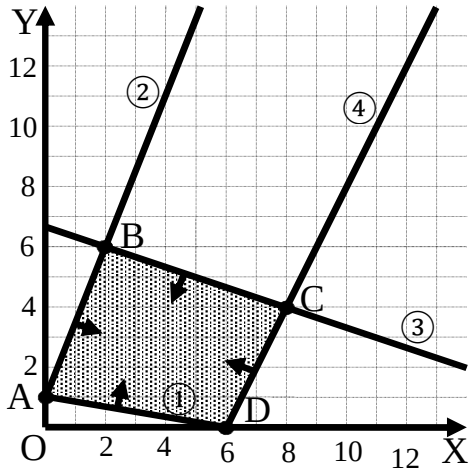
$③ \Rightarrow x + 3y \leq 20 \Rightarrow y \leq \frac{20-x}{3} \Rightarrow O(0,0) \rightarrow Si.$

x	2	11
y	6	3

$④ \Rightarrow 2x - y \leq 12 \Rightarrow y \geq 2x - 12 \Rightarrow O(0,0) \rightarrow Si.$

x	6	8
y	0	4

Los vértices de la zona factible son:



$$A \Rightarrow \left.\begin{matrix} x + 6y = 6 \\ 5x - 2y = -2 \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} x + 6y = 6 \\ 15x - 6y = -6 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 16x = 0;\ \ x = 0 \ \Rightarrow\ \underline{A(0,1)}.$

$$B \Rightarrow \left.\begin{matrix} 5x - 2y = -2 \\ x + 3y = 20 \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} 15x - 6y = -6 \\ 2x + 6y = 40 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 17x = 34;\ \ x = 2 \ \Rightarrow\ \underline{B(2,6)}.$

$$C \Rightarrow \left.\begin{matrix} x + 3y = 20 \\ 2x - y = 12 \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} 2x + 6y = 40 \\ -2x + y = -12 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 7y = 28;\ \ y = 4 \ \Rightarrow\ \underline{C(8,4)}.$$

$$D \Rightarrow \left.\begin{matrix} x + 6y = 6 \\ 2x - y = 12 \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} 2x + 12y = 12 \\ -2x + y = -12 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 13y = 0;\ \ y = 0 \ \Rightarrow\ \underline{D(6,0)}.$$

b)

La función de objetivos es $f(x) = 4x - 3y$.

Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices son los siguientes:

$A \Rightarrow f(0,1) = 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 = 0 - 3 = -3.$

$B \Rightarrow f(2,6) = 4 \cdot 2 - 3 \cdot 6 = 8 - 18 = -10.$

$C \Rightarrow f(8,4) = 4 \cdot 8 - 3 \cdot 4 = 32 - 12 = 20.$

$D \Rightarrow f(6,0) = 4 \cdot 6 - 3 \cdot 0 = 24 - 0 = 24.$

El máximo se procuce en el punto $D(6,0)$ *y el minimo en el punto* $B(2,6)$.

El valor máximo es 24 *y el valor mínimo es* -10.

****

3º) a) Determínese el valor de la derivada de la función $f(x) = \frac{e^x}{1+x}$ en el punto de abscisa $x = 0$.

b) Estúdiense las asíntotas de la función $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$.

---

a)

$$f'(x) = \frac{e^x \cdot (1+x) - e^x \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{e^x + x \cdot e^x - e^x}{(1+x)^2} = \frac{x \cdot e^x}{(1+x)^2}.$$

$$f'(0) = \frac{0 \cdot e^0}{(1+0)^2} = \frac{0}{1} = 0.$$

$$\underline{f'(0) = 0.}$$

b) Estúdiense las asíntotas de la función $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$.

Horizontales: son de la forma $y = k$ y son los valores que toma la función cuando la variable tiende a más infinito y menos infinito.

$$y = k = \lim_{x \to \infty} g(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3}{x^2 - 4x + 4} = \infty \Rightarrow \underline{No\ tiene\ síntotas\ horizontales}.$$

Verticales: Son los valores finitos de x que anulan el denominador.

