PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE MADRID

SEPTIEMBRE – 2017

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS CC SS Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger uno de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

OPCIÓN A

1º) Se considera el sistema lineal de ecuaciones $\begin{cases} x-2y-z=-2 \\ -2x-az=2 \\ y+az=-2 \end{cases}$ dependiente del parámetro real a.

a) Discútase en función de los valores del parámetro a.

b) Resuélvase para $a=4$.

----

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M=\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & -a \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix} \text{ y } M'=\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -a & 2 \\ 0 & 1 & a & -2 \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función del parámetro a es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & -a \\ 0 & 1 & a \end{vmatrix}=2+a-4a=0;\ \ 2-3a=0 \Rightarrow a=\frac{2}{3}.$$

$$\underline{Para\ a \neq \frac{2}{2} \Rightarrow Rang\ M = Rang\ M' = 3 = nº\ incóg. \Rightarrow S.C.D.}$$

$Para\ a=\frac{2}{3} \Rightarrow M'=\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -\frac{2}{3} & 2 \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & -2 \end{pmatrix}$. A efectos de rango, la matriz M' es equivalente a $M''=\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 \\ -6 & 0 & -2 & 6 \\ 0 & 3 & 2 & -6 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ M'' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -6 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & -6 \end{vmatrix} = 36 - 18 + 72 = 80 \neq 0 \Rightarrow Rang\ M'' = Rang\ M' = 3.$$

$$\underline{Para\ a = \frac{2}{3} \Rightarrow Rang\ M = 2;\ Rang\ M' = 3 \Rightarrow Sistema\ incompatible.}$$

$b)$

Para $a = 4$ el sistema resulta: $\left.\begin{array}{r} x - 2y - z = -2 \\ -2x - 4z = 2 \\ y + 4z = -2 \end{array}\right\}$, que es compatible determinado.

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & -4 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix}}{2-3\cdot 4} = \frac{-2-16-8+16}{-10} = \frac{-10}{-10} = 1.$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & 4 \end{vmatrix}}{-10} = \frac{8-4-8-16}{-10} = \frac{-20}{-10} = 2.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}}{-10} = \frac{4-2+8}{-10} = \frac{10}{-10} = -1.$$

$$\underline{Solución: x = 1, y = 2, z = -1.}$$

****

2º) Se considera la región del plano S definida por:

$$1 \leq x \leq 5;\ 2 \leq y \leq 6;\ x - y \geq -4; 3x - y \leq 10.$$

a) Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Calcúlense los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = -200x + 600y$ en la región S y obténganse los puntos de S donde se alcanzan dichos valores.

----

a)

① $\Rightarrow x - y \geq -4 \Rightarrow y \leq x + 4 \Rightarrow O \rightarrow Si.$

x	0	2
y	4	6

② $\Rightarrow 3x - y \leq 10 \Rightarrow y \geq 3x - 10 \Rightarrow O \rightarrow Si.$

x	4	5
y	2	5

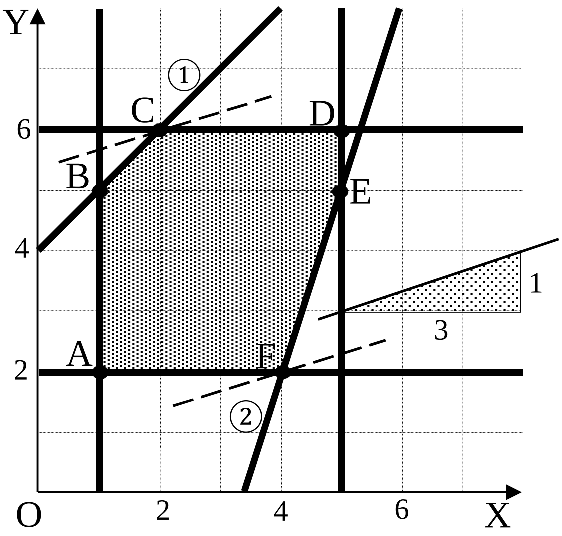
Los vértices de la sección factible son los siguientes:

$A \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = 1 \\ y = 2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underline{A(1, 2)}.$

$B \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = 1 \\ x - y = -4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underline{B(1, 5)}.$

$C \Rightarrow \left.\begin{matrix} y = 6 \\ x - y = -4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underline{C(2, 6)}.$

$D \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = 5 \\ y = 6 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underline{D(5, 6)}.$



$E \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = 5 \\ 3x - y = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underline{E(5, 5)}.$ $F \Rightarrow \left.\begin{matrix} y = 2 \\ 3x - y = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underline{F(4, 2)}.$

b)

La función de objetivos es $f(x, y) = -200x + 600y$.

Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices son los siguientes:

$A \Rightarrow f(1, 2) = -200 \cdot 1 + 600 \cdot 2 = -200 + 1.200 = 1.000.$

$B \Rightarrow f(1, 5) = -200 \cdot 1 + 600 \cdot 5 = -200 + 3.000 = 2.800.$

$C \Rightarrow f(2, 6) = -200 \cdot 2 + 600 \cdot 6 = -400 + 3.600 = 3.200.$

$D \Rightarrow f(5, 6) = -200 \cdot 5 + 600 \cdot 6 = -1.000 + 3.600 = 2.600.$

$$E \Rightarrow f(5,5) = -200 \cdot 5 + 600 \cdot 5 = -1.000 + 3.000 = 2.000.$$

$$F \Rightarrow f(4,2) = -200 \cdot 4 + 600 \cdot 2 = -800 + 1.200 = 400.$$

$$\underline{El\ máximo\ se\ produce\ en\ punto\ C(2,6)\ y\ el\ mínimo\ en\ punto\ F(4,2)}.$$

También se hubieran obtenido los puntos C y F por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

$$f(x,y) = -200x + 600y = 0 \Rightarrow y = \frac{200}{600}x = \frac{1}{3}x \Rightarrow \boldsymbol{m} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}.$$

****

3º) Se considera la función real de variable real $f(x)=\begin{cases} ax+1 & si \quad x<-1 \\ x^2+x-2 & si \quad x\geq -1 \end{cases}$:

a) Calcúlese el valor del parámetro real a para que $f(x)$ sea una función continua en todo su dominio.

b) Para $a=2$, calcúlense los puntos de corte de la gráfica de la función con los ejes cartesianos. Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

----

a)

La función $f(x)$ es continua en R, excepto para el valor $x=-1$ cuya continuidad se va a forzar, para lo cual, se va a de determinar el correspondiente valor de a.

Para que $f(x)$ sea continua en $x=-1$ es necesario que sus límites laterales en ese punto sean iguales e iguales al valor de la función:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to -1} (ax+1) = -a+1 \\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -1} (x^2+x-2) = 1-1-2 = -2 = f(-1) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to -1^-} f(x) = f(-1) = \lim_{x\to -1^+} f(x) \Rightarrow -a+1=-2; \;\; a=3.$$

$$\underline{La\ función\ f(x)\ es\ continua\ en\ su\ dominio, que\ es\ R, para\ a=3.}$$

b)

Para $a=2$ la función es $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & si \quad x<-1 \\ x^2+x-2 & si \quad x\geq -1 \end{cases}$.

Cortes con el eje X:

$$f(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1=0 \to x_1=-\frac{1}{2} > -1 \Rightarrow No\ corta \\ x^2+x-2=0 \end{cases}.$$

$$x^2+x-2=0; \;\; x=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{-1\pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_2=-2<-1 \Rightarrow No\ corta \\ x_3=1 \Rightarrow \underline{P(1,0)} \end{cases}.$$

Corte con el eje Y: $x=0 \Rightarrow f(0)=-2 \Rightarrow \underline{Q(0,-2)}$.

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$f'(x)=\begin{cases} 2 & si \quad x<-1 \\ 2x+1 & si \quad x\geq -1 \end{cases} \Rightarrow f'(x)>0, \forall x\in R-\{-1\}.$$

Nótese que la función no es continua para $x = -1$; para que lo fuera es necesario que $a = 3$, como se ha determinado en el apartado a).

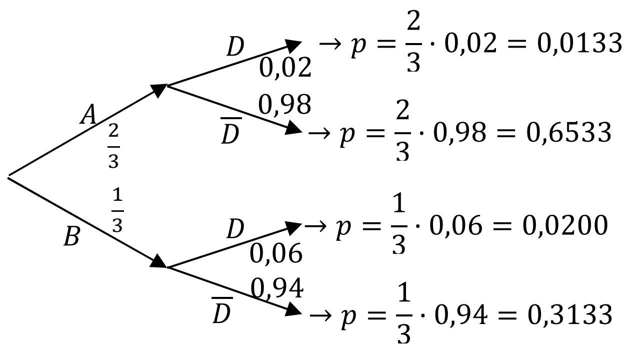
$$\underline{La\ función\ f(x)\ es\ creciente\ en\ su\ dominio}.$$

