Nombre y apellidos: ____

PROBLEMAS

1. Un satélite de comunicaciones geoestacionario, situado en una órbita ecuatorial, para que se encuentre siempre sobre el mismo punto de la Tierra, tiene un período de 24 h. Datos: R_T = 6370 km, g_0 = 9,8 m/s^2

a) ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra se encontrará el satélite citado? *(1 pt.)*

b) ¿Cuál es la velocidad de escape desde esa órbita? Justifica la fórmula. *(0,5 pt.)*

2. Un péndulo electrostático está formado por una esfera pequeña de 0,5 g que cuelga de un hilo de 1m de longitud dentro de un campo eléctrico de intensidad $\vec{E} = 800\vec{i}\ N/C$. La esfera es atraída por el campo hasta formar un ángulo de 30° con la posición vertical. Datos: g = 9,8 m/s^2

a) Calcula el valor de la carga para que se mantenga en equilibrio. *(0,75 pt.)*

b) Si desconectamos las placas:
¿con qué velocidad llegará el péndulo al punto más bajo de la oscilación? *(0,75 pt.)*

3. Dos conductores rectilíneos y paralelos separados una distancia de 12 cm llevan corrientes de I_1 = 0,5 A e I_2 = 2 A, respectivamente. ¿A qué distancia del conductor de 0,5 A es el campo magnético resultante nulo si…

a) ambas corrientes tienen el mismo sentido? *(0,75 pt.)*

b) ambas corrientes tienen sentido opuesto? *(0,75 pt.)*

4. La ecuación de una onda viene dada por la expresión $y(x,t) = 0{,}5 \cos 8\pi\ (40t - 0{,}5x)$ en el SI.

a) Determina la amplitud, el periodo, la longitud de onda y la velocidad de propagación. *(1 pt.)*

b) Calcula la diferencia de fase que existirá entre dos puntos del medio de propagación si están separados por una distancia de 0,25 m? *(0,5 pt.)*

CUESTIONES

I. Un electrón que se mueve con una velocidad de 1,0 · 10^6 m/s describe una órbita circular en el seno de un campo magnético uniforme de valor 0,10 T cuya dirección es perpendicular a la velocidad. Determina el valor del radio de la órbita que describe. Datos: q_e = -1,6·10^{-19} C , m_e = 9,1·10^{-31} kg.

a) 5,7·10^{-7} m   b) 5,7·10^{-3} m   c) 5,7·10^{-5} m   *(1 pt.)*
Justifica la fórmula.

II. Un rayo de luz monocromática pasa desde el agua (n = 1,33) al aire, ¿a partir de qué ángulo no se produce refracción?

a) 62,5°   b) No hay solución   c) 48,8°   *(1 pt.)*

III. Un objeto de 2 cm de altura está situado a 30 cm de una lente convergente de 20 cm de distancia focal. Calcula la posición y el tamaño de la imagen.

a) s' = 60 cm , y' = 4 cm   b) s' = 60 cm , y' = -4 cm   c) s' = -60 cm , y' = -4 cm   *(1 pt.)*

IV. El $^{131}_{53}I$ se desintegra por emisión beta con un periodo de semidesintegración de 8 días. Una muestra de este material presenta una actividad de 3,7·10^{15} Bq. ¿Cuál será la actividad radiactiva de la muestra 25 días después?

a) A = 4,25·10^{20} Bq   b) A = 4,25·10^{14} Bq   c) A = 4,25·10^{10} Bq   *(1 pt.)*

1. Un satélite de comunicaciones geoestacionario, situado en una órbita ecuatorial, para que se encuentre siempre sobre el mismo punto de la Tierra, tiene un período de 24 h. Datos: R_T = 6370 km, g_0 = 9,8 m/s²
a) ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra se encontrará el satélite citado? *(1 pt.)*
b) ¿Cuál es la velocidad de escape desde esa órbita? Justifica la fórmula. *(0,5 pt.)*

a) La condición de órbita es: $\boxed{F_g = F_c} \Rightarrow G\frac{M\cdot m}{r^2} = m\cdot\frac{v^2}{r} \Rightarrow G\frac{M}{r} = v^2 \Rightarrow r = G\frac{M}{v^2}$ (1)

donde $r = R_T + h \Rightarrow h$ es la altura sobre la superficie de la Tierra. No conocemos los valores de G y M.