$1 - x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 1.$

$$\underline{Son\ asíntotas\ verticales\ las\ rectas\ x = -1\ y\ x = 1.}$$

Oblicuas: Son de la forma $y = mx + n$, siendo:

$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$ y $n = \lim_{x \to \infty} [f(x) - mx]$, con m finito y $m \neq 0$.

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{x^3}{1-x^2}}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3}{x - x^3} = -1.$$

$$n = \lim_{x \to \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^3}{1-x^2} + 1 \cdot x \right) = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3 + x - x^3}{1-x^2} = 0.$$

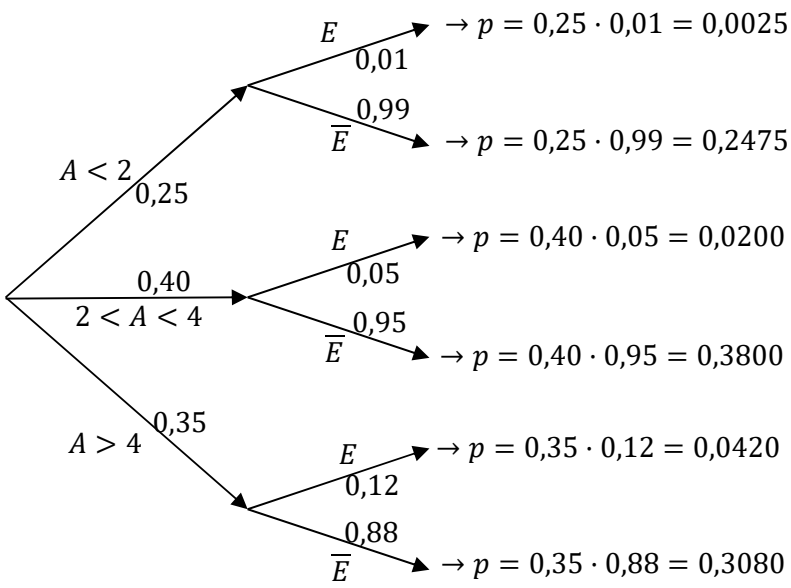
$$\underline{Asíntota\ oblicua: y = -x.}$$

****

4º) Una empresa de reparto de paquetería clasifica sus furgonetas en función de su antigüedad. El 25 % de sus furgonetas tiene menos de dos años de antigüedad, el 40 % tiene una antigüedad entre dos y cuatro años y el resto tiene una antigüedad superior a cuatro años. La probabilidad de que una furgoneta se estropee es 0,01 si tiene una antigüedad inferior a dos años; 0,05 si tiene una antigüedad entre dos y cuatro años y 0,12 si tiene una antigüedad superior a cuatro años. Se escoge una furgoneta al azar de esta empresa. Calcúlese la probabilidad de que la furgoneta escogida:

a) Se estropee.

b) Tenga una antigüedad superior a cuatro años sabiendo que no se ha estropeado.



a)

$$P = P(E) = P(<2) \cdot P(E|<2) + P(2<A<4) \cdot P(E|2<A<4) +$$

$$+P(>4) \cdot P(E|>4) = 0{,}25 \cdot 0{,}01 + 0{,}40 \cdot 0{,}05 + 0{,}35 \cdot 0{,}12 =$$

$$= 0{,}0025 + 0{,}0200 + 0{,}0420 = \underline{0{,}0645}.$$

b)

$$P = P\left(>4/\overline{E}\right) = \frac{P\left(>4 \cap \overline{E}\right)}{P\left(\overline{E}\right)} =$$

$$\frac{P(>4) \cdot P\left(\overline{E}/>4\right)}{P(<2) \cdot P\left(\overline{E}<24\right) + P(2<A<4) \cdot P\left(\overline{E}/2<A<4\right) + P(>4) \cdot P\left(\overline{E}/>4\right)} = \frac{0{,}35 \cdot 0{,}88}{0{,}25 \cdot 0{,}99 + 0{,}40 \cdot 0{,}95 + 0{,}35 \cdot 0{,}88} =$$

$$= \frac{0{,}3080}{0{,}2475 + 0{,}3800 + 0{,}3080} = \frac{0{,}3080}{0{,}9355} = \underline{0{,}3292}.$$

****

5º) El peso en canal, en kilogramos (kg), de una raza de corderos a las seis semanas de su nacimiento se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica igual a 0,9 kg.

a) Se tomó una muestra aleatoria simple de 324 corderos y el peso medio observado fue $\overline{x} = 7{,}8$ kg. Obténgase un intervalo de confianza con un nivel del 99,2 % para μ.

b) Determínese el tamaño mínimo que debería tener una muestra aleatoria simple de la variable para que el correspondiente intervalo de confianza para μ al 95 % tenga una amplitud a lo sumo de 0,2 kg.

