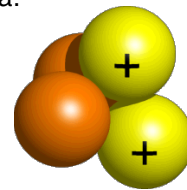




Nombre y apellidos: _____

- Una **partícula** con **carga $5 \cdot 10^{-10} \text{ C}$** se mueve en la **dirección del eje Y** con una velocidad de **$4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$** y entra en una zona donde existe un **campo magnético** en la **dirección del eje X** con un valor de **$0,5 \text{ T}$** .
 - Calcula la **masa** si el **radio** de giro de la **órbita** es **10^{-7} m** . (Demuestra la fórmula) (1 pt.) $6,25 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$
 - Razona si la **fuerza magnética** realiza algún **trabajo** sobre la carga cuando esta describe una órbita circular. (0,5 pt.)
 - Calcula el **campo eléctrico (vector)** que habría que aplicar para que la carga no sufra **ninguna desviación**, tal como ocurre en un **selector de velocidad**. $\vec{E} = 2 \cdot 10^6 \vec{k} \frac{\text{N}}{\text{C}} \left(\frac{V}{m} \right)$ (1 pt.)
- Dos **conductores rectilíneos A y B, paralelos y largos** están situados en el plano **XY** y **paralelos al eje Y**. Conducen **corrientes opuestas** de intensidades **$I_A = 0,5 \text{ A}$** (sentido positivo del eje Y) e **$I_B = 2 \text{ A}$** (sentido negativo eje Y). La **distancia** entre ambos conductores es de **12 cm** . $0,04 \text{ m}$ a la izquierda de I_A
 - Dibuja un **esquema**. Calcula a qué **distancia** del conductor de **A** se encuentra un **punto** en el que el **campo magnético total sea nulo**. Indica si está en el **interior** o en el **exterior**. (1,5 pt.)
 - Calcula el vector **campo magnético total** creado por los dos conductores A y B en el punto **M** (**punto medio** entre los conductores A y B). Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1}$ (1 pt.) $8,4 \cdot 10^{-6} (-\vec{k}) \text{ T}$
 - Calcula el vector **fuerza magnética** ejercida por los dos conductores A y B sobre un tercer **conductor C paralelo** a los anteriores, de **$0,4 \text{ m}$** de **longitud**, con una corriente **$I_C = 0,3 \text{ A}$** y que pasa por **M**. (0,5 pt.) $1 \cdot 10^{-6} (-\vec{k}) \text{ N}$
- Una bobina de **5 espiras cuadradas** y **3 cm** de **lado** se encuentra situada en una región en la que hay un **campo magnético uniforme y constante** de **$0,2 \text{ T}$** . Inicialmente, el plano de las espiras es perpendicular al campo magnético. En $t = 0$, la espira comienza a **rotar uniformemente** con respecto a uno de sus diámetros, de manera que el **período** de la **rotación** es de **$3,0 \text{ s}$** . Calcula la **fem inducida** en la espira en el instante **$t = 4 \text{ s}$** . $\mathcal{E} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ V}$ (2 pt.)
- 💡 **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Un **protón** y una **partícula alfa** ($q_{\text{alfa}} = 2 \cdot q_{\text{protón}}$; $m_{\text{alfa}} = 4 \cdot m_{\text{protón}}$) penetran, con la **misma velocidad**, en un **campo magnético uniforme perpendicularmente** a las líneas del campo. **Justifica** cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera: (1,5 pt.)
 - Las partículas **atravesan** el campo **sin desviarse**.
 - El **protón** describe una **órbita circular** de **mayor radio**.
 - La **partícula alfa** describe una **órbita circular** de **mayor radio**.
- 💡 **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Calcula **teóricamente** la **autoinductancia** de un conjunto de **N espiras circulares en función** de su radio **r** y del **número de espiras N**. (1 pt.)



a) $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi}{2r}$

b) $L = \frac{\mu_0 N \pi r}{2}$

c) $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r}{2}$



COMPLEMENTARIO

Un **electrón** se mueve con una velocidad $\vec{v} = 5 \cdot 10^5 \vec{i} - 5 \cdot 10^5 \vec{k}$ m/s. En cierto instante, el electrón se encuentra en **A(0, 0, 3)** con las distancias expresadas en **metros**.



