P.A.U. MADRID JUNIO 2006 FÍSICA

CUESTION 1.- Llamando g_o, y V_o a la intensidad de campo gravitatorio y al potencial gravitatorio en la superficie terrestre respectivamente, determine en función del radio de la Tierra:
a) La altura sobre la superficie terrestre a la cual la intensidad de campo gravitatorio es $g_o / 2$
b) La altura sobre la superficie terrestre a la cual el potencial gravitatorio es V_o / 2.

a)

$$g_o = G\cdot\frac{M}{R^2} \quad\rightarrow\quad G\cdot M = g_o\cdot R^2$$

$$g = G\cdot\frac{M}{r^2} \quad\rightarrow\quad \frac{g_o}{2} = \frac{g_o\cdot R^2}{(R+h)^2} \quad\rightarrow\quad (R+h)^2 = 2\cdot R^2 \quad\rightarrow\quad h = R\cdot(\sqrt{2}-1)$$

b)

$$V_o = -G\cdot\frac{M}{R} \quad\rightarrow\quad G\cdot M = -V_o\cdot R$$

$$V_o = -G\cdot\frac{M}{r} \quad\rightarrow\quad \frac{V_o}{2} = -\frac{-V_o\cdot R}{R+h} \quad\rightarrow\quad R+h = 2\cdot R \quad\rightarrow\quad h = R$$

CUESTION 2.- Una onda sonora que se propaga en el aire tiene una frecuencia de 260 Hz.
a) Describa la naturaleza de la onda sonora e indique cuál es la dirección en la que tiene lugar la perturbación. respecto a la dirección de propagación.
b) Calcule el periodo de esta onda y su longitud de onda.
Datos: velocidad del sonido en el aire v = 340 m/s.

a) Onda de presión longitudinal: las variaciones de presión se producen en la misma dirección que la propagación.

b) $v = \lambda / T = \lambda \,.\, F$ à $\lambda = v / F = 340 / 260 = 1'31$ m
$T = 1 / F = 1 / 260 = 0'00385$ s

CUESTION 3. - Una carga puntual de valor Q ocupa la posición (0,0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial es V = -120 V, y el campo eléctrico es $\vec{E} = -80\,\vec{i}$ N/C, siendo $\vec{i}$ el vector unitario en el sentido positivo del eje X. Si las coordenadas están dadas en metros, calcule:
a) La posición del punto A y el valor de Q.
b) El trabajo necesario para llevar un electrón desde el punto B (2,2) hasta el punto A.
Datos: Valor absoluto de la carga del electrón e = 1 ,6x10^{-19} C
Constante de la ley de Coulomb en el vacío K=9xl0^9 N m^2 C^{-2}

Una carga eléctrica crea a su alrededor un potencial V y un campo de intensidad E de valores:

$V = k \cdot Q / r$ à $-120 = 9.10^9 \cdot Q / x$

$E = k \cdot Q / r^2$ à $-80 = 9.10^9 \cdot Q / x^2$

Resolviendo el sistema:

$x = 120 / 80 = 1'5$ m à $Q = -120 \cdot 1'5 / 9.10^9 = -2.10^{-8}$ Coulombs

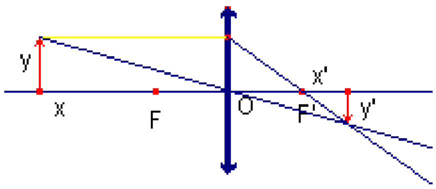
El trabajo para trasladar una carga de un punto a otro es igual $W = q \cdot (V_B - V_A)$

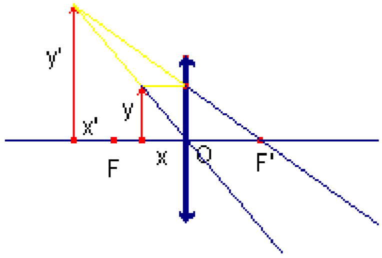
$V_B = k \cdot Q / r = 9.10^9 \cdot (-2.10^8) / (2^2 + 2^2)^{1/2} = -63'64$ Volts

$W = -1'6.10^{-19} \cdot(-63'64 - (-120)) = -9'02.10^{-18}$ Julios

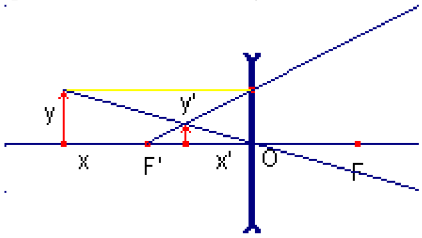
CUESTION 4. - Explique dónde debe estar situado un objeto respecto a una lente delgada para obtener una imagen virtual y derecha:
a) Si la lente es convergente.
b) Si la lente es divergente.
Realice en ambos casos las construcciones geométricas e indique si la imagen es mayor o menor que el objeto.

a) Con una lente convergente sólo es posible si el objeto está situado entre el foco objeto y la lente, siendo la imagen virtual, derecha y mayor.





b) Con una lente divergente la imagen siempre es virtual, derecha y menor, estando el objeto en cualquier punto



CUESTIÓN 5.- Calcule en los dos casos siguientes la diferencia de potencial con que debe ser acelerado un protón que parte del reposo para que después de atravesar dicho potencial:
a) El momento lineal del protón sea 10^{-21} kg m s^{-1}
b) La longitud de onda de De Broglie asociada al protón sea 5x 10^{-13} m.
Datos: Carga del protón q_p= 1,6xl0^{-19} C; Masa del protón m_p=1,67x10^{-27} kg
Constante de Planck h = 6,63 x10^{-34} J S.