$\boxed{g_0 = G\frac{M}{R_T^2}} \Rightarrow GM = g_0 R_T^2$; sustituyendo en la ecuación (1) $r = G\frac{M}{v^2} = \frac{g_0 R_T^2}{v^2}$ (2)

Tampoco conocemos la velocidad, pero sí el período y la relación: $\boxed{v = \frac{2\pi r}{T}}$; sustituyendo en la ecuación (2)

$$r = \frac{g_0 R_T^2}{v^2} = \frac{g_0 R_T^2}{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2} = \frac{g_0 R_T^2 T^2}{4\pi^2 r^2} \Rightarrow r^3 = \frac{g_0 R_T^2 T^2}{4\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{g_0 R_T^2 T^2}{4\pi^2}}$$

Pasamos las unidades al sistema internacional: $R_T = 6370\ km\cdot\frac{10^3\ m}{1\ km} = 6{,}37\cdot10^6\ m$, $T = 24h\cdot\frac{3600\ s}{1h} = 86400\ s$

$$r = \sqrt[3]{\frac{9{,}8\times(6{,}37\times10^6)^2\times86400^2}{4\times\pi^2}} \approx 42207623.141101\ m \simeq 42208\ km$$ Como $r = R_T + h \Rightarrow$

$h = r - R_T = 42208\ km - 6370\ km \Rightarrow h = 35838\ km \simeq 3{,}6\cdot10^4\ km = 3{,}6\cdot10^7\ m$

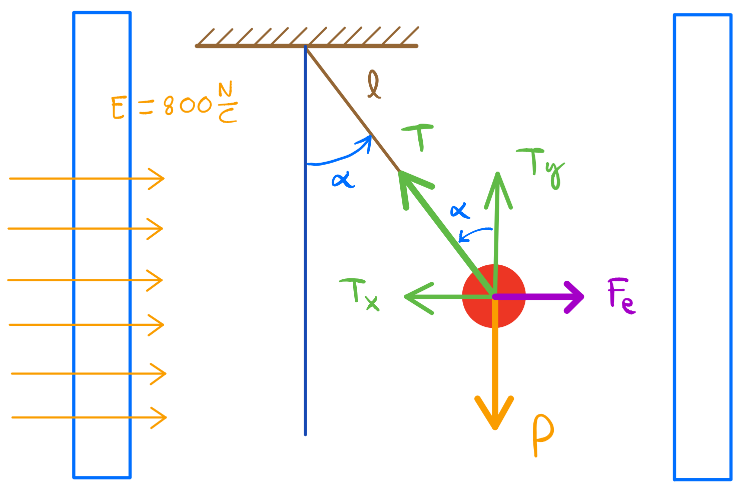
b) Demostramos la velocidad de escape como la necesaria para escapar desde la órbita hasta el infinito, superando la energía potencial gravitatoria.

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_e^2 - G\frac{M\cancel{m}}{r} = 0 \Rightarrow \boxed{V_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2g_0R_T^2}{r}}}$$ Velocidad de escape desde una órbita

Con nuestros datos: $V_e = \sqrt{\frac{2\times9{,}8\times(6370\times10^3)^2}{42208\times10^3}} \approx 4340.803045\ m/s \simeq 4341\ m/s$

2. Un péndulo electrostático está formado por una esfera pequeña de 0,5 g que cuelga de un hilo de 1m de longitud dentro de un campo eléctrico de intensidad $\vec{E} = 800\vec{i}\ N/C$. La esfera es atraída por el campo hasta formar un ángulo de 30° con la posición vertical. Datos: g = 9,8 m/s²
a) Calcula el valor de la carga para que se mantenga en equilibrio. *(0,75 pt.)*
b) Si desconectamos las placas:
¿con qué velocidad llegará el péndulo al punto más bajo de la oscilación? *(0,75 pt.)*

a) Estudiamos el equilibrio estático aplicando la 2ª ley de Newton. $\sum\vec{F} = m\cdot\vec{a}$



