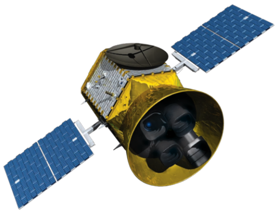
Nombre y apellidos: ____

1. La sonda de exploración de **exoplanetas TESS** (Transiting Exoplanet Survey Satellite) se lanzó hasta una órbita circular muy alta de radio orbital $25 \cdot R_T$ en torno a la Tierra.



   a. Calcula la **velocidad orbital** del **satélite** en el *S.I.* y en km/h. $V = 1581 \frac{m}{s} = 5692 \frac{km}{h}$
   Justifica la **fórmula** de la velocidad orbital. (1,5 pt.)

   b. Calcula su **período orbital** en **horas**. $T = 175{,}8\ h$ (0,5 pt.)

   c. Calcula el **peso del satélite** en la órbita si en la superficie de la Tierra pesa $3500\ N$ (y calcula la **razón** o **proporción** entre dichos pesos). (1 pt.)

   Datos: $g_0 = 9{,}81\ m/s^2$, $R_T = 6370\ km$ $P = 5{,}6\ N$

2. Un satélite y su planeta de masas m_1 y $m_2 = 100 \cdot m_1$ están separados por una **distancia** $d = 3 \cdot 10^6\ km$. En un punto entre las dos masas, el **campo** gravitatorio es **nulo**. **Dibuja** un esquema de la situación. **Calcula** la **distancia** entre dicho **punto** y la masa del planeta m_2 . (2 pt.)

   $x \simeq 2{,}73 \cdot 10^6\ km = 2{,}73 \cdot 10^9\ m$

3. El telescopio espacial **Kepler** descubrió un **exoplaneta** parecido a la Tierra orbitando en torno a otra estrella en la constelación de Cygnus con un **período** de 130 *días* (terrestres). Su radio orbital alrededor de la estrella es de $50 \cdot 10^6\ km$. Calcula la **masa** de dicha estrella. **Demuestra** la **fórmula** que has utilizado.
   Dato: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$ $M = 5{,}86 \cdot 10^{29}\ kg$ (2 pt.)

4. **CUESTIÓN Justificada:** ¿Cómo **varía el campo gravitatorio** g desde el centro de la Tierra hasta la superficie donde vale g_0 ? Suponemos que la densidad de la Tierra es constante. (2 pt.)

   a) Es constante: $g = G \cdot \dfrac{M_T}{R_T^2}$

   b) Aumenta linealmente con la distancia r al centro de la Tierra: $g = g_0 \cdot \dfrac{r}{R_T}$

   c) Varía con la distancia r al centro de la Tierra según $g = G \dfrac{M_T}{(R_T + r)^2}$

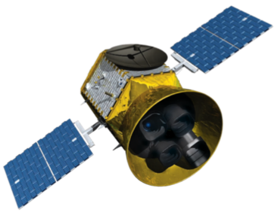
5. **CUESTIÓN Justificada:** La **aceleración** de **caída** de los cuerpos hacia la Tierra es: (1 pt.)

   a) proporcional a su peso.

   b) proporcional a la fuerza de atracción entre el cuerpo y La Tierra.

   c) independiente de su masa.

1. La sonda de exploración de **exoplanetas TESS** (Transiting Exoplanet Survey Satellite) se lanzó hasta una órbita circular muy alta de radio orbital $25 \cdot R_T$ en torno a la Tierra.



   a. Calcula la **velocidad orbital** del **satélite** en el *S.I.* y en km/h. **Justifica** la **fórmula** de la velocidad orbital. (1,5 pt.)

   b. Calcula su **período orbital** en **horas**. (0,5 pt.)

   c. Calcula el **peso del satélite** en la órbita si en la superficie de la Tierra pesa $3500\ N$ (y calcula la **razón** o **proporción** entre dichos pesos). (1 pt.)

Datos: $g_0 = 9{,}81\ m/s^2$, $R_T = 6370\ km$

a) Condición de órbita : $\boxed{F_g = F_c} \Rightarrow G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow v^2 = G\frac{M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$

No conozco ni G ni M, pero a partir de los datos: $g_0 = G\frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R_T^2$, luego: $v = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{r}}$

El radio orbital $r = 25 \cdot R_T$ siendo $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6\ m$

$$v = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^{\cancel{2}}}{25 \cdot \cancel{R_T}}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T}{25}} = \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6}{25}} \approx 1581.008539\ m/s \simeq 1581\ m/s \simeq 1{,}58 \cdot 10^3\ m/s$$

$$v = 1581\ \frac{m}{s} \cdot \frac{3600\ s}{1\ h} \cdot \frac{1\ km}{10^3\ m} \simeq 5692\ \frac{km}{h} = 5{,}692 \cdot 10^3\ \frac{km}{h}$$

b) $v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 6370}{5692} \approx 175.790102\ h \simeq 175{,}8\ h$ (más de 7 días)

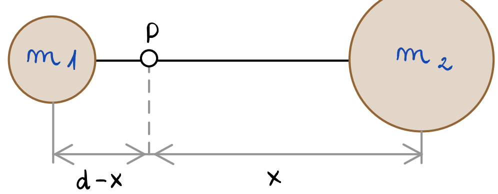
c) El peso en la Tierra: $P_T = m \cdot g_0$ Despejo la masa $m = \frac{P_T}{g_0}$ (no varía)

El peso en la órbita: $P = m \cdot g$ siendo $g = G\frac{M}{r^2} = \frac{g_0 \cdot R_T^2}{r^2} = \frac{g_0 \cdot \cancel{R_T^2}}{25^2 \cdot \cancel{R_T^2}} = \frac{g_0}{25^2}$

$$P = m \cdot g = \frac{P_T}{g_0} \cdot \frac{g_0 \cdot R_T^2}{r^2} = \frac{P_T}{\cancel{g_0}} \cdot \frac{\cancel{g_0}}{25^2} = \frac{P_T}{625} = \frac{3500\ N}{625} = 5{,}6\ N$$ (625 veces menos pesado)

2. Un satélite y su planeta de masas m_1 y $m_2 = 100 \cdot m_1$ están separados por una **distancia** $d = 3 \cdot 10^6\ km$. En un punto entre las dos masas, el **campo** gravitatorio es **nulo**. **Dibuja** un esquema de la situación. **Calcula** la **distancia** entre dicho **punto** y la masa del planeta m_2 . (2 pt.)