Michael Faraday

- a) Calcula el **campo magnético (vector)** creado por el **electrón** en el **punto B(4, 0, 0)**. (0,75 pt.)
- b) Calcula **fuerza magnética (vector)** que ejerce el **electrón** sobre una **corriente** de **2A** y **10 cm** de **longitud** que circula a lo largo de la **trayectoria** $y = 2z$ en el plano YZ. (0,75 pt.)

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1}$; carga electrón = $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

a) $\vec{B}_{AB} = 6,4 \cdot 10^{-23} \vec{j} \text{ T}$

b) $\vec{B}_e = \frac{\mu_0 q_e}{4\pi \cdot d_{AP}^2} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 \cdot 10^5 & 0 & -5 \cdot 10^5 \\ \frac{2z}{d_{AP}} & 0 & \frac{z-3}{d_{AP}} \end{vmatrix}, d_{AP} = \sqrt{0^2 + 2z^2 + (3-z)^2}$

$$F_{e \rightarrow c} = I_c \cdot \vec{l}_c \times \vec{B}_e = 2 \text{ A} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ B_{ex} & B_{ey} & B_{ez} \end{vmatrix}$$

1. Una **partícula** con **carga** $5 \cdot 10^{-10} \text{ C}$ se mueve en la **dirección del eje Y** con una velocidad de $4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ y entra en una zona donde existe un **campo magnético** en la **dirección del eje X** con un valor de $0,5 \text{ T}$.

- Calcula la **masa** si el **radio** de giro de la **órbita** es 10^{-7} m . (Demuestra la fórmula) (1 pt.)
- Razona si la **fuerza magnética** realiza algún **trabajo** sobre la carga cuando esta describe una órbita circular. (0,5 pt.)
- Calcula el **campo eléctrico (vector)** que habría que aplicar para que la carga no sufra **ninguna desviación**, tal como ocurre en un **selector de velocidad**. (1 pt.)

a) $\vec{v}(\vec{j}), \vec{B}(\vec{i}) \quad \vec{j} \perp \vec{i}$ (perpendiculares)

$$F_m = F_c \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin 90^\circ = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow |q| \cdot B = m \frac{v}{r}$$

$$m = \frac{r \cdot |q| \cdot B}{v} = \frac{10^{-7} \times 5 \times 10^{-10} \times 0,5}{4 \times 10^6} = 6,25 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$$

b) $\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad F_m \perp \vec{v} (\Delta \vec{r})$ donde se produce el desplazamiento $\perp$ fuerza magnética

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = 0 \quad \leftarrow 90^\circ \quad \text{La fuerza magnética NO realiza trabajo}$$

c) $\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k} \Rightarrow \vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow \vec{F}_m = +q v B (-\vec{k})$

En módulo: $F_e = F_m \Rightarrow q E = q v B \Rightarrow E = v \cdot B = 4 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,5 \text{ T} = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}} \left(\frac{\text{V}}{\text{m}} \right)$

$\vec{F}_e = q \vec{E} \Rightarrow \vec{E}$ va en la dirección $\vec{k}$, igual que la $\vec{F}_e$ para oponerse a $\vec{F}_m$

$$\vec{E} = 2 \cdot 10^6 \vec{k} \frac{\text{N}}{\text{C}} \left(\frac{\text{V}}{\text{m}} \right)$$

2. Dos **conductores rectilíneos A y B**, **paralelos y largos** están situados en el plano **XY** y **paralelos al eje Y**. Conducen **corrientes opuestas** de intensidades $I_A = 0,5 \text{ A}$ (sentido positivo del eje Y) e $I_B = 2 \text{ A}$ (sentido negativo eje Y). La **distancia** entre ambos conductores es de 12 cm .

