Nombre y apellidos: ____

PROBLEMAS

1. Un satélite artificial gira en una órbita circular a una altura de $5000\ km$ sobre la superficie de la *Tierra*. Datos: $R_T = 6370\ km$, $g_0 = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$

a) Calcula el período de rotación del satélite. Justifica la fórmula. $T \simeq 12074\,s \simeq 3{,}35\,h$ *(0,75 pt.)*

b) ¿Cuál es la velocidad de escape desde la órbita? Justifica la fórmula. $V_e \simeq 8368\ m/s$ *(0,75 pt.)*

2. Se acelera una partícula α con una diferencia de potencial de $1000\ V$, penetrando perpendicularmente a un campo magnético de $0{,}2\ T$. Datos: $m_\alpha = 6{,}68 \cdot 10^{-27}\ kg$, $q_\alpha = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ C$

a) Calcula la velocidad lineal de la partícula alfa. $V \simeq 3{,}1 \cdot 10^5\ m \cdot s^{-1}$ *(0,75 pt.)*

b) Calcula el radio de la trayectoria descrita por la partícula alfa. $r \simeq 0{,}0324\,m$ *(0,75 pt.)*

3. Una onda armónica transversal se propaga en la dirección del eje X y viene dada por la siguiente expresión (unidades del *S.I.*): $y\,(x, t) = 0{,}45 \cdot \cos\,(2 \cdot x - 3 \cdot t)$

a) Calcula la velocidad de propagación y la velocidad y aceleración máximas. $V_p = 1{,}5\ m/s$ *(1 pt.)*

b) Calcula la diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es $t = 2\ s$. $V_{máx} = 1{,}35\ m/s$, $a_{máx} = 4{,}05\ m/s^2$, $\Delta\varphi = 6\ rad$ *(0,5 pt.)*

4. Efecto fotoeléctrico: El trabajo de extracción para el sodio es de $2{,}50\ eV$.

a) Calcula la longitud de onda de la radiación que debemos usar para que la velocidad máxima de los electrones emitidos sea de $10^7\ m \cdot s^{-1}$. $\lambda \simeq 4{,}33 \cdot 10^{-9}\,m$ *(1 pt.)*

b) Calcula el potencial de frenado de los electrones emitidos por el metal. $V_0 \simeq 2{,}84 \cdot 10^2\ V$ *(0,5 pt.)*

Datos: $c = 3 \cdot 10^8\ m/s$, $\left|q_e\right| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$

CUESTIONES JUSTIFICADAS

I. Indica justificadamente cuándo la energía potencial de un planeta es constante:

a) Siempre. b) Si la órbita es circular. c) Si la órbita es elíptica. *(1 pt.)*

II. Un conductor macizo de forma esférica recibe una carga eléctrica. Justifica qué afirmación es verdadera:

a) La carga se distribuye por todo el conductor.
b) El potencial es cero en todos los puntos del conductor.
c) En el interior del conductor no hay campo electrostático. *(1 pt.)*

III. Se midieron en laboratorio los siguientes valores para las distancias objeto e imagen de una lente convergente. Determina el valor de la potencia de la lente y su incertidumbre. *(1 pt.)*

$\bar{P} \pm \sigma = 2{,}50 \pm 0{,}03\ D$

s_i (cm)	50	60	70	90
s'_i (cm)	200	125	95	70

IV. El período de semidesintegración de un elemento radiactivo es de 28 años: ¿cuánto tiempo tiene que transcurrir para que la cantidad de muestra que queda sea el $75\ \%$ de la cantidad inicial?

a) $11{,}6$ años b) 75 años c) 4234 años *(1 pt.)*

1. Un satélite artificial gira en una órbita circular a una altura de $5000\ km$ sobre la superficie de la *Tierra*.
   Datos: $R_T = 6370\ km$, $g_0 = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$

a) Calcula el período de rotación del satélite. Justifica la fórmula. *(0,75 pt.)*

b) ¿Cuál es la velocidad de escape desde la órbita? Justifica la fórmula. *(0,75 pt.)*

a) Radio orbital: $r = R_T + h = (6370 + 5000) \cdot 10^3 m = 1{,}137 \cdot 10^7 m$

$$F_g = F_c \Rightarrow G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} v^2 = G \cdot \dfrac{M}{r} \\ v = \dfrac{2\pi r}{T} \end{array}\right\} \quad G \cdot \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

