

Nombre y apellidos: _____

1. Un satélite artificial de navegación de la serie europea *Galileo*, de 300 kg de **masa**, gira alrededor de la Tierra en una órbita circular media (MEO) de 30.000 km de **altura** sobre la superficie.

Justifica las fórmulas. Datos: $R_T = 6370 \text{ km}$, $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$

- a) Calcula la **velocidad** del satélite en la órbita. (1,25 pt.)
b) Calcula la **energía mecánica total** del satélite en dicha órbita. (1,25 pt.)



2. Dos **cargas** puntuales iguales y de magnitud $q = +1 \mu\text{C}$ están situadas en los puntos $A(-5,0)$ y $B(5,0)$. Datos: Distancias en metros. $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. Dibuja un **diagrama**.

- a) Calcula el **vector campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto $C(0,12)$. (2 pt.)
b) Calcula el **trabajo** necesario para trasladar una carga $q = -1 \mu\text{C}$ desde el infinito hasta $C(0,12)$.
¿Qué **significado físico** tiene el **signo del trabajo** que has calculado? (1 pt.)
c) ¿Qué **velocidad** alcanzaría la carga del apartado anterior al llegar al punto C si tiene una **masa** de 10^{-6} kg y cuando está en el infinito parte del reposo? (0,5 pt.)

3. Un **electroscopio** está constituido por una esfera metálica de masa $m = 8 \text{ g}$ y una carga eléctrica positiva, pero desconocida, que deseamos medir. Cuelga de un hilo de 10 cm de longitud que forma un ángulo de $12,57^\circ$ con la vertical cuando se somete a un campo eléctrico horizontal de magnitud $E = 2,5 \cdot 10^3 \text{ N/C}$.

Dibuja un **diagrama** y calcula la **carga** de la esfera metálica.

Finalmente, calcula también la **tensión** del hilo.

(1,5 pt.)

Dato: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$



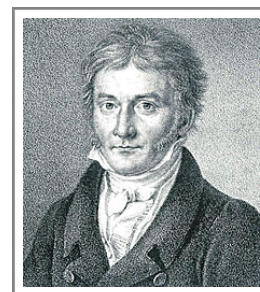
4. **CUESTIÓN** 💡 (Justifica la respuesta). Una carga Q_1 de 2 mC y otra carga de signo opuesto Q_2 de valor desconocido, están separadas por una distancia de 2 m . El campo eléctrico total es nulo a 40 cm de la carga Q_1 . ¿Cuál es el **valor** de Q_2 ? Indica si el **punto de equilibrio** está **entre las cargas o bien fuera de las cargas** (puedes dibujar un diagrama).

- a) $Q_2 = -12 \text{ mC}$ b) $Q_2 = -48 \text{ mC}$ c) $Q_2 = -72 \text{ mC}$ (1,5 pt.)



5. **CUESTIÓN** 💡 (Justifica la respuesta). Si el **flujo** del campo eléctrico a través de una superficie *gaussiana* que rodea a una esfera conductora cargada y en **equilibrio electrostático** es Q/ϵ_0 , entonces el **campo eléctrico en el exterior** de la esfera a una distancia r es:

- a) Cero b) $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ c) Constante: $\frac{Q}{\epsilon_0}$ (1 pt.)



Carl Friedrich
Gauss



1. Un satélite artificial de navegación de la serie europea *Galileo*, de 300 kg de **masa**, gira alrededor de la Tierra en una órbita circular media (MEO) de 30.000 km de **altura** sobre la superficie.

Justifica las fórmulas. Datos: $R_T = 6370 \text{ km}$, $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$

a) Calcula la **velocidad** del satélite en la órbita.

(1,25 pt.)

b) Calcula la **energía mecánica total** del satélite en dicha órbita.

