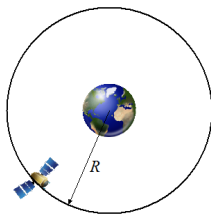


Nombre y apellidos: _____

1. Un satélite de comunicaciones de **100 kg** describe órbitas circulares alrededor de La Tierra con un periodo de **2 horas**. **Calcula:**



$$1,69 \cdot 10^6 \text{ m} = 1690 \text{ km}$$

a) La **altura** a la que se encuentra sobre la superficie de La Tierra. (1 pt.)

b) La **energía** que fue **preciso** comunicarle para situarlo en órbita a esa **altura**.

Justifica la fórmula de la **energía**. $3,78 \cdot 10^9 \text{ J}$ (1,5 pt.)

Datos: $R_T = 6370 \text{ km}$, $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$

2. Situamos **dos cargas puntuales** en el plano XY, una positiva **$Q_1 = +80 \text{ nC}$** en el punto **$A(-1,0)$** y otra negativa **$Q_2 = -40 \text{ nC}$** en **$B(1,0)$** . Las distancias están expresadas en metros. Dibuja un diagrama.

a) Calcula el **vector campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto **$C(0,1)$** . (2 pt.)

b) ¿En qué punto o puntos del plano se **anula** el **campo** eléctrico? $(5,83, 0)$ (1 pt.)

Dato: $1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ $4,83 \text{ m}$ a la derecha de $Q_2(1,0)$

$$\vec{E}_T = 381,9 \vec{i} + 127,3 \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad |\vec{E}_T| = 402,6 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad V_T = 254,5 \text{ V}$$

3. Una esfera pequeña de masa **2 g** y carga **$+3 \mu\text{C}$** , cuelga de un **hilo** situado entre dos placas metálicas verticales y paralelas que poseen cargas iguales pero de signo contrario. Están separadas **12 cm**.

a) Dibuja un diagrama. Calcula el **campo eléctrico** entre las placas para que el hilo forme un ángulo de **30°** con la vertical y calcula también la **fuerza de tensión** del hilo. (1,5 pt.)

b) Calcula la **diferencia de potencial** (en valor absoluto) entre las dos placas. (0,5 pt.)

Dato: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

$$E = 3776 \frac{\text{N}}{\text{C}}, T = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ N}, |\Delta V| = 453 \text{ V}$$

4. Un electrón penetra en dirección **perpendicular** a un campo eléctrico **uniforme** con una velocidad $v = 10^4 \vec{i} \text{ m/s}$. La intensidad del campo es $10^5 \vec{j} \text{ V/m}$. Dibuja el diagrama y calcula:

a) La **aceleración** que experimenta el electrón (**vector**). $\vec{a} = -1,76 \cdot 10^{16} \vec{j} \text{ m/s}^2$ (0,75 pt.)

b) La **ecuación** de la **trayectoria** que sigue el electrón (**forma vectorial**). (0,75 pt.)

Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

$$\vec{r}(t) = 10^4 t \vec{i} - \frac{1}{2} \cdot 1,76 \cdot 10^{16} \cdot t^2 \vec{j} \text{ m} \Rightarrow y = -8,8 \cdot 10^7 x^2$$

💡 **CUESTIÓN (Justifica la respuesta).** Cuando una partícula de masa **m** y carga **q** se somete a una diferencia de **potencial** de ΔV voltios, la **velocidad** que adquiere es:

a) directamente proporcional a ΔV

b) directamente proporcional a ΔV^2

c) directamente proporcional a $\sqrt{\Delta V}$



(1 pt.)

COMPLEMENTARIO

Una **placa plana** tiene una **densidad de carga superficial** $\sigma = 35 \text{ nC/m}^2$.

a) ¿A qué **distancia** se encuentran entre sí dos superficies equipotenciales cuya diferencia de **potencial** es de **15 V**? (0,75 pt.)

b) Demuestra, utilizando el teorema de **Gauss**, la fórmula general del **campo** eléctrico creado por una **placa plana cargada uniformemente**. (0,75 pt.)

Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

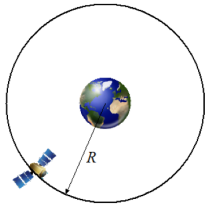
$$d \simeq 7,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon}$$



Carl Friedrich Gauss

1. Un satélite de comunicaciones de **100 kg** describe órbitas circulares alrededor de La Tierra con un periodo de **2 horas**. **Calcula:**



a) La **altura** a la que se encuentra sobre la superficie de La Tierra. (1 pt.)

b) La **energía** que fue **preciso** comunicarle para situarlo en órbita a esa **altura**.

