Nombre y apellidos: ____

1. Se lanza un **protón** en la **dirección del eje X** a través de un **selector de velocidad** dentro de un **espectrómetro de masas**. El selector está formado por un **campo eléctrico E = 2,0·10⁴ V/m** en la **dirección del eje Y** y un **campo magnético B = 1,50 T** en la **dirección del eje Z**. El campo magnético para desviar la trayectoria de las cargas a la **salida** (en la **cámara de desviación**) es **B_0 = 5 T** en la **dirección del eje Z**.

   a) Dibuja el **esquema** del **espectrómetro**. (0,5 pt.)

   b) Determina la **velocidad** del **protón** tras pasar por el selector y entrar en la cámara de desviación del espectrómetro. (Demuestra la fórmula) $v = 1{,}33 \cdot 10^4 \, m/s$ (0,75 pt.)

   c) Calcula el **radio** de la **trayectoria** del **protón** dentro de la **cámara de desviación**. (Demuestra la fórmula) $r = 2{,}8 \cdot 10^{-5} \, m$ (0,75 pt.)

   Datos: masa protón = $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; carga protón = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

2. Dos **conductores rectilíneos**, **paralelos** y **largos** están situados en el plano **XY** y **paralelos** al **eje Y**. Conducen **corrientes** de **5 A** y **3 A**. La **distancia** entre ambos conductores es de **2,0 m**.

   a) Haz un **dibujo** de la situación. Calcula a qué **distancia** del conductor de **5 A** se encuentra un punto en el que el **campo magnético es nulo** si las corrientes tienen el **mismo sentido**. (1,5 pt.) 1,25 m

   b) Haz un **dibujo** de la situación. Calcula a qué **distancia** del conductor de **5 A** se encuentra un punto en el que el **campo magnético es nulo** si las corrientes tienen **sentidos opuestos**. (1,5 pt.)

   $d + x = 2 + 3 = 5 \, m$

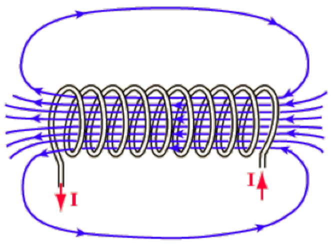
3. Una bobina de **10 espiras circulares** y **3 cm** de **radio** se encuentra situada en una región en la que hay un **campo magnético uniforme** y **constante** de **0,5 T**. Inicialmente, el plano de las espiras es perpendicular al campo magnético. En t = 0, la espira comienza a **rotar uniformemente** con respecto a uno de sus diámetros, de manera que el **período** de la **rotación** es de **2,0 s**. Calcula la **fem inducida** en la espira en el instante **t = 3 s**. $\varepsilon = 0 \, V$ (2 pt.)

4. **CUESTIÓN JUSTIFICADA:** Calcula **teóricamente** la **autoinductancia** de un **solenoide en función** de su longitud **l**, su radio **r** y el número de vueltas **N** del **solenoide**. (1 pt.)

   a) $L = \dfrac{\mu_0 N \pi r^2}{l}$

   b) $L = \dfrac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$

   c) $L = \dfrac{\mu_0 N l}{2\pi r}$



💡 CUESTIONES RÁPIDAS (Sin justificación)

I. Un **positrón** de carga **+1,6·10-19 C** entra en un **campo magnético** $\vec{B} = 0{,}1\ \vec{j}\ T$. Si la **velocidad** del positrón es $\vec{v} = 10^5\ \vec{i}\ m/s$, la **fuerza** que actúa sobre él es:

a) $1{,}6 \times 10^{-15} \vec{i}$ N

$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 10^5 \vec{i}\ \frac{m}{s} \times 0{,}1 \vec{j}\ T$

b) $1{,}6 \times 10^{-15} \vec{j}$ N

c) $1{,}6 \times 10^{-15} \vec{k}$ N

$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$

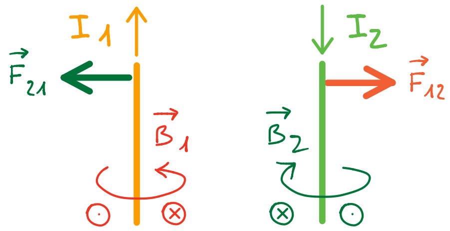
(0,5 pt.)