Eje x: $F_e - T_x = 0$
Eje y: $T_y - P = 0$
$\left.\begin{aligned}|q|\cdot E &= T\cdot \text{sen}\,\alpha\\ m\cdot g &= T\cdot\cos\alpha\end{aligned}\right\}$ Dividiendo:

$$\frac{|q|\cdot E}{m\cdot g} = \frac{\cancel{T}\cdot \text{sen}\,\alpha}{\cancel{T}\cdot\cos\alpha} \Rightarrow |q| = \frac{m\cdot g}{E}\cdot tg\,\alpha$$

La masa $m = 0{,}5\ g = 0{,}5\cdot10^{-3}\ kg$, $|\vec{E}| = E = 800\ N/C$

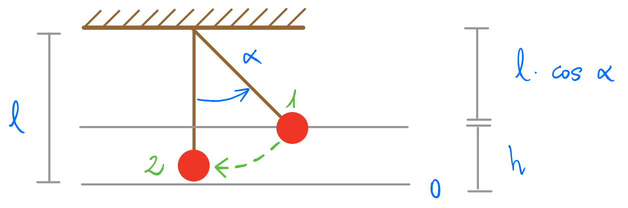
$$|q| = \frac{0{,}5\cdot10^{-3}\ kg\cdot9{,}8\ m/s^2}{800\ N/C}\cdot tg\,30° \simeq 3{,}54\cdot10^{-6}\ C = 3{,}54\ \mu C$$

b) La carga se desplaza de 1 a 2. La altura es h.

$$h + l \cdot \cos\alpha = l$$

$$h = l - l \cdot \cos\alpha = l \cdot (1 - \cos\alpha)$$

$$h = 1\,m \cdot (1 - \cos 30^\circ) \simeq 0{,}134\,m = 1{,}34 \cdot 10^{-1}\,m$$



Por la conservación de la energía mecánica: $\cancel{Ec_1} + Ep_1 = Ec_2 + \cancel{Ep_2}$ Escogemos $h = 0$ en el punto 2

$$\cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9{,}80 \times 0{,}134} \approx 1.620617\,\frac{m}{s} \simeq 1{,}62\,m/s \Rightarrow v = 1{,}62\,\frac{m}{s}$$

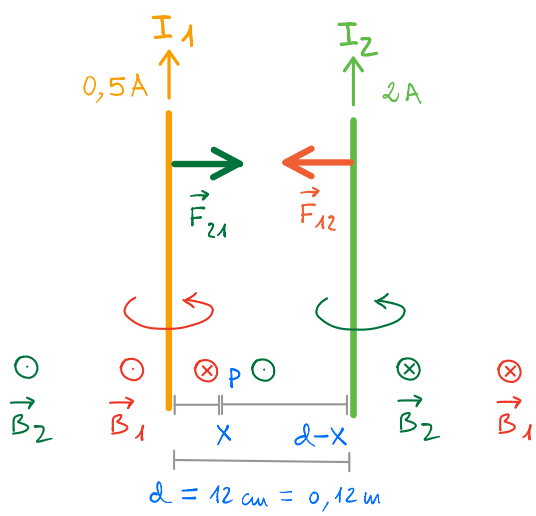
3. Dos conductores rectilíneos y paralelos separados una distancia de 12 cm llevan corrientes de I_1 = 0,5 A e I_2 = 2 A, respectivamente. ¿A qué distancia del conductor de 0,5 A es el campo magnético resultante nulo si…

a) ambas corrientes tienen el mismo sentido? *(0,75 pt.)*

b) ambas corrientes tienen sentido opuesto? *(0,75 pt.)*

a) Corrientes en el mismo sentido.

Como se puede apreciar en la figura, es posible que el campo se anule entre los hilos conductores porque, en esa región, tienen sentido opuesto.
En el exterior no se pueden anular porque tienen el mismo sentido.
El punto de equilibrio está más cerca de la corriente débil.



