

Nombre y apellidos: _____

1. Sabemos que la Tierra gira en torno al Sol describiendo una **órbita** con un **radio medio** de **150 millones de kilómetros** y que da una vuelta alrededor del Sol cada **365 días**. Calcula:



- a. La **masa** del Sol. **Justifica** la fórmula que utilices. $M \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ (0,75 pt.)
- b. La **velocidad de escape** desde la **superficie del Sol** sabiendo que su **radio** es de **700.000 kilómetros**. **Justifica** la fórmula de la **velocidad de escape**. (0,75 pt.)

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

$$v_e \approx 6,2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

2. **Dos** esferas iguales de **masa 0,2 g** cada una, cuelgan de un mismo punto mediante hilos de **50 cm** de **longitud**. Si a las esferas anteriores se las electriza con igual **carga eléctrica q**, los hilos se separan hasta formar un **ángulo de 40°** entre sí (20° con la vertical). Dibuja un esquema y calcula:

$$q \approx 9,6 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

- a. La **carga q** de cada esfera. Datos: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ (1,25 pt.)
- b. La **tensión de los hilos**. $T = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ (0,25 pt.)

3. Se quieren separar los **protones** de un haz de partículas en un **espectrómetro de masas**. Los protones entran en el **sentido del eje X**. El **selector de velocidad** del espectrómetro está formado por un **campo eléctrico** $\vec{E} = 4,0 \cdot 10^4 \vec{j} \text{ V/m}$ y un **campo magnético** perpendicular $\vec{B} = 0,50 \vec{k} \text{ T}$.

Después del selector, en la **zona de desviación**, hay un campo magnético $\vec{B}_0 = 1,25 \vec{k} \text{ T}$ para desviar la trayectoria de las cargas.



- a. Dibuja un esquema y determina la **velocidad seleccionada** para que los protones pasen sin desviarse. **Justifica** la fórmula que utilices. (0,75 pt.)

$$v = \frac{E}{B} = 8 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

- b. Calcula el **radio de la trayectoria** de los protones dentro de la cámara de desviación e indica si se desvían hacia **arriba** o hacia **abajo**. **Justifica** la fórmula que utilices. (0,75 pt.)

$$r_p = 6,7 \cdot 10^{-4} \text{ m} \text{ hacia abajo}$$

Datos: $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

4. Se hace vibrar un extremo de una cuerda larga con un **período** de **2,0 s** y una **amplitud** de **4,0 cm**. **Condiciones iniciales**: la elongación para $t = 0, x = 0$ es $y = 4,0 \text{ cm}$.

La **velocidad de propagación** de la onda es de **0,50 m/s** en el **sentido del eje X**. Calcula:

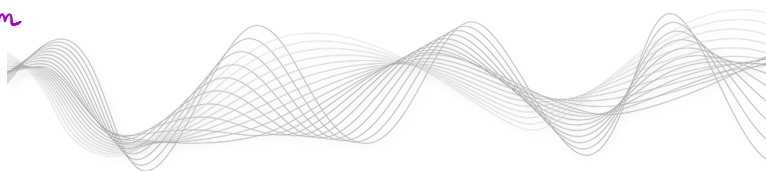
- a. La **ecuación** general de la **onda** $y(x,t) = 0,04 \cdot \sin(\pi \cdot t - 2\pi \cdot x + \frac{\pi}{2})$ (0,75 pt.)

- b. La **velocidad de oscilación** para $t = 2 \text{ s}$ de un punto situado a **2,6 m** del foco emisor. (0,5 pt.)

$$v(x,t) = -7,4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

- c. La **distancia** entre **dos puntos** cuya **diferencia de fase** en un **instante dado** es $3\pi/2$. (0,25 pt.)

$$|\Delta x| = \frac{3}{4} \text{ m}$$





💡 CUESTIONES JUSTIFICADAS:

I. Deduce la relación que hay entre la **energía mecánica gravitatoria** y la **energía potencial gravitatoria** de un satélite en una órbita circular:

a. $E_m = -\frac{1}{2}E_p$

b. $E_m = 2E_p$

c. $E_m = \frac{1}{2}E_p$

(1 pt.)

II. Dos cargas puntuales de valor $+q$ están separadas una **distancia** a . En el **punto medio** entre ambas $a/2$ se cumple:

a. El módulo del campo total es $E = 0$ y el potencial total $V = 0$.

b. El módulo del campo total es $E = \frac{8Kq}{a^2}$ y el potencial total $V = 0$.

c. El módulo del campo total es $E = 0$ y el potencial total $V = \frac{4Kq}{a}$.

(1 pt.)

III. Una **espira** está inmersa en un **campo magnético uniforme**. Para que el **flujo magnético** sea **nulo**, el **vector superficie** debe cumplir que:

a. Es **perpendicular** al campo magnético.

b. Es **paralelo** al campo magnético.

c. Forma un **ángulo** de **45°** con el campo magnético.

(1 pt.)

IV. Dos **focos** O1 y O2 emiten ondas en fase de la misma **amplitud** (A), **frecuencia** (f) y **longitud de onda** (λ) que se propagan a la **misma velocidad**, **interfiriendo** en un **punto P** que está a una distancia λ m de O1 y 3λ m de O2. Se puede afirmar que la **interferencia** en el punto P:

a. es **destructiva de amplitud nula**.

b. es **constructiva de amplitud A**.

c. es **constructiva de amplitud 2·A**.

(1 pt.)

1. Sabemos que la Tierra gira en torno al Sol describiendo una **órbita** con un **radio medio** de **150 millones de kilómetros** y que da una vuelta alrededor del Sol cada **365 días**. Calcula:



- a. La **masa** del Sol. **Justifica** la fórmula que utilices. (0,75 pt.)
- b. La **velocidad de escape** desde la **superficie del Sol** sabiendo que su **radio** es de **700.000 kilómetros**. **Justifica** la fórmula de la **velocidad de escape**. (0,75 pt.)

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

a) La condición de órbita para la Tierra es : $F_g = F_c$

$$G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{M}{r} = v^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} G \frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 \\ \text{En el movimiento circular } v = \frac{2\pi r}{T} \end{array} \right.$$

donde $\begin{cases} M = \text{masa del Sol} \\ m = \text{masa de la Tierra} \\ r = \text{radio orbital} \end{cases}$

$$G \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2} \quad \text{Antes de sustituir, pasamos las unidades al S.I.}$$

$$T = 365 \text{ días} \cdot \frac{24 \text{ h}}{\text{día}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 31.536.000 \text{ s}, \quad r = 150 \text{ millones km} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$M = \frac{4 \times \pi^2 \times (1,5 \times 10^{11})^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (31536000)^2} \approx 2,008610 \times 10^{30} \text{ kg} \Rightarrow M \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

b) $\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} m v_e^2 - G \frac{M m}{R_s} = \frac{1}{2} m \cdot 0^2 - G \frac{M m}{\infty} \\ \frac{1}{2} m v_e^2 = G \frac{M m}{R_s} \end{array} \right\} v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R_s}}$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R_s}}$$

Velocidad de escape

$$R_s = 700.000 \text{ km} = 7 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R_s}} = \sqrt{\frac{2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{30}}{7 \times 10^8}} \approx 617367,683915 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 6,2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

2. Dos esferas iguales de **masa 0,2 g** cada una, cuelgan de un mismo punto mediante hilos de **50 cm** de **longitud**. Si a las esferas anteriores se las electriza con igual **carga eléctrica q**, los hilos se separan hasta formar un **ángulo de 40°** entre sí (20° con la vertical). Dibuja un esquema y calcula:

a. La **carga q** de cada esfera. Datos: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

(1,25 pt.)

b. La **tensión de los hilos**.

(0,25 pt.)

Datos: $m = 0,2 \text{ g} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$, $L = 50 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-1} \text{ m}$, $\alpha = \frac{40}{2} = 20^\circ$

a) 2ª Ley de Newton $\boxed{\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}}$

Aplicamos la 2ª ley a los ejes x e y.

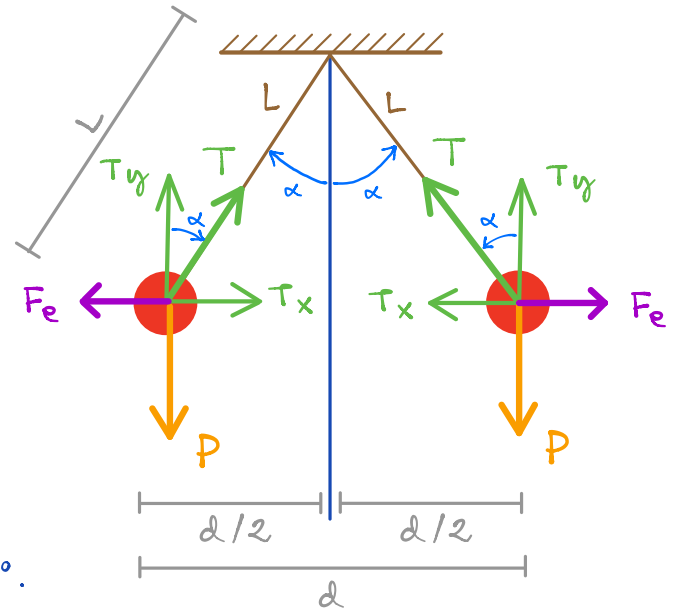
$$\left. \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{array} \right\} \text{Equilibrio estático}$$

$$\left. \begin{array}{l} F_e - T_x = 0 \\ T_y - P = 0 \end{array} \right\} F_e = K \frac{q^2}{d^2} \text{ y } P = mg$$

$$\left. \begin{array}{l} F_e - T \cdot \sin \alpha = 0 \\ T \cdot \cos \alpha - mg = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} K \frac{q^2}{d^2} = T \cdot \sin \alpha \\ mg = T \cdot \cos \alpha \end{array} \right\} \div$$

$$\frac{K q^2}{mg d^2} = \tan \alpha \Rightarrow q = \sqrt{\frac{\tan \alpha \cdot mg d^2}{K}}$$



La distancia $\frac{d}{2}$ es el cateto opuesto del triángulo de 20° .

$$\frac{d}{2} = L \cdot \sin \alpha = 5 \cdot 10^{-1} \text{ m} \cdot \sin 20^\circ$$

$$d = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-1} \text{ m} \cdot \sin 20^\circ = 0,342 \text{ m} \text{ (distancia entre las cargas)}$$

$$q = \sqrt{\frac{\tan \alpha \cdot mg d^2}{K}} = \sqrt{\frac{\tan 20^\circ \times 2 \times 10^{-4} \times 9,8 \times (0,342)^2}{9 \times 10^9}} \approx 9,628660 \times 10^{-8} \text{ C}, \quad q \approx 9,6 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

↑
grados

b) $T \cdot \cos \alpha - mg = 0 \Rightarrow T \cdot \cos \alpha = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{2 \times 10^{-4} \times 9,8}{\cos 20^\circ} \approx 0,002086 \text{ N} \approx 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

↑
grados

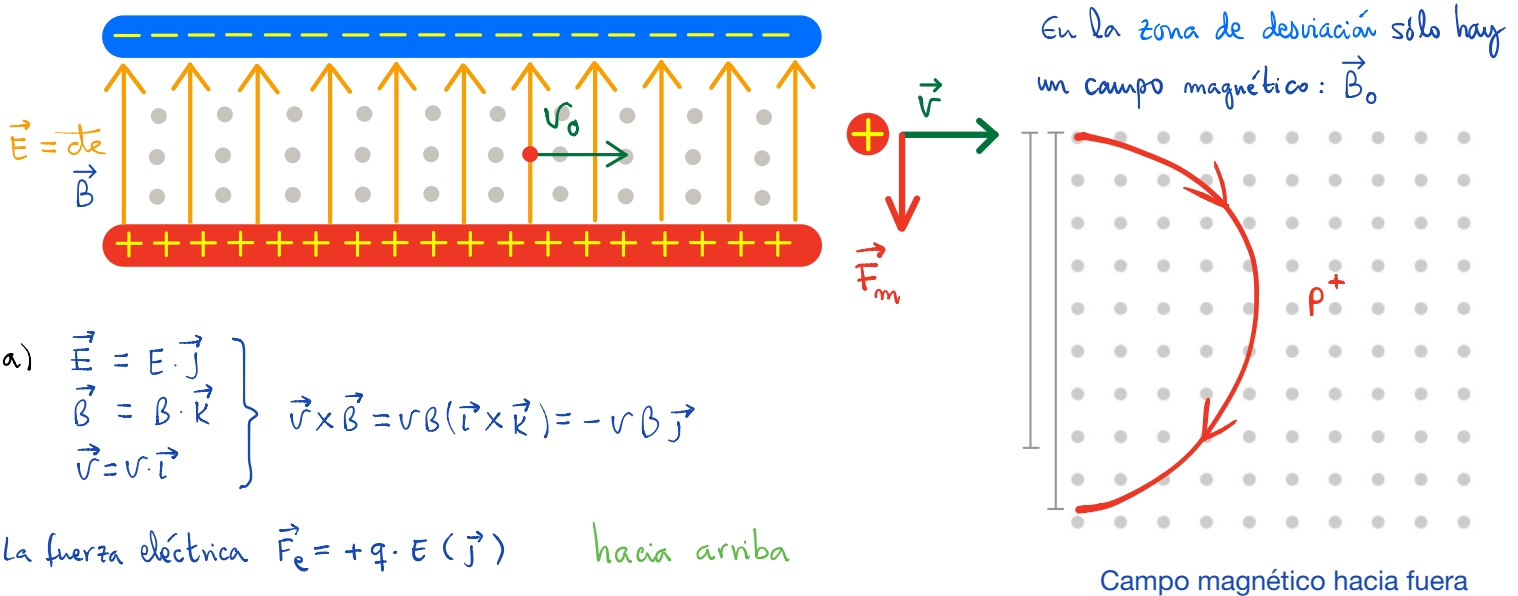
3. Se quieren separar los **protones** de un haz de partículas en un **espectrómetro de masas**. Los protones entran en el **sentido del eje X**. El **selector de velocidad** del espectrómetro está formado por un **campo eléctrico** $\vec{E} = 4,0 \cdot 10^4 \vec{j} \text{ V/m}$ y un **campo magnético** perpendicular $\vec{B} = 0,50 \vec{k} \text{ T}$.

Después del selector, en la **zona de desviación**, hay un campo magnético $\vec{B}_0 = 1,25 \vec{k} \text{ T}$ para desviar la trayectoria de las cargas.



- Dibuja un esquema y determina la **velocidad seleccionada** para que los protones pasen sin desviarse. **Justifica** la fórmula que utilices. (0,75 pt.)
- Calcula el **radio de la trayectoria** de los protones dentro de la cámara de desviación e indica si se desvían hacia **arriba** o hacia **abajo**. **Justifica** la fórmula que utilices. (0,75 pt.)

Datos: $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$



$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= E \cdot \vec{j} \\ \vec{B} &= B \cdot \vec{k} \\ \vec{v} &= v \cdot \vec{i} \end{aligned} \right\} \vec{v} \times \vec{B} = vB(\vec{i} \times \vec{k}) = -vB\vec{j}$$

La fuerza eléctrica $\vec{F}_e = +q \cdot E(\vec{j})$ *hacia arriba*

La fuerza magnética $\vec{F}_m = +q \cdot v \cdot B(-\vec{j})$ *hacia abajo*

La fuerza de Lorentz $\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = +q(E - v \cdot B)\vec{j} = 0$

$$E - v \cdot B = 0 \Rightarrow \text{Si } \boxed{v = \frac{E}{B}} \text{ la fuerza total es nula } \vec{F}_m + \vec{F}_e = 0$$

La velocidad seleccionada por el selector $v = \frac{E}{B} = \frac{4 \cdot 10^4 \text{ V/m}}{0,5 \text{ T}} = 8 \cdot 10^4 \text{ m/s}$

$$\text{b) Fuera del selector } \vec{B}_0 \perp \vec{v} \Rightarrow \boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B_0 = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B_0}} \text{ Radio de curvatura}$$

$$r_p = \frac{m_p \cdot v}{|q| \cdot B_0} = \frac{1,67 \times 10^{-27} \times 8 \times 10^4}{1,6 \times 10^{-19} \times 1,25} = 0,000668 \text{ m} \approx 6,7 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

De nuevo, la dirección de la fuerza magnética viene dada por

$$\vec{v} \times \vec{B}_0 = v B_0 (\vec{i} \times \vec{k}) = v B_0 (-\vec{j}) \text{ hacia abajo}$$

4. Se hace vibrar un extremo de una cuerda larga con un **período** de **2,0 s** y una amplitud de **4,0 cm**.

Condiciones iniciales: la elongación para $t = 0, x = 0$ es $y = 4,0 \text{ cm}$.

La velocidad de propagación de la onda es de **0,50 m/s** en el sentido del eje **X**. Calcula:

a. La **ecuación** general de la **onda** $y(x, t)$. (0,75 pt.)

b. La **velocidad de oscilación** para **t = 2 s** de un punto situado a **2,6 m** del foco emisor. (0,5 pt.)

c. La **distancia** entre **dos puntos** cuya **diferencia** de **fase** en un **instante dado** es $3\pi/2$. (0,25 pt.)

a) $y(x, t) = A \sin(\omega t - Kx + \varphi_0)$ Ecuación de ondas armónicas unidimensionales

↑
Se mueve hacia la derecha

$$T = 2 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}, \quad V_p = 0,5 \text{ m/s}, \quad A = 4 \text{ cm} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,04 \text{ m}$$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{V} = \frac{\pi \text{ rad/s}}{0,5 \text{ m/s}} = 2\pi \text{ m}^{-1}$$

Condiciones iniciales: $y = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$ cuando $t = 0$ en $x = 0$

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - Kx + \varphi_0)$$

$$y(0, 0) = 0,04 \sin(\pi \cdot 0 - 2\pi \cdot 0 + \varphi_0) = 0,04 \Rightarrow \sin(\varphi_0) = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$y(x, t) = 0,04 \cdot \sin(\pi \cdot t - 2\pi \cdot x + \frac{\pi}{2})$$

b) $v = \frac{dy}{dt} = A \omega \cos(\omega t - Kx + \varphi_0) = 0,04 \cdot \pi \cdot \cos(\pi \cdot t - 2\pi \cdot x + \frac{\pi}{2})$

Para $t = 2 \text{ s}$ y $x = 2,6 \text{ m}$, $v(x, t) = 0,04 \times \pi \times \cos\left(\pi \times 2 - 2 \times \pi \times 2,6 + \frac{\pi}{2}\right) \approx -0,073863 \frac{\text{m}}{\text{s}} \simeq -7,4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$

c) $\Delta\varphi_{\text{espacial}} = K \cdot |\Delta x| = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow 2\pi \cdot |\Delta x| = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow |\Delta x| = \frac{3}{4} \text{ m}$

💡 CUESTIONES JUSTIFICADAS:

- I. Deduce la relación que hay entre la **energía mecánica gravitatoria** y la **energía potencial gravitatoria** de un satélite en una órbita circular:

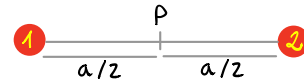
a. $E_m = -\frac{1}{2} E_p$ $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{Mm}{r}$

b. $E_m = 2E_p$ En órbita $F_g = F_c \Rightarrow G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow m v^2 = G \frac{Mm}{r}$

c. $E_m = \frac{1}{2} E_p$ $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} G \frac{Mm}{r} - G \frac{Mm}{r} = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{r} = \frac{1}{2} E_p$ (1 pt.)

Respuesta © $E_m = \frac{1}{2} E_p$

II. Dos cargas puntuales de valor $+q$ están separadas una **distancia** a . En el **punto medio** entre ambas $a/2$ se cumple:



Ambas cargas son iguales y positivas

a. El módulo del campo total es $E = 0$ y el potencial total $V = 0$.

b. El módulo del campo total es $E = \frac{8Kq}{a^2}$ y el potencial total $V = 0$.

c. El módulo del campo total es $E = 0$ y el potencial total $V = \frac{4Kq}{a}$. (1 pt.)

El campo total en P: $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K \cdot \frac{q}{(a/2)^2} \vec{u} + K \cdot \frac{q}{(a/2)^2} (-\vec{u}) = 0$

El potencial total en P: $V_T = V_1 + V_2 = K \cdot \frac{q}{a/2} + K \cdot \frac{q}{a/2} = 2 \cdot K \cdot \frac{q}{a/2} = 4 \cdot K \cdot \frac{q}{a}$ Respuesta ©

III. Una **espira** está inmersa en un **campo magnético uniforme**. Para que el **flujo magnético** sea **nulo**, el **vector superficie** debe cumplir que:

a. Es **perpendicular** al campo magnético.

b. Es **paralelo** al campo magnético.

c. Forma un **ángulo** de **45°** con el campo magnético. (1 pt.)

$$\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha \quad (\text{flujo magnético})$$

$$\Phi_m = 0 \quad \text{si} \quad \alpha = 90^\circ \quad (\text{perpendiculares}) \quad \text{Respuesta (a)}$$

IV. Dos **focos** O1 y O2 emiten ondas en fase de la misma **amplitud** (A), **frecuencia** (f) y **longitud de onda** (λ) que se propagan a la **misma velocidad**, **interfiriendo** en un **punto P** que está a una distancia **λ m** de O1 y **3λ m** de O2. Se puede afirmar que la **interferencia** en el punto P:

a. es **destructiva de amplitud nula**.

b. es **constructiva de amplitud A**.

c. es **constructiva de amplitud 2A**. (1 pt.)

$$A_r = 2A \cdot \cos\left(\frac{(x_1 - x_2) \cdot \pi}{\lambda}\right) \quad \text{Amplitud resultante}$$

$$|x_2 - x_1| = n \cdot \lambda \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{Interferencia constructiva}$$

Ondas en fase, $\Delta\psi = n \cdot 2\pi$

$$|x_2 - x_1| = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{Interferencia destructiva}$$

Ondas en oposición de fase, $\Delta\psi = (2n + 1) \cdot \pi$

En nuestro caso $\frac{|x_2 - x_1|}{\lambda} = \frac{|3\lambda - \lambda|}{\lambda} = \frac{2\lambda}{\lambda} = 2$ múltiplo entero de la longitud de onda

Luego la interferencia es constructiva. Las dos ondas se suman y la amplitud total es $2A$.

Respuesta ©