- Dibuja un **esquema**. Calcula a qué **distancia** del conductor de **A** se encuentra un **punto** en el que el **campo magnético total sea nulo**. Indica si está en el **interior** o en el **exterior**. (1,5 pt.)
- Calcula el vector **campo magnético total** creado por los dos conductores A y B en el punto **M** (**punto medio** entre los conductores A y B). Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ TmA}^{-1}$ (1 pt.)
- Calcula el vector **fuerza magnética** ejercida por los dos conductores A y B sobre un tercer **conductor C paralelo** a los anteriores, de $0,4 \text{ m}$ de **longitud**, con una corriente $I_C = 0,3 \text{ A}$ y que pasa por **M**. (0,5 pt.)

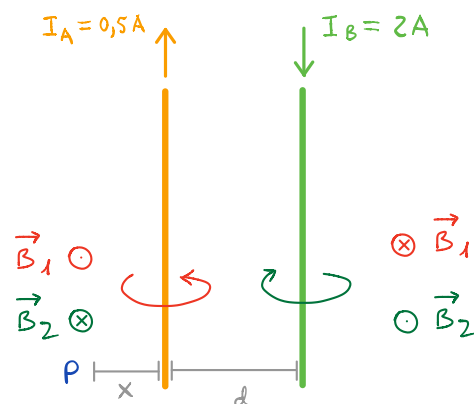
a) En módulos: $B_1 = B_2 \Rightarrow \frac{\mu_0 I_A}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_B}{2\pi (d+x)}$

$$\frac{I_A}{x} = \frac{I_B}{(d+x)} \Rightarrow I_A (d+x) = I_B x$$

$$I_A \cdot d + I_A \cdot x = I_B \cdot x$$

$$I_B \cdot x - I_A \cdot x = I_A \cdot d$$

$$x = \frac{I_A \cdot d}{I_B - I_A} = \frac{0,5 \text{ A} \cdot 0,12 \text{ m}}{(2 - 0,5) \text{ A}} = 0,04 \text{ m a la izquierda de } I_A$$

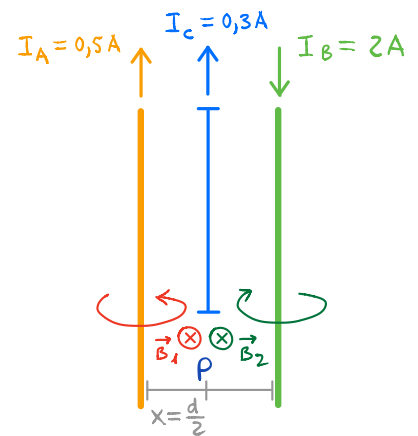


b) $x = 0,06 \text{ cm}$

$$\vec{B}_A = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi x} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,5}{2\pi \cdot 0,06} (-\vec{k}) = 1,7 \cdot 10^{-6} (-\vec{k}) \text{ T}$$

$$\vec{B}_B = \frac{\mu_0 I_B}{2\pi x} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 0,06} (-\vec{k}) = 6,7 \cdot 10^{-6} (-\vec{k}) \text{ T}$$

$$\vec{B}_T = \vec{B}_A + \vec{B}_B = 8,4 \cdot 10^{-6} (-\vec{k}) \text{ T}$$



c) $\vec{F}_{AB \rightarrow C} = I_C \cdot \vec{l}_C \times \vec{B}_{AB \rightarrow C}$

$$\vec{F} = 0,3 \text{ A} \cdot 0,4 \text{ m} \vec{j} \times 8,4 \cdot 10^{-6} (-\vec{k}) \text{ N} = 1 \cdot 10^{-6} (-\vec{i}) \text{ N}$$

3. Una bobina de **5 espiras cuadradas** y **3 cm de lado** se encuentra situada en una región en la que hay un **campo magnético uniforme y constante** de **0,2 T**. Inicialmente, el plano de las espiras es perpendicular al campo magnético. En $t = 0$, la espira comienza a **rotar uniformemente** con respecto a uno de sus diámetros, de manera que el **período** de la **rotación** es de **3,0 s**. Calcula la **fem inducida** en la espira en el instante **$t = 4 \text{ s}$** . (2 pt.)

