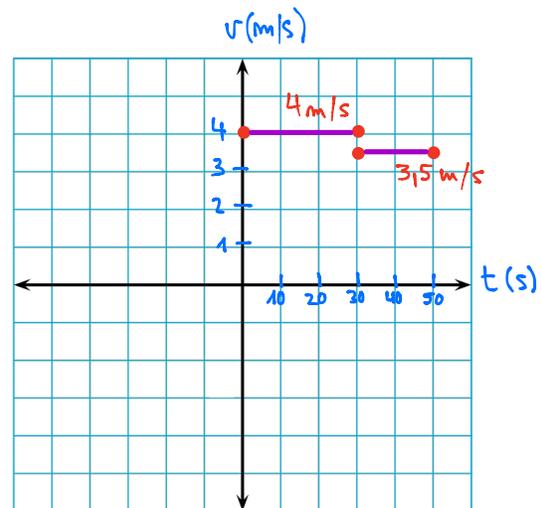
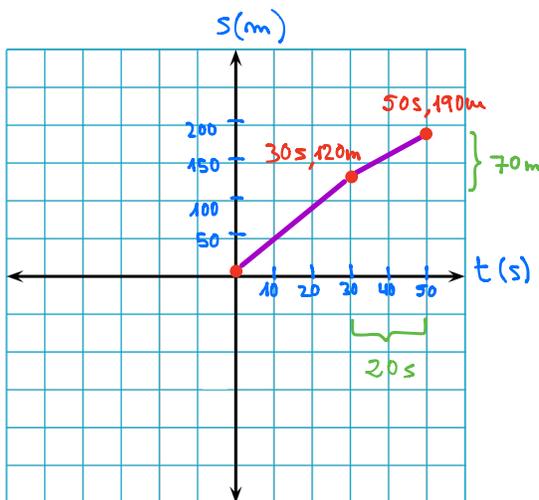


## Cinemática: Actividades

5.- Un niño que juega con un triciclo realiza dos recorridos, en el primero tarda 30 s en recorrer 120 m y en el segundo invierte 20 s para 70 m. Calcula las dos velocidades medias a las que se ha desplazado.

$$\begin{array}{ll} \text{Tramo 1} & \Delta t = 30 \text{ s} \\ & \Delta S = 120 \text{ m} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{Tramo 2} & \Delta t = 20 \text{ s} \\ & \Delta S = 70 \text{ m} \end{array}$$



Suponemos  $t_0 = 0$ ,  $s_0 = 0$

$$v_1 = \frac{s - s_0}{t - t_0} = \frac{120 \text{ m} - 0}{30 \text{ s} - 0} = 4 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{190 - 120}{50 - 30} = \frac{70 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 3,5 \text{ m/s}$$

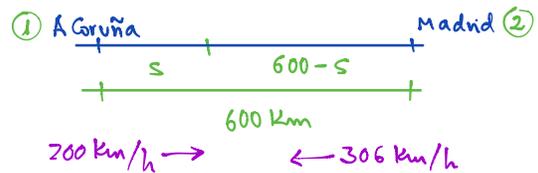
6.- Dos trenes parten de Madrid y de A Coruña, respectivamente. Ambas ciudades están separadas por 600 km, el primer tren que es AVE lleva una velocidad de 306 km/h y el que sale de A Coruña, que es un tren rápido, alcanza una velocidad de 200 km/h. Identifica de que tipo de movimiento se trata. Calcula dónde y cuánto tiempo tardan en encontrarse. Realiza las gráficas s-t y v-t correspondiente a dicho movimiento.

$$\left. \begin{aligned} s_c &= 200 \cdot (t - 0) \\ s_m &= 600 - 306 \cdot (t - 0) \end{aligned} \right\} s_c = s_m$$

$$200 \cdot t = 600 - 306 \cdot t$$

$$200 \cdot t + 306 \cdot t = 600 \Rightarrow t = \frac{600}{506} \approx 1,186 \text{ h}$$

$$t \approx 1 \text{ h } 11' ; 0,186 \text{ h} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \approx 11'$$

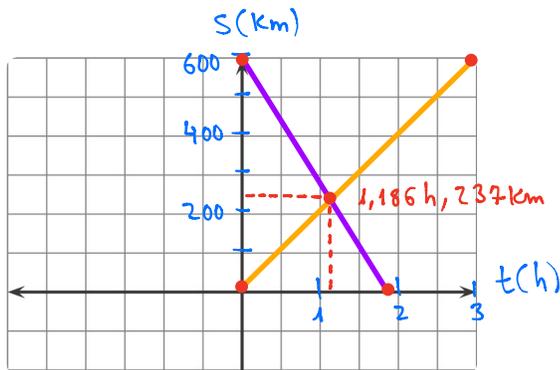


$$\Delta s_c = 200 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1,186 \text{ h} \approx 237 \text{ km} \text{ recorridos por el tren de A Coruña.}$$

$$\Delta s_m = 306 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1,186 \text{ h} \approx 363 \text{ km} \text{ recorridos por el tren de Madrid.} \quad \Delta s_m = 237 - 600 = -363 \text{ km}$$

La suma de ambas distancias  $237 \text{ km} + 363 \text{ km} = 600 \text{ km}$ .