****

4º) Una empresa fabrica dos modelos de ordenadores portátiles A y B, siendo la producción del modelo A el doble que la del modelo B. Se sabe que la probabilidad de que un ordenador portátil del modelo A salga defectuoso es de 0,02, mientras que esa probabilidad en el modelo B es de 0,06. Calcúlese la probabilidad de que un ordenador fabricado por dicha empresa elegido al azar:

a) No salga defectuoso.

b) Sea del modelo A, si se sabe que ha salido defectuoso.



a)

$$P = P(\overline{D}) = P(A) \cdot P(\overline{D}/A) + P(B) \cdot P(\overline{D}/B) = \frac{2}{3} \cdot 0{,}98 + \frac{1}{3} \cdot 0{,}94 =$$

$$= 0{,}6533 + 0{,}3133 = \underline{0{,}9666}.$$

b)

$$P = P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A) \cdot P(D/A)}{P(A) \cdot P(D/A) + P(B) \cdot P(D/B)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0{,}02}{\frac{2}{3} \cdot 0{,}02 + \frac{1}{3} \cdot 0{,}06} =$$

$$= \frac{0{,}0133}{0{,}0133 + 0{,}0200} = \frac{0{,}0133}{0{,}0233} = \underline{0{,}5708}.$$

****

5º) El tiempo, en horas, que tarda cierta compañía telefónica en hacer efectiva la portabilidad de un número de teléfono se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y la desviación típica $\sigma = 24$ horas. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 16. Calcúlese:

a) La probabilidad de que la media muestral del tiempo, $\overline{X}$, supere las 48 horas, si $\mu = 36$ horas.

b) El nivel de confianza con el que se ha calculado el intervalo $(24{,}24;\ 47{,}76)$ para μ.

----

a)

$Datos$: $\mu = 36;\ \ \sigma = 24;\ \ n = 16.$

$P(X > 48).$

$P(X > 48) = P\left(\frac{X-36}{24} > \frac{48-36}{24}\right) = P\left(Z > \frac{12}{24}\right) = P(Z > 0{,}5) =$

$= 1 - P(Z \leq 0{,}05) = 1 - 0{,}6915 = \underline{0{,}3085}.$

b)

$E = \frac{47{,}76-24{,}24}{2} = \frac{23{,}52}{2} = 11{,}76.$

Datos: $n = 16;\ \ \sigma = 24;\ \ E = 11{,}76.$

Siendo $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ \ \Rightarrow\ \ z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{E\cdot\sqrt{n}}{\sigma} = \frac{11{,}76\cdot\sqrt{16}}{24} = \frac{11{,}76}{6} = 1{,}96.$

Mirando en la tabla $N(0, 1)$:

A 1,96 le corresponde 0,9750.

$\underline{Se\ ha\ utilizado\ un\ nivel\ de\ confianza\ del\ 97{,}5\ \%.}$

****

OPCIÓN B

1º) Considérese las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

$a)$ Determínese la matriz C^{40}.

$b)$ Calcúlese la matriz X que verifica $X \cdot A + 3B = C$.

$a)$

$$C^2 = C \cdot C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I.$$

$$C^3 = C^2 \cdot C = I \cdot C = C.$$

. . . .

$$C^n = \begin{cases} C \rightarrow si\ n\ es\ impar \\ I \rightarrow si\ n\ es\ par \end{cases}.$$

$$\underline{C^{40} = I}.$$

$b)$

$$X \cdot A + 3B = C;\ \ X \cdot A = C - 3B;\ X \cdot A \cdot A^{-1} = (C - 3B) \cdot A^{-1};$$

$X \cdot I = (C - 3B) \cdot A^{-1} \ \Rightarrow\ \underline{X = (C - 3B) \cdot A^{-1}}.$

$$C - 3M = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 6 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -9 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$(A/I) = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_2 \rightarrow F_2 - F_1\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{F_2 \rightarrow -F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_1 \rightarrow F_1 + 2F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$X = (C - 3B) \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & -9 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 17 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\underline{X = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}.$$

****

2º) Se considera la función real de variable real $f(x) = \frac{x^2-1}{3x-2}$.

a) Estúdiense sus asíntotas.

b) Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

----

a)

Horizontales:

$$y = k = \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-1}{3x-2} = \infty \Rightarrow \underline{No\ tiene\ síntotas\ horizontales}.$$

Verticales: Son los valores finitos de x que anulan el denominador.

$$\underline{Asíntota\ vertical: x = \frac{2}{3}.}$$

Oblicuas: Son de la forma $y = mx + n$, siendo:

$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}$ y $n = \lim_{x\to\infty} [g(x) - mx]$, con m finito y $m \neq 0$.

