

PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS

MADRID SEPTIEMBRE 2006

FÍSICA

Cuestión 1.-

- a) Desde la superficie de la Tierra se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad v . Si se desprecia el rozamiento, calcule el valor de v necesario para que el objeto alcance una altura igual al radio de la Tierra.
- b) Si se lanza el objeto desde la superficie de la Tierra con una velocidad doble a la calculada en el apartado anterior, ¿escapará o no del campo gravitatorio terrestre?

Datos: Masa de la Tierra $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ Radio de la Tierra $R_T = 6370 \text{ km}$
Constante de Gravitación $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ J/Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

Por se el campo gravitatorio conservativo, la energía mecánica es constante: $E_m = E_c + E_p = \text{constante}$

$$\left[\frac{1}{2} m \cdot v^2 - G \cdot M \cdot m / r \right]_A = \left[\frac{1}{2} m \cdot v^2 - G \cdot M \cdot m / r \right]_B$$

tomando A el suelo: $r = R_T$ y B el punto más alto: $r = 2 \cdot R_T$, $v = 0$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_A^2 - G \cdot M \cdot m / R_T = \frac{1}{2} m \cdot 0^2 - G \cdot M \cdot m / (2 R_T) \rightarrow \frac{1}{2} v_A^2 = G \cdot M / R_T - G \cdot M / (2 R_T)$$

$$\rightarrow v_A^2 = 2 \cdot G \cdot M / R_T - G \cdot M / R_T = G \cdot M / R_T \rightarrow v_A = (G \cdot M / R_T)^{1/2} = 7913 \text{ m/s}$$

La velocidad de escape, alcanzar el infinito, es $V_e = (2 \cdot G \cdot M / R_T)^{1/2} = 11191 \text{ m/s}$

Si se duplica la velocidad de salida, 15826 m/s, escapa del campo gravitatorio

Cuestión 2.-

Una partícula que describe un movimiento armónico simple recorre una distancia de 16 cm en cada ciclo de su movimiento Y su aceleración máxima es de 48 m/s^2 . Calcule: a) la frecuencia y el periodo del movimiento; b) la velocidad máxima de la partícula.

Si en cada vaiven recorre 16 cm, significa que $16 = 4 \cdot A$, la amplitud del MAS es $4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$

Las ecuaciones del MAS son:

$$x = A \cdot \sin(\omega \cdot t - \Phi)$$

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t - \Phi)$$

$$a = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t - \Phi) = -\omega^2 \cdot x$$

La aceleración máxima se alcanza en los extremos: $48 = \omega^2 \cdot 0,04 \rightarrow \omega = 34,64 \text{ rad/s}$

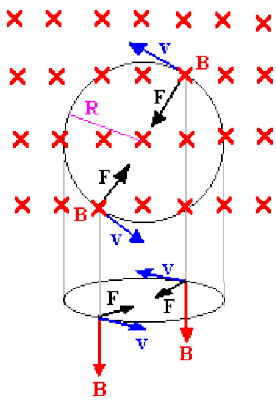
$$\omega = 2 \cdot \pi / T \rightarrow T = 2 \cdot \pi / \omega = 0,18 \text{ seg} \rightarrow F = 1 / T = 5,5 \text{ Hz}$$

La velocidad máxima es $V_{\max} = A \cdot \omega = 1,39 \text{ m/s}$

Cuestión 3.-

Un protón que se mueve con una velocidad V entra en una región en la que existe un campo magnético B uniforme. Explique cómo es la trayectoria que seguirá el protón:

- Si la velocidad del protón V es paralela a B .
- Si la velocidad del protón V es perpendicular a B .



La fuerza que actúa sobre una carga que se mueve en un campo magnético viene dada por la expresión $F = q \cdot (V \wedge B)$, siendo perpendicular a V y a B

Si la Velocidad es paralela a B , forman un ángulo de 0° por lo que el valor de la fuerza también es cero: $F = q \cdot V \cdot B \cdot \sin 0 = 0$, la carga no se ve afectada y sigue con trayectoria rectilínea.

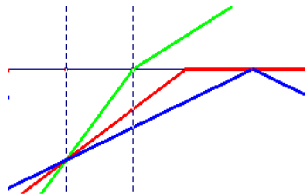
Si la velocidad es perpendicular a B , forman un ángulo de 90° por lo que existe una fuerza perpendicular a V y a B , de valor: $F = q \cdot V \cdot B \cdot \sin 90 = q \cdot V \cdot B$

En cualquier punto de la trayectoria la fuerza es perpendicular a la velocidad por lo que la carga no varía su velocidad, sólo se desvía, siguiendo una trayectoria circular.

