Nombre y apellidos: _____

1. El telescopio espacial **Hubble** describe una órbita circular alrededor de la Tierra con un **radio orbital r = 6,98·10⁶ m**.

$v = 7552 \frac{m}{s} \simeq 27187 \frac{km}{h}$

   a. Calcula la **velocidad orbital** (velocidad lineal) del **Hubble** en el **S.I.** y en **km/h**. **Justifica** la **fórmula** de la velocidad orbital. (1,5 pt.)

   b. Calcula su **período orbital** en **horas**. $T = 5807\ s \simeq 1,61\ h$ (0,5 pt.)

   c. Compara el valor de su **aceleración centrípeta** con el **valor de g** a esa distancia de la Tierra. ¿**Qué significa** el resultado? (1 pt.)

   Datos: $R_T = 6,37 \cdot 10^3$ km ; $g_0 = 9,81$ m/s²

$g = a_c = 8,17\ m/s^2$ condición de órbita.

2. Dos partículas de masas $\mathbf{m_1}$ y $\mathbf{m_2 = 4 \cdot m_1}$ están separadas por una **distancia d = 3,0 m**. En un punto entre las dos masas, el **campo** gravitatorio es **nulo**. **Dibuja** un esquema de la situación. **Calcula** la **distancia** entre dicho **punto** y la masa $\mathbf{m_1}$. (2 pt.)

$x = 1\ m$ (distancia de m_1 a P)

3. Nos encontramos en la superficie de la **Luna**. Ponemos una piedra sobre una báscula en reposo y ésta indica **1,58 N**. Determina razonadamente la intensidad de campo gravitatorio en la superficie lunar y la masa de la piedra, sabiendo que el **radio de la Luna** es **0,25** veces el **radio de la Tierra** y que su **masa** es **1/81** de la masa de la **Tierra**.

$g_L = \frac{16}{81} \cdot g_0 \simeq 0,2 \cdot g_0$ $\quad m = \frac{7,9}{g_0}\ [kg]$

o bien $g_0 = 5 \cdot g_L$

(2 pt.)

4. **CUESTIÓN:** Si $\mathbf{g_0}$ es la intensidad de **campo** gravitatorio en la **superficie** terrestre, **determina**, en función del **radio** de la Tierra $\mathbf{R_T}$, la **altura h** sobre la superficie terrestre a la cual la intensidad del campo gravitatorio es la mitad, es decir, $\mathbf{g_0 / 2}$.

a) $h = \left(\sqrt{2} + 1\right) \cdot R_T$ b) $h = \sqrt{2} \cdot R_T$ c) $h = \left(\sqrt{2} - 1\right) \cdot R_T$

Justifica bien la respuesta. (2 pt.)

5. **CUESTIÓN:** Si la Tierra sufriese un colapso gravitatorio y su **radio** se redujese a la **mitad**, ¿cómo sería su **período** de revolución alrededor del Sol?

a) **Igual (1 año)** b) **2 años** c) **4 años**

Razona bien la respuesta. ¿Qué **ley** has utilizado? 3ª ley de Kepler y/o condición de órbita (1 pt.)

1. El telescopio espacial **Hubble** describe una órbita circular alrededor de la Tierra con un **radio orbital r = $6{,}98\cdot10^6$ m**.

a. Calcula la **velocidad orbital** (velocidad lineal) del **Hubble** en el **S.I.** y en **km/h**. **Justifica** la **fórmula** de la velocidad orbital. (1,5 pt.)

b. Calcula su **período orbital** en **horas**. (0,5 pt.)

c. Compara el valor de su **aceleración centrípeta** con el **valor de g** a esa distancia de la Tierra. ¿**Qué significa** el resultado? (1 pt.)

Datos: $R_T = 6{,}37\cdot10^3$ km ; $g_0 = 9{,}81$ m/s²

a) Condición de órbita: $\boxed{F_g = F_c} \Rightarrow G\frac{M\cdot m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = G\frac{M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$

No conozco ni G ni M, pero a partir de los datos: $g_0 = G\frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G\cdot M = g_0\cdot R_T^2$, luego: $v = \sqrt{\frac{g_0\cdot R_T^2}{r}}$

El radio orbital $r = 6{,}98\cdot10^6$ m . $R_T = 6{,}37\cdot10^6$ m

$$v = \sqrt{\frac{9{,}81\cdot(6{,}37\cdot10^6)^2}{6{,}98\cdot10^6}} \approx 7551.726012 \text{ m/s} \simeq 7552\ \frac{m}{s}\cdot\frac{3600\,s}{1\,h}\cdot\frac{1\,km}{10^3\,m} \simeq 27187\ \frac{km}{h}$$

b) $v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\cdot\pi\cdot6{,}98\cdot10^6}{7552} \approx 5807.287267$ s $\simeq 5807\,s\cdot\frac{1\,h}{3600\,s} \simeq 1{,}61\,h$

c) La aceleración centrípeta $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{7552^2}{6{,}98\cdot10^6} \approx 8.170874\ m/s^2 \simeq 8{,}17\ m/s^2$

El campo gravitatorio $g = G\frac{M}{r^2} = \frac{g_0\cdot R_T^2}{r^2} = \frac{9{,}81\cdot(6{,}37\cdot10^6)^2}{(6{,}98\cdot10^6)^2} \approx 8.170282\ m/s^2 \simeq 8{,}17\ m/s^2$

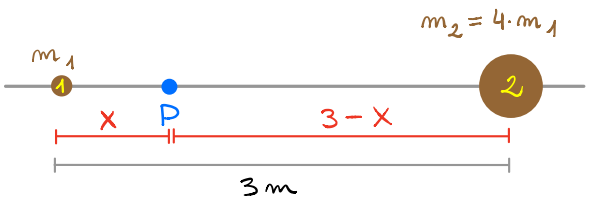
Son iguales: $g = a_c$ porque es la condición de órbita.