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-1}{x(3x-2)} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-1}{3x^2-2x} = \mathbf{\frac{1}{3}}.$$

$$n = \lim_{x\to\infty} [f(x) - mx] = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2-1}{3x-2} - \frac{x}{3}\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{3x^2-3-3x^2+2x}{9x-6} = \frac{2}{9}$$

$$\underline{Asíntota\ oblicua: y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{9}.}$$

b)

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$f'(x) = \frac{2x\cdot(3x-2)-(x^2-1)\cdot 3}{(3x-2)^2} = \frac{6x^2-4x+3x^2+3}{(3x-2)^2} = \frac{9x^2-4x+3}{(3x-2)^2}.$$

Teniendo en cuenta que $(3x-2)^2 > 0, \forall x \in D(f)$, la derivada es positiva o negativa cuando lo sea la expresión $9x^2 - 4x + 3$.

$$9x^2 - 4x + 3 = 0;\ \ x = \frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2\cdot 9} = \frac{4\pm\sqrt{4}}{18} = \frac{4\pm 2}{18} = \frac{2\pm 1}{9} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{9}, x_2 = \frac{1}{3}.$$

Las raíces halladas dividen al conjunto de los números reales en los intervalos $\left(-\infty, \frac{1}{9}\right), \left(\frac{1}{9}, \frac{1}{3}\right)\ y\ \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$, que son, alternativamente, positivos o negativos.

Para determinar el signo de los intervalos consideramos, por ejemplo, el valor $0 \in \left(-\infty, \frac{1}{9}\right)$, que es positivo por ser, para $x = 0$, el valor de $x^2 - 4x + 3$, 3.

Teniendo en cuenta lo anterior y que el dominio de la función $f(x) = \frac{x^2-1}{3x-2}$ es $D(f) \Rightarrow R - \left\{\frac{2}{3}\right\}$, los periodos de crecimiento y decrecimiento son los siguientes:

$$\underline{Crecimiento: f'(x) > 0 \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{1}{9}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}, +\infty\right).}$$

$$\underline{Decrecimiento: f'(x) < 0 \Rightarrow x \in \left(\frac{1}{9}, \frac{1}{3}\right).}$$

****

3º) Se considera la función real de variable real: $f(x) = x^2 + ax$.

a) Calcúlese el valor del parámetro real a para que la función $f(x)$ tenga un extremo relativo en $x = 2$. Determínese si se trate de un máximo o un mínimo local.

b) Para $a = -2$, hállese el área del recinto acotado por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

----

a)

Teniendo en cuenta que $f(x)$ es una parábola convexa (∪), independientemente del valor real de a, $\underline{la\ función\ f(x)\ tiene\ un\ mínimo\ absoluto\ para\ x = 2}$. No obstante lo anterior, después se justificará que se trata de un mínimo.

$f'(x) = 2x + a.$

Para que una función tenga un extremo relativo en un punto es condición necesaria que se anule su primera derivada.

$f'(2) = 0 \Rightarrow 2 \cdot 2 + a = 0;\ \ 4 + a = 0 \Rightarrow \underline{a = -4}.$

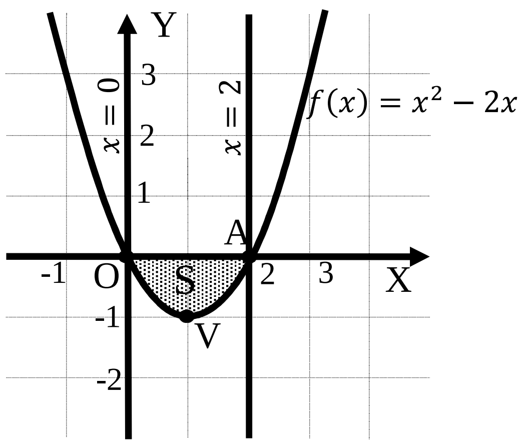
Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada: si es positiva para los valores que anulan la primera derivada se trata de un mínimo y, si es negativa, de un máximo.

$f''(x) = 2 > 0 \Rightarrow Mínimo, como\ ya\ se\ indicó.$

b)

Para $a = -2$ la función es $f(x) = x^2 - 2x$.

La representación gráfica, aproximada, de la situación es la que se indica en la figura adjunta.