(1,25 pt.)



a) Condición de órbita: $F_g = F_c \Rightarrow G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = G \frac{M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$

No conozco ni G ni M , pero a partir de los datos: $g_0 = G \frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R_T^2$, luego: $v = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{r}}$

$h = 30.000 \text{ km} = 3 \cdot 10^7 \text{ m}$, $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m} \Rightarrow$ El radio orbital $r = R_T + h = 3,637 \cdot 10^7 \text{ m}$

$v = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2}{3,637 \cdot 10^7}} \simeq 3308 \text{ m/s} \simeq 3,308 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

b) La **energía mecánica total** $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 300 \text{ kg} \cdot (3,308 \cdot 10^3 \text{ m/s})^2 \simeq 1,64 \cdot 10^9 \text{ J}$

$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r} = -\frac{g_0 \cdot R_T^2 \cdot m}{r} = -\frac{9,81 \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2}{3,637 \cdot 10^7} \cdot 300 \text{ kg} \simeq -3,28 \cdot 10^9 \text{ J}$

$E_m = E_c + E_p = 1,64 \cdot 10^9 \text{ J} - 3,28 \cdot 10^9 \text{ J} = -1,64 \cdot 10^9 \text{ J} < 0$ (energía de enlace)

Método II: $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - G \cdot \frac{M \cdot m}{r} = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M \cdot m}{r} - G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

$E_m = -G \cdot \frac{M \cdot m}{2r}$ Energía de enlace orbital; $E_m < 0$

Como se puede apreciar: $E_p = -G \frac{M \cdot m}{r} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} E_p$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow E_c = -\frac{1}{2} E_p$

Quando se generaliza este resultado para muchas partículas, se denomina **Teorema del virial**

2. Dos **cargas** puntuales iguales y de magnitud $q = +1 \mu C$ están situadas en los puntos $A(-5,0)$ y $B(5,0)$. Datos: Distancias en metros. $K = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2$. Dibuja un **diagrama**.

- a) Calcula el **vector campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto $C(0,12)$. (2 pt.)
- b) Calcula el **trabajo** necesario para trasladar una carga $q = -1 \mu C$ desde el infinito hasta $C(0,12)$.
¿Qué **significado físico** tiene el **signo del trabajo** que has calculado? (1 pt.)
- c) ¿Qué **velocidad** alcanzaría la carga del apartado anterior al llegar al punto C si tiene una **masa** de $10^{-6} kg$ y cuando está en el infinito parte del reposo? (0,5 pt.)

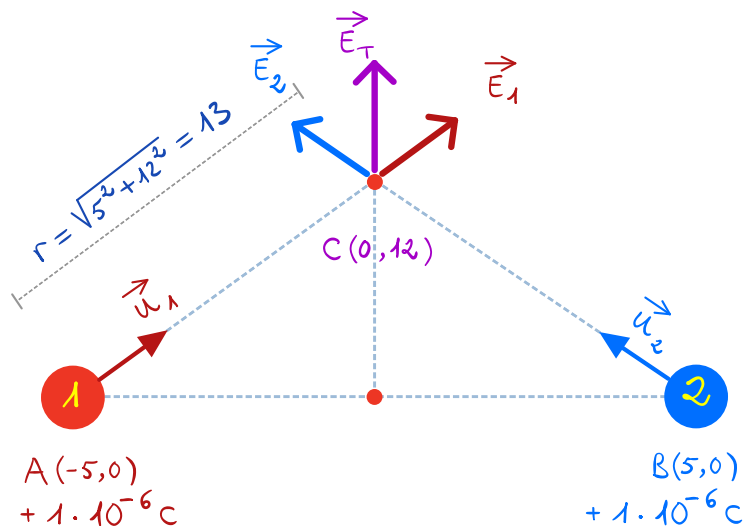
a) Por la simetría del problema, se cancelan las componentes horizontales del campo total en C .

Calculamos los vectores unitarios:

$$r_1 = r_2 = r = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$\vec{u}_1 = \frac{(0,12) - (-5,0)}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{(5,12)}{13} = \frac{5}{13} \vec{i} + \frac{12}{13} \vec{j}$$

$$\vec{u}_2 = \frac{(0,12) - (5,0)}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{(-5,12)}{13} = -\frac{5}{13} \vec{i} + \frac{12}{13} \vec{j}$$