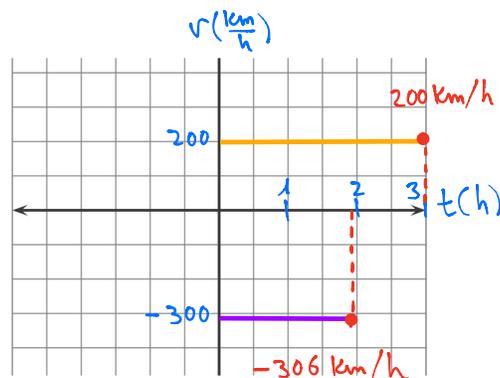
(hacia la izquierda)



$$s_1 = 0 + 200 \cdot t = 200t$$

$$s_2 = 600 - 306 \cdot t$$

← Ecuaciones de las trayectorias.



Tiempo que tardan ambos trenes en llegar al destino:

$$t_1 = \frac{600 \text{ km}}{200 \text{ km/h}} = 3 \text{ h}$$

$$t_1 = \frac{600 \text{ km}}{306 \text{ km/h}} \approx 1,96 \text{ h}$$

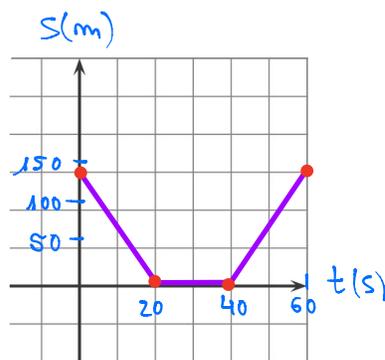
7.- Representa una gráfica posición-tiempo el movimiento de un autobús visto por un observador desde la parada, si:

a) El autobús se encuentra inicialmente a 150 m y se acerca de forma uniforme.

b) Pasados 20 s se detiene en la parada.

c) Durante unos 20 s los viajeros bajan del autobús.

d) A continuación, el autobús se pone nuevamente en movimiento y 20 s después de iniciar el movimiento, se encuentra de nuevo a 150 m de la parada.



8)  $t_0 = 5 \text{ min}$   $S_0 = 30 \text{ km}$  Condiciones iniciales: C.I.  
 $t = 40 \text{ min}$   $S = 100 \text{ km}$

$$v_{\text{m}} = \frac{S - S_0}{t - t_0} = \frac{100 - 30 \text{ km}}{40 - 5 \text{ min}} = \frac{70 \text{ km}}{35 \text{ min}} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = 120 \text{ km/h} = 1,2 \cdot 10^2 \text{ km/h}$$

$$120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 33,3 \text{ m/s} = 3,33 \cdot 10 \text{ m/s}$$

9)  $v = 3,6 \text{ km/h} = \text{cte}$ . Se trata de un m.r.u.  $t = 10 \text{ min}$ . C.I.  $S_0 = 0$ ,  $t_0 = 0$

$$v = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 1 \text{ m/s}$$

$$t = 10 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 600 \text{ s}$$

$$S = S_0 + v \cdot (t - t_0) = 0 + 1 \text{ m/s} \cdot 600 \text{ s} = 600 \text{ m}$$

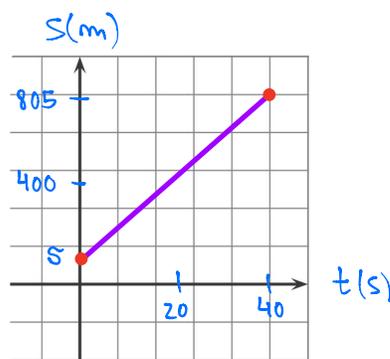
10)  $S_0 = 5 \text{ m}$ ;  $t_0 = 0 \text{ s}$ ;  $v = 20 \text{ m/s} = \text{cte}$

$$S = S_0 + v \cdot (t - t_0)$$

$$S = 5 + 20 \cdot t$$

para  $t = 40 \text{ s}$ :

$$S = 5 \text{ m} + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 40 \text{ s} = 805 \text{ m}$$



11)  $v_{\text{sonido}} = 340 \text{ m/s} = \text{Mach } 1$

$$\text{Si } v = 700 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 194,4 \text{ m/s} < \text{Mach } 1$$