Justifica la fórmula de la **energía**.

(1,5 pt.)

Datos: $R_T = 6370 \text{ km}$, $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$

a) $F_g = F_c$ $g = a_c$ Condición de órbita

$$G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{M}{r} = v^2, \text{ como } v = \frac{2\pi r}{T}$$

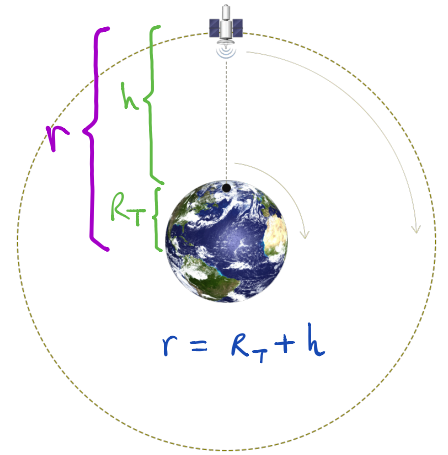
$$G \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \text{ donde } T = 2h \cdot \frac{3600s}{1h} = 7200s$$

$$r^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

No conocemos ni G ni M , pero sí $g_0 = G \frac{M}{R_T^2} \Rightarrow GM = g_0 R_T^2$

$$\text{luego } r = \sqrt[3]{\frac{g_0 R_T^2 T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{9,81 \times (6,37 \times 10^6)^2 \times (7200)^2}{4 \times \pi^2}} \approx 8055349,277968 \text{ m} \approx 8,06 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Como $r = R_T + h \Rightarrow h = r - R_T = 8,06 \cdot 10^6 \text{ m} - 6,37 \cdot 10^6 \text{ m} = 1,69 \cdot 10^6 \text{ m} = 1690 \text{ Km}$



b) Calculemos la energía de satelización:

$$E_{\text{necesaria}} = E_{m_B} - E_{m_A}$$

$$-G \frac{Mm}{R_T} + 0 + E_{\text{necesaria}} = -G \frac{Mm}{r} + \frac{1}{2} m v^2 \quad r = R_T + h$$

En B, está en órbita: $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{M}{r} = v^2$

$$E_{\text{necesaria}} = -G \frac{Mm}{r} + \frac{1}{2} m v^2 + G \frac{Mm}{R_T} = -G \frac{Mm}{r} + \frac{1}{2} m G \frac{M}{r} + G \frac{Mm}{R_T}$$

$$E_{\text{necesaria}} = GMm \left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{R_T} \right) = GMm \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r} \right), \quad r = R_T + h; \text{ como } GM = g_0 R_T^2$$

$$E_{\text{necesaria}} = g_0 R_T^2 m \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r} \right)$$

Energía de satelización ; Masa del satélite : $m = 100 \text{ kg}$

$$E_{\text{necesaria}} = 9,81 \times (6,37 \times 10^6)^2 \times 100 \times \left(\frac{1}{6,37 \times 10^6} - \frac{1}{2 \times 8,06 \times 10^6} \right) = 3779618951,612903 \text{ J} \approx 3,78 \cdot 10^9 \text{ J}$$

2. Situamos **dos cargas puntuales** en el plano XY, una positiva $Q_1 = +80 \text{ nC}$ en el punto $A(-1,0)$ y otra negativa $Q_2 = -40 \text{ nC}$ en $B(1,0)$. Las distancias están expresadas en metros. Dibuja un diagrama.

a) Calcula el **vector campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto $C(0,1)$. (2 pt.)

b) ¿En qué punto o puntos del plano se **anula** el **campo** eléctrico? (1 pt.)

