## P.A.U. Madrid Septiembre 2013 OPCIÓN A

Pregunta 1.- **Dos satélites describen órbitas circulares alrededor de un planeta cuyo radio es de 3000 km. El primero de ellos orbita a 1000 km de la superficie del planeta y su periodo orbital es de 2 h. La órbita del segundo tiene un radio 500 km mayor que la del primero. Calcule:**
**a) El módulo de la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta.**
**b) El periodo orbital del segundo satélite**.

La fuerza centrípeta necesaria para "orbitar" la proporciona la fuerza de atracción:

$$m.w^2.r = G.\frac{M.m}{r^2} \quad \rightarrow \quad G.M = w^2.r^3 \quad \rightarrow \quad G.M = \frac{4.\pi^2}{T^2}.r^3 = \frac{4.\pi^2}{(2.3600)^2}.(3.10^6 + 1.10^6)^3 = 4'87.10^{13}$$

$$g_o = \frac{G.M}{R^2} = \frac{4'87.10^{13}}{(3.10^6)^2} = 5'42\ m.s^{-2}$$

$$\frac{r_1^3}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{T_2^2} \quad \rightarrow \quad \frac{(4.10^6)^3}{(2.3600)^2} = \frac{(4'5.10^6)^3}{T^2} \quad \rightarrow \quad T = ... = 2'39\ \text{horas}$$

Pregunta 2.- **Un altavoz emite sonido como un foco puntual. A una distancia d, el sonido se percibe con un nivel de intensidad sonora de 30 dB. Determine:**
**a) El factor en el que debe incrementarse la distancia al altavoz para que el sonido se perciba con un nivel de intensidad sonora de 20 dB.**
**b) El factor en el que debe incrementarse la potencia del altavoz para que a la distancia *d* el sonido se perciba con un nivel de intensidad sonora de 70 dB.**
***Dato: Umbral de audición $I_o = 10^{-12}$* W m-2**

Supondremos que el medio de trasmisión es homogéneo e isótropo para que los frentes de onda sean esféricos.

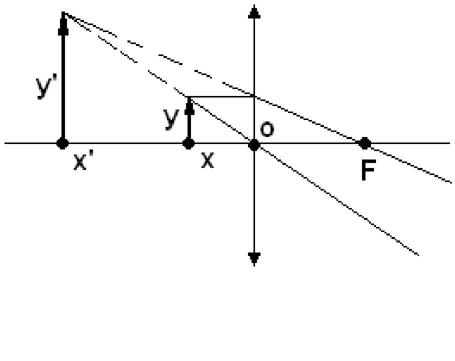
$$\beta = 10.\log\frac{I}{I_o} \quad \rightarrow \quad \beta_1 - \beta_2 = 10.\log\frac{I_1}{I_2} \quad \rightarrow \quad \beta_1 - \beta_2 = 10.\log\frac{P_o / 4.\pi.r_1^2}{P_o / 4.\pi.r_2^2}$$

$$\rightarrow \quad \Delta\beta = 10.\log(\frac{r_2}{r_1})^2 \quad \rightarrow \quad 30 - 20 = 20.\log\frac{r_2}{r_1} \quad \rightarrow \quad \frac{r_2}{r_1} = 10^{1/2} = 3'16$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10.\log\frac{P_1 / 4.\pi.r^2}{P_2 / 4.\pi.r^2} \quad \rightarrow \quad \Delta\beta = 10.\log\frac{P_1}{P_2} \quad \rightarrow \quad 70 - 30 = 10.\log\frac{P_1}{P_2} \quad \rightarrow \quad \frac{P_1}{P_2} = 10^4$$

Pregunta 3.- **Se quiere obtener una imagen derecha y virtual, de 25 cm de altura, de un objeto de 10 cm de altura que se sitúa a una distancia de 1 m de una lente delgada.**
**a) Calcule la potencia, en dioptrías, de la lente que habría que usar así como el tipo de lente.**
**b) Realice el diagrama de rayos correspondiente.**

Las lentes divergentes producen imágenes virtuales pero siempre menores que el objeto → la lente debe ser convergente
Con lente convergente e imagen virtual el objeto debe estar entre el foco y el centro de la lente (efecto lupa)