II. Dos hilos **rectilíneos**, **paralelos** muy **largos** con corrientes eléctricas **I_1** e **I_2** constantes y de **sentidos contrarios** situados a una distancia r:

a) Se **atraen** entre sí.

b) Se **repelen** entre sí.

c) **No interaccionan**.



(0,5 pt.)

III. Un **cable recto** de **longitud l** y **corriente i** está colocado en un **campo magnético uniforme B** formando con él un **ángulo θ**. El **módulo** de la **fuerza** ejercida sobre dicho cable es:

a) $i\ l\ B$ sen θ

$\vec{F}_m = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$ Fuerza de un campo magnético uniforme sobre una corriente eléctrica

b) $i\ l\ B \cos \theta$

c) $i\ l\ B\ tg\ \theta$

El módulo: $\boxed{F_m = I \cdot l \cdot B \cdot \text{sen}\ \theta}$

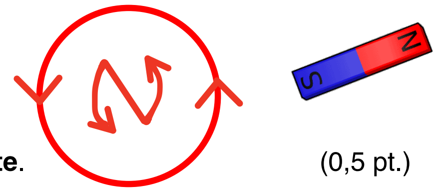
(0,5 pt.)

IV. Si se **acerca** de pronto el **polo norte** de un **imán** al plano de una **espira sin corriente**, se produce en ésta:

a) **f.e.m. inducida** en **sentido horario**.

b) **f.e.m. inducida** en **sentido antihorario**.

c) **Ninguna f.e.m.** porque la espira inicialmente **no posee corriente**.



(0,5 pt.)

Polo Norte

COMPLEMENTARIOS

C1 Dos **conductores rectilíneos paralelos** tienen una **longitud** de **3 m** y la **separación** entre ellos es de **20 cm**. calcula la **fuerza magnética** entre ellos:

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} TmA^{-1}$

$\vec{F}_{1\to 2} = -3 \cdot 10^{-6} I_1 I_2 \vec{i}\ N$ (1 pt.)

$\vec{F}_{2\to 1} = +3 \cdot 10^{-6} I_1 I_2 \vec{i}\ N$

C2 Un **electrón** se mueve en el **eje X** a **3·10⁵ m/s**, y otro se mueve en el **eje Y** a **5·10⁵ m/s**. En cierto instante, el primer electrón se encuentra en **A(2, 0, 0)** y el segundo en **B(0, –3, 0)**, con las distancias expresadas en **metros**.

a) Calcula el **campo magnético** creado por los **electrones** en el **punto P(0, 0, 1)** (1 pt.)

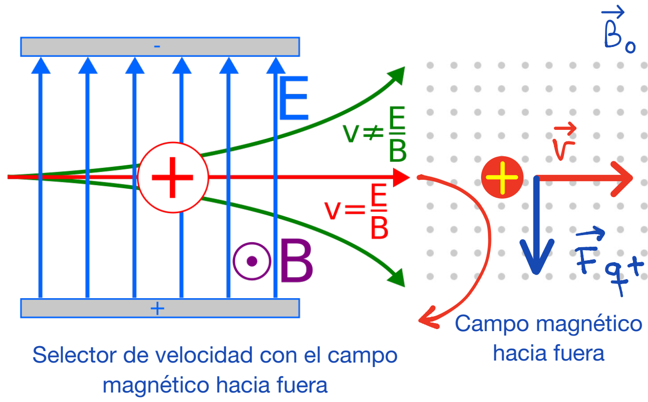
b) ¿Qué **fuerza magnética** ejerce el **primer electrón** sobre el **segundo**? (0,5 pt.)

