

Nombre y apellidos: _____

1. Un **muelle elástico** de **10,0 cm** tiene uno de sus extremos fijo en una pared vertical mientras que el otro está unido a una **masa** que descansa en **equilibrio** sobre una superficie **horizontal sin rozamiento**. Se le aplica una **fuerza** de **20 N** para mantenerlo estirado hasta una **longitud** de **15,0 cm**. En esta posición se **suelta** para que **oscile** libremente en **horizontal** con una **frecuencia angular** de **1,57 rad/s**. Calcula:

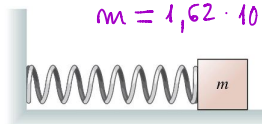
a) La **constante recuperadora** del resorte y la **masa** que **oscila**. $K = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, (0,5 pt.)

b) La **ecuación** del **M.A.S.** resultante.

$$x = 0,05 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 0,05 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$$

c) La **velocidad** cuando la **elongación** es $x = 2 \text{ cm}$.

$$v = -7,2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$m = 1,62 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

(0,75 pt.)

(0,75 pt.)

2. La **elongación** (en **metros**) de los puntos de una **onda** es $y(x,t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{x \cdot \pi}{0,80}\right)$. Calcula:

a) Todos los parámetros de la onda: **período**, **frecuencia**, **amplitud** y **nº de onda**. (1 pt.)

$$A = 2 \text{ m}, T = 4 \text{ s}, f = \frac{1}{4} \text{ Hz}, k = \frac{\pi}{0,80} = \frac{5\pi}{4} \text{ m}^{-1}$$

b) La **diferencia de fase** (en radianes) para **dos posiciones** de la misma partícula cuando el **intervalo de tiempo** transcurrido es de **2 s**. (0,5 pt.)

$$\Delta\varphi = \pi \text{ rad}$$

c) La **diferencia de fase** (en radianes) en un **instante dado** de dos partículas **separadas 120 cm** en el **sentido de avance** de la onda. (0,5 pt.)

$$\Delta\varphi = 1,5\pi \text{ rad} = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

d) La **velocidad** y **aceleración máximas** de **oscilación** de una partícula de la **onda**. (0,5 pt.)

$$v_{\text{máx}} = \pi \text{ m/s} \simeq 3,14 \text{ m/s}, a_{\text{máx}} = \frac{\pi^2}{2} \text{ m/s}^2 \simeq 4,9 \text{ m/s}^2$$

3. Una **onda armónica** transversal se propaga en el sentido positivo del eje $\overrightarrow{OX}$ con una **velocidad de propagación** de 20 m/s . La **amplitud** de la onda es $A = 0,10 \text{ m}$ y su **frecuencia** es $f = 50 \text{ Hz}$. **Condiciones iniciales** ($t = 0$, $x = 0$, $y = 0$).

a) Escribe la **ecuación de la onda**: $y(x,t) = 0,1 \cdot \sin(100\pi \cdot t - 5\pi \cdot x)$ (0,5 pt.)

b) Calcula la **aceleración** en el punto situado en $x = 1,25 \text{ m}$ en el instante $t = 0,1 \text{ s}$. (1 pt.)

$$a = 6979 \text{ m/s}^2$$

c) ¿Cuál es la **distancia mínima** entre **dos puntos** situados en **oposición de fase**? (0,5 pt.)

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = 0,2 \text{ m}$$



💡 CUESTIONES (Justificadas)

I. Si un **oscilador armónico** se encuentra en un instante dado en una **posición x** que es igual a la **mitad** de su **amplitud** $x = A/2$, la **relación** entre la **energía cinética** y la **potencial** es:

- a) $E_c = 2 \cdot E_p$
- ☒ b) $E_c = 3 \cdot E_p$
- c) $E_c = E_p / 2$

(1,5 pt.)

II. Un **astronauta** ha instalado en la **Luna** un **péndulo** simple de **0,86 m** de **longitud** y comprueba que oscila con un **período** de **4,6 s**. ¿Cuánto vale la **aceleración** de la **gravedad** en la **Luna**?

- a) $1,2 \text{ m/s}^2$
- b) $1,4 \text{ m/s}^2$
- ☒ c) $1,6 \text{ m/s}^2$

(1 pt.)

III. Una fuente sonora emite en el **espacio** con una **potencia uniforme** de 10 W .

¿A qué **distancia** la **intensidad** de la onda será de $0,10 \text{ W/m}^2$:

- ☒ a) $2,8 \text{ m}$
- b) $2,5 \text{ m}$
- c) $3,0 \text{ m}$

(1 pt.)

COMPLEMENTARIO



C1. Una **onda estacionaria** viene expresada por la **ecuación**:

$$y(x, t) = 0,4 \cdot \cos(0,1 \cdot x) \cos(200 \cdot t) \text{ en unidades del SI.}$$

- a) Calcula la **distancia** entre **dos nodos consecutivos**. $x_1 - x_0 = 10\pi$
- b) ¿A qué **distancia** del **origen** de la **onda** se halla el **nodo número 15**?

(0,5 pt.)