Cuestión 4.-

Un buceador enciende una linterna debajo del agua (índice de refracción 1,33) Y dirige el haz luminoso hacia arriba formando un ángulo de 40° con la vertical.

- ¿Con qué ángulo emergerá la luz del agua?
 - ¿Cuál es el ángulo de incidencia a partir del cual la luz no saldrá del agua?
- Efectúe esquemas gráficos en la explicación de ambos apartados.



La ley de la refracción es: $n_i \cdot \sin i = n_r \cdot \sin r$

En este caso la luz pasa del agua, $n_i = 1.33$, $i = 40^\circ$, al aire, $n_r = 1$

$$1.33 \cdot \sin 40 = 1 \cdot \sin r \rightarrow \sin r = 0.855 \rightarrow r = 58.75^\circ$$

Se define ángulo límite al ángulo de incidencia que tiene un ángulo de salida de 90° ; a partir de este ángulo la luz se refleja, no sale.

$$1.33 \cdot \sin i_L = 1 \cdot \sin 90 \rightarrow \sin i_L = 0.7519 \rightarrow i_L = 48.75^\circ$$

Cuestión 5.-

La ley de desintegración de una sustancia radiactiva es $N = N_0 \cdot e^{-0.003 \cdot t}$, donde N representa el número de núcleos presentes en la muestra en el instante t . Si t está expresado en días, determinar:

- El periodo de semidesintegración (o semivida) de la sustancia $T_{1/2}$
- La fracción de núcleos radiactivos sin desintegrar en el instante $t = 5 T_{1/2}$

La semivida T de una muestra radiactiva es el tiempo necesario para que el número de átomos radiactivos se reduzca a la mitad, es decir:

$$\text{si } t = T \rightarrow N = N_0 / 2 \rightarrow N_0 / 2 = N_0 \cdot e^{-0.003 \cdot T} \rightarrow 1/2 = e^{-0.003 \cdot T} \rightarrow \ln 2 = 0.003 \cdot T$$

$$T = \ln 2 / 0.003 = 231 \text{ días}$$

Si transcurre un tiempo igual a 5 veces la semivida, el número de átomos radiactivos que quedan en la muestra será:

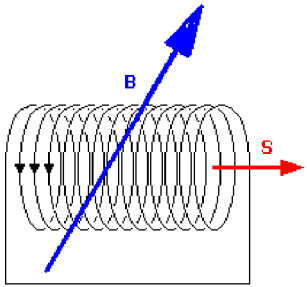
$$N = N_0 \cdot e^{-0.003 \cdot 5 \cdot T} = N_0 \cdot (e^{-0.003 \cdot T})^5 = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = N_0 / 32 \rightarrow N / N_0 = 1 / 32$$

Por cada 32 átomos radiactivos iniciales ahora sólo queda uno

REPERTORIO A. Problema 1.-

Un campo magnético uniforme forma un ángulo de 30° con el eje de una bobina de 200 vueltas y radio 5 cm. Si el campo magnético aumenta a razón de 60 T/s, permaneciendo constante la dirección, determine:

- La variación del flujo magnético a través de la bobina por unidad de tiempo.
- La fuerza electromotriz inducida en la bobina.
- La intensidad de la corriente inducida, si la resistencia de la bobina es 150 Ω .
- ¿Cuál sería la fuerza electromotriz inducida en la bobina, si en las condiciones del enunciado el campo magnético disminuyera a razón de 60 T/s en lugar de aumentar?



El flujo magnético es: $\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$

Siendo $B = B_0 + 60 \cdot t$, , $S = N \cdot \pi \cdot r^2$

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \theta = (B_0 + 60 \cdot t) \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \cos 30$$

$$d\Phi / dt = 60 \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \cos 30 = 60 \cdot 200 \cdot \pi \cdot 0.05^2 \cdot \cos 30 = 81.6 \text{ volts}$$

$$V = - d\Phi / dt = - 81.6 \text{ voltios}$$

$I = V / R = 81.6 / 150 = 0.54$ Amperios, y el sentido el de la figura.