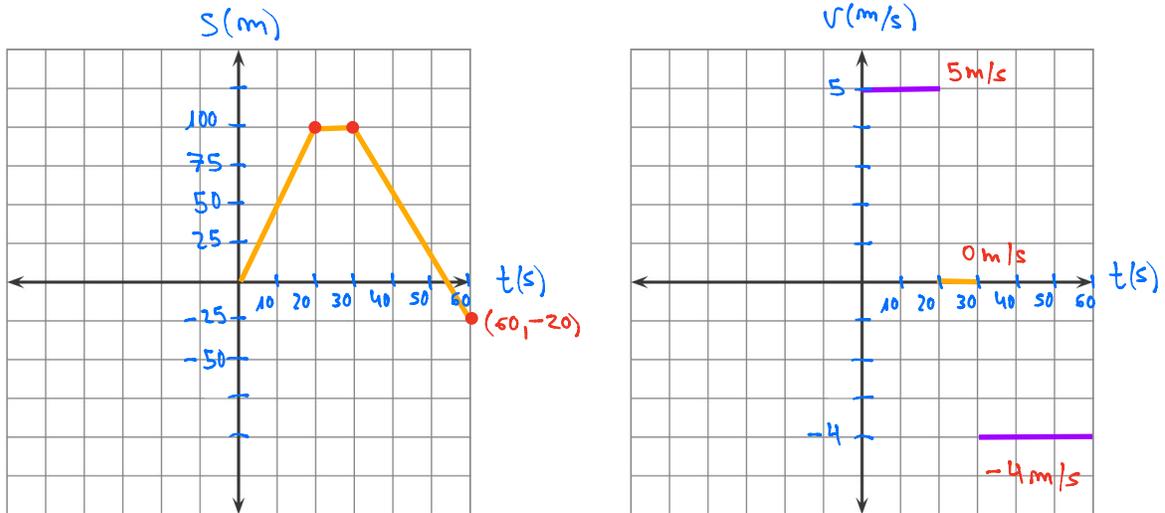
Luego, no es supersónico (se dice que es subsónico).

12.- Un móvil recorre un trayecto rectilíneo de 100 m en 20 s; se para durante 10s y después retrocede recorriendo 120 m en 30 s. Sabiendo que tanto la ida como la vuelta las efectúa con velocidades constantes:

a) Determina las velocidades del móvil en ambos desplazamientos.

b) Representa las gráficas v-t y s-t correspondientes al movimiento completo.

$$v_1 = \frac{100 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 5 \text{ m/s} , \quad v_2 = 0 \text{ m/s} , \quad v_3 = -\frac{120 \text{ m}}{30 \text{ s}} = -4 \text{ m/s}$$



13.- Una pareja recién casada llegan tarde al puerto y pierden el barco que partió una hora antes y que les lleva de luna de miel. No dispuestos a perderlo definitivamente, contratan los servicios de una embarcación a motor que navega a 60 km/h, la cual va más rápido que el barco que navega a una velocidad de crucero de 40 km/h.

a) ¿A qué distancia del puerto alcanzarán al barco?

b) ¿Qué tiempo deberán emplear para alcanzarlo?

c) Realiza gráfica s-t.

Crucero:  $s_c = 0 + 40 \cdot t$  ;  $t_0 = 0 \text{ h}$

Embarcación:  $s_e = 0 + 60 \cdot (t-1)$  ; porque  $t_0 = 1 \text{ h}$

Ambos se cruzan cuando las posiciones son iguales:  $s_c = s_e$

$$40t = 60(t-1)$$

$$40t = 60t - 60$$

$$60t - 40t = 60$$

$$20t = 60$$

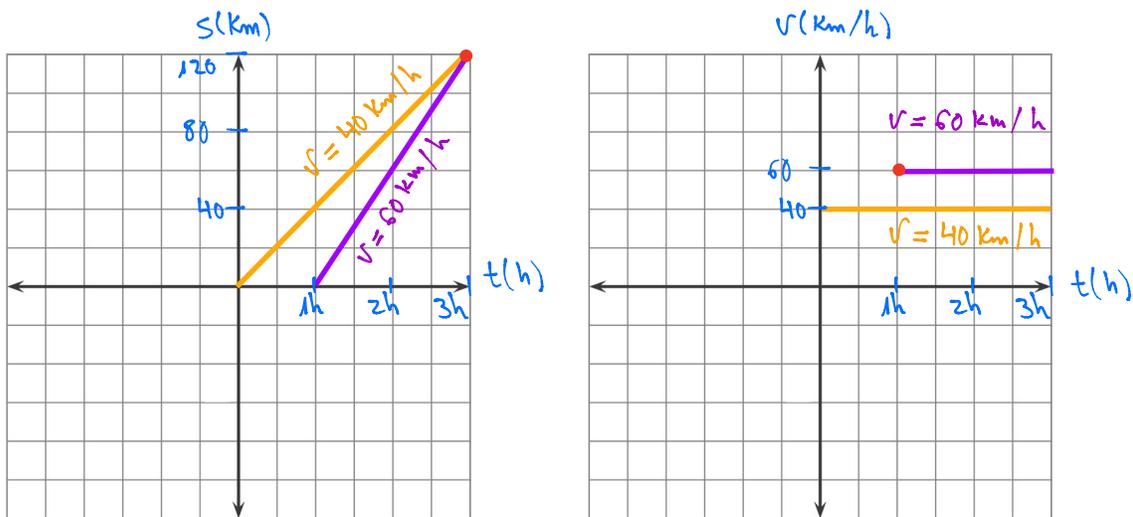
$$t = \frac{60}{20} = 3 \text{ h} \Rightarrow$$

$$\Delta t = 3 \text{ h} - 1 \text{ h} = 2 \text{ h}$$

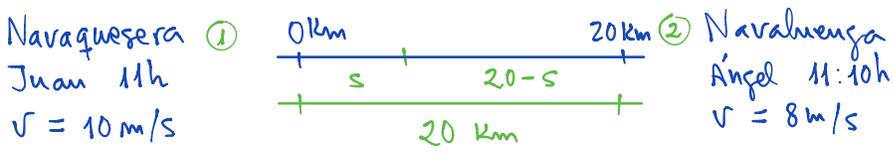
(tiempo transcurrido para la embarcación)