$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}(-\vec{k}) + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-x)}\vec{k} = 0$$

$$\frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-x)}\cancel{\vec{k}} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}\cancel{\vec{k}}$$

$$\frac{I_2}{(d-x)} = \frac{I_1}{x}$$

$$I_2 x = I_1 d - I_1 x$$

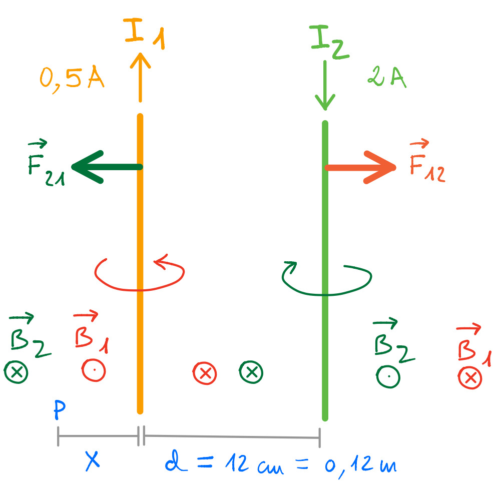
$$I_1 d = I_1 x + I_2 x$$

$$x = \frac{I_1 d}{I_1 + I_2} = \frac{0{,}5\,A \cdot 0{,}12\,m}{(0{,}5 + 2)\,A}$$

$$x = 0{,}024\,m = 2{,}4\,cm$$

b) Corrientes en sentido opuesto.

Como se puede apreciar en la figura, es posible que el campo se anule fuera de los hilos conductores porque, en esa región, tienen sentido opuesto.
En el interior no se pueden anular porque tienen el mismo sentido.
El punto de equilibrio está más cerca de la corriente débil.



$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}\vec{k} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d+x)}(-\vec{k}) = 0$$

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}\cancel{\vec{k}} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d+x)}\cancel{\vec{k}}$$

$$\frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{(d+x)}$$

$$I_1 d + I_1 x = I_2 x$$

$$I_1 d = I_2 x - I_1 x$$

$$x = \frac{I_1 d}{I_2 - I_1} = \frac{0{,}5\,A \cdot 0{,}12\,m}{(2 - 0{,}5)\,A} = 0{,}04\,m$$

$$x = 0{,}04\,m = 4\,cm$$

4. La ecuación de una onda viene dada por la expresión $y(x,t) = 0{,}5 \cos 8\pi\,(40t - 0{,}5x)$ en el SI.

a) Determina la amplitud, el periodo, la longitud de onda y la velocidad de propagación. *(1 pt.)*

b) Calcula la diferencia de fase que existirá entre dos puntos del medio de propagación si están separados por una distancia de 0,25 m? *(0,5 pt.)*

a) La forma general de una onda es :

$$\boxed{y(x,t) = A \cdot \operatorname{sen}(\omega t - Kx + \varphi_0)}$$

En este caso $y(x,t) = \underbrace{0{,}5}_{A} \cdot \cos\left(\underbrace{8\pi \cdot 40}_{\omega} t - \underbrace{8\pi \cdot 0{,}5}_{K} x\right)$

La amplitud $A = 0{,}5$ m .

El período se deduce a partir de $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\cancel{\pi}}{8\cancel{\pi} \cdot 40} = \frac{1}{160}$ s $= 6{,}25 \cdot 10^{-3}$ s

La longitud de onda se deduce a partir del nº onda : $K = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\cancel{\pi}}{8\cancel{\pi} \cdot 0{,}5} = 0{,}5$ m

La velocidad de propagación $v = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} = \frac{0{,}5 \text{ m}}{6{,}25 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 80$ m/s

b) $\boxed{\Delta\varphi = K \cdot |\Delta x|}$ Desfase espacial $\Delta\varphi = K \cdot |\Delta x| = 8\pi \cdot 0{,}5 \text{ m}^{-1} \cdot 0{,}25 \text{ m} = \cancel{8} \cdot \pi \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{1}{\cancel{4}}$ rad

$\Delta\varphi = \pi$ rad , Los puntos están en oposición de fase.

I. Un electrón que se mueve con una velocidad de $1{,}0 \cdot 10^6$ m/s describe una órbita circular en el seno de un campo magnético uniforme de valor 0,10 T cuya dirección es perpendicular a la velocidad. Determina el valor del radio de la órbita que describe. Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C , $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

a) $5{,}7 \cdot 10^{-7}$ m b) $5{,}7 \cdot 10^{-3}$ m c) $5{,}7 \cdot 10^{-5}$ m *(1 pt.)*

Justifica la fórmula.