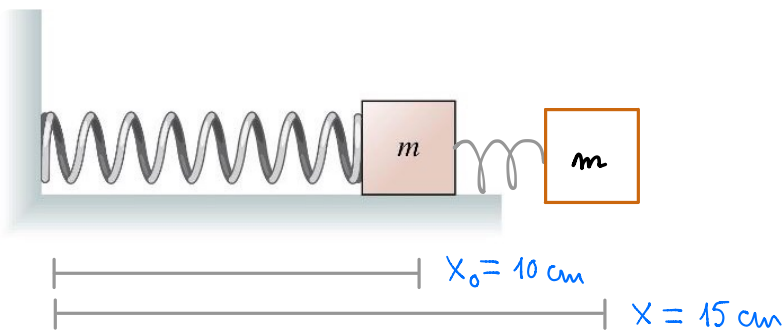
(0,5 pt.)

$$x = 145\pi \text{ m} \approx 455,5 \text{ m}$$

1. Un muelle elástico de **10,0 cm** tiene uno de sus extremos fijo en una pared vertical mientras que el otro está unido a una masa que descansa en equilibrio sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Se le aplica una **fuerza** de **20 N** para mantenerlo estirado hasta una **longitud** de **15,0 cm**. En esta posición se suelta para que oscile libremente en horizontal con una **frecuencia angular** de **1,57 rad/s**. Calcula:

- La **constante recuperadora** del resorte y la **masa** que oscila.
- La **ecuación** del **M.A.S.** resultante.
- La **velocidad** cuando la **elongación** es **x = 2 cm**.

- a) La **constante recuperadora** del resorte y la **masa** que oscila.



$$F = -K \cdot \Delta x \quad \text{Ley de Hook}$$

$$\Delta x = |x - x_0|$$

$$\Delta x = (15 - 10) \text{ cm} = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$K = \frac{20 \text{ N}}{0,05 \text{ m}} = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$K = m \omega^2 \Rightarrow$$

$$m = \frac{K}{\omega^2} = \frac{400}{1,57^2} \approx 1,62 \cdot 10^2 \text{ kg}$$

- b) La **ecuación** del **M.A.S.** resultante.

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Calculo la fase inicial a partir de las condiciones iniciales: $x_0 = +A$

$$A = A \sin(\omega \cdot 0 + \varphi_0) = A \sin \varphi_0 \Rightarrow \sin \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$x = 0,05 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 0,05 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$$

- c) La **velocidad** cuando la **elongación** es **x = 2 cm**.

$$x = 0,05 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{0,05} = 0,4$$

$$\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{2} = \arcsin 0,4 \approx 0,412 \text{ rad} \Rightarrow t = \frac{0,412 - \pi/2}{\pi/2} < 0, \text{ tomamos la siguiente solución: } \pi - \alpha$$

$$\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{2} = \pi - 0,412 \approx 2,73 \text{ rad} \Rightarrow t = \frac{0,412 - \pi/2}{\pi/2} \approx 0,74 \text{ s}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 0,05 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 0,05 \times \frac{\pi}{2} \times \cos\left(\frac{\pi}{2} \times 0,74 + \frac{\pi}{2}\right) \approx -0,072080 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx -0,072 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -7,2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

IIº método:

$$v = \pm \omega \cdot \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$v = -\frac{\pi}{2} \times \sqrt{0,05^2 - 0,02^2} \approx -0,071983 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx -0,072 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2. La **elongación** (en metros) de los puntos de una **onda** es: $y(x,t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{x \cdot \pi}{0,80}\right)$

a) Todos los **parámetros** de la onda: **período**, **frecuencia**, **amplitud** y **nº de onda**.

$$A = 2 \text{ m}, \quad \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 4 \text{ s}, \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{4} \text{ Hz}, \quad k = \frac{\pi}{0,80} = \frac{5\pi}{4} \text{ m}^{-1}$$

b) La **diferencia de fase** (en radianes) para **dos posiciones** de la misma partícula cuando el intervalo de **tiempo** transcurrido es de **2 s**.

$$\Delta\psi = \omega|\Delta t| \quad \text{Desfase temporal} \quad \Delta\psi = \frac{\pi}{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} = \pi \text{ rad}$$

c) La **diferencia de fase** (en radianes) en un **instante dado** de dos partículas separadas **120 cm** en el sentido de avance de la onda.

$$\Delta\psi = k \cdot |\Delta x| \quad \text{Desfase espacial} \quad \Delta\psi = \frac{5\pi}{4} \text{ m}^{-1} \cdot 1,2 \text{ m} = 1,5\pi \text{ rad} = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

d) La **velocidad** y **aceleración** máximas de oscilación de una partícula de la onda.