La posición  $S = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 3 \text{ h} = 120 \text{ km}$

Igualmente  $S = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (3-1) \text{ h} = 120 \text{ km}$



14.- Navaquesera y Navaluenga son dos pueblos que están separados por 20 km. Juan que vive en Navaquesera decide quedar con Ángel que vive en Navaluenga y deciden coger sus bicis para encontrarse en el camino entre los dos pueblos. Juan sale a las 11 en punto y pedalea a la velocidad de 10 m/s. Ángel tiene que organizar su habitación por lo que no puede salir hasta las 11:10 y su bici no puede ir a más de 8 m/s. Calcula dónde se encuentran y a qué hora. Realiza las gráficas s-t y v-t. SOL: Se encontrarán a las 11:23h y a 13,78 km de Navaquesera.



$$10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{3600\text{s}}{1\text{h}} \cdot \frac{1\text{km}}{10^3\text{m}} = 36 \text{ km/h}$$

$$10 \text{ min} \cdot \frac{1\text{h}}{60 \text{ min}} = 0,167\text{h}$$

$$8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{3600\text{s}}{1\text{h}} \cdot \frac{1\text{km}}{10^3\text{m}} = 28,8 \text{ km/h}$$

$$S = S_0 + v \cdot (t - t_0)$$

$$\left. \begin{aligned} S &= 0 + 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (t - 0) \\ S &= 20 - 28,8 \frac{\text{km}}{\text{h}} (t - 0,167\text{h}) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} S &= 36t \\ S &= 20 - 28,8t + 4,8 = 24,8 - 28,8t \end{aligned} \right\}$$

Igualemos:  $36 \cdot t = 24,8 - 28,8 \cdot t$

$$64,8 \cdot t = 24,8$$

$$t = \frac{24,8}{64,8} \approx 0,3827 \text{ h} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \approx 22,963 \text{ min} \approx 23 \text{ min}$$

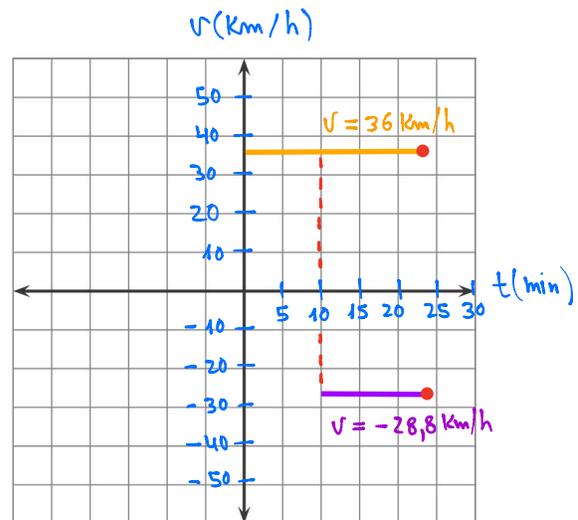
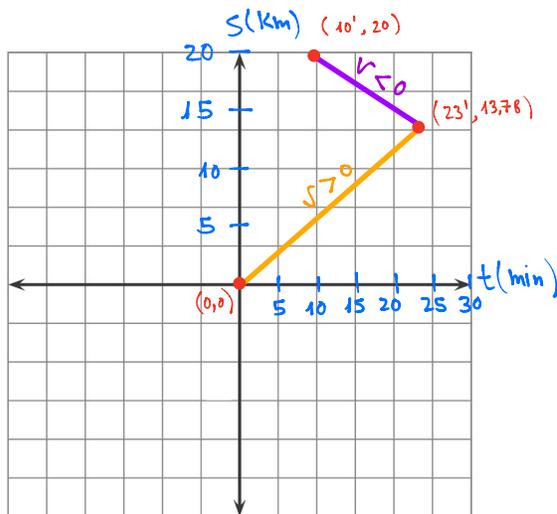
$$s = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,3827 \text{ h} \approx 13,78 \text{ km} \text{ (distancia desde Navaquesera)}$$

$$\text{Del mismo modo: } s = 20 - 28,8 \cdot (0,3827 - 0,167) \text{ h} \approx 13,78 \text{ km}$$

Se encuentran a  $t = 11 \text{ h} + 23'$  (11:23h)

Juan se desplaza 13,78 km

Ángel recorre:  $20 \text{ km} - 13,78 \text{ km} = 6,22 \text{ km}$



En la gráfica tomo como tiempo  $t_0 = 0$ , las 11h.

Obsérvese que la segunda bicicleta, sale 10' más tarde.

15.- Una esquiadora desciende una pendiente partiendo del reposo. Determina la aceleración media que ha llevado sabiendo que tarda 1 minuto en llegar al pie de la pendiente con una velocidad de 6 m/s.