Dato: $1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

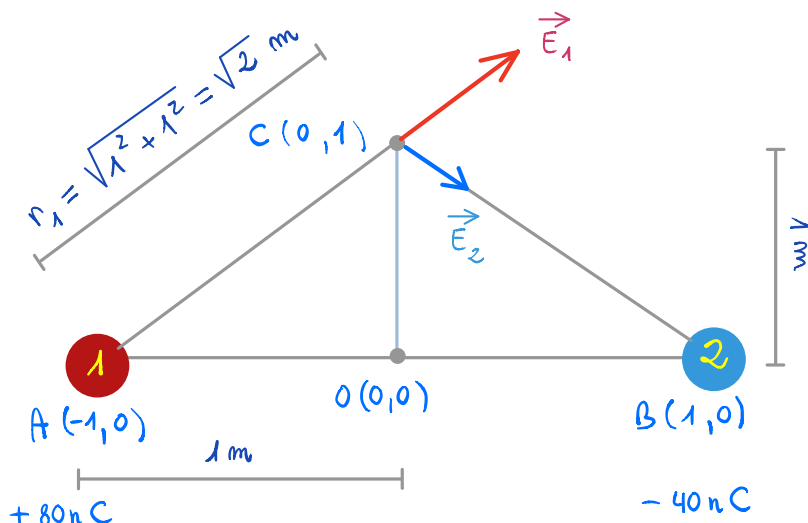
a)

$$\vec{u}_1 = \frac{(0,1) - (-1,0)}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{(1,1)}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j}$$

$$\vec{u}_2 = \frac{(0,1) - (1,0)}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{(-1,1)}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = K \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}_r \quad \text{Campo eléctrico}$$

$$\vec{E}_T = K \cdot \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_{ri} \quad \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$



$$\vec{E}_1 = K \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{80 \cdot 10^{-9}}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j} \right) \simeq 254,6 \vec{i} + 254,6 \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-8}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \simeq 254,558441$$

$$\vec{E}_2 = K \frac{Q_2}{r_2^2} \vec{u}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-40 \cdot 10^{-9}}{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{j} \right) \simeq 127,3 \vec{i} - 127,3 \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$9 \times 10^9 \times \frac{-4 \times 10^{-8}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \simeq -127,279221$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 381,9 \vec{i} + 127,3 \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad (\text{hacia arriba y hacia la derecha})$$

$$|\vec{E}_T| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 402,6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$V = \frac{E_p}{q} = K \cdot \frac{Q}{r}$$

Potencial electrostático
 $\left[\frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V (voltio)} \right] (\text{escalar})$

$$V_T = K \cdot \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i}$$

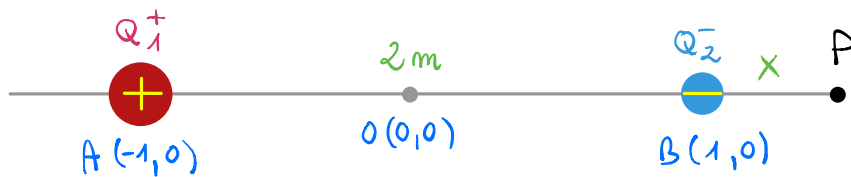
$$V_T = V_1 + V_2 + \dots$$

$$V_1 = K \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{80 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{2}} = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-8}}{\sqrt{2}} \simeq 509,116882 \text{ V} \simeq 509,1 \text{ V}$$

$$V_2 = K \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-40 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{2}} = 9 \times 10^9 \times \frac{-4 \times 10^{-8}}{\sqrt{2}} \simeq -254,558441 \text{ V} \simeq -254,6 \text{ V}$$

$$V_T = V_1 + V_2 \simeq 254,5 \text{ V}$$

b) Punto de equilibrio del campo $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$. Las cargas tienen signo distinto por lo que el equilibrio se producirá fuera de la recta que une las cargas y cerca de la menor de ellas.



Distinto signo
Cargas distintas (magnitud)
Equilibrio: cerca de la carga pequeña (exterior)

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$$

$$K \frac{Q_1}{r_1^2} = K \frac{Q_2}{r_2^2}$$

$$\frac{80 \text{ nC}}{(2+x)^2} = \frac{40 \text{ nC}}{x^2}$$

$$\frac{(2+x)^2}{x^2} = \frac{8}{4} = 2 \text{ , Tomo raíces}$$

$$\frac{2+x}{x} = \sqrt{2}$$

$$2+x = \sqrt{2} x$$

$$\sqrt{2} x - x = 2$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{2}-1} \approx 4,83 \text{ m a la derecha de } Q_2 (1,0)$$