$$\Phi_m = B \cdot S \cdot \cos \alpha, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \alpha = \omega t = \frac{2\pi}{3} t$$

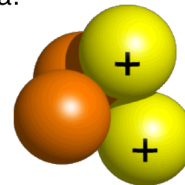
$$B = 0,2 \text{ T} \quad S = 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow \Phi_m = 0,2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 10^{-4} \cos\left(\frac{2\pi}{3} \cdot t\right)$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \cancel{B} \cdot S \cdot \omega (\cancel{\sin} \omega t) = B S \omega \sin \omega t$$

$$\mathcal{E} = 0,2 \times 5 \times 9 \times 10^{-4} \times \frac{2 \times \pi}{3} \times \sin\left(\frac{2 \times \pi}{3} \times 4\right) \approx 0,001632 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

4. **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Un **protón** y una **partícula alfa** ($q_{\text{alfa}} = 2 \cdot q_{\text{protón}}$; $m_{\text{alfa}} = 4 \cdot m_{\text{protón}}$) penetran, con la **misma velocidad**, en un **campo magnético uniforme perpendicularmente** a las líneas del campo. **Justifica** cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera: (1,5 pt.)

- a) Las partículas **atraviesan** el campo **sin desviarse**.
- b) El **protón** describe una **órbita circular** de **mayor radio**.
- ☒ c) La **partícula alfa** describe una **órbita circular** de **mayor radio**.



$$F_m = F_c \Rightarrow |q| \cdot \cancel{v} \cdot B \cdot \sin 90^\circ = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow |q| \cdot B = m \frac{v}{r} \Rightarrow$$

$$r = \frac{m v}{|q| \cdot B}, \quad \text{Calculamos la razón entre ambos radios:}$$

$$\frac{r_\alpha}{r_p} = \frac{\frac{4 m v}{2 |q| \cdot B}}{\frac{m v}{|q| \cdot B}} = 2 \Rightarrow r_\alpha = 2 r_p \quad (\text{respuesta C})$$

5. **💡 CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Calcula **teóricamente** la **autoinductancia** de un conjunto de **N** **espiras circulares en función** de su radio **r** y del **número de espiras N**. (1 pt.)

a) $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi}{2r}$

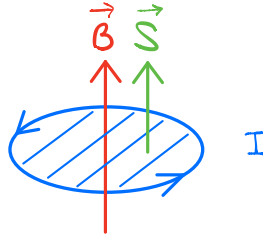
b) $L = \frac{\mu_0 N \pi r}{2}$

c) $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r}{2}$



$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$ Campo magnético
conductor circular
 $r = \text{radio}$

$B = \frac{\mu_0 N I}{2r}$ Campo magnético
 N espiras conductoras
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1}$



$\vec{B} \parallel \vec{S} \Rightarrow \alpha = 0^\circ$

$S = N \cdot \pi r^2$ (N espiras)

$\Phi_m = B \cdot S \cdot \cos \alpha = \frac{\mu_0 N I}{2r} \cdot N \cdot \pi r^2 \cdot \cos 0^\circ$

$\Phi_m = \underbrace{\frac{\mu_0 N^2 \pi r}{2}}_L \cdot I$ La autoinducción $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r}{2}$ (respuesta C)



Michael Faraday

COMPLEMENTARIO

Un **electrón** se mueve con una velocidad $\vec{v} = 5 \cdot 10^5 \vec{i} - 5 \cdot 10^5 \vec{k}$ m/s. En cierto instante, el electrón se encuentra en **A(0, 0, 3)** con las distancias expresadas en **metros**.