A = y' / y = x' / x → 25 / 10 = x' / (-1) → x' = – 2'5 m

1 / x' – 1 / x = 1 / f = P → P = 1/ (–2'5) – (1/(–1) = 0'6 dioptrías

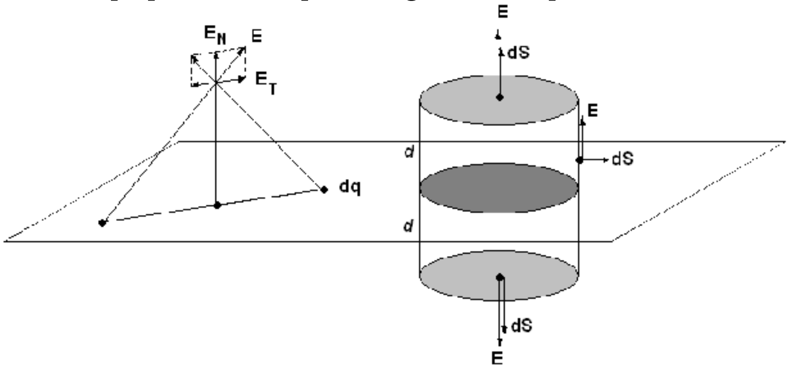
Pregunta 4.- **Dos muestras de material radiactivo, *A* y *B*, se prepararon con tres meses de diferencia. La muestra *A*, que se preparó en primer lugar, contenía doble cantidad de cierto isótopo radioactivo que la *B*. En la actualidad, se detectan 2000 desintegraciones por hora en ambas muestras. Determine:**
**a) El periodo de semidesintegración del isótopo radioactivo.**
**b) La actividad que tendrán ambas muestras dentro de un año.**

El período de semidesintegración es el tiempo que debe transcurrir para que el número de átomos radiactivos se reduzca a la mitad.

Si ahora tienen la misma actividad tienen el mismo nº de átomos radiactivos, $A = \lambda.N$ , y tanto después como anteriormente han tenido nº de átomos iguales, luego cuando se preparó B con No átomos, habría también No en A. Si al preparar A había el doble significa que ha pasado un período de semidesintegración, luego $T_{1/2} = 3$ meses.
Cada tres meses la actividad se reduce a la mitad, luego la actividad valdrá cada treimestre: 1000, 500, 225, 125 será la actividad al cabo del año.

Sea t el tiempo transcurrido desde la preparación de la primera muestra A
$A_A = A_B \rightarrow N_A = N_B \rightarrow 2.N_o.e^{-\lambda.t} = N_o.e^{-\lambda.(t-3)} \rightarrow 2 = e^{-\lambda.(t-3)} / e^{-\lambda.t} \rightarrow 2 = e^{-\lambda.(t-3)+\lambda.t} \rightarrow 2 = e^{3\lambda} \rightarrow \lambda = \ln2/3 = 0'23 \text{ mes}^{-1}$
$T_{1/2} = \ln2 / \lambda = 3$ meses
$A = A_o.e^{-\lambda.t} = 2000.e^{-0'23.1.12} = 2000.0'0625 = 125$ des/h

Pregunta 5.- **Se tiene un plano infinito con una densidad de carga superficial positiva σ.**
**a) Deduzca, utilizando el teorema de Gauss, el vector campo eléctrico generado por la distribución.**
**b) Calcule la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos, en el mismo semiespacio, separados una distancia *d* en la dirección perpendicular al plano cargado. Justifique si cambiaría su respuesta si la dirección fuera paralela al plano cargado.**




En un punto cualquiera, exterior al plano, el campo E será la suma vectorial de todos los campos elementales creados por cada diferente punto cargado del plano. Dado un punto cargado del plano siempre existirá un punto “simétrico” tal que las componentes tangenciales $E_T$ se anulen quedando sólo la suma de las componentes normales $E_N$.La suma de todas esas componentes normales dará el campo total E que será normal al plano de carga.
Por ser el plano infinito, todos los puntos exteriores situados a la misma distancia del plano tendrán el mismo valor de E.

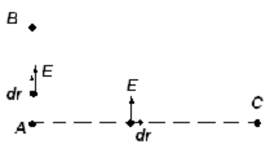
Para aplicar el teorema de Gauss utilizaremos una superficie de integración formada por un cilindro, o prisma, recto cuyo plano de simetría esté en el plano cargado. Al ser la integral una suma, se puede expresar como suma de la integral a lo largo de una base más la integral a lo largo de la otra base más la integral a lo largo de las caras laterales. La integral a lo largo de la base superior será igual a la de la base inferior, siendo E constante en su superficie, tal y como se ha colocado el cilindro, y la integral a lo largo de la cara lateral será nula por formar E y S 90º.