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} TmA^{-1}$; carga electrón = -1,6·10-19 C

$\vec{B}_{TP} = -2{,}53 \cdot 10^{-22} \vec{i} + 4{,}29 \cdot 10^{-22} \vec{j}\ T$, $\vec{F}_{AB} \simeq -2{,}46 \cdot 10^{-35} \vec{i}\ N$

1. Se lanza un **protón** en la dirección del **eje X** a través de un **selector de velocidad** dentro de un **espectrómetro de masas.** El selector está formado por un campo eléctrico **$E = 2{,}0\cdot 10^4$ V/m** en la dirección del **eje Y** y un **campo magnético B = 1,50 T** en la dirección del **eje Z.** El campo magnético para desviar la trayectoria de las cargas a la salida (en la cámara de desviación) es **B_0 = 5 T** en la dirección del **eje Z.**

Datos: masa protón = 1,67·10e-27 kg; carga protón = 1,6·10e-19 C



a) Dibuja el **esquema** del **espectrómetro.**

b) Determina la **velocidad** del **protón** tras pasar por el **selector** y entrar en la **cámara** de desviación del **espectrómetro.** (Demuestra la fórmula)

$$\left.\begin{aligned} \vec{E} &= E\cdot\vec{j} \\ \vec{B} &= B\cdot\vec{k} \\ \vec{v} &= v\cdot\vec{i} \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\vec{v}\times\vec{B} = vB(\vec{i}\times\vec{k}) = -vB\,\vec{j} \\ &\vec{F} = q\cdot(E - vB)\,\vec{j} \end{aligned}$$

Si $V = \frac{E}{B}$ la fuerza es nula

La velocidad seleccionada por el detector $v = \frac{E}{B} = \frac{2\cdot 10^4\ V/m}{1{,}5\ T} \simeq 1{,}33\cdot 10^4\ m/s$

c) Calcula el **radio** de la **trayectoria** del **protón** dentro de la **cámara** de desviación. (Demuestra la fórmula)

$$\boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q|\cdot\cancel{v}\cdot B = m\cdot\frac{v^{\cancel{2}}}{r}$$

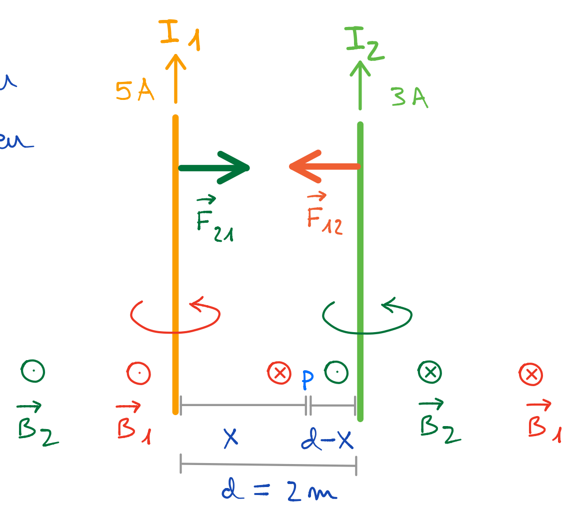
La expresión del radio de curvatura es: $\boxed{r = \frac{m\cdot v}{|q|\cdot B}}$ Radio de curvatura

$$r = \frac{1{,}67\times 10^{-27}\times 1{,}33\times 10^{4}}{1{,}6\times 10^{-19}\times 5} \approx 0.000028\,m = 2{,}8\cdot 10^{-5}\,m$$

2. Dos **conductores** rectilíneos, **paralelos** y largos están situados en el **plano XY** y **paralelos al eje Y.** Conducen **corrientes** de **5 A** y **3 A.** La **distancia** entre ambos conductores es de **2,0 m.**

a) Haz un **dibujo** de la situación. Calcula a qué **distancia** del conductor de **5 A** se encuentra un punto en el que el **campo magnético** es **nulo** si las corrientes tienen el **mismo sentido.**

Como se puede apreciar en la figura, es posible que el campo se anule entre los hilos conductores porque, en esa región, tienen sentido opuesto. En el exterior no se pueden anular porque tienen el mismo sentido.