- a) Calcula el **campo magnético (vector)** creado por el **electrón** en el **punto B(4, 0, 0)**. (0,75 pt.)
- b) Calcula **fuerza magnética (vector)** que ejerce el **electrón** sobre una **corriente** de **2A** y **10 cm** de **longitud** que circula a lo largo de la **trayectoria** $y = 2z$ en el plano YZ. (0,75 pt.)
- Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{TmA}^{-1}$; carga electrón = $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$

a) La velocidad $\vec{v}_A = 5 \cdot 10^5 \vec{i} - 5 \cdot 10^5 \vec{k}$ m/s ; La carga $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$
 Calculamos el campo magnético sobre B(4,0,0). Calcula primero los vectores unitarios que unen las cargas y el punto.

$$\vec{AB} = (4, 0, 0) - (0, 0, 3) = (4, 0, -3)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{4^2 + 0^2 + 3^2} = 5 \Rightarrow \vec{u}_{AB} = \frac{(4, 0, -3)}{\sqrt{2^2 + 0^2 + 1^2}} = \left(\frac{4}{5}, 0, -\frac{3}{5} \right) = \frac{4}{5} \vec{i} - \frac{3}{5} \vec{k}, \quad d_{AB} = 5$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q}{4\pi r^2} \cdot \vec{v} \times \vec{u}_r$$

Campo magnético creado por una carga puntual

$$\begin{aligned} \vec{B}_{AB} &= \frac{\mu_0 q_e}{4\pi r^2} \cdot 3 \cdot 10^5 \vec{i} \times \left(\frac{4}{5} \vec{i} - \frac{3}{5} \vec{k} \right) = \frac{\mu_0 q_e}{4\pi r^2} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 \cdot 10^5 & 0 & -5 \cdot 10^5 \\ \frac{4}{5} & 0 & -\frac{3}{5} \end{vmatrix} = \frac{\mu_0 q_e}{4\pi r^2} \cdot (-3 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5) (-\vec{j}) \text{ T} = \\ &= \frac{\mu_0 q_e}{4\pi r^2} \cdot (-3 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5) (-\vec{j}) \text{ T} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi \cdot 5^2} \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot 10^5 (-\vec{j}) \text{ T} = 6,4 \cdot 10^{-23} \vec{j} \text{ T} \end{aligned}$$

b) Los puntos del conductor verifican $y = 2z$ (plano xz), luego $x = 0$.

En general sus puntos cumplen: $P(x, y, z) = (0, 2z, z)$ siendo $z \in \mathbb{R}$ (longitud acotada a 10 cm).

$$\vec{AP} = (0, 2z, z) - (0, 0, 3) = (0, 2z, z-3) \Rightarrow \vec{u}_{AP} = \frac{2z}{d_{AP}} \vec{j} + \frac{z-3}{d_{AP}} \vec{k} \Rightarrow d_{AP} = \sqrt{0^2 + 2z^2 + (3-z)^2}$$

$$\vec{B}_e = \frac{\mu_0 q_e}{4\pi \cdot d_{AP}^2} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 \cdot 10^5 & 0 & -5 \cdot 10^5 \\ \frac{2z}{d_{AP}} & 0 & \frac{z-3}{d_{AP}} \end{vmatrix}, \text{ Queda el campo calculado en función del parámetro } z.$$

$$\vec{F}_m = I \cdot \vec{l} \times \vec{B} \quad F_{e \rightarrow c} = I_c \cdot \vec{l}_c \times \vec{B}_e$$

Sólo falta el vector $\vec{l} = 0,1 \text{ m} \cdot \vec{u}_l$, como $y = 2z$, $\left. \begin{array}{l} \text{si } y=0, z=0 \Rightarrow (0, 0, 0) \\ \text{si } y=2, z=1 \Rightarrow (0, 2, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow$

$$\vec{u}_l = \frac{(0, 2, 1)}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \vec{j} + \frac{1}{\sqrt{5}} \vec{k}, \text{ Finalmente } F_{e \rightarrow c} = I_c \cdot \vec{l}_c \times \vec{B}_e = 2 \text{ A} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ B_{ex} & B_{ey} & B_{ez} \end{vmatrix}$$