$$\frac{q_{atrapada}}{\varepsilon} = \oint_{cilindro} \vec{E}.d\vec{S} = \int_{cara\ superior} \vec{E}.d\vec{S} + \int_{cara\ inferior} \vec{E}.d\vec{S} + \int_{cara\ lateral} \vec{E}.d\vec{S} = 2.\int_{circulo} E.dS = 2.E.S$$

$$q_{atrapada} = \sigma.S$$

$$\frac{\sigma.S}{\varepsilon} = 2.E.S \quad \rightarrow \quad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon}$$

La d.d.p. entre dos puntos es el trabajo que realizaría el campo para trasladar la unidad de carga desde un punto al otro. Si el traslado es normal al plano el ángulo entre E y dr es cero, cos 0 = 1; pero si el traslado es tangente al plano cargado el ángulo es 90º, cuyo coseno es cero




$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}.d\vec{r} = E.(r_B - r_A) = E.d$$

$$V_A - V_C = \int_A^C \vec{E}.d\vec{r} = \int E.dr.\cos 90 = 0$$

P.A.U. Madrid Septiembre 2013    OPCIÓN B

Pregunta 1.- **Dos planetas, *A* y *B*, tienen la misma densidad. El planeta *A* tiene un radio de 3500 km y el planeta *B* un radio de 3000 km. Calcule:**
**a) La relación que existe entre las aceleraciones de la gravedad en la superficie de cada planeta.**
**b) La relación entre las velocidades de escape en cada planeta.**

$$g_o = G.\frac{M}{R^2} = G.\frac{\rho..4\pi.R^3/3}{R^2} = 4.G.\rho.\pi.R/3 \quad \rightarrow \quad \frac{g_{oA}}{g_{oB}} = \frac{4.G.\rho.\pi.R_A/3}{4.G.\rho.\pi.R_B/3} = \frac{R_A}{R_B} = \frac{3500}{3000} = \frac{7}{6}$$

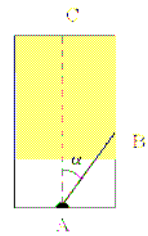
$$V_e = \sqrt{2.g_o.R} \quad \rightarrow \quad \frac{V_{eA}}{V_{eB}} = \frac{\sqrt{2.g_o.R_A}}{\sqrt{2.g_o.R_B}} = \sqrt{\frac{R_A}{R_B}} = \sqrt{\frac{7}{6}} = 1'08$$

Pregunta 2.- **La velocidad de una partícula que describe un movimiento armónico simple alcanza un valor máximo de 40 cm $s^{-1}$. El periodo de oscilación es de 2,5 s. Calcule:**
**a) La amplitud y la frecuencia angular del movimiento.**
**b) La distancia a la que se encuentra del punto de equilibrio cuando su velocidad es de 10 cm $s^{-1}$.**

w = 2.π /T = 2.π/2’5 = 2’51 rad/s  → F = 1 /T = 1 / 2’5 = 0’4 Hz
x = A. sen(w.t +φ)
v = A.w. cos(w.t +φ)  →  $v_{max}$ = A.w  →  0’4 = A.2’51  →  A = 0’4 / 2’51 = 0’16 m
a = – A.$w^2$. sen(w.t +φ)

cuando v=0’1 m/s →  0’1 = o’4 . cos(w.t +φ)  →  cos(w.t +φ) = 0’1 / 0’4 = 0’25 →  sen(w.t +φ) = ± 0’97
x = A. sen(w.t +φ) = ± 0’16 . 0’97 = ± 0’15 m

Pregunta 3.- **Se tiene un prisma rectangular de vidrio de índice de refracción 1,48. Del centro de su cara *A* se emite un rayo que forma un ángulo α con el eje vertical del prisma, como muestra la figura. La anchura del prisma es 20 cm y la altura 30 cm.**
**a) Si el medio exterior es aire, ¿cuál es el máximo valor de α para que el rayo no salga por la cara *B*? Justifique la respuesta.**
**b) Si el medio exterior es agua, ¿cuál es el máximo valor de α para que el rayo no salga por la cara *B*? Para este valor de α , ¿cuál es el ángulo con el que emerge de la cara *C*?**
***Datos: Índice de refracción del aire, $n_{aire}$ =1; Índice de refracción del agua, $n_{agua}$* =1,33**




Para que no salga por la cara B, el ángulo de incidencia debe ser mayor o igual al ángulo límite:
$n_i$ . sen i = $n_r$ . sen r  →  $n_n$ . sen L =  $n_r$ . sen 90  →  sen L =  $n_r$ / $n_i$  →  α ≤ 90 – L
a) medio exterior: aire  →  sen L =  $n_r$ / $n_i$ = 1 / 1’48  →  L = 42’5º valor máximo de incidencia →  α ≤ 90 – 42’5 = 47’5º
b) medio exterior: agua  →  sen L =  $n_r$ / $n_i$ = 1’33 / 1’48  →  L = 63’98º valor máximo de incidencia →  α ≤ 90 - 63’98 = 26’02º
Para α = 26’02º el rayo incide en B con el ángulo límite por tanto sale contenido en ese plano e incide en C perpendicularmente, angulo de incidencia nulo, y por tanto saldrá sin desviarse.