Campo en la superficie: $g_0 = G \cdot \dfrac{M}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R_T^2$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M} \Rightarrow \boxed{T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{g_0 \cdot R_T^2}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (1{,}137 \cdot 10^7)^3}{9{,}81 \cdot (6{,}37 \cdot 10^6)^2}} \approx 12073.873722\ s \simeq 12074\ s \simeq 3{,}35\ h$$

b) Energía y velocidad de escape.

$$E_c + E_p = E_{c\infty} + E_{p\infty}$$

$$\frac{1}{2} m\, v_e^2 - G \frac{M \cdot m}{r} = 0 - G \frac{M \cdot m}{\infty} = 0$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m}\, v_e^2 = G \frac{M \cdot \cancel{m}}{r}$$

$$v_e^2 = \frac{2 \cdot G \cdot M}{r}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{r}}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot g_0 \cdot R_T^2}{r}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot (6{,}37 \cdot 10^6)^2}{1{,}137 \cdot 10^7}} \approx 8367.750097\ m/s$$

$v_e \simeq 8368\ m/s$, La $v_e = \sqrt{2} \cdot v_{orbital}$

2. Se acelera una partícula α con una diferencia de potencial de $1000\ V$, penetrando perpendicularmente a un campo magnético de $0{,}2\ T$. Datos: $m_\alpha = 6{,}68 \cdot 10^{-27}\ kg$, $q_\alpha = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ C$

a) Calcula la velocidad lineal de la partícula alfa. *(0,75 pt.)*

b) Calcula el radio de la trayectoria descrita por la partícula alfa. *(0,75 pt.)*

a) El trabajo eléctrico $W = -q \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 - 0$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19} \times 1000}{6{,}68 \cdot 10^{-27}}} \approx 309529.293014\ m/s \simeq 3{,}1 \cdot 10^5\ m \cdot s^{-1}$$

b) Como $\vec{B} \perp \vec{v}$, la carga describe un movimiento circular. $\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{sen} 90^\circ = 1$

$$F_m = F_c \Rightarrow |q| \cdot \cancel{v} \cdot B \cdot \operatorname{sen} 90^\circ = m \cdot \frac{v^{\cancel{2}}}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}} = \frac{6{,}68 \cdot 10^{-27} \cdot 3{,}1 \cdot 10^5}{3{,}2 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}2} \approx 0.032356\ m$$

$r \simeq 0{,}0324\ m = 3{,}24\ cm$

3. Una onda armónica transversal se propaga en la dirección del eje X y viene dada por la siguiente expresión (unidades del *S.I.*): $y(x,t) = 0{,}45 \cdot \cos(2 \cdot x - 3 \cdot t)$

a) Calcula la velocidad de propagación y la velocidad y aceleración máximas. *(1 pt.)*

b) Calcula la diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es $t = 2\ s$. *(0,5 pt.)*

a) $\omega = 3\ rad/s$, $K = 2\ m^{-1}$, $V_p = \frac{\omega}{K} = \frac{3\ rad/s}{2\ m^{-1}} = 1{,}5\ m/s$

$y = A\cos(kx - \omega t)$

$v = \frac{dy}{dt} = A\omega \cdot \text{sen}(kx - \omega t)$, $V_{máx} = A\omega = 0{,}45\ m \cdot 3\ \frac{rad}{s} = 1{,}35\ m/s$

$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cdot \cos(kx - \omega t)$, $a_{máx} = A\omega^2 = 0{,}45\ m \cdot 3^2 \left(\frac{rad}{s}\right)^2 = 4{,}05\ m/s^2$

b) $\boxed{\Delta\varphi = \omega \cdot |\Delta t|}$ Desfase temporal $\Delta\varphi = 3\ \frac{rad}{\cancel{s}} \cdot 2\ \cancel{s} = 6\ rad$

4. Efecto fotoeléctrico: El trabajo de extracción para el sodio es de $2{,}50\ eV$.

a) Calcula la longitud de onda de la radiación que debemos usar para que la velocidad máxima de los electrones emitidos sea de $10^7\ m \cdot s^{-1}$. *(1 pt.)*

b) Calcula el potencial de frenado de los electrones emitidos por el metal. *(0,5 pt.)*

Datos: $c = 3 \cdot 10^8\ m/s$, $|q_e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$

a) $h\nu = \underbrace{h\nu_0}_{W_0} + \frac{1}{2}mv^2$, $h \cdot \frac{c}{\lambda} = W_0 + \frac{1}{2}mv^2$, $\lambda = \frac{h \cdot c}{W_0 + \frac{1}{2}mv^2}$

$\lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{2{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^7)^2} \approx 4.333330 \times 10^{-9}\ m \simeq 4{,}33 \cdot 10^{-9}\ m = 4{,}33\ nm$

b) Los e^- se pueden frenar con un potencial eléctrico:

$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = eV_0$

$V_0 = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{e} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^7)^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 284.375\ V \simeq 2{,}84 \cdot 10^2\ V$

CUESTIONES JUSTIFICADAS

I. Indica justificadamente cuándo la energía potencial de un planeta es constante:

a) Siempre. b) Si la órbita es circular. c) Si la órbita es elíptica. *(1 pt.)*

La energía potencial gravitatoria $E_p = -G\frac{Mm}{r}$, depende del radio (varía)

Si la órbita es circular, el radio es constante luego $E_p =$ cte

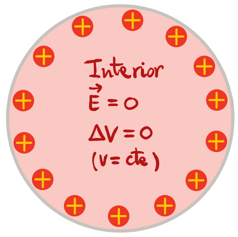
La opción b) es verdadera.

II. Un conductor macizo de forma esférica recibe una carga eléctrica. Justifica qué afirmación es verdadera:

a) La carga se distribuye por todo el conductor.

b) El potencial es cero en todos los puntos del conductor.

c) En el interior del conductor no hay campo electrostático. *(1 pt.)*



Consideremos una esfera conductora en equilibrio electrostático. Las cargas libres (del mismo signo) se repelen hacia la superficie. En el interior el potencial no puede ser nulo porque todas las cargas son del mismo signo y se suman. Como k, Q, y R son constantes, $V = cte \Rightarrow \Delta V = 0$

Las cargas libres se distribuyen por la superficie, de modo que, en el interior, no hay carga $Q=0$

El campo eléctrico es nulo en el interior porque los vectores se anulan (cada carga con la que está en el lado opuesto del conductor) $\vec{E}=0$. Además $\Delta V = -E \cdot R \Rightarrow \Delta V = 0 \Leftrightarrow E = 0 \Rightarrow V = cte$

En cambio, en el exterior, $E = k \cdot \frac{Q}{r^2} \neq cte$ y $V = k \cdot \frac{Q}{r} \neq cte$

La opción c) es verdadera.

III. Se midieron en laboratorio los siguientes valores para las distancias objeto e imagen de una lente convergente. Determina el valor de la potencia de la lente y su incertidumbre. *(1 pt.)*

s_i (cm)	50	60	70	90	negativas
s'_i (cm)	200	125	95	70	positivas

Trabajamos en metros para calcular la potencia en dioptrías.

$$\boxed{\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = P}$$

Potencias

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{-0{,}5} = 2{,}50$$

$$\frac{1}{1{,}25} - \frac{1}{-0{,}6} = 2{,}47$$

$$\frac{1}{0{,}95} - \frac{1}{-0{,}7} = 2{,}48$$

$$\frac{1}{0{,}7} - \frac{1}{-0{,}9} = 2{,}54$$

El valor medio de la potencia:

$$\bar{P} = \frac{2{,}50 + 2{,}47 + 2{,}48 + 2{,}54}{4} \simeq 2{,}50$$

Desviaciones

$$|2{,}50 - 2{,}50| = 0{,}00$$

$$|2{,}47 - 2{,}50| = 0{,}03$$

$$|2{,}48 - 2{,}50| = 0{,}02$$

$$|2{,}54 - 2{,}50| = 0{,}04$$

Incertidumbre; pseudodesviación típica:

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}}$$ Desviación típica

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{4-1} \cdot (0^2 + 0{,}03^2 + 0{,}02^2 + 0{,}04^2)} \simeq 0{,}03$$, Potencia $\bar{P} \pm \sigma = 2{,}50 \pm 0{,}03$ D $[m^{-1}]$

IV. El período de semidesintegración de un elemento radiactivo es de 28 años: ¿cuánto tiempo tiene que transcurrir para que la cantidad de muestra que queda sea el 75 % de la cantidad inicial?

a) 11,6 años b) 75 años c) 4234 años *(1 pt.)*

a) $t_{1/2} = 28$ años $\boxed{t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}}$ Período de semidesintegración $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{28 \text{ años}}$, $N = \frac{75}{100} \cdot N_0$

$$\boxed{N = N_0 e^{-\lambda t}} \quad 0{,}75 \cdot \cancel{N_0} = \cancel{N_0} e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln 0{,}75 = -\lambda t \Rightarrow t = \frac{\ln 0{,}75}{-\lambda} = \frac{\ln 0{,}75}{-\frac{\ln 2}{28 \text{ años}}} \simeq 11{,}6 \text{ años}$$

La opción a) es verdadera.