Calculamos el campo:

$$\vec{E}_1 = K \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{13^2} \cdot \left(\frac{5}{13} \vec{i} + \frac{12}{13} \vec{j} \right) \approx 20,5 \vec{i} + 49,2 \vec{j} \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = K \frac{Q_2}{r_2^2} \vec{u}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{13^2} \cdot \left(-\frac{5}{13} \vec{i} + \frac{12}{13} \vec{j} \right) \approx -20,5 \vec{i} + 49,2 \vec{j} \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_T = +49,2 \vec{j} \frac{N}{C} + 49,2 \vec{j} \frac{N}{C} = 9,84 \cdot 10 \vec{j} \frac{N}{C}, \text{ (hacia arriba)}$$

Ahora calculamos el potencial:

$$V_T = V_1 + V_2 = K \frac{Q_1}{r_1} + K \frac{Q_2}{r_2} = 2K \frac{Q}{r}; \text{ Ambos potenciales son iguales}$$

$$V_T = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{13} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{13} \approx 1385 V$$

b) $W_{\infty \rightarrow C} = -q (V_C - V_{\infty})$ Trabajo eléctrico $V_{\infty} = K \frac{Q}{\infty} = 0 V$

$$W_{\infty \rightarrow C} = -q (V_C - V_{\infty}) = -(-1 \cdot 10^{-6} C)(1385 V - 0) = 1,385 \cdot 10^{-3} J$$

El trabajo es positivo porque lo realiza el campo.

c) $m = 10^{-6} kg$; $W_{\infty \rightarrow C} = \Delta E_C = \frac{1}{2} m v^2 - 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2W}{m}}$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,385 \cdot 10^{-3} J}{10^{-6} kg}} \approx 52,6 m/s = 5,26 \cdot 10 m/s$$

Principio de superposición

$$\vec{E}_T = K \cdot \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \vec{u}_{ri}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

Campo eléctrico

$$[K = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}]$$

$$V_T = K \cdot \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

$$V_T = V_1 + V_2 + \dots$$

Potencial eléctrico

3. Un **electroscopio** está constituido por una esfera metálica de masa $m = 8 \text{ g}$ y una carga eléctrica positiva, pero desconocida, que deseamos medir. Cuelga de un hilo de 10 cm de longitud que forma un ángulo de $12,57^\circ$ con la vertical cuando se somete a un campo eléctrico horizontal de magnitud $E = 2,5 \cdot 10^3 \text{ N/C}$.

Dibuja un **diagrama** y calcula la **carga** de la esfera metálica.

Finalmente, calcula también la **tensión** del hilo.

(1,5 pt.)

Dato: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

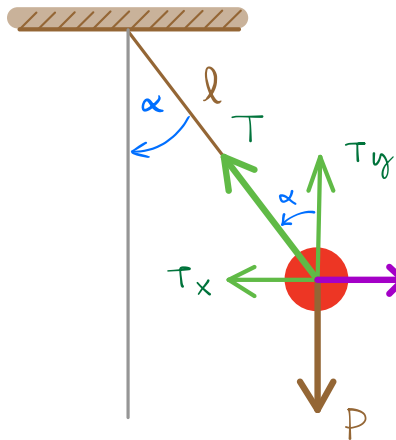
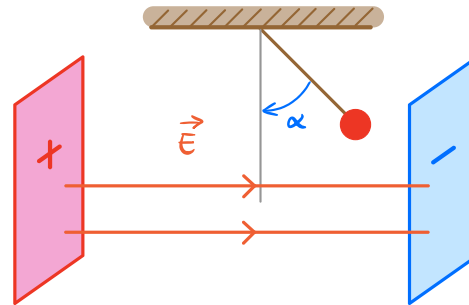


Datos: $m = 8 \text{ g}$
 $l = 0,1 \text{ m}$

$E = 2,5 \cdot 10^3 \vec{e}_x \frac{\text{N}}{\text{C}}$

$\alpha = 12,57^\circ$

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$



a) Calcula q .

2ª ley Newton: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Eje x: $F_e - T_x = 0$
 Eje y: $P - T_y = 0$

$|q| \cdot E = T \cdot \sin \alpha$
 $m \cdot g = T \cdot \cos \alpha$ } $\div$

Dividiendo

$\frac{|q| \cdot E}{m \cdot g} = \frac{T \cdot \sin \alpha}{T \cdot \cos \alpha} = \tan \alpha$

$|q| = \frac{m \cdot g \cdot \tan \alpha}{E}$

$|q| = \frac{8 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \tan 12,57^\circ}{2,5 \cdot 10^3 \text{ N/C}}$

$|q| \approx 4 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 4 \mu\text{C}$

La tensión $T = \frac{m \cdot g}{\cos \alpha} = \frac{8 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\cos 12,57^\circ} = 0,08 \text{ N} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ N}$

Nota: los resultados son independientes de la longitud del hilo.