$$y(x,t) = A \sin(\omega t - kx + \psi_0)$$

$$v = \frac{dy(x,t)}{dt} = A\omega \cos(\omega t - kx + \psi_0)$$

$$a = \frac{dv(x,t)}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t - kx + \psi_0)$$

$$\begin{aligned} y_{\text{máx}} &= \pm A \\ v_{\text{máx}} &= \pm A\omega \\ a_{\text{máx}} &= \pm A\omega^2 \end{aligned}$$

$$v_{\text{máx}} = 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \pi \text{ m/s} \simeq 3,14 \text{ m/s}$$

$$a_{\text{máx}} = 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = \frac{\pi^2}{2} \text{ m/s}^2 \simeq 4,9 \text{ m/s}^2$$

3. Una **onda** armónica transversal se propaga en el sentido **positivo** del **eje X** con una **velocidad** de **propagación** de **20 m/s**. La **amplitud** de la onda es **A = 0,10 m** y su **frecuencia** es **f = 50 Hz**. Condiciones iniciales ($t = 0$, $x = 0$, $y = 0$).

a) Escribe la **ecuación** de la **onda**:

$$y(x,t) = A \sin(\omega t - kx + \psi_0)$$

Ecuación de ondas armónicas unidimensionales

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} = 100\pi \text{ rad/s}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{100\pi}{20} = 5\pi \text{ m}^{-1}, \quad \psi_0 = 0$$

$$y(x,t) = 0,1 \cdot \sin(100\pi \cdot t - 5\pi \cdot x)$$

b) Calcula la **aceleración** en el punto situado en **x = 1,25 m** en el instante **t = 0,1 s**.

$$v(x,t) = 0,1 \cdot 100\pi \cdot \cos(100\pi \cdot t - 5\pi \cdot x)$$

$$a(x,t) = -0,1 \cdot (100\pi)^2 \cdot \sin(100\pi \cdot t - 5\pi \cdot x) = -0,1 \cdot (100\pi)^2 \cdot \sin(100\pi \cdot 0,1 - 5\pi \cdot 1,25) \simeq 6979 \text{ m/s}^2$$

c) ¿Cuál es la **distancia mínima** entre dos puntos situados en **oposición de fase**?

Dos puntos están en **oposición de fase** cuando $\Delta\psi = (2n+1) \cdot \pi$,

$$\left. \begin{aligned} \text{El valor mínimo } \Delta\psi &= \pi \\ \Delta\psi &= k \cdot \Delta x \end{aligned} \right\} 5\pi \Delta x = \pi \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ m}$$

C1. Si un oscilador armónico se encuentra en un instante dado en una posición x que es igual a la **mitad** de su **amplitud**, calcula la relación entre la **energía cinética** y la **potencial**:

$$E_m = E_c + E_p$$

Energía Mecánica

$$E_p = \frac{1}{2} k y^2$$

Energía potencial elástica

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Energía cinética

$$E_m = \frac{1}{2} k A^2$$

Energía Mecánica

$$E_p = \frac{1}{2} k \left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{8} k A^2$$

$$E_c = E_m - E_p = \frac{1}{2} k A^2 - \frac{1}{8} k A^2 = \frac{1}{2} k A^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} k A^2 = 3 \cdot \frac{1}{8} k A^2 = 3 \cdot E_p$$

$$E_c = 3 \cdot E_p$$

C2. Un astronauta ha instalado en la Luna un **péndulo simple** de **0,86 m** de **longitud** y comprueba que oscila con un **período** de **4,6 s**. ¿Cuánto vale la **aceleración** de la **gravedad** en la **Luna**?

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{l}{g} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{4 \times \pi^2 \times 0,86}{4,6^2} \approx 1,604510 \text{ m/s}^2, \quad g \approx 1,6 \text{ m/s}^2$$

C3. Una **fente sonora** emite en el **espacio** con una potencia **uniforme** de 10 W. ¿A qué **distancia** la **intensidad** de la **onda** será de 0,1 W / m²:

$$I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{P}{S}$$

Intensidad $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{10}{4\pi \cdot 0,1}} \approx 2,8 \text{ m}$$

Complementario: Una **onda estacionaria** viene expresada por la ecuación: $y(x,t) = 0,4 \cos(0,1 \cdot x) \cos(200 \cdot t)$ en unidades del SI.

a) Calcula la **distancia** entre dos **nodos consecutivos**.

La condición de **nodo** es que la **amplitud resultante** sea nula:

$$\cos(0,1 \cdot x) = 0 \Rightarrow 0,1 x = (2n+1) \cdot \frac{\pi}{2}, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$\left. \begin{array}{l} n=0 \Rightarrow 0,1 x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_0 = 5\pi \\ n=1 \Rightarrow 0,1 x = 3 \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_1 = 15\pi \end{array} \right\} x_1 - x_0 = 10\pi \text{ m}$$

b) ¿A qué **distancia** del **origen** de la onda se halla el **nodo** número 15?

$$\text{En general: } 0,1 x = (2n+1) \cdot \frac{\pi}{2}, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$x = (2n+1) \cdot 5\pi, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$\left. \begin{array}{l} n=0, \text{ 1}^{\text{er}} \text{ nodo} \\ n=14, \text{ 15}^{\text{o}} \text{ nodo} \end{array} \right\} x = (2 \cdot 14 + 1) \cdot 5\pi = 145\pi \text{ m} \approx 455,5 \text{ m}$$