

## PAU MADRID SEPTIEMBRE 2003

### Cuestión 1.-

- a) Defina las superficies equipotenciales en un campo de fuerzas conservativo.
- b) ¿ Cómo son las superficies equipotenciales del campo eléctrico creado por una carga puntual ?
- c) ¿ Qué relación geométrica existe entre las líneas de fuerza de un campo conservativo y las superficies equipotenciales ?
- d) Indique un ejemplo de campo de fuerzas no conservativo.

### Solución:

- a) Superficie equipotencial es el conjunto de puntos de un campo de fuerzas que tienen el mismo potencial.
- b) El potencial que crea una carga puntual  $q$  a una distancia  $r$  es:

$$V = k \cdot q / r$$

El conjunto de puntos que tienen el mismo valor de  $V$  es el que tiene el mismo valor de  $r$ , por tanto la superficie equipotencial es una esfera.

Las superficies equipotenciales creadas por una carga puntual son esferas.

- c) Las líneas de fuerza son tales que en cada punto la intensidad del campo es tangente a la línea en dicho punto; por tanto las líneas de campo son perpendiculares a las superficies equipotenciales.
- d) Campos de fuerzas no conservativos son: Campo Magnético, Movimiento de sólido en un fluido resistente ...

### Cuestión 2.-

La expresión matemática de una onda armónica es  $y(x,t) = 3 \cdot \text{sen}(200 \cdot \pi \cdot t - 5 \cdot x + \pi)$ , estando todas las magnitudes en unidades S.I. Determine:

- a) La frecuencia y longitud de onda.
- b) La amplitud y la velocidad de propagación de la onda.

### Solución:

La ecuación general de una onda es:  $y = A \cdot \text{sen}(w \cdot t - k \cdot x + f)$

Comparando la ecuación general con la dada se deduce:

$$A = 3 \text{ m}$$

$$v = w / k = 200 \cdot \pi / 5 = 40 \cdot \pi = 125'7 \text{ m/s en el sentido positivo de } x$$

$$F = w / (2 \cdot \pi) = 200 \cdot \pi / (2 \cdot \pi) = 100 \text{ Hz}$$

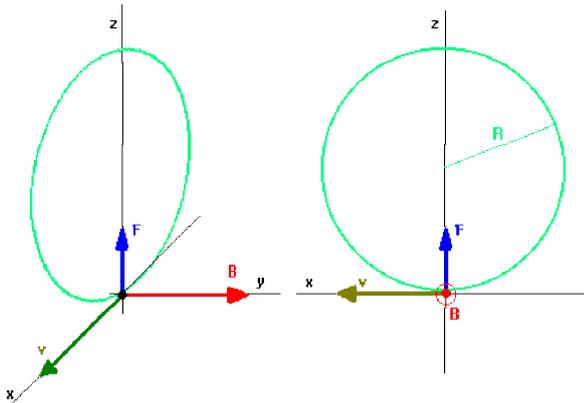
$$\lambda = 2 \cdot \pi / k = 2 \cdot \pi / 5 = 1'26 \text{ m}$$

**Cuestión 3.-**

Una partícula de carga positiva  $q$  se mueve en la dirección del eje  $X$  con una velocidad constante  $a$  y entra en una región donde existe un campo magnético de dirección  $Y$  y valor constante  $b$ .

- a) Determine la fuerza ejercida sobre la partícula en módulo, dirección y sentido.
- b) Razone qué trayectoria seguirá la partícula y efectúe un esquema gráfico.
- c) ¿Qué sucede si el protón se deja en reposo en el campo magnético ?

**Solución:**



a) Toda carga eléctrica en movimiento dentro de un campo magnético se ve sometida a una fuerza:

$$\mathbf{F} = q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{F} = q \cdot (a \cdot \mathbf{i} \times b \cdot \mathbf{j}) = q \cdot a \cdot b \cdot \mathbf{k}$$

El módulo de la fuerza será  $q \cdot a \cdot b$ , dirigida según el eje  $z$ , en sentido positivo del mismo

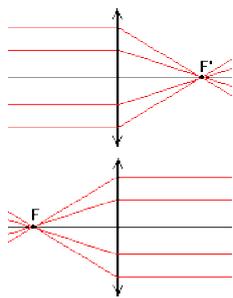
b) Como la fuerza siempre es perpendicular a la velocidad y constante, la trayectoria será una circunferencia de radio:

$$R = m \cdot v / (q \cdot B) = m \cdot a / (q \cdot b)$$

**Cuestión 4.-**

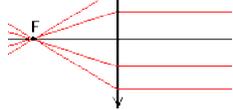
- a) Explique qué son una lente convergente y una lente divergente. ¿Cómo están situados los focos objeto e imagen en cada una de ellas ?
- b) ¿Qué es la potencia de una lente y en qué unidades se acostumbra a expresar ?

**Solución:**

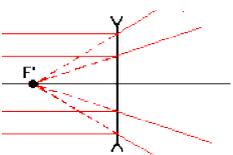


La lente convergente desvía la trayectoria de los rayos luminosos acercándolos al eje óptico.