4. **CUESTIÓN** (Justifica la respuesta). Una carga Q_1 de 2 mC y otra carga de signo opuesto Q_2 de valor desconocido, están separadas por una distancia de 2 m . El campo eléctrico total es nulo a 40 cm de la carga Q_1 . ¿Cuál es el valor de Q_2 ? Indica si el punto de equilibrio está entre las cargas o bien fuera de las cargas (puedes dibujar un diagrama).



a) $Q_2 = -12 \text{ mC}$

b) $Q_2 = -48 \text{ mC}$

c) $Q_2 = -72 \text{ mC}$

(1,5 pt.)

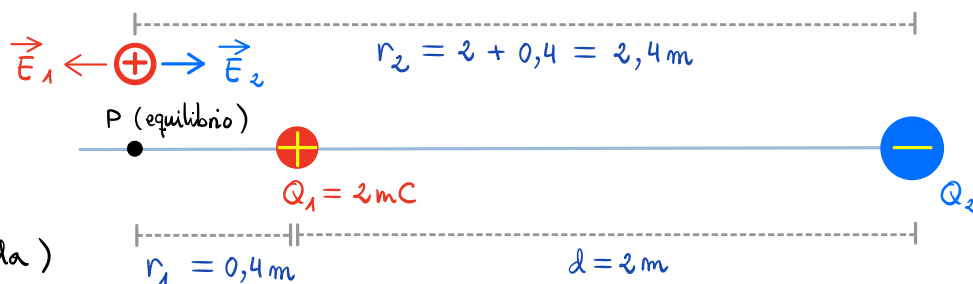
$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Distinto signo

Cargas distintas (magnitud)

Equilibrio: cerca de la carga

pequeña (exterior a la izquierda)



Los campos en el punto de equilibrio P son opuestos, pero de la misma magnitud (módulo).

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$$

$$|\vec{E}_1|(-\vec{r}) + |\vec{E}_2|\vec{r} = 0$$

$$|\vec{E}_1|\vec{r} = |\vec{E}_2|\vec{r}$$

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$$

$$k \frac{|Q_1|}{r_1^2} = k \frac{|Q_2|}{r_2^2}$$

$$|Q_2| = r_2^2 \frac{|Q_1|}{r_1^2}$$

$$|Q_2| = 2,4^2 \cdot \frac{2 \text{ mC}}{0,4^2} = 72 \text{ mC}$$

Luego $Q_2 = -72 \text{ mC}$

La opción correcta es la c)

5. **CUESTIÓN** (Justifica la respuesta). Si el flujo del campo eléctrico a través de una superficie gaussiana que rodea a una esfera conductora cargada y en equilibrio electrostático es Q/ϵ_0 , entonces el campo eléctrico en el exterior de la esfera a una distancia r es:



a) Cero

b) $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

c) Constante: $\frac{Q}{\epsilon_0}$ (1 pt.)



Carl Friedrich Gauss

Calculemos el campo creado por una esfera conductora.

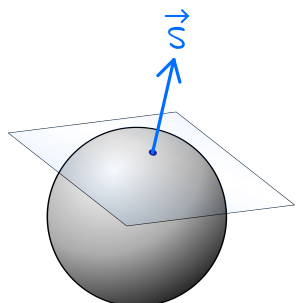
$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S}$$

Flujo de campo $\left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}} = \text{V} \cdot \text{m} \right]$

$$\Phi = \frac{\sum Q}{\epsilon}$$

Teorema de Ostrogradski - Gauss

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon}$$



Por el teorema de Gauss

$$\Phi = \frac{Q}{\epsilon_0} = \vec{E} \cdot \vec{S}_{\text{esfera}} = E \cdot 4\pi r^2 \cdot \cos 0^\circ$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

La opción correcta es la b)