Si en vez de aumentar, disminuyera, $B = B_0 - 60 \cdot t$, la f.e.m. inducida sería + 81.6 voltios

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \theta = (B_0 - 60 \cdot t) \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \cos 30$$

$$d\Phi / dt = - 60 \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \cos 30 = - 60 \cdot 200 \cdot \pi \cdot 0.05^2 \cdot \cos 30 = - 81.6 \text{ volts}$$

$$V = - d\Phi / dt = + 81.6 \text{ voltios}$$

REPERTORIO A. Problema 2.-

Se tiene un espejo cóncavo de 20 cm de distancia focal.

- ¿Dónde se debe situar un objeto para que su imagen sea real y doble que el objeto?
 - ¿Dónde se debe situar el objeto para que la imagen sea doble que el objeto pero tenga carácter virtual?
- Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

Las ecuaciones de un espejo esférico son:

$$1/x' + 1/x = 1/f \quad , , \quad f = R/2 \quad , , \quad A = y'/y = -x'/x$$

Si el objeto está entre el infinito y el centro de curvatura la imagen es siempre real, menor e invertida.

Si el objeto está entre el centro de curvatura y el foco, la imagen es real, mayor e invertida:

$$1/x' + 1/x = 1/(-20) \quad , , \quad -2 = y'/y = -x'/x$$

resolviendo el sistema anterior:

$$x' = 2x \rightarrow 1/2x + 1/x = 1/(-20) \rightarrow 3/2x = -1/20$$

$$\rightarrow x = -30 \text{ cm} \rightarrow x' = -60 \text{ cm}$$

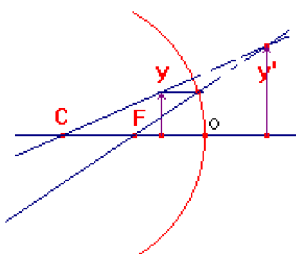
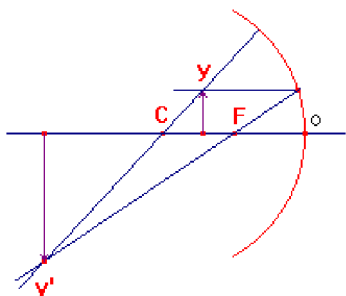
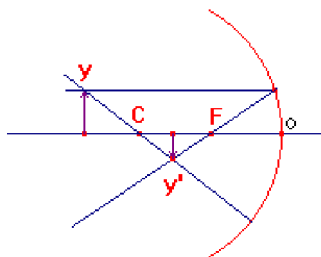
Si el objeto se sitúa entre el foco y el polo, la imagen es virtual, mayor y derecha :

$$1/x' + 1/x = 1/(-20) \quad , , \quad 2 = y'/y = -x'/x$$

resolviendo el sistema anterior:

$$x' = -2x \rightarrow -1/2x + 1/x = 1/(-20) \rightarrow 1/2x = -1/20$$

$$\rightarrow x = -10 \text{ cm} \rightarrow x' = +20 \text{ cm}$$



REPERTORIO B. Problema 1.-

Una onda armónica transversal se desplaza en la dirección del eje X en sentido positivo y tiene una amplitud de 2 cm, una longitud de onda de 4 cm y una frecuencia de 8 Hz. Determine:

- La velocidad de propagación de la onda.
- La fase inicial, sabiendo que para $x = 0$ y $t = 0$ la elongación es $y = 2$ cm.
- La expresión matemática que representa la onda.
- La distancia mínima de separación entre dos partículas del eje X que oscilan desfasadas $\pi / 3$ rad.

La función de onda es $y = A \cdot \sin(w.t - k.x + \Phi)$, siendo

$A = \text{Amplitud} = 0.02 \text{ m}$, , $w = \text{pulsación}$, $w = 2\pi / T = 2\pi \cdot F = 2\pi \cdot 8 = 16\pi \text{ rad/s}$

$k = \text{número de onda}$, $k = 2\pi / \lambda = 2\pi / 0.04 = 50\pi \text{ rad/m}$

$\Phi = \text{fase inicial}$, para $t = 0$ y $x = 0$ $y = 0.02 \rightarrow 0.02 = 0.02 \cdot \sin(\Phi) \rightarrow \sin \Phi = 1 \rightarrow \Phi = \pi / 2$

La función de onda es $y = 0.02 \cdot \sin(16\pi \cdot t - 50\pi \cdot x + \pi / 2)$