El trabajo realizado por el campo sirve para variar la energía cinética del protón:

$$W = q\cdot\Delta\cdot \;= \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{m^2\cdot v^2}{2\cdot m} = \frac{p^2}{2\cdot m} \quad \rightarrow \quad \Delta V = \frac{p^2}{2\cdot m\cdot q}$$

a) Si p = 10^{-21} à $\Delta V = (10^{-21})^2 / (2\cdot 1'67.10^{-27}\cdot 1'6.10^{-19}) = 1871$ Voltios

b) La longitud de onda asociada es $\lambda = h / p$ à $p = h / \lambda = 6'63.10^{-34} / 5.10^{-13} = 1'326.10^{-21}$ kg.m/s

à $\Delta V = (1'326.10^{-21})^2 / (2\cdot 1'67.10^{-27}\cdot 1'6.10^{-19}) = 3290$ Voltios

REPERTORIO A. PROBLEMA 1.

Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. En esta órbita la energía mecánica del satélite es -4,5 . 10^9 J y su velocidad es 7610 m/s. Calcule:

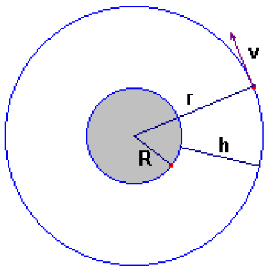
El módulo del momento lineal del satélite y el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.

El periodo de la órbita y la altura a la que se encuentra el satélite.

Datos: Constante de Gravitación Universal G = 6,67 x l0-JJ N m^2 kg-^{2}

Masa de la Tierra M_T = 5,98^{x}10" kg

Radio de la Tierra R_T = 6,37 X 10^6 m



Sean M masa de la Tierra, m, v, r la masa, velocidad y radio de la órbita del satélite.

La velocidad orbital es :

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \quad \rightarrow \quad r = \frac{G \cdot M}{v^2} = \frac{6'67.10^{-11} \cdot 5'98.10^{24}}{7610^2} = 6'89.10^6 \ m$$

La energía mecánica de un objeto orbitando en el campo gravitatorio es:

E_m = – G · M · m / 2r à m = – 2r · E_m / (G · M) = … = 155’41 kg

El módulo del momento lineal es: p = m · v = 155’41 · 7610 = 1182670 kg.m/s

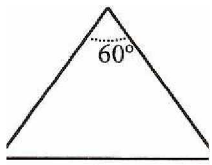
El módulo del momento angular es: L = r · p · sen 90 = 8’1 . 10^{12} kg.m^2/s

La altura será: h = r – R = 6’89.10^6 – 6’37.10^6 = 520 km

El período será: T = 2·π·r / v = 2·π·6’89.10^6 / 7610 = 5689 seg

REPERTORIO A. PROBLEMA 2

Sobre un prisma de ángulo 60º como el de la figura, situado en el vado, incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 41,3· con la normal a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC:



Calcule el índice de refracción del prisma.

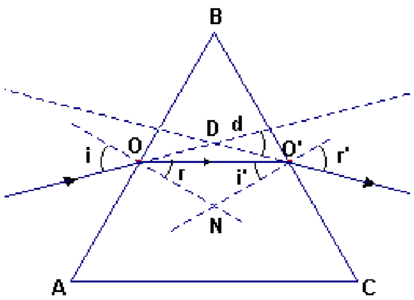
Realice el esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a A través del prisma.

Determine el ángulo de desviación del rayo al atravesar el prisma.

Explique si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma

El enunciado es ambiguo. La figura no es un prisma, sino un triángulo y por ninguna parte indica el valor del ángulo Â o del C, por tanto el problema tiene infinitas interpretaciones o soluciones. Por ejemplo:

Consideremos el prisma de sección el triángulo equilátero, es decir, A = B = C = 60º



Por ser OO’ paralelo a AC, el ángulo BOO’ vale 60º, y la figura tiene simetría axial respecto al eje BN

r = BON - BOO’ = 90º - 60º = 30º

Aplicando la ley de Snell de la refracción: n_i · sen i = n_r · sen r

n_r = n_i · sen i / sen r = 1 · sen 41’3º / sen 30º = 1’32

Por simetría: i’ = r = 30º à DOO’ = DO’O = i – r = 41’3º - 30º = 11’3º

La desviación será: d = DOO’ + DO’O = 11’3º + 11’3º = 22’6º

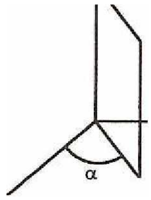
La frecuencia de una onda se debe al foco emisor y no cambia al atravesar un medio, sólo cambia la longitud de onda:

v = λ · F à λ = v / F

Como el rayo luminoso va del vacío a otra sustancia en la que se propaga con velocidad menor, la frecuencia no varía pero la longitud de onda disminuye.