---

a)

$1 - \alpha = 0{,}992 \ \rightarrow \ \alpha = 1 - 0{,}992 = 0{,}008 \ \rightarrow \ z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}004} = \mathbf{2{,}65}$.

$(1 - 0{,}004 = 0{,}9960 \ \rightarrow z = 2{,}65)$.

Datos: $\overline{x} = 7{,}8; \ \ n = 324; \ \ \sigma = 0{,}9; \ \ z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}65$.

La fórmula que nos da el intervalo de confianza pedido en función de $\overline{x}, \sigma \ y \ n$, es la siguiente: $\left(\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

$$\left(7{,}8 - 2{,}65 \cdot \frac{0{,}9}{\sqrt{324}}; \ 7{,}8 + 2{,}65 \cdot \frac{0{,}9}{\sqrt{324}}\right); \ (7{,}8 - 2{,}65 \cdot 0{,}05; \ 7{,}8 + 2{,}65 \cdot 0{,}05);$$

$$(7{,}8 - 0{,}1325; \ 7{,}8 + 0{,}1325).$$

$$\underline{I.C._{99{,}2\ \%} \ (7{,}6675; \ 7{,}9325)}.$$

b)

$1 - \alpha = 0{,}95 \ \rightarrow \ \alpha = 1 - 0{,}95 = 0{,}05 \ \rightarrow \ z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}025} = \mathbf{1{,}96}$.

$(1 - 0{,}025 = 0{,}9750 \ \rightarrow z = 1{,}96)$.

$E = \frac{0{,}2}{2} = 0{,}1$.

Datos: $\sigma = 0{,}9; \ \ z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96; \ \ E = 0{,}1$.

Siendo $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \ \Rightarrow \sqrt{n} = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{E} \Rightarrow n = \left(z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{E}\right)^2 = \left(1{,}96 \cdot \frac{0{,}9}{0{,}1}\right)^2 =$

$$= (1{,}96 \cdot 9)^2 = 17{,}64^2 = 311{,}17.$$

$$\underline{\textit{El tamaño mínimo de la muestra tiene que ser de } 312 \textit{ corderos}}.$$

****

OPCIÓN B

1º) Considérese el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} x - ay + 2z = 0 \\ ax - 4y - 4z = 0 \\ (2-a)x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$, dependiente del parámetro real a:

a) Discútase en función de los valores del parámetro a.

b) Resuélvase para $a = 3$.

---

a)

Por tratarse de un sistema homogéneo, las matrices de coeficientes y ampliada, a efectos de rango, son equivalentes.

La matriz de coeficientes es $M = \begin{pmatrix} 1 & -a & 2 \\ a & -4 & -4 \\ 2-a & 3 & -2 \end{pmatrix}$.

El rango de la matriz de coeficientes en función del parámetro a es el siguiente:

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & -a & 2 \\ a & -4 & -4 \\ 2-a & 3 & -2 \end{vmatrix} = 8 + 6a + 4a(2-a) + 8(2-a) + 12 - 2a^2 =$$

$$= 20 + 6a + 8a - 4a^2 + 16 - 8a - 2a^2 = -6a^2 + 6a + 36 = 0;$$

$a^2 - a - 6 = 0;\ \ a = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} \Rightarrow a_1 = -2, a_2 = 3.$

$$Para \begin{cases} a \neq -2 \\ a \neq 3 \end{cases} \Rightarrow Rang\ M = Rang\ M' = 3 = nº\ incóg. \Rightarrow S.C.D.$$

$$(Se\ trata\ de\ la\ solución\ trivial\ x = y = z = 0)$$

$$Para\ a = -2 \Rightarrow M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & -4 & -4 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ M = 2$$

$$Para\ a = 3 \Rightarrow M = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & -4 & -4 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ M = 2.$$

$$Para \begin{cases} a = -2 \\ a = 3 \end{cases} \Rightarrow Rang\ M = Rang\ M' = 2 < nº\ incóg. \Rightarrow S.C.I.$$

b)