$$\text{o bien } 4,83 + 2 = 6,83 \text{ m a la derecha de } Q_1 (-1,0)$$

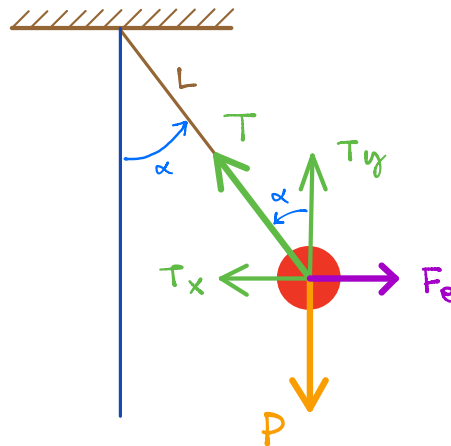
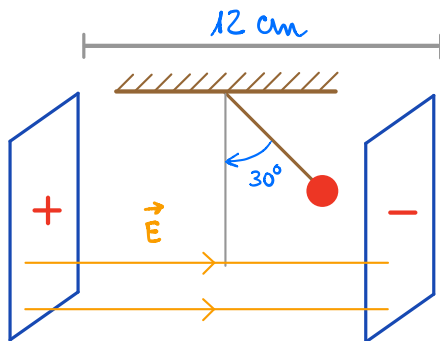
$$\text{Las coordenadas con respecto a } (0,0) \text{ son } (5,83, 0)$$

3. Una esfera pequeña de masa **2 g** y carga **+3 μC** , cuelga de un **hilo** situado entre dos placas metálicas verticales y paralelas que poseen cargas iguales pero de signo contrario. Están separadas **12 cm**.

a) Dibuja un diagrama. Calcula el **campo eléctrico** entre las placas para que el hilo forme un ángulo de **30°** con la vertical y calcula también la **fuerza de tensión** del hilo. (1,5 pt.)

b) Calcula la **diferencia de potencial** (en valor absoluto) entre las dos placas. (0,5 pt.)

Dato: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$



$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Eje } x: F_e - T_x = 0 \\ \text{Eje } y: P - T_y = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} q \cdot E = T \cdot \sen \alpha \\ m \cdot g = T \cdot \cos \alpha \end{array} \right\}$$

Dividiendo

$$\frac{q \cdot E}{m \cdot g} = \tan \alpha \Rightarrow E = \frac{m \cdot g}{q} \cdot \tan \alpha = \frac{2 \times 10^{-3} \times 9,81 \times \tan 30}{3 \times 10^{-6}} \approx 3775,870761 \frac{\text{N}}{\text{C}} \approx 3776 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$m = 2 \text{ g} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}, \quad q = 3 \mu\text{C} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

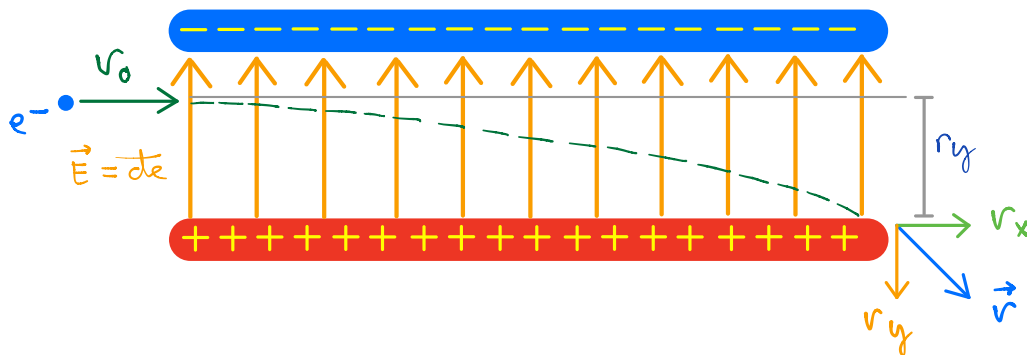
$$\text{La tensión } T = \frac{q \cdot E}{\sen \alpha} = \frac{m \cdot g}{\cos \alpha} \approx 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

$$\text{b) } |\Delta V| = E \cdot d = 3776 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 12 \cdot 10^{-2} \text{ m} \approx 453 \text{ V}$$

4. Un electrón penetra en dirección **perpendicular** a un campo eléctrico **uniforme** con una velocidad $v = 10^4 \vec{i} \text{ m/s}$. La intensidad del campo es $10^5 \vec{j} \text{ V/m}$. Dibuja el diagrama y calcula:

- a) La **aceleración** que experimenta el electrón (**vector**). (0,75 pt.)
 b) La **ecuación** de la **trayectoria** que sigue el electrón (**forma vectorial**). (0,75 pt.)

Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$



$$a) \vec{F} = q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m} = \frac{-1,6 \times 10^{-19} \times 10^5}{9,11 \times 10^{-31}} \approx -1,7563 \times 10^{16} \text{ m/s}^2 \approx -1,76 \cdot 10^{16} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a} = -1,76 \cdot 10^{16} \vec{j} \text{ m/s}^2$$

b) Trayectoria $\vec{r}(t) = x\vec{i} + y\vec{j}$

En horizontal mru: $x = v_0 t$

En vertical mrva: $y = v_{0y} t + \frac{1}{2} a t^2$

$$\left. \begin{array}{l} \text{En horizontal mru: } x = v_0 t \\ \text{En vertical mrva: } y = v_{0y} t + \frac{1}{2} a t^2 \end{array} \right\} \vec{r}(t) = 10^4 t \vec{i} - \frac{1}{2} \cdot 1,76 \cdot 10^{16} \cdot t^2 \vec{j} \text{ m}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{8,8 \cdot 10^5}$

IIº método: Trayectoria $y = f(x)$

$$x = 10^4 \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{10^4} \Rightarrow y = \frac{1}{2} a t^2 = -8,8 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{x}{10^4}\right)^2 \Rightarrow y = -8,8 \cdot 10^7 x^2$$

💡 **CUESTIÓN (Justifica la respuesta).** Cuando una partícula de masa **m** y carga **q** se somete a una diferencia de **potencial** de ΔV voltios, la **velocidad** que adquiere es:

- a) directamente proporcional a ΔV
 b) directamente proporcional a ΔV^2
 c) directamente proporcional a $\sqrt{\Delta V}$



(1 pt.)

$$W_{AB} = -q \cdot \Delta V, \text{ pero también } W_{AB} = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = q \cdot \Delta V$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = q \cdot \Delta V + \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$v^2 = \frac{2q \Delta V}{m} + v_0^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2q \Delta V}{m} + v_0^2} \propto \sqrt{\Delta V}, \text{ La respuesta es } \textcircled{c}$$

COMPLEMENTARIO

Una **placa plana** tiene una **densidad de carga superficial** $\sigma = 35 \text{ nC / m}^2$.

a) ¿A qué **distancia** se encuentran entre sí dos superficies equipotenciales cuya diferencia de **potencial** es de **15 V**? (0,75 pt.)

b) Demuestra, utilizando el teorema de **Gauss**, la fórmula general del **campo** eléctrico creado por una **placa plana cargada uniformemente**. (0,75 pt.)

Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$



Carl Friedrich Gauss

$$a) \quad |\Delta V| = E \cdot d \Rightarrow d = \frac{\Delta V}{E}$$

Para una placa, el campo eléctrico $E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon}$ Campo eléctrico de una placa

$$\sigma = 35 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

$$\text{Así pues, la distancia } d = \frac{\Delta V}{\frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon}} = \frac{\Delta V \cdot 2 \cdot \epsilon}{\sigma} = \frac{\Delta V \cdot 2}{4 \pi K \cdot \sigma} = \frac{15 \times 2}{4 \times \pi \times 9 \times 10^9 \times 35 \times 10^{-9}} \approx 0.007579 \text{ m}$$

$$\text{Como } K = 9 \cdot 10^9 = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \rightarrow \epsilon_0 = \frac{1}{4 \pi K} = 8,84 \cdot 10^{-12}$$

$$d \approx 7,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

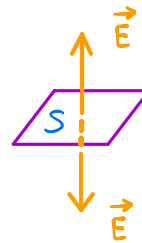
b) Según el teorema de Gauss, $\phi = \frac{Q}{\epsilon} = E \cdot S'$

$$\text{luego } E = \frac{Q}{S' \cdot \epsilon} = \frac{Q}{2 \cdot S \cdot \epsilon}$$

Llamamos densidad superficial de carga a:

$$\sigma = \frac{Q}{S} \Rightarrow Q = \sigma \cdot S$$

$$E = \frac{Q}{S' \cdot \epsilon} = \frac{\sigma \cdot S}{2 \cdot S \cdot \epsilon} = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon}$$



Contribuyen al flujo del campo ambas caras de la placa por igual

$$E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon} \quad \text{Campo eléctrico de una placa} \quad E = \text{cte}$$