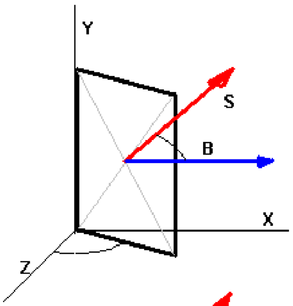
REPERTORIO B. PROBLEMA 1.

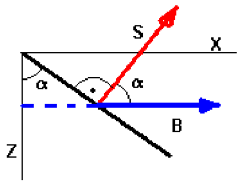
Una espira cuadrada de 1,5 Ω de resistencia está inmersa en un campo magnético uniforme B = 0,03 T dirigido según el sentido positivo del eje X. La espira tiene 2 cm de lado y forma un ángulo α variable con el plano YZ como se muestra en la figura.



a) Si se hace girar la espira alrededor del eje Y con una frecuencia de rotación de 60 Hz, siendo α = π/2 en el instante t=0, obtenga la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.

b) ¿Cuál debe ser la velocidad angular de la espira para que la corriente máxima que circule por ella sea de 2 mA?





El ángulo α varía con el tiempo según la función:

$\alpha = w \cdot t + \alpha_o = w \cdot t + \pi/2$
$w = 2 \cdot \pi \cdot F = 120 \cdot \pi$

El flujo magnético que atraviesa la espira es:

$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha = B \cdot S \cdot \cos(w \cdot t + \pi/2)$
$\Phi = 0'03 \cdot 0'02^2 \cdot \cos(120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2) = 1'2.10^{-5} \cdot \text{sen}(120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2)$

La f.e.m. inducida será:

$E = - d\Phi/dt = B \cdot S \cdot w \cdot \text{sen}(w \cdot t + \pi/2)$

$E = 1'2.10^{-5} \cdot 120 \cdot \pi \cdot \text{sen}(120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2) = 4'5.10^{-3} \cdot \text{sen}(120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2)$ volt

Para que la corriente máxima sea de 2 mA, la f.e.m. máxima deberá ser:

$E_{max} = I_{max} \cdot R = 0'002 \cdot 1'5 = 0'003$ Volts

Como $E_{max} = B \cdot S \cdot w$ à $w = E_{max}/(B \cdot S) = 0'003 / (0'03 \cdot 0'02^2) = 250$ rad/s

REPERTORIO B. PROBLEMA 2.

Problema 2.- Una masa puntual de valor 150 g unida a un muelle horizontal de constante elástica k = 65 N/m constituye un oscilador armónico simple. Si la amplitud del movimiento es de 5 cm, determine:
a) La expresión de la velocidad de oscilación de la masa en función de la elongación.
b) La energía potencial elástica del sistema cuando la velocidad de oscilación es nula.
c) La energía cinética del sistema cuando la velocidad de oscilación es máxima.
d) La energía cinética y la energía potencial elástica del sistema cuando el módulo de la aceleración de la masa es igual a 13 m/s²

Las ecuaciones de un M.A.S. son:

$x = A \cdot \text{sen}(w \cdot t - \Phi)$ $v = dx/dt = A \cdot w \cdot \cos(w \cdot t - \Phi)$ $a = dv/dt = -A \cdot w^2 \cdot \text{sen}(w \cdot t - \Phi) = -w^2 \cdot x$

$F = -k \cdot x$ à $a = -k \cdot x / m$ à $w^2 = k/m$ à $w = (k/m)^{1/2} = (65/0'15)^{1/2} = 20'8$ rad/s

a) La velocidad en función del tiempo será:

$$v = A \cdot w \cdot \cos(w \cdot t - \Phi) = 0'05 \cdot 20'8 \cdot \cos(20'8 \cdot t - \Phi) = 1'04 \cdot \cos(20'8 \cdot t - \Phi) \text{ m/s}$$

b) Cuando la velocidad es nula la elongación es máxima x = ± o'o5 m y la energía potencial será:

$$E_p = ½ \cdot k \cdot x^2 = ½ \cdot 65 \cdot 0'05^2 = 0'081 \text{ Julios}$$

c) La velocidad máxima es: $v_{max} = 1'04$ m/s y la energía cinética será máxima que debe coincidir con la potencial máxima

$$E_c = ½ \cdot m \cdot v^2 = ½ \cdot 0'15 \cdot 1'04^2 = 0'081 \text{ Julios}$$

d) Si el módulo de la aceleración vale 13 m/s², el móvil se encuentra en $x = -a/w^2 = \pm 13/20'8^2 = \pm 0'03$ m

La energía potencial valdrá $E_p = ½ \cdot k \cdot x^2 = ½ \cdot 65 \cdot 0'03^2 = 0'029$ Julios

La energía cinética valdrá $Ec = E_{total} - E_{potencial} = E_{potencial\ máxima} - E_{potencial} = 0'081 - 0'029 = 0'052$ Julios