En el punto P los campos se equilibran (son iguales en módulo).



$$G\frac{m_1}{(d-x)^2} = G\frac{m_2}{x^2}$$

$$\cancel{G}\frac{\cancel{m_1}}{(d-x)^2} = \cancel{G}\frac{100 \cdot \cancel{m_1}}{x^2}$$ simplificamos

$$\frac{1}{(d-x)^2} = \frac{100}{x^2}$$ tomamos raíces cuadradas en ambos términos

$$\sqrt{\frac{1}{(d-x)^2}} = \sqrt{\frac{100}{x^2}}$$ simplificamos

$$\frac{1}{d-x} = \frac{10}{x} \Rightarrow$$

$$x = 10\,d - 10\,x$$

$$11\,x = 10\,d$$

$$x = \frac{10\,d}{11}$$

$$x = \frac{10 \cdot 3 \cdot 10^6}{11} \approx 2727272.727273\ km$$

$$x \simeq 2{,}73 \cdot 10^6\ km = 2{,}73 \cdot 10^9\ m$$

Distancia de P a la masa 2.

El punto de equilibrio está cerca de la masa pequeña.

3. El telescopio espacial **Kepler** descubrió un **exoplaneta** parecido a la Tierra orbitando en torno a otra estrella en la constelación de Cygnus con un **período** de 130 *días* (terrestres). Su radio orbital alrededor de la estrella es de $50 \cdot 10^6\ km$. Calcula la **masa** de dicha estrella. **Demuestra** la **fórmula** que has utilizado.
Dato: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$, $r = 5 \cdot 10^7$ km $= 5 \cdot 10^{10}$ m (2 pt.)

La condición de órbita es : $F_g = F_c$

$$G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow G\frac{M}{r} = v^2$$

En el movimiento circular $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$G\frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow \boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = cte}$$

3ª ley de Kepler

M es la masa central. En nuestro caso, es la masa de la estrella. $T = 130\ \text{día}\cdot\frac{24\cancel{h}}{\text{día}}\cdot\frac{3600\,s}{1\cancel{h}} = 11.232.000\ s$

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\cdot\pi^2\cdot(5\cdot10^{10})^3}{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot(130\cdot24\cdot3600)^2} \approx 5.864480\times10^{29}\ \text{kg} \simeq 5{,}86\cdot10^{29}\ \text{kg}$$

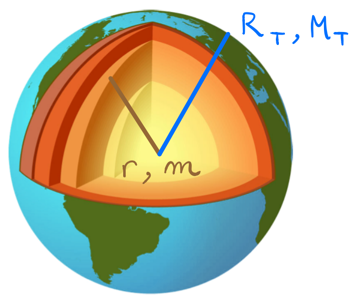
(masa algo inferior a la del Sol).

4. **CUESTIÓN Justificada:** ¿Cómo **varía el campo gravitatorio** g desde el centro de la Tierra hasta la superficie donde vale g_0 ? Suponemos que la densidad de la Tierra es constante. (2 pt.)

a) Es constante: $g = G \cdot \dfrac{M_T}{R_T^2}$

b) Aumenta linealmente con la distancia r al centro de la Tierra: $g = g_0 \cdot \dfrac{r}{R_T}$

c) Varía con la distancia r al centro de la Tierra según $g = G\dfrac{M_T}{(R_T + r)^2}$



$g_0 = G\cdot\frac{M_T}{R_T^2}$; Suponemos que la densidad es constante

$$\rho = \frac{masa}{volumen} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} \Rightarrow M_T = \rho\cdot\frac{4}{3}\pi R_T^3$$

$$g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2} = G\frac{\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R_T^3}{R_T^2} = G\cdot\rho\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot R_T$$

$$g_{int} = G\frac{m}{r^2} = G\frac{\rho\cdot\frac{4}{3}\pi r^3}{r^2} = G\cdot\rho\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot r$$

$$\frac{g_{int}}{g_0} = \frac{G\cdot\rho\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot r}{G\cdot\rho\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot R_T}$$ simplificamos

$$g_{int} = g_0\cdot\frac{r}{R_T}$$

$$\boxed{g_{int} = \left(\frac{g_0}{R_T}\right)\cdot r}$$

Aumenta linealmente con r. Opción b

5. **CUESTIÓN Justificada:** La **aceleración** de **caída** de los cuerpos hacia la Tierra es: (1 pt.)

a) proporcional a su peso.

b) proporcional a la fuerza de atracción entre el cuerpo y La Tierra.

c) independiente de su masa.

La aceleración es el campo gravitatorio: Aplicamos la 2ª ley de Newton: $F = m\cdot a$, a la fuerza gravitatoria.

$$a = g = \frac{F}{m} = \frac{G\frac{M\cdot\cancel{m}}{r^2}}{\cancel{m}} = G\frac{M}{r^2}$$

, La expresión no depende ni de la masa ni del peso. Opción c