De la observación de la figura se deduce la superficie a calcular, que es la siguiente:

$S = \int_2^0 f(x) \cdot dx = \int_2^0 (x^2 - 2x) \cdot dx =$

$= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2}\right]_2^0 = \left[\frac{x^3}{3} - x^2\right]_2^0 = 0 - \left(\frac{2^3}{3} - 2^2\right) =$

$= -\frac{8}{3} + 4 = \frac{4}{3}.$

$$\underline{S = \frac{4}{3}\ u^2 \cong 1{,}33\ u^2.}$$

****

4º) La probabilidad de que cierto río esté contaminado por nitratos es 0,6, por sulfatos es 0,4, y por ambos es 0,2. Calcúlese la probabilidad de que dicho río:

a) No esté contaminado por nitratos, si se sabe que está contaminado por sulfatos.

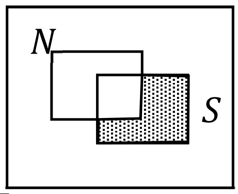
b) No esté contaminado ni por nitratos ni por sulfatos.

$$Datos: P(N) = 0{,}6;\ \ P(S) = 0{,}4;\ \ P(N \cap S) = 0{,}2.$$

a)

$$P = P\left(\overline{N}/S\right) = \frac{P\left(\overline{N} \cap S\right)}{P(S)} = \frac{P(S) - P(N \cap S)}{P(S)} = \frac{0{,}4 - 0{,}2}{0{,}4} =$$

$$= \frac{0{,}2}{0{,}4} = \underline{0{,}5}.$$



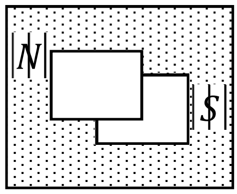
$\overline{N} \cap S = S - (N \cap S)$

b)

$$P = P\left(\overline{N} \cap \overline{S}\right) = 1 - P(N \cup S) =$$

$$= 1 - [P(N) + P(S) - P(N \cap S)] =$$

$$= 1 - (0{,}6 + 0{,}4 - 0{,}2) = 1 - 0{,}8 = \underline{0{,}2}.$$



$\overline{N} \cap \overline{S} = 1 - (N \cup S)$

****

5º) La longitud auricular de la oreja en varones jóvenes, medida en centímetros (cm), se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica $\sigma = 0{,}6\ cm$.

a) Una muestra aleatoria simple de 100 individuos proporcionó una media muestral $\overline{x} = 7\ cm$. Calcúlese un intervalo de confianza al 96 % para μ.

b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral sea a lo sumo de 0,1 cm, con un nivel de confianza del 98 %.

----

a)

$\alpha = 1 - 0{,}96 = 0{,}04 \ \rightarrow\ z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}02} = \mathbf{2{,}055}$.

$(1 - 0{,}02 = 0{,}9800\ \rightarrow z = 2{,}055)$.

Datos: $n = 100;\ \ \overline{x} = 7;\ \sigma = 0{,}6;\ \ z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}055$.

La fórmula que nos da el intervalo de confianza pedido en función de $\overline{x}, \sigma\ y\ n$, es la siguiente: $\left(\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

$\left(7 - 2{,}055 \cdot \frac{0{,}6}{\sqrt{100}};\ 7 + 2{,}055 \cdot \frac{0{,}6}{\sqrt{100}}\right);$

$(7 - 2{,}055 \cdot 0{,}06;\ 7 + 2{,}055 \cdot 0{,}06);\ \ (7 - 0{,}1233;\ 7 + 0{,}1233)$.

$$\underline{I.C._{97\ \%} = (6{,}8767;\ 7{,}1233).}$$

b)

$\alpha = 1 - 0{,}98 = 0{,}02 \ \rightarrow\ z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}01} = \mathbf{2{,}33}$.

$(1 - 0{,}01 = 0{,}9900\ \rightarrow z = 2{,}33)$.

Datos: $\sigma = 0{,}6;\ \ z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}33;\ \ E = 0{,}1$.

Siendo $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ \Rightarrow\ \sqrt{n} = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{E}\ \Rightarrow n = \left(z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{E}\right)^2 = \left(2{,}33 \cdot \frac{0{,}6}{0{,}1}\right)^2 =$

$= (2{,}33 \cdot 6)^2 = 13{,}98^2 = 195{,}44$.

$$\underline{El\ tamaño\ mínimo\ de\ la\ muestra\ tiene\ que\ ser\ de\ 196\ jóvenes.}$$

****