

1. (1.5p) Obtén el cociente y el resto de la división $(-8x^4 + 6x^2 + 8x) : (2x^2 - x)$

2. (1.5p) De la división de dos polinomios se sabe que el divisor es $(2x - 3)$, el cociente es $(2x + 3)$ y el resto vale 9. ¿Cuál es el dividendo?

3. (2p) Obtén las raíces y factoriza el polinomio $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 9$

4. (2p) Simplifica la fracción algebraica:

$$\frac{x^2 - 2x}{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}$$

5. (3p) Simplifica las siguientes expresiones algebraicas:

a. $\frac{x^2 + 1}{x^2 - x} : \frac{x^3 + x}{x^3 - x}$

b. $\frac{x^2}{x^2 - 4} \cdot \left[\frac{1}{2x} - \frac{1}{x^2} \right]$

1. Obtén el cociente y el resto de la división $(-8x^4 + 6x^2 + 8x) : (2x^2 - x)$

$-8x^4$	$6x^2$	$+8x$	$2x^2 - x$
$8x^4$	$-4x^3$		$-4x^2 - 2x + 2$
	$-4x^3$	$+6x^2$	$+8x$
	$4x^3$	$-2x^2$	
	$4x^2$	$8x$	
	$-4x^2$	$2x$	
		$10x$	

2. De la división entre dos polinomios se sabe que el divisor es $(2x - 3)$, el cociente es $(2x + 3)$ y el resto vale 9. ¿Cuál es el dividendo?

$$\text{Dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto} = (2x - 3)(2x + 3) + 9 = 4x^2 - 9 + 9 = 4x^2$$

3. Obtén las raíces y factoriza el polinomio $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 9$

Buscamos las raíces del polinomio resolviendo la ecuación $2x^3 - 7x^2 + 9 = 0$:

-1	2	-7	0	9
-1	2	-2	9	-9
-1	2	-9	9	0

Luego $x_1 = -1$. Obtenemos las otras dos raíces resolviendo la ecuación de segundo grado $2x^2 - 9x + 9 = 0$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9}}{2 \cdot 2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{9 \pm 3}{4}$$

$$x_2 = \frac{9 + 3}{4} = \frac{12}{4} = 3 \quad ; \quad x_3 = \frac{9 - 3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Considerando las tres raíces obtenidas y anteponiendo el coeficiente principal:

$$2x^3 - 7x^2 + 9 = 2(x + 1)(x - 3)\left(x - \frac{3}{2}\right) = (x + 1)(x - 3)(2x - 3)$$

4. Simplifica la fracción algebraica:

$$\frac{x^2 - 2x}{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}$$

- Se factoriza el polinomio del numerador sacando factor común $x^2 - 2x = x(x - 2)$
- Buscamos las raíces resolviendo la ecuación de tercer grado $x^3 - 2x^2 + 2x - 4 = 0$:

2	1	-2	2	-4
2	2	0	4	
1	0	2	0	

Luego $x_1 = 2$. Obtenemos las otras dos raíces resolviendo la ecuación de segundo grado $x^2 + 2 = 0$:

$$x^2 + 2 = 0 \rightarrow x^2 = -2 \rightarrow x = \pm\sqrt{-2} = \nexists$$

El polinomio sólo tiene una raíz real $x = 2$. Su expresión factorizada es $(x - 2)(x^2 + 2)$

- Simplificamos la fracción algebraica:

$$\frac{x^2 - 2x}{2x^3 - 7x^2 + 9} = \frac{x(x - 2)}{(x - 2)(x^2 + 2)} = \frac{x}{x^2 + 2}$$

5. Simplifica las siguientes expresiones algebraicas:

a. $\frac{x^2 + 1}{x^2 - x} : \frac{x^3 + x}{x^3 - x}$

b. $\frac{x^2}{x^2 - 4} \cdot \left[\frac{1}{2x} - \frac{1}{x^2} \right]$

- a. Se factorizan los polinomios del numerador y denominador:

- $x^2 + 1 \rightarrow$ No se puede factorizar pues no tiene raíces reales
- $x^2 - x = x(x - 1)$
- $x^3 + x = x(x^2 + 1) \rightarrow$ No se puede factorizar el polinomio de segundo grado
- $x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$

Sustituyendo y simplificando:

$$\frac{x^2 + 1}{x(x - 1)} : \frac{x(x^2 + 1)}{x(x - 1)(x + 1)} = \frac{(x^2 + 1)x(x - 1)(x + 1)}{x(x - 1)x(x^2 + 1)} = \frac{x + 1}{x}$$

b. $\frac{x^2}{x^2 - 4} \cdot \left[\frac{1}{2x} - \frac{1}{x^2} \right] = \frac{x^2}{x^2 - 4} \cdot \left[\frac{x}{2x^2} - \frac{2}{2x^2} \right] = \frac{x^2}{x^2 - 4} \cdot \frac{x - 2}{2x^2} = \frac{x^2(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)2x^2} = \frac{1}{2(x + 2)}$