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{(6 - 0) \text{ m/s}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{6}{60} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,1 \text{ m/s}^2$$

16.- Un avión aterriza sobre una pista rectilínea. En el momento en el que sus ruedas tocan el suelo lleva una velocidad de 250 km/h y se detiene en 30 s. Calcula su aceleración media y analiza el signo del resultado.

$$v_0 = 250 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \approx 69,4 \text{ m/s}$$

Frena hasta detenerse, luego  $v(\text{final}) = 0 \text{ m/s}$

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{0 - 69,4}{30} = -2,3 \text{ m/s}^2$$

17.- Cierta modelo de avión precisa, como mínimo, una velocidad de 300 km/h para iniciar el despegue. si partiendo del reposo tarda 30 s en despegar, calcula:

- La aceleración, que se supone constante, que los motores proporcionan al avión.
- La longitud mínima que debe tener la pista de aterrizaje para que pueda despegar.

$$a) a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{83,3 - 0}{30 - 0} = 2,78 \text{ m/s}^2$$

$$300 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 83,3 \text{ m/s}$$

$$b) s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$s = 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2,78 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (30 \text{ s})^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,78 \cdot 900 \text{ m} = 1251 \text{ m}$$

18.- Un patinador parte del reposo y acelera a lo largo de 50 m hasta alcanzar una velocidad de 18 km/h. Calcula la aceleración que lleva y el tiempo que ha empleado en recorrer esa distancia.

$$18 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 5 \text{ m/s} ; t_0 = 0 \quad v_0 = 0 \quad s_0 = 0 \quad \Delta s = 50 \text{ m}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \quad (5 \text{ m/s})^2 = 0^2 + 2 \cdot a \cdot 50 \text{ m} \Rightarrow a = \frac{25}{2 \cdot 50} = 0,25 \text{ m/s}^2$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow 50 = \frac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{50 \cdot 2}{0,25}} = \pm 20 \text{ s} \text{ (sólo el positivo)}$$

$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{5 - 0}{0,25} = 20 \text{ s}$$

19.- Un conductor de un vehículo que circula a 20 m/s observa un desprendimiento de rocas en la autovía por la que circula y se ve obligado a frenar en 10 s.

- ¿De que tipo de movimiento se trata?
- Calcula la aceleración de frenado.
- Calcula el espacio que recorre antes de detenerse totalmente.

a) m.r.u.v (frenado o decelerado)

$$b) a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{0 - 20}{10 - 0} = -2 \text{ m/s}^2 \text{ (negativa porque decelera)}$$

c) 1<sup>er</sup> método

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$\Delta s = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a}$$

$$\Delta s = \frac{0 - 20^2}{2 \cdot (-2)} = \frac{400}{4} = 100 \text{ m}$$

2<sup>o</sup> método

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$\Delta s = s - s_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$\begin{aligned} \Delta s &= 20 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot (-2) \cdot 10^2 = \\ &= 200 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 100 = 200 - 100 = 100 \text{ m} \end{aligned}$$

20.- El maquinista de un tren, que lleva una velocidad de 72 km/h, se ve obligado a frenar por que ve un coche averiado a 150 m en la vía por la que se desplaza. Suponiendo que la aceleración de frenado es constante, identifica de qué tipo de movimiento se trata. Calcula el valor de la aceleración, el tiempo que tarda en frenar y si logrará detenerse a tiempo para no impactar contra el coche.

SOL:  $a = -1,33 \text{ m/s}^2$        $t = 15 \text{ s}$

Las ecuaciones de un mrua son:

$$\left. \begin{aligned} s &= s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v &= v_0 + a \cdot t \\ v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \end{aligned} \right\}$$

$$v_0 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 20 \text{ m/s}$$

$$s_0 = 0; s = 150 \text{ m}; v(\text{final}) = 0 \text{ frena hasta detenerse}$$

El movimiento es rectilíneo uniformemente decelerado (frenado).

Como no conocemos el tiempo, usaremos la 3<sup>a</sup> ecuación:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta s} = \frac{0^2 - 20^2}{2 \cdot (150 - 0)}$$

$$a = -\frac{400}{300} = -1,33 \text{ m/s}^2$$

Calculamos el tiempo a partir de la ecuación de la velocidad:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 20}{-1,33} \approx 15 \text{ s}$$

21.- Un móvil se desplaza en línea recta desde un punto situado a 2 m del origen con una velocidad inicial de 3 m/s y una aceleración constante de 2 m/s<sup>2</sup>. Representa las gráficas s-t y v-t de dicho movimiento.

