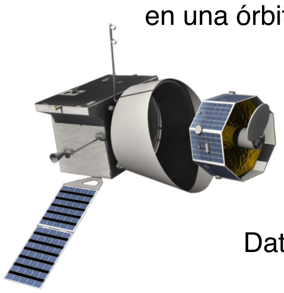
Nombre y apellidos: ____

1. La sonda espacial **BepiColombo** de la Agencia Espacial Europea (*ESA*) y la japonesa (*JAXA*) se situará en una órbita circular en torno al planeta **Mercurio** a una altura de $350\ km$ sobre su superficie.



   a) Calcula la **velocidad orbital** de la **sonda** en el *S.I.* y en km/h.
   Justifica la **fórmula** de la velocidad orbital. (2 pt.)

   b) Calcula su **período orbital** en el en el *S.I.* y en **minutos**. (1 pt.)

   Datos de Mercurio: $g_{0M} = 3{,}7\ m/s^2$, $R_M = 2439\ km$

2. **Marte** tiene dos satélites, llamados **Fobos** y **Deimos**, cuyas órbitas tienen radios de 9400 y $23000\ km$, respectivamente. **Fobos** tarda $7{,}7\ h$ en dar una vuelta alrededor del planeta.

   a) Aplicando las **leyes de Kepler**, halla el **período** de **Deimos**. (1,5 pt.)

   b) Utilizando los datos de uno de los satélites, calcula la **masa** de **Marte**.
   Demuestra la **fórmula** que has utilizado. Dato: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$ (1,5 pt.)

3. **CUESTIÓN Justificada:** La **masa** de la **Luna** es $1/81$ veces la **masa** de la **Tierra**, y su **radio** es $1/4$ veces el **radio terrestre**. ¿Qué **relación** hay entre los **campos gravitatorios** de la **Tierra** y de la **Luna**? (2 pt.)

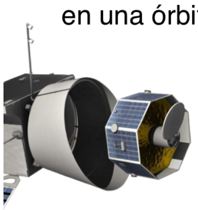
   a) $g_T = \dfrac{81}{4} \cdot g_L$ b) $g_T = \dfrac{81}{16} \cdot g_L$ c) $g_T = \dfrac{9}{4} \cdot g_L$

4. **CUESTIÓN Justificada:** Para un satélite terrestre, el **radio** de su **órbita** se obtiene mediante la expresión:

   a) $r = \sqrt{\dfrac{T^2 g_0 R_T^2}{4\pi}}$ b) $r = \sqrt[3]{\dfrac{T^2 g_0 R_T}{4\pi^2}}$ c) $r = \sqrt[3]{\dfrac{T^2 g_0 R_T^2}{4\pi^2}}$

donde g_0 es el campo gravitatorio en la superficie terrestre y R_T el **radio** de La **Tierra**. (2 pt.)

1. La sonda espacial **BepiColombo** de la Agencia Espacial Europea (*ESA*) y la japonesa (*JAXA*) se situará en una órbita circular en torno al planeta **Mercurio** a una altura de $350\ km$ sobre su superficie.



a) Calcula la **velocidad orbital** de la **sonda** en el *S.I.* y en km/h. **Justifica** la **fórmula** de la velocidad orbital. (2 pt.)

b) Calcula su **período orbital** en el en el *S.I.* y en **minutos**. (1 pt.)

Datos de Mercurio: $g_{0M} = 3{,}7\ m/s^2$, $R_M = 2439\ km$

a) Condición de órbita : $\boxed{F_g = F_c}$ $\Rightarrow G\dfrac{M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\dfrac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow v^2 = G\dfrac{M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G\dfrac{M}{r}}$ masa de Mercurio

No conozco ni G ni M , pero a partir de los datos : $g_{0M} = G\dfrac{M_M}{R_M^2} \Rightarrow G\cdot M_M = g_{0M}\cdot R_M^2$, luego: $v = \sqrt{\dfrac{G\cdot M_M}{r}} = \sqrt{\dfrac{g_{0M}\cdot R_M^2}{r}}$

El radio orbital $r = R_M + h = (2439 + 350)\ km = 2789\ km = 2{,}789\cdot 10^6\ m$

$$v = \sqrt{\frac{g_{0M}\cdot R_M^2}{r}} = \sqrt{\frac{3{,}7(2{,}439\cdot 10^6)^2}{(2{,}439+0{,}350)\cdot 10^6}} \approx 2809.237164\ m/s \simeq 2809\ m/s = 2{,}809\cdot 10^3\ \frac{m}{s}$$

$$v = 2{,}809\cdot 10^3\ \frac{m}{s}\cdot\frac{3600\,s}{1\,h}\cdot\frac{1\,km}{1000\,m} \simeq 10.112{,}4\ \frac{km}{h} \simeq 1{,}01\cdot 10^4\ \frac{km}{h}$$

b) $$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\cdot 2{,}789\cdot 10^6\ m}{2809\ m/s} = 6238\ s\cdot\frac{1\ min}{60\,s} \simeq 103{,}96\ min \simeq 104\ min$$