Todo rayo que incide en una lente convergente paralelamente al eje óptico se desvía pasando por un punto llamado foco imagen,  $F'$ , que está al otro lado de la lente.

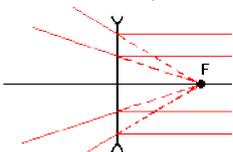


Todo rayo que incide en la lente convergente pasando por el foco objeto,  $F$ , que está antes de la lente, se desvía saliendo paralelo al eje óptico.



La lente divergente desvía la trayectoria de los rayos luminosos alejándolos del eje óptico.

Todo rayo que incide en una lente divergente paralelamente al eje óptico se desvía de tal forma que la prolongación del rayo pasará por un punto llamado foco imagen,  $F'$ , que está antes de la lente.



Todo rayo que incide en la lente divergente que pasara por el foco objeto,  $F$ , que está al otro lado de lente, se desvía saliendo paralelo al eje óptico.

**Cuestión 5.-**

A una partícula material se le asocia la llamada longitud de onda de De Broglie.

a) ¿ Qué magnitudes físicas determinan el valor de la longitud de onda de De Broglie?. ¿ Pueden dos partículas distintas con diferente velocidad tener asociada la misma longitud de onda de De Broglie ?

b) ¿ Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie de dos electrones cuyas energías cinéticas son 2 eV y 8 eV ?

**Solución:**

a) La longitud de onda es inversamente proporcional a la cantidad de movimiento del móvil:

$$\lambda = h / p \quad \text{siendo} \quad p = m \cdot v$$

Dos partículas distintas (masas distintas) con diferentes velocidades pueden tener la misma longitud de onda siempre y cuando tengan el mismo valor del producto de la masa por la velocidad.

b) 
$$E = (m \cdot v^2) / 2 = p^2 / (2m) \Rightarrow p = (2 \cdot m \cdot E)^{1/2}$$

$$\lambda = h / p = h / (2 \cdot m \cdot E)^{1/2}$$

$$\lambda_1 / \lambda_2 = [h / (2 \cdot m \cdot E_1)^{1/2}] / [h / (2 \cdot m \cdot E_2)^{1/2}] = (E_2 / E_1)^{1/2}$$

$$\lambda_1 / \lambda_2 = (8 / 2)^{1/2} = 2$$

La longitud de onda asociada a la menor energía ( 2 eV ) es el doble que la asociada a la mayor energía ( 8 eV )

**Repertorio A. Problema 1.-**

Un satélite artificial de 100kg de masa se encuentra girando alrededor de la Tierra en una órbita circular de 7100 km de radio. Determine:

- a) El periodo de revolución del satélite
- b) El momento lineal y el momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.
- c) La variación de energía potencial que ha experimentado el satélite al elevarlo desde la superficie de la Tierra hasta esa posición.
- d) Las energías cinética y total del satélite.

**Datos:** Constante de gravitación universal  $6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$   
 Masa de la Tierra  $5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  Radio de la Tierra  $6'37 \cdot 10^6 \text{ m}$

**Solución:**

a) La fuerza centrípeta que obliga al satélite a describir una órbita circular es la fuerza de atracción gravitatoria:

$$F_c = F_a \Rightarrow m \cdot \omega^2 \cdot r = G \cdot M \cdot m / r^2 \Rightarrow \omega = [G \cdot M / r^3]^{1/2} = [6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'98 \cdot 10^{24} / (7'1 \cdot 10^6)^3]^{1/2} = 1'06 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$$

$$T = 2 \cdot \pi / \omega = 2 \cdot \pi / 1'06 \cdot 10^{-3} = 5952 \text{ s}$$

$$v = \omega \cdot r = 1'06 \cdot 10^{-3} \cdot 7'1 \cdot 10^6 = 7526 \text{ m/s}$$

b) El momento lineal o cantidad de movimiento es  $p = m \cdot v = 100 \cdot 7526 = 752600 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

El momento angular es el momento de la cantidad de movimiento:

$$L = m \cdot v \cdot r = 752600 \cdot 7'1 \cdot 10^6 = 5'34 \cdot 10^{10} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

c) La energía potencial es  $E_p = - G \cdot M \cdot m / r$

$$E_p - E_{p0} = G \cdot M \cdot m \cdot (-1/r + 1/r_0) = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'98 \cdot 10^{24} \cdot 100 \cdot (-1/7'1 \cdot 10^6 + 1/6'37 \cdot 10^6) = 6'44 \cdot 10^8 \text{ J}$$

d)  $E_c = m \cdot v^2 / 2 = 100 \cdot 7526^2 / 2 = 2'83 \cdot 10^9 \text{ julios}$

$$E_p = - G \cdot M \cdot m / r = - 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'98 \cdot 10^{24} \cdot 100 / 7'1 \cdot 10^6 = - 5'62 \cdot 10^9 \text{ julios}$$

$$E_m = E_c + E_p = 2'83 \cdot 10^9 - 5'62 \cdot 10^9 = - 2'79 \cdot 10^9 \text{ julios}$$

### Repertorio A. Problema 2.-

Un metal tiene una frecuencia umbral de  $4'5 \cdot 10^{14}$  Hz para el efecto fotoeléctrico.

a) Si el metal se ilumina con una radiación de  $4 \cdot 10^{-7}$  m de longitud de onda, ¿ cuál será la energía cinética y la velocidad de los electrones emitidos ?

b) Si el metal se ilumina con otra radiación distinta de forma que los electrones emitidos tengan una energía cinética el doble que en el caso anterior, ¿ cuál será la frecuencia de esta radiación ?