Pregunta 4.-
**a) Calcule la longitud de onda de un fotón que posea la misma energía que un electrón en reposo.**
**b) Calcule la frecuencia de dicho fotón y, a la vista de la tabla, indique a qué tipo de radiación correspondería.**
**Ultravioleta Entre 7,5×$10^{14}$ Hz y 3×$10^{17}$ Hz**
**Rayos-X Entre 3 ×$10^{17}$ Hz y 3×$10^{19}$ Hz**
**Rayos gamma Más de 3×$10^{19}$ Hz**
***Datos: Masa del electrón, $m_e$ = 9,11×$10^{-31}$* kg; *Constante de Planck, h = 6,63×$10^{-34}$* J s;**
***Velocidad de la luz en el vacío, c = 3,00×$10^8$* m s-1.**

$E_e = m_e .c^2 = 9’11.10^{-31} . (3.10^8)^2 = 8’2 . 10^{-14}$

$E_f$ = h.F  →  F = $E_f$ / h = 8’2 . $10^{-14}$ / 6’63.$10^{-34}$ = 1’24.$10^{20}$ Hz  rayos gamma

λ = c / F = 3.$10^8$ / 1’24.$10^{20}$ = 2’42.$10^{-12}$ m

Pregunta 5.- **Dos partículas idénticas *A* y *B*, de cargas $3,2\times10^{-19}$ C y masas $6,4\times10^{-27}$ kg, se mueven en una región donde existe un campo magnético uniforme de valor $B_o = i + j$ Teslas. En un instante dado, la partícula *A* se mueve con velocidad $V_A = -10^3.i + 10^3 . j$ $m.s^{-1}$ y la partícula *B* con velocidad $V_B = -10^3 . i - 10^3 . j$ $m.s^{-1}$**

**a) Calcule, en ese instante, la fuerza que actúa sobre cada partícula.**

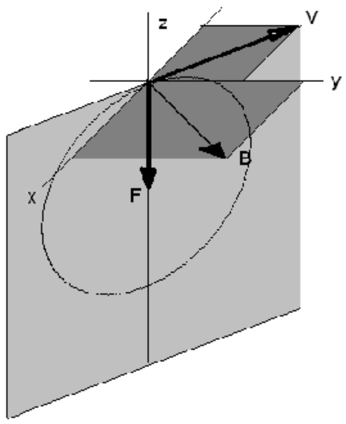
**b) Una de ellas realiza un movimiento circular; calcule el radio de la trayectoria que describe y la frecuencia angular del movimiento.**

$$\mathbf{F} = q. ( \mathbf{v} \wedge \mathbf{B})$$

Partícula A:

La velocidad es perpendicular a B pues **V** . **B** = 0, el ángulo entre **B** y **V** es 90º

$F = q. V. B . \text{sen}\ \theta$ $\quad V = ((10^3)^2 + (10^3)^2)^{1/2} = 1414'2$ $\quad B = (1^2 + 1^2)^{1/2} = 1'1414$ $\quad \theta = 90º$ $\quad F = \ldots = 6'4.10^{-16}$ N




$$\vec{F} = q.(\vec{v} \wedge \vec{B}) = 3'2.10^{-19}.\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -10^3 & +10^3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -3'2.10^{-19}.2.10^3.\vec{k} = -6'4.10^{-16}.\vec{k}$$

Esta fuerza es perpendicular a la velocidad por lo que no la acelera ni la frena sólo la desvía. Al ser v perpendicular a B está en un plano que contiene a v y perpendicular a B. La trayectoria es circular de radio:

$$F = m.V^2 / R \rightarrow$$

$$R = m.V^2 / F = 6'4.10^{-27}. (1'1414)^2 / 6'4.10^{-16} = 2.10^{-11} \text{ m}$$

Partícula B:

Su velocidad tiene la misma dirección, pero sentido opuesto, al campo magnético B, por tanto forman un ángulo de 180º, siendo el producto vectorial cero, al serlo el seno de 180º. F = 0 : La partícula no se ve sometida a ninguna fuerza, su trayectoria será una línea recta.