$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}(-\vec{k}) + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-x)}\vec{k} = 0$$

$$\frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-x)}\cancel{\vec{k}} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}\cancel{\vec{k}}$$

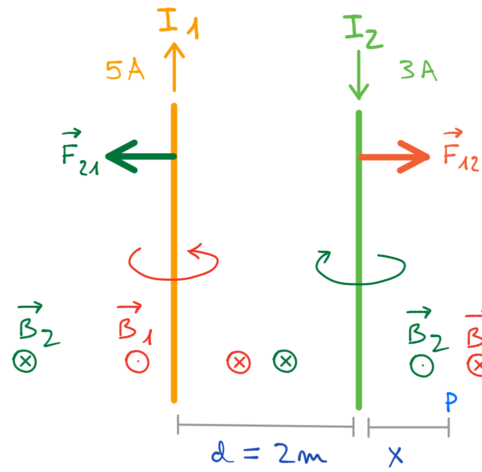
$$\frac{I_2}{(d-x)} = \frac{I_1}{x}$$

$$I_2 x = I_1 d - I_1 x$$

$$I_1 d = I_1 x + I_2 x$$

$$x = \frac{I_1 d}{I_1 + I_2} = \frac{5\cdot 2}{5+3} = 1{,}25\,m$$

b) Haz un **dibujo** de la situación. Calcula a qué **distancia** del conductor de **5 A** se encuentra un punto en el que el **campo magnético** es **nulo** si las corrientes tienen **sentidos opuestos.**



Como se puede apreciar en la figura, es posible que el campo se anule fuera de los hilos conductores porque, en esa región, tienen sentido opuesto.

En el interior no se pueden anular porque tienen el mismo sentido.

$$\vec{B}_p = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+x)}(-\vec{k}) + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x}\vec{k} = 0$$

$$\frac{\mu_0 I_2}{2\pi x}\cancel{\vec{k}} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+x)}\cancel{\vec{k}}$$

$$\frac{I_2}{x} = \frac{I_1}{(d+x)}$$

$$I_2 d + I_2 x = I_1 x$$

$$I_2 d = I_1 x - I_2 x$$

$$x = \frac{I_2 d}{I_1 - I_2} = \frac{3 \cdot 2}{5-3} = 3\,m \Rightarrow d + x = 2 + 3 = 5\,m$$

Una **bobina** de **10 espiras circulares** y **3 cm** de **radio** se encuentra situada en una región en la que hay un **campo magnético uniforme** y constante de **0,5 T**. Inicialmente, el plano de las espiras es perpendicular al campo magnético. En **t=0**, la espira comienza a **rotar** uniformemente con respecto a uno de sus diámetros, de manera que el **período** de la rotación es de **2,0 s.** Calcula la **fem inducida** en la espira en el instante **t = 3 s.**

$r = 3 \cdot 10^{-2}\,m$ $\quad t = 3\,s$

$B = 0{,}5\,T$ $\quad S = 10 \cdot \pi\, r^2 = 10 \cdot \pi \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 \simeq 0{,}028\,m^2$ (multiplicamos el área por el número de espiras)

$\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$ (flujo magnético de un campo magnético uniforme)

$t_1 = 0\,s$: $\Phi_m = B \cdot S \cdot \cos 90^\circ = 0$

$t_2 = 3\,s$: $\Phi_m = B \cdot S \cdot \cos\alpha$, $\quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2}$, $\quad \alpha = \omega \cdot t = \pi t$

$$\Phi_m = 0{,}5T \cdot 0{,}28\,m^2 \cdot \cos \pi \cdot t = 0{,}14 \cdot \cos \pi \cdot t$$