La velocidad de la onda es $v = \lambda / T = \lambda \cdot F = 0.04 \cdot 8 = 0.32 \text{ m/s}$

Si en el mismo instante dos partículas tienen un desfase de $\pi / 3$ rad , estarán separadas como mínimo:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \pi / 3 \rightarrow (16\pi \cdot t - 50\pi \cdot x_1 + \pi / 2) - (16\pi \cdot t - 50\pi \cdot x_2 + \pi / 2) = \pi / 3$$

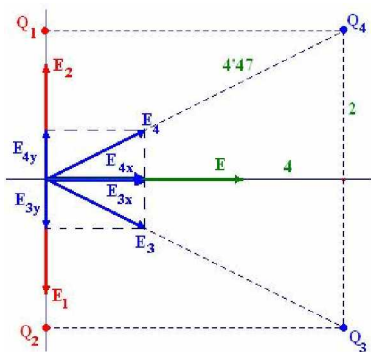
$$\rightarrow -50\pi \cdot x_1 + 50\pi \cdot x_2 = \pi / 3 \rightarrow 50\pi \cdot (x_2 - x_1) = \pi / 3 \rightarrow x_2 - x_1 = 1 / 150 = 0.0067 \text{ m}$$

REPERTORIO B. Problema 2.-

Dos cargas eléctricas positivas e iguales de valor $3 \times 10^{-6} \text{ C}$ están situadas en los puntos A (0,2) Y B (0,-2) del plano XY. Otras dos cargas iguales Q están localizadas en los puntos C (4,2) Y D (4,-2). Sabiendo que el campo eléctrico en el origen de coordenadas es $E = 4 \cdot 10^3 \text{ i}$ N/C, siendo $\hat{i}$ el vector unitario en el sentido positivo del eje X, y que todas las coordenadas están expresadas en metros, determine:

- El valor numérico y el signo de las cargas Q.
- El potencial eléctrico en el origen de coordenadas debido a esta configuración de cargas.

Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \times 10^9 \text{ u.s.i.}$



La intensidad del campo eléctrico viene dada por la expresión: $E = k \cdot Q / r^2$

El campo total E será la suma vectorial de los campos creados por cada carga. $E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4$

En el origen de coordenadas, la distancia a Q_1 y a Q_2 es la misma, $r = 2$.

Como $Q_1 = Q_2 = 3 \cdot 10^{-6} \rightarrow E_1 = E_2$ pero de sentidos opuestos $\rightarrow E_1 + E_2 = 0$

En el origen de coordenadas el campo total sólo se debe a Q_3 y a $Q_4 \rightarrow E = E_3 + E_4$

Y como está dirigido en el sentido positivo del eje X, las cargas deben ser negativas.

Al ser la distancia del origen a Q_3 y a Q_4 la misma, $r = (2^2 + 4^2)^{1/2} = 4.47$

$\rightarrow E_3 = E_4 = 9 \cdot 10^9 \cdot Q / 4.47^2 = 4.5 \cdot 10^8 \cdot Q \rightarrow E_{3y} = E_{4y}$ y opuestas, $E_{3x} = E_{4x}$ del mismo sentido

$E_{3x} = E_{4x} = E_3 \cdot \cos \theta = 4.5 \cdot 10^8 \cdot Q \cdot 4 / 4.47 = 4.03 \cdot 10^8 \cdot Q$

$\rightarrow E = E_{3x} + E_{4x} = 2 \cdot E_{3x} \rightarrow 4 \cdot 10^3 = 2 \cdot 4.03 \cdot 10^8 \cdot Q \rightarrow Q = 4 \cdot 10^3 / 2 \cdot 4.03 \cdot 10^8 = 4.97 \cdot 10^{-6} \rightarrow Q_3 = Q_4 = -4.97 \cdot 10^{-6} \text{ culombios}$

El potencial viene dado por la expresión $V = k \cdot Q / r$

El potencial total será la suma escalar: $V = k \cdot Q_1 / r_1 + k \cdot Q_2 / r_2 + k \cdot Q_3 / r_3 + k \cdot Q_4 / r_4$

$V = 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} / 2 + 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} / 2 + 9 \cdot 10^9 \cdot (-4.97) \cdot 10^{-6} / 4.47 + 9 \cdot 10^9 \cdot (-4.97) \cdot 10^{-6} / 4.47 = 6987 \text{ volts}$