Las ecuaciones de un mrua son:

$$\left. \begin{aligned} s &= s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v &= v_0 + a \cdot t \\ v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \end{aligned} \right\} \text{ecs. de movimiento}$$

$$\left. \begin{aligned} s(0s) &= s_0 = 2 \text{ m} \\ v(0s) &= v_0 = 3 \text{ m/s} \\ a &= a_c = 2 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \right\} \text{Condiciones iniciales}$$

$$s = 2 + 3 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 = 2 + 3t + t^2$$

$$s(1s) = 2 + 3 + 1^2 = 6 \text{ m}$$

$$s(2s) = 2 + 3 \cdot 2 + 2^2 = 12 \text{ m}$$

$$s(3s) = 2 + 3 \cdot 3 + 3^2 = 20 \text{ m}$$

$$s(4s) = 2 + 3 \cdot 4 + 4^2 = 30 \text{ m}$$

$$s(5s) = 2 + 3 \cdot 5 + 5^2 = 42 \text{ m}$$

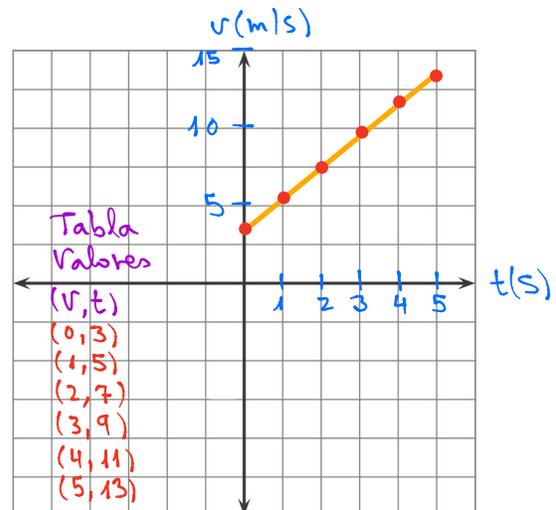
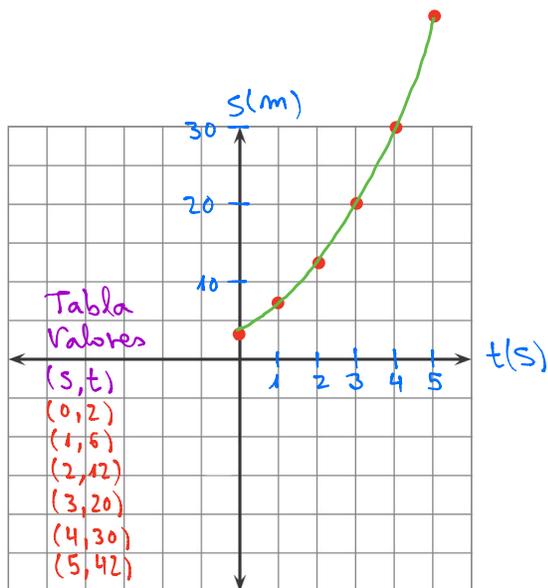
$$v = 3 + 2 \cdot t$$

$$v(1s) = 3 + 2 \cdot 1 = 5 \text{ m/s}$$

$$v(2s) = 3 + 2 \cdot 2 = 7 \text{ m/s}$$

⋮

$$v(5s) = 3 + 2 \cdot 5 = 13 \text{ m/s}$$



22.- Considerando que el estrecho de Gibraltar mide 14,4 km.

a) Calcula el tiempo que tardaría en cruzarlo un pez espada que puede alcanzar velocidades de 130 km/h cuando se desplaza por el mar.

b) ¿Cuánto tardaría el nadador David Meca en realizar esta travesía si nada a una velocidad de 8 km/h.

c) ¿De que tipo de movimiento se trata en ambos casos?

$$a) v = 130 \frac{\text{km}}{\text{h}} \text{ (m.r.u.) } \Delta = s - s_0 = 14,4 \text{ km}$$

$$s = s_0 + v \cdot (t - t_0) \text{ Supongo que } t_0 = 0$$

$$t = \frac{s - s_0}{v} = \frac{\Delta s}{v} = \frac{14,4 \text{ km}}{130 \frac{\text{km}}{\text{h}}} \approx 0,11 \text{ h} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = 6,6 \text{ min}$$

$$b) t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{14,4 \text{ km}}{8 \frac{\text{km}}{\text{h}}} \approx 1,8 \text{ h} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = 108 \text{ min}$$

c) Es un m.r.u. (movimiento rectilíneo uniforme)

35.- Desde lo alto de un edificio de 50 m de altura se deja caer una pelota.

a) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo?

b) ¿Con qué velocidad llegará? (cae desde el reposo si no se dice lo contrario)

$$\left. \begin{aligned} h &= h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ v &= v_0 + g \cdot t \end{aligned} \right\} \text{ecs. de movimiento}$$

$$\left. \begin{aligned} t_0 &= 0 & h_0 &= 50 \text{ m} \\ v_0 &= 0 \\ h &= 0 \text{ m} \end{aligned} \right\} \text{Condiciones iniciales}$$

$g = -9,8 \text{ m/s}^2$

posición final: el suelo

$$0 = 50 + 0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 = 50 - 4,9 \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{-50}{-4,9} = 10,19 \Rightarrow t = \pm \sqrt{10,19} \approx \pm 3,2 \text{ s}$$

Sólo utilizo el valor positivo

$$v = v_0 + g \cdot t = 0 - 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3,2 \text{ s} \approx -31,4 \text{ m/s}$$

desciende

También:  $v^2 = v_0^2 + 2g\Delta h \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2g\Delta h} = \sqrt{0^2 + 2 \cdot (-9,8) \cdot (0 - 50)} \approx \pm 31,4 \text{ m/s}$