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$ Ley de Faraday - Henry

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = B \cdot S \cdot \omega \cdot \text{sen}\,\omega t$$

$$\varepsilon = -0{,}14\,\pi \cdot (-\text{sen}\,\pi \cdot 3) = 0\,V.$$

CUESTIÓN JUSTIFICADA: Calcula teóricamente la **autoinductancia** de un **solenoide** en función de su **longitud l**, su **radio r** y el número de **vueltas N** del **solenoide.**

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 N I}{l}}$$ Campo magnético de un solenoide

$\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$, La superficie $S = \pi r^2 \cdot N$

$$\Phi_m = \frac{\mu_0 N I}{l} \cdot \pi r^2 \cdot N \cdot \cos 0^\circ = \frac{\mu_0 N^2 I \pi r^2}{l} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l} \cdot I = L \cdot I$$

Luego, la autoinductancia es: $\boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}}$

C1 Dos **conductores rectilíneos paralelos** tienen una **longitud** de **3 m** y la **separación** entre ellos es de **20 cm.** Calcula la **fuerza magnética** entre ellos.

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T m A^{-1}$

$\vec{l} = l \cdot \vec{J}$

$\vec{B} = B(-\vec{K})$

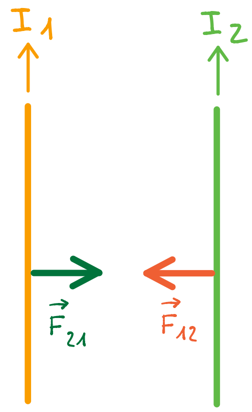
$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}(-\vec{K})$

$$\boxed{\vec{F}_m = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}}$$

$$\vec{F}_{1\to 2} = I_2 \cdot l_2 \cdot \vec{J} \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}(-\vec{K})$$

$\vec{J} \times (-\vec{K}) = -\vec{\imath}$

$$\frac{l_2 \cdot \mu_0}{2\pi d} = \frac{3 \times 4 \times \pi \times 10^{-7}}{2 \times \pi \times 20 \times 10^{-2}} = 0.000003 = 3 \cdot 10^{-6}$$



$\vec{F}_{12} = I_2 \cdot (\vec{l}_2 \times \vec{B}_1)$

$\vec{F}_{21} = I_1 \cdot (\vec{l}_1 \times \vec{B}_2)$

$$\left.\begin{aligned} \vec{F}_{1\to 2} &= -3 \cdot 10^{-6}\, I_1 I_2 \vec{\imath}\ N \\ \vec{F}_{2\to 1} &= +3 \cdot 10^{-6}\, I_1 I_2 \vec{\imath}\ N \end{aligned}\right\}$$ la fuerza es atractiva

C2 Un **electrón** se mueve en el **eje X** a **3·10⁵ m/s**, y otro se mueve en el **eje Y** a **5·10⁵ m/s**. En cierto instante, el primer electrón se encuentra en **A(2, 0, 0)** y el segundo en **B(0, –3, 0)**, con las distancias expresadas en metros.

Datos: carga electrón = -1,6·10-19 C $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T\,m\,A^{-1}}$

a) Calcula el **campo magnético** creado por los electrones en el punto **P(0, 0, 1)**.

Calculo primero los vectores unitarios que unen las cargas y el punto.

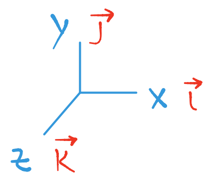
$$\vec{AP} = (0,0,1) - (2,0,0) = (-2,0,1) \Rightarrow \vec{u}_{AP} = \frac{(-2,0,1)}{\sqrt{2^2+0^2+1^2}} = \left(-\frac{2}{\sqrt5}, 0, \frac{1}{\sqrt5}\right) = -\frac{2}{\sqrt5}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt5}\vec{k} \quad , \quad d_{AP} = \sqrt5$$

$$\vec{AB} = (0,0,1) - (0,-3,0) = (0,3,1) \Rightarrow \vec{u}_{BP} = \frac{(0,3,1)}{\sqrt{0^2+3^2+1^2}} = \left(0, \frac{3}{\sqrt{10}}, \frac{1}{\sqrt{10}}\right) = \frac{3}{\sqrt{10}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{10}}\vec{k} \quad , \quad d_{BP} = \sqrt{10}$$