Para $a = 3$ el sistema resulta: $\begin{cases} x - 3y + 2z = 0 \\ 3x - 4y - 4z = 0 \\ -x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$, que es compatible indeterminado, equivalente al sistema $\begin{cases} x - 3y + 2z = 0 \\ 3x - 4y - 4z = 0 \end{cases}$. Haciendo $z = \lambda$:

$$\left.\begin{matrix} x - 3y = -2\lambda \\ 3x - 4y = 4\lambda \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} -3x + 9y = 6\lambda \\ 3x - 4y = 4\lambda \end{matrix}\right\} \Rightarrow 5y = 10\lambda; \;\; y = 2\lambda.$$

$$x = -2\lambda + 3y = -2\lambda + 6\lambda = 4\lambda.$$

$$\underline{Solución: x = 4\lambda, y = 2\lambda, z = \lambda, \forall \lambda \in R.}$$

****

2º) Considérese la función real de variable real $f(x) = x^3 - 3x$.

a) Calcúlense $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{1-x^3}$ y $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x}$.

b) Estúdiense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

---

a)

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{1-x^3} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^3-3x}{1-x^3} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\frac{x^3-3x}{x^3}}{\frac{1-x^3}{x^3}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1-\frac{3}{x^2}}{\frac{1}{x^3}-1} = \frac{1-\frac{3}{\infty}}{\frac{1}{-\infty}-1} = \frac{1-0}{-0-1} = \underline{-1}.$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{x^3-3x}{x} = \lim_{x\to 0}(x^2-3) = 0-3 = \underline{-3}.$$

b)

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2-1).$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3(x^2-1) = 0;\ \ x^2-1 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 1.$$

Los periodos de crecimiento y decrecimiento de la función son los siguientes:

$$\underline{f(x)\ creciente: f'(x) > 0 \Rightarrow x\epsilon(-\infty,-1) \cup (1,+\infty)}.$$

$$\underline{f(x)\ decreciente: f'(x) < 0 \Rightarrow x\epsilon(-1,1)}.$$

****

3º) Se considera la función real de variable real: $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+2} & si \ \ x \leq 0 \\ x+2 & si \ \ x > 0 \end{cases}$.

a) Estúdiese la continuidad de $f(x)$ en R.

b) Calcúlese $I = \int_{-1}^{0} f(x) \cdot dx$.

---

a)

La función no está definida para $x = -2$ y su continuidad es dudosa para $x = 0$ que se estudia a continuación.

Para que la función $f(x)$ sea continua en $x = 0$ es necesario que sus límites laterales en ese punto sean iguales e iguales al valor de la función.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} \frac{2}{x+2} = \frac{2}{2} = 1 = f(0) \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} (x+2) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to 0^-} f(x) \neq \lim_{x\to 0^+} f(x).$$

$$\underline{La\ función\ f(x)\ es\ continua\ en\ R - \{-2, 0\}.}$$

b)

$$I = \int_{-1}^{0} f(x) \cdot dx = \int_{-1}^{0} \frac{2}{x+2} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l|l} x+2 = t & x = 0 \to t = 2 \\ dx = dt & x = -1 \to t = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \int_{1}^{2} \frac{1}{t} \cdot dt = 2 \cdot [Lt]_1^2 = 2 \cdot (L2 - L1) = 2L2.$$

$$\underline{I = \int_{-1}^{0} f(x) \cdot dx = 2L2.}$$

****

4º) El 30 % de los individuos de una determinada población son jóvenes. Si una persona es joven, la probabilidad de que lea la prensa al menos una vez por semana es 0,20. Si una persona lee prensa al menos una vez por semana, la probabilidad de que no sea joven es 0,9. Se escoge una persona al azar. Calcúlese la probabilidad de que esa persona:

a) No lea prensa al menos una vez por semana.

b) No lea prensa al menos una vez por semana o no sea joven.