2. Dos partículas de masas $\mathbf{m_1}$ y $\mathbf{m_2 = 4\cdot m_1}$ están separadas por una **distancia d = 3,0 m**. En un punto entre las dos masas, el **campo** gravitatorio es **nulo**. **Dibuja** un esquema de la situación. **Calcula** la **distancia** entre dicho **punto** y la masa $\mathbf{m_1}$. (2 pt.)

El campo gravitatorio $g = G\frac{M}{r^2}$

En el punto P se produce el equilibrio.

$\vec{g}_1 + \vec{g}_2 = 0$, En módulo $g_1 = g_2$



x ≡ distancia a m_1

$G\frac{m_1}{x^2} = G\frac{4\cdot m_1}{(3-x)^2}$

$\frac{1}{x^2} = \frac{4}{(3-x)^2}$ Tomo raíces cuadradas

$\frac{1}{x} = \frac{2}{3-x}$

$3 - x = 2x$

$3 = 3x$

$x = 1$ m (distancia de m_1 a P)

3. Nos encontramos en la superficie de la **Luna**. Ponemos una piedra sobre una báscula en reposo y ésta indica **1,58 N**. Determina razonadamente la intensidad de campo gravitatorio en la superficie lunar y la masa de la piedra, sabiendo que el **radio de la Luna** es **0,25** veces el **radio de la Tierra** y que su **masa** es **1/81** de la masa de la **Tierra**. $0{,}25 = 1/4$

(2 pt.)

$g = G\frac{M}{r^2}$ en general: $g_L = G\frac{M_L}{R_L^2}$, $g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2}$

$$\frac{g_L}{g_0} = \frac{G\frac{M_L}{R_L^2}}{G\frac{M_T}{R_T^2}} = \frac{M_L}{R_L^2}\cdot\frac{R_T^2}{M_T} = \frac{\frac{1}{81}M_T R_T^2}{\left(\frac{1}{4}R_T\right)^2 M_T} = \frac{16}{81} \Rightarrow g_L = \frac{16}{81}\cdot g_0 \simeq 0{,}2\cdot g_0$$

o bien $g_0 = 5\cdot g_L$

La masas en la Tierra y en la Luna son iguales; cambia el peso.

$$P_L = m\cdot g_L \Rightarrow m = \frac{P_L}{g_L} = \frac{1{,}58\,N}{0{,}2\cdot g_0} = \frac{7{,}9}{g_0}\ [kg]$$

Aunque no lo piden, podemos calcular el peso en la Tierra:

$$P_T = m\,g_0 = \frac{7{,}9}{g_0}\cdot g_0 = 7{,}9\,N$$

4. **CUESTIÓN:** Si $\mathbf{g_0}$ es la intensidad de **campo** gravitatorio en la **superficie** terrestre, **determina**, en función del **radio** de la Tierra $\mathbf{R_T}$, la **altura h** sobre la superficie terrestre a la cual la intensidad del campo gravitatorio es la mitad, es decir, $\mathbf{g_0 / 2}$.

a) $h = \left(\sqrt{2}+1\right)\cdot R_T$ b) $h = \sqrt{2}\cdot R_T$ c) $h = \left(\sqrt{2}-1\right)\cdot R_T$

Justifica bien la respuesta. (2 pt.)

$g = G\frac{M_T}{r^2}$ en la Tierra. En la superficie $g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2}$

A una altura h, $r = R_T + h$ y el campo $g = G\frac{M_T}{r^2}$, pero $g = \frac{g_0}{2}$

$$g = G\frac{M_T}{r^2} = \frac{g_0}{2}$$

$$G\frac{M_T}{r^2} = \frac{1}{2}\cdot G\frac{M_T}{R_T^2}$$

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{2\cdot R_T^2}$$

$2\cdot R_T^2 = r^2$ Tomo raíces cuadradas

$\sqrt{2}\cdot R_T = r$, Como $r = R_T + h \Rightarrow$

$\sqrt{2}\cdot R_T = R_T + h$

$h = \sqrt{2}\cdot R_T - R_T$

$h = \left(\sqrt{2}-1\right)\cdot R_T$ Opción ©

5. **CUESTIÓN:** Si la Tierra sufriese un colapso gravitatorio y su **radio** se redujese a la **mitad**, ¿cómo sería su **período** de revolución alrededor del Sol?

a) **Igual (1 año)** b) **2 años** c) **4 años**

Razona bien la respuesta. ¿Qué **ley** has utilizado? (1 pt.)

$\frac{T^2}{r^3} = cte$ 3ª ley de Kepler $\Rightarrow \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}$

El período depende del radio orbital, no del radio del planeta, luego el período se mantiene (1 año). Es la opción (a)

El radio orbital es la distancia del centro de la Tierra al Sol, y por lo tanto, no cambia aunque la Tierra encoja.

IIº método

La condición de órbita es: $F_g = F_c$

$G\frac{M \cdot m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow G\frac{M}{r} = v^2$

En el movimiento circular $v = \frac{2\pi r}{T}$

$\left.\begin{array}{l} G\frac{M}{r} = v^2 \\ v = \frac{2\pi r}{T} \end{array}\right\} G\frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$

$G\frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow \boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = cte}$ 3ª ley de Kepler

Se deduce de la expresión que el período no depende del radio del planeta y tampoco de su masa. Sólo depende del radio orbital y de la masa del Sol.