2. **Marte** tiene dos satélites, llamados **Fobos** y **Deimos**, cuyas órbitas tienen radios de 9400 y $23000\ km$, respectivamente. **Fobos** tarda $7{,}7\ h$ en dar una vuelta alrededor del planeta.

a) Aplicando las **leyes de Kepler**, halla el **período** de **Deimos**. (1,5 pt.)

b) Utilizando los datos de uno de los satélites, calcula la **masa** de **Marte**. **Demuestra** la **fórmula** que has utilizado. Dato: $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ N\cdot m^2/kg^2$ (1,5 pt.)

a) $\boxed{\dfrac{T^2}{r^3} = cte}$ $\quad \dfrac{T_F^2}{r_F^3} = \dfrac{T_D^2}{r_D^3} \Rightarrow T_D^2 = \dfrac{r_D^3}{r_F^3}\cdot T_F^2 \Rightarrow T_D = \sqrt{\left(\dfrac{r_D}{r_F}\right)^3\cdot T_F^2}$

3ª ley de Kepler

$$T_D = \sqrt{\left(\frac{23000}{9400}\right)^3\cdot 7{,}7^2} \approx 29.470717\ h \simeq 29{,}5\ h\cdot 3600s = 106200\ s$$

b) Demostramos la relación entre la 3ª ley de Kepler y la ley de gravitación universal de Newton.

La condición de órbita es : $F_g = F_c$

$G\dfrac{M\cdot\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\dfrac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow G\dfrac{M}{r} = v^2$

En el movimiento circular $v = \dfrac{2\pi r}{T}$

$\left.\right\}\ G\dfrac{M}{r} = \left(\dfrac{2\pi r}{T}\right)^2$

$G\dfrac{M}{r} = \dfrac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow \boxed{\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM} = cte}$ 3ª ley de Kepler

$M = \dfrac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$ Masa de Marte

S.I. unidades

$$M = \frac{4\pi^2(9{,}4\cdot 10^6)^3}{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot(27720)^2} \approx 6.397800\times 10^{23}\ kg$$

$T = 7{,}7h\cdot 3600\,s = 27720\,s$ (usé los datos de Fobos)

$M \simeq 6{,}4\cdot 10^{23}\ kg$

3. **CUESTIÓN Justificada:** La **masa** de la **Luna** es $1/81$ veces la **masa** de la **Tierra**, y su **radio** es $1/4$ veces el **radio terrestre**. ¿Qué **relación** hay entre los **campos gravitatorios** de la **Tierra** y de la **Luna**? (2 pt.)

a) $g_T = \frac{81}{4} \cdot g_L$ b) $g_T = \frac{81}{16} \cdot g_L$ c) $g_T = \frac{9}{4} \cdot g_L$

El problema se refiere a los campos gravitatorios en la superficie.

Relaciones $M_L = \frac{1}{81} M_T$, $R_L = \frac{1}{4} R_T$

$$\frac{g_T}{g_L} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{M_T}{R_T^2}}{\cancel{G} \cdot \frac{M_L}{R_L^2}} = \frac{M_T}{R_T^2} \cdot \frac{R_L^2}{M_L} = \frac{\cancel{M_T}}{\cancel{R_T^2}} \cdot \frac{\left(\frac{1}{4} \cancel{R_T}\right)^2}{\frac{1}{81} \cancel{M_T}} = \frac{81}{16} \Rightarrow g_T = \frac{81}{16} g_L$$

La opción correcta es la b

4. **CUESTIÓN Justificada:** Para un satélite terrestre, el **radio** de su **órbita** se obtiene mediante la expresión:

a) $r = \sqrt{\frac{T^2 g_0 R_T^2}{4\pi}}$ b) $r = \sqrt[3]{\frac{T^2 g_0 R_T}{4\pi^2}}$ c) $r = \sqrt[3]{\frac{T^2 g_0 R_T^2}{4\pi^2}}$

donde g_0 es el campo gravitatorio en la superficie terrestre y R_T el **radio** de La **Tierra**. (2 pt.)

La condición de órbita es : $F_g = F_c$

$$G \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow G \frac{M}{r} = v^2$$

En el movimiento circular $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$G \frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \Rightarrow G \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$r^3 = \frac{T^2 G M}{4\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2 G M}{4\pi^2}}$$

$g_0 = G \frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R_T^2$, luego: $r = \sqrt[3]{\frac{T^2 g_0 \cdot R_T^2}{4\pi^2}}$

La opción correcta es la c