$P(J) = 0{,}3 \Rightarrow P(\overline{J}) = 0{,}7.$ $\quad P(L/J) = 0{,}2.$ $\quad P(\overline{J}/L) = 0{,}9.$

$Leer\ la\ prensa \rightarrow L.$ $\quad No\ leer\ la\ prensa \rightarrow \overline{L}.$

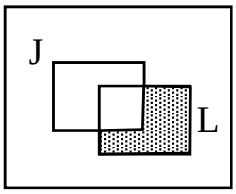
a)

La probabilidad pedida es: $P(\overline{L})$.

Del dato $P(L/J)$:

$P(L/J) = \frac{P(L \cap J)}{P(J)} \Rightarrow P(L \cap J) = P(J) \cdot P(L/J) =$

$= 0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}06.$



$P(\overline{J} \cap L)$

Del dato $P(\overline{J}/L)$:

$P(\overline{J}/L) = \frac{P(\overline{J} \cap L)}{P(L)} = \frac{P(L) - P(L \cap J)}{P(L)} \Rightarrow 0{,}9 = \frac{P(L) - 0{,}06}{P(L)};\ \ 0{,}9 \cdot P(L) = P(L) - 0{,}06;$

$0{,}06 = P(L) - 0{,}9 \cdot P(L) = 0{,}1 \cdot P(L);\ \ P(L) = \frac{0{,}06}{0{,}1} = 0{,}6.$

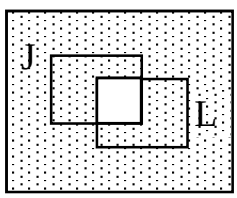
$P(\overline{L}) = 1 - P(L) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4.$

$\underline{La\ probabilidad\ de\ que\ la\ persona\ no\ lea\ prensa\ es\ 0{,}4}.$

b)

$P = P(\overline{L} \cap \overline{J}) = 1 - P(L \cap J)$

$P = 1 - 0{,}06 = \underline{0{,}94}.$



$\overline{J} \cup \overline{L}$

****

5º) El peso en toneladas (T) de los contenedores de un barco de carga se puede aproximar por una variable aleatoria normal de media μ y desviación típica $\sigma = 3$T. Se toma una muestra aleatoria simple de 484 contenedores:

a) Si la media de la muestra es $\overline{x} = 25{,}9$ T, obténgase un intervalo de confianza con un nivel del 99 % para μ.

b) Supóngase ahora que $\mu = 23$ T. Calcúlese la probabilidad de que puedan transportarse en un barco cuya capacidad máxima es de 11.000 T.

---

a)

Nivel de confianza del 99 %.

$\alpha = 1 - 0{,}99 = 0{,}01 \ \rightarrow \ z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}005} = \mathbf{2{,}578}$.
$(1 - 0{,}0050 = 0{,}9950 \ \rightarrow z = 2{,}578)$.

Conocemos: $n = 484$; $\overline{x} = 25{,}9$; $\sigma = 3$; $z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}578$.

La fórmula que nos da el intervalo de confianza pedido en función de $\overline{x}, \sigma \ y \ n$, es la siguiente: $\left(\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

$$\left(25{,}9 - 2{,}578 \cdot \frac{3}{\sqrt{484}};\ \ 25{,}9 + 2{,}578 \cdot \frac{3}{\sqrt{484}}\right);$$

$$(25{,}9 - 2{,}578 \cdot 0{,}1364;\ \ 25{,}9 + 2{,}578 \cdot 0{,}1364);$$

$$(25{,}9 - 0{,}3515;\ \ 25{,}9 + 0{,}3515);$$

$$\underline{I.C._{99\,\%} = (25{,}5485;\ 26{,}2515)}.$$

b)

Datos: $\mu = 23$; $\sigma = 3$; $n = 484$; $\overline{x} = \frac{11.000}{484} = 22{,}727$.

$$\overline{X} = N\left(\mu;\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(23;\ \frac{3}{\sqrt{484}}\right) = N(23; 0{,}136)$$

$$P(X \leq 22{,}727) = P\left(\frac{X-23}{0{,}136} \leq \frac{22{,}727-23}{0{,}136}\right) = P\left(Z \leq \frac{-0{,}273}{0{,}136}\right) = P(Z \leq -2) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0{,}9772 = \underline{0{,}0228}.$$

****