Es el negativo

36.- Se lanza verticalmente hacia arriba, desde el suelo, una piedra con velocidad inicial de 20 m/s. Calcula qué altura alcanza y que tiempo tarda en llegar a esa altura.

se detiene al alcanzar la altura máxima

Las ecuaciones de un m.r.u.a vertical son:

$$\left. \begin{aligned} h &= h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ v &= v_0 + g \cdot t \\ v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h \end{aligned} \right\}$$

$v_0 = 20 \text{ m/s}$  (positiva porque sube o asciende)  
 $v$  (velocidad final) es cero porque se detiene

$$\left. \begin{aligned} h &= 0 + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 \\ 0 &= 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} h &= 20t - 4,9t^2 \\ 0 &= 20 - 9,8t \end{aligned} \right\}$$

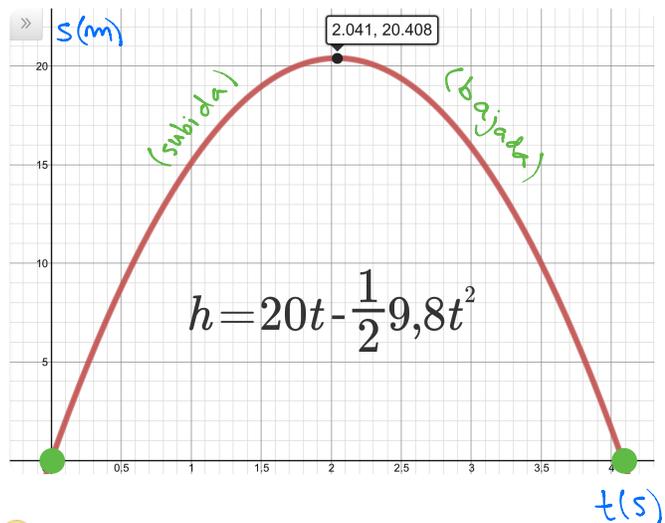
$$t = \frac{-20}{-9,8} \approx 2,04 \text{ s}$$

$$h = 20 \cdot 2,04 - 4,9 \cdot (2,04)^2$$

$$h \approx 20,41 \text{ m}$$

También:  $v^2 = v_0^2 + 2g\Delta h$

$$\Delta h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} = \frac{0 - 20^2}{2 \cdot (-9,8)} \approx 20,41 \text{ m}$$



Nótese que la velocidad media del trayecto es:  $v_m = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{20 + 0}{2} = 10 \text{ m/s}$

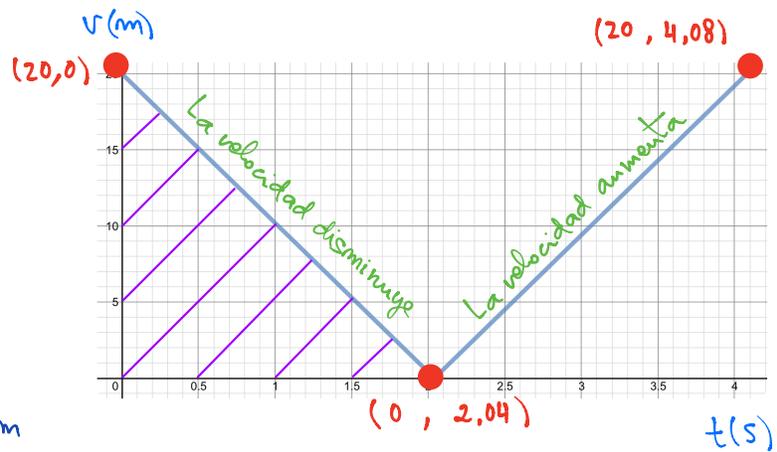
También  $v_m = \frac{s - s_0}{t - t_0} = \frac{20,41 - 0}{2,04 - 0} \approx 10 \text{ m/s}$

Es la velocidad equivalente de un m.r.u.



Nótese que el área bajo la gráfica (en este caso un triángulo) es igual al espacio recorrido:

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \\ &= \frac{2,04 \text{s} \cdot 20 \text{m/s}}{2} \approx 20,4 \text{m} \end{aligned}$$



37.- ¿Cuál es la velocidad con la que llega al suelo una pelota que se dejó caer libremente desde una altura de 20 m? ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo?

SOL: v = -19,8 m/s b) t = 2,02 s.

Las ecuaciones de un mrna vertical son:

$$\left. \begin{aligned} h &= h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ v &= v_0 + g \cdot t \\ v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h \end{aligned} \right\} \begin{aligned} v_0 &= 0 \text{ m/s (se deja caer y por lo tanto está en reposo)} \\ h_0 &= 20 \text{ m ; } h = 0 \text{ (posición final: el suelo)} \\ t_0 &= 0 ; \Delta h = 0 - 20 \text{ m} = -20 \text{ m} \end{aligned}$$

a)  $v^2 = 0^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot (-20)$

$$v^2 = 2 \cdot (-9,8) \cdot (-20) = 392$$

$$v = \pm \sqrt{392} \approx \pm 19,8 \text{ m/s} \quad \text{La solución es } v = -19,8 \text{ m/s (sol. negativa porque desciende).}$$

b)  $0 = 20 + 0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2$

$$0 = 20 - 4,9 t^2 \Rightarrow 4,9 t^2 = 20$$

$$t = \pm \sqrt{\frac{20}{4,9}} = \pm 2,02 \text{ s (consideramos sólo la solución positiva porque el tiempo inicial es } t_0 = 0 \text{).}$$

$$t = 2,02 \text{ s}$$

38.- Un cuerpo de 100 kg cae libremente desde una altura de 100 m. ¿ Qué velocidad y altura lleva al cabo de 1 s? ¿Y a los 3 s?