Datos:

Valor absoluto de la carga del electrón  $e = 1'6 \cdot 10^{-19}$  C

Masa del electrón en reposo  $m = 9'1 \cdot 10^{-31}$  kg

Constante de Planck  $h = 6'63 \cdot 10^{-34}$  J.s

Velocidad de la luz en el vacío  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s

Solución:

a) Cuando un metal se ilumina con una energía superior a la umbral se emiten electrones cuya energía cinética es la diferencia entre las energías incidente y umbral.

$$f = c / \lambda = 3 \cdot 10^8 / 4 \cdot 10^{-7} = 7'5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$E_c = h \cdot f - h \cdot f_0 = h \cdot (f - f_0) = 6'63 \cdot 10^{-34} \cdot (7'5 \cdot 10^{14} - 4'5 \cdot 10^{14}) = 1'99 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$v = (2 \cdot E_c / m)^{1/2} = (2 \cdot 1'99 \cdot 10^{-19} / 9'1 \cdot 10^{-31})^{1/2} = 6'61 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

b)  $E_c = h \cdot f' - h \cdot f_0 \Rightarrow f' = E_c / h + f_0 = 2 \cdot 1'99 \cdot 10^{-19} / 6'63 \cdot 10^{-34} + 4'5 \cdot 10^{14} = 1'05 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

$$\text{o bien: } 2 \cdot h \cdot (f - f_0) = h \cdot (f' - f_0) \Rightarrow f' = 2 \cdot f - f_0 = 2 \cdot 7'5 \cdot 10^{14} - 4'5 \cdot 10^{14} = 10'5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

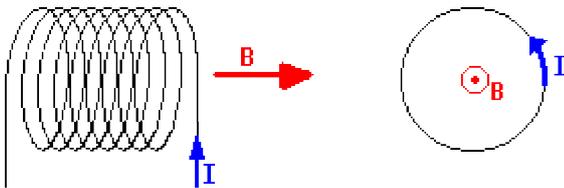
### Repertorio B. Problema 1.-

Un solenoide de 20 W de resistencia está formado por 500 espiras circulares de 2'5 cm de diámetro. El solenoide está situado en un campo magnético uniforme de valor 0'3 T, siendo el eje del solenoide paralelo a la dirección del campo. Si el campo magnético disminuye uniformemente hasta anularse en 0'1 s, determinar:

a) El flujo inicial que atraviesa el solenoide y la fuerza electromotriz inducida.

b) La intensidad recorrida por el solenoide y la carga transportada en ese intervalo de tiempo.

Solución:



El flujo inicial es:  $F = N \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos \theta = 500 \cdot 0'3 \cdot \pi \cdot (0'025/2)^2 \cdot \cos 0 = 0'0736 \text{ Wb}$

El flujo final es cero por anularse el campo magnético

$$E = - dF/dt = - (0 - 0'0736) / 0'1 = 0'736 \text{ Voltios}$$

$$I = E / R = 0'736 / 20 = 0'037 \text{ Amperios}$$

$$Q = I \cdot t = 0'037 \cdot 0'1 = 0'0037 \text{ Coulombios}$$

Repertorio B. Problema 2.-

Por medio de un espejo cóncavo se quiere proyectar la imagen de un objeto de tamaño 1 cm sobre una pantalla plana, de modo que la imagen sea invertida y de tamaño 3 cm. Sabiendo que la pantalla ha de estar colocada a 2m del espejo, calcule:

- a) Las distancias del objeto y de la imagen al espejo, efectuando la construcción geométrica.
- b) El radio del espejo y la distancia focal.

**Solución:**

La ecuación del espejo esférico es:

$$1/x' + 1/x = 1/f$$

$$y'/y = -x'/x$$

Los datos son:

$$\begin{aligned} y &= 1 \text{ cm} \\ y' &= -3 \text{ cm} \\ x' &= -200 \text{ cm} \end{aligned}$$

Sustituyendo los datos en las ecuaciones anteriores:

$$-3/1 = -(-200)/x \Rightarrow x = -200/3 = -66'7 \text{ cm}$$

El objeto hay que colocarlo delante del espejo a 66'7 cm del polo y la imagen se forma delante del espejo a 2 m como dice el enunciado.

$$1/(-200) + 1/(-66'7) = 1/f \Rightarrow -1/200 - 3/200 = 1/f \Rightarrow 1/f = -4/200 \Rightarrow f = -50 \text{ cm}$$

El radio del espejo será:  $R = 2.f = 2 \cdot 50 = 100 \text{ cm}$