Las velocidades $v_A = 3\cdot10^5\,\vec{i}\ \mathrm{m/s}$, $v_B = 5\cdot10^5\,\vec{j}\ \mathrm{m/s}$; Las cargas $q_A = q_B = -1,6\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0\, q}{4\pi r^2}\cdot \vec{v}\times\vec{u}_r}$$

Campo magnético creado por una carga puntual



$$\vec{B}_{AP} = \frac{\mu_0 q_A}{4\pi\cdot 5}\cdot 3\cdot10^5\,\vec{i}\times\left(-\frac{2}{\sqrt5}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt5}\vec{k}\right) = \frac{\mu_0 q_A}{4\pi\cdot5}\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3\cdot10^5 & 0 & 0\\ -\frac{2}{\sqrt5} & 0 & \frac{1}{\sqrt5}\end{vmatrix} = \frac{4\times10^{-7}\times\pi\times(-1{,}6\times10^{-19})}{4\times\pi\times(\sqrt5)^2}\times\frac{3\times10^5}{\sqrt5}(-\vec{j})$$

$$\vec{B}_{BP} = \frac{\mu_0 q_B}{4\pi\cdot 10}\cdot 5\cdot10^5\,\vec{j}\times\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{10}}\vec{k}\right) = \frac{\mu_0 q_B}{4\pi\cdot10}\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 5\cdot10^5 & 0\\ 0 & \frac{3}{\sqrt{10}} & \frac{1}{\sqrt{10}}\end{vmatrix} = \frac{4\times10^{-7}\times\pi\times(-1{,}6\times10^{-19})}{4\times\pi\times(\sqrt{10})^2}\times\frac{5\times10^5}{\sqrt{10}}\,\vec{i}$$

$$\vec{B}_{AP} \simeq 4{,}29\cdot10^{-22}\,\vec{j}\ \mathrm{T} \qquad \vec{B}_{BP} \simeq -2{,}53\cdot10^{-22}\,\vec{i}\ \mathrm{T}$$

El campo total en P: $\vec{B}_{TP} = -2{,}53\cdot10^{-22}\,\vec{i} + 4{,}29\cdot10^{-22}\,\vec{j}\ \mathrm{T}$

b) ¿Qué **fuerza magnética** ejerce el **primer electrón** sobre el **segundo**?

$$\vec{AB} = (0,-3,0) - (2,0,0) = (-2,-3,0) \Rightarrow \vec{u}_{AB} = -\frac{2}{\sqrt{13}}\vec{i} - \frac{3}{\sqrt{13}}\vec{j} \Rightarrow d_{AB} = \sqrt{13}$$

$$\vec{B}_{AB} = \frac{\mu_0 q_A}{4\pi\cdot13}\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3\cdot10^5 & 0 & 0\\ -\frac{2}{\sqrt{13}} & -\frac{3}{\sqrt{13}} & 0\end{vmatrix} = \frac{4\times10^{-7}\times\pi\times(-1{,}6\times10^{-19})}{4\times\pi\times(\sqrt{13})^2}\times\frac{-9\times10^5}{\sqrt{13}}\,\vec{k}\ \mathrm{T} \simeq 3{,}07\cdot10^{-22}\,\vec{k}\ \mathrm{T}$$

$$\boxed{\vec{F}_m = q\cdot(\vec{v}\times\vec{B})} \ , \ \vec{F}_{AB} = q_B(\vec{v}_B\times\vec{B}_{AB}) = -1{,}6\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}\cdot5\cdot10^5\,\vec{j}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\times3{,}07\cdot10^{-22}\,\vec{k}\ \mathrm{T} \qquad \vec{j}\times\vec{k} = \vec{i}$$

$$\vec{F}_{AB} \simeq -2{,}46\cdot10^{-35}\,\vec{i}\ \mathrm{N}$$