Las ecuaciones de un mrna vertical son:

$$\left. \begin{aligned} h &= h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ v &= v_0 + g \cdot t \\ v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h \end{aligned} \right\} \begin{aligned} h_0 &= 100 \text{ m} \\ v_0 &= 0 \text{ (cae desde el reposo si no se dice lo contrario)} \\ \text{El movimiento es de caída vertical: } g &= -9,8 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Velocidad:

$$v = 0 - 9,8 \cdot t$$

$$v(1s) = -9,8 \cdot 1 = -9,8 \text{ m/s}$$

$$v(3s) = -9,8 \cdot 3 = -29,4 \text{ m/s}$$

Altura:

$$h = 100 + 0 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 = 100 - 4,9 \cdot t^2$$

$$h(1s) = 100 - 4,9 \cdot 1^2 = 95,1 \text{ m}$$

$$h(3s) = 100 - 4,9 \cdot 3^2 = 55,9 \text{ m}$$

39.- Una piedra lanzada verticalmente desde el suelo alcanza una altura de 30 m. Calcula la velocidad inicial con que se lanzó y el tiempo que ha tardado en llegar a esa altura.

Las ecuaciones de un mrna vertical son:

$$\left. \begin{aligned} h &= h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ v &= v_0 + g \cdot t \\ v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h \end{aligned} \right\} \begin{aligned} h_0 &= 0 \quad h = 30 \text{ m (altura final)} \\ v_0 &= ? \quad v = 0 \text{ (se detiene al alcanzar la altura máxima).} \\ t &= ? \end{aligned}$$

Velocidad:  $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h$

$$0^2 = v_0^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 30$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 30} = \pm 24,25 \text{ m/s}$$

$$v_0 = 24,25 \text{ m/s}$$

Tomamos el valor positivo porque asciende

Tiempo:  $v = v_0 + g \cdot t$

$$0 = 24,25 - 9,8 \cdot t$$

$$t = \frac{24,25}{9,8} \simeq 2,47 \text{ s}$$

40.- En el parque de atracciones hay un ascensor que cae desde 80 m de altura en caída libre. Si el sistema que lo frena empieza a actuar en la mitad del recorrido, calcula:

- a) El tiempo que dura la caída libre.  
 b) La velocidad máxima que alcanza.  
 c) La aceleración media de frenado hasta que se detiene.

SOL: a)  $t = 2,86$  s    b)  $v = -28$  m/s    c)  $a = -9,8$  m/s<sup>2</sup>

Las ecuaciones de un mrna vertical son:

$$\left. \begin{aligned} h &= h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ v &= v_0 + g \cdot t \\ v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h \end{aligned} \right\} \begin{aligned} h_0 &= 80 \text{ m}, \quad g = -9,8 \text{ m/s}^2 \\ &\text{A } 40 \text{ m empieza a actuar el freno.} \end{aligned}$$

a) La caída libre tiene lugar en los primeros 40m.  $h_0 = 80$  m,  $h = 40$  m,  $v_0 = 0$  m/s

$$\begin{aligned} 40 &= 80 + 0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 \\ -40 &= -4,9 t^2 \\ t &= \pm \sqrt{\frac{40}{4,9}} \approx 2,86 \text{ s (valor positivo)} \end{aligned}$$

b)  $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h$ ,  $\Delta h = h - h_0 = 40 - 80 = -40$  m

$$\begin{aligned} v^2 &= 0 - 2 \cdot 9,8 \cdot (-40) = 2 \cdot 9,8 \cdot 40 \\ v &= -\sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 40} = -28 \text{ m/s (hacia abajo)} \end{aligned}$$

c) En este tramo, cambian las posiciones inicial y final.

$$h_0 = 40 \text{ m}, \quad h = 0 \text{ m} \Rightarrow \Delta h = h - h_0 = -40 \text{ m}$$

$$v_0 = -28 \text{ m/s} \quad v = 0$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta h$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta h} = \frac{0 - (-28)^2}{2 \cdot (-40)} = -9,8 \text{ m/s}^2 \text{ (negativa porque frena)}$$

41.- Para hallar la altura de una torre se deja caer un objeto desde su punto más alto y se mide que tarda 6 s en llegar al suelo. ¿Cuál es la altura de la torre? m.r.u.a (caída libre)

$$h = h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \left\{ \begin{aligned} v_0 &= 0 \text{ (se deja caer)} \quad t_0 = 0 \quad h = 0 \text{ (el suelo)} \\ h_0 &\text{ es la posición inicial y, por tanto, la altura de la torre.} \end{aligned} \right.$$

$