El módulo de la fuerza de Lorentz es $F_m = |q| \cdot v \cdot B \cdot \operatorname{sen}\alpha$

$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = 1 \Rightarrow F_m = |q| \cdot v \cdot B$

Describe una órbita circular. La condición de órbita es : $\boxed{F_m = F_c}$

$|q| \cdot \cancel{v} \cdot B = m \cdot \frac{v^{\cancel{2}}}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}}$ Radio de curvatura de la órbita

Con nuestros datos $r = \frac{9{,}1 \times 10^{-31} \times 1 \times 10^{6}}{1{,}6 \times 10^{-19} \times 0{,}1} \approx 0.000057$ m $\Rightarrow r = 5{,}7 \cdot 10^{-5}$ m

II. Un rayo de luz monocromática pasa desde el agua (n = 1,33) al aire, ¿a partir de qué ángulo no se produce refracción?

a) 62,5° b) No hay solución c) 48,8° *(1 pt.)*

$\boxed{n_1 \cdot \operatorname{sen}\hat{i} = n_2 \cdot \operatorname{sen}\hat{r}}$ Ley de Snell $n_1 = 1{,}33$ (agua) , $n_2 = 1$ (aire)

Para que no se produzca refracción debe producirse una reflexión total , es decir, $\hat{r} = 90^\circ$

$n_1 \cdot \operatorname{sen} \underset{\text{ángulo límite}}{\underset{\downarrow}{l}} = n_2 \cdot \underbrace{\operatorname{sen} 90^\circ}_{1} \Rightarrow \operatorname{sen} l = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1{,}33} \Rightarrow l = \operatorname{arc\,sen}\frac{n_2}{n_1} = \operatorname{arc\,sen}\left(\frac{1}{1{,}33}\right) = 48{,}75^\circ \simeq 48{,}8^\circ$

La reflexión total se produce porque $n_1 > n_2$.

III. Un objeto de 2 cm de altura está situado a 30 cm de una lente convergente de 20 cm de distancia focal. Calcula la posición y el tamaño de la imagen.

a) s' = 60 cm , y' = 4 cm   b) s' = 60 cm , y' = -4 cm   c) s' = -60 cm , y' = -4 cm   *(1 pt.)*

Las ecuaciones de las lentes delgadas son: $\boxed{\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}}$ $\boxed{A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}}$ $\boxed{f=-f'}$

Con nuestros datos: $y = 2\ \text{cm}$, $s = -30\ \text{cm}$, $f' = 20\ \text{cm}$

Sustituimos en la ecuación de la lente: $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{60}-\frac{1}{-30}=\frac{1}{20} \Rightarrow s' = 60\ \text{cm}$

El aumento lateral: $A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s} \Rightarrow y'=\frac{s'}{s}\cdot y = \frac{60\ \text{cm}}{-30\ \text{cm}}\cdot 2\ \text{cm} = -4\ \text{cm}$

La imagen es real, invertida y aumentada.

IV. El $^{131}_{53}I$ se desintegra por emisión beta con un periodo de semidesintegración de 8 días. Una muestra de este material presenta una actividad de $3{,}7\cdot10^{15}$ Bq. ¿Cuál será la actividad radiactiva de la muestra 25 días después?

a) $A = 4{,}25\cdot10^{20}$ Bq   b) $A = 4{,}25\cdot10^{14}$ Bq   c) $A = 4{,}25\cdot10^{10}$ Bq   *(1 pt.)*

$\boxed{t_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}}$ Período de semidesintegración $\boxed{A=A_0 e^{-\lambda t}}$ Actividad radiactiva [1 Bequerel = 1 Bq = $\frac{1\ \text{desintegración}}{1\ \text{segundo}}$]

La constante de semidesintegración: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{8\ \text{días}} \simeq 0{,}0866\ \text{días}^{-1}$

La actividad inicial $A_0 = 3{,}7\cdot 10^{15}$ Bq $\Rightarrow$

la actividad al cabo de 25 días: $A = A_0 e^{-\lambda t} = 3{,}7\times10^{15}\times e^{-0{,}0866\times25} \approx 4.245750\times10^{14}$ Bq

$A \simeq 4{,}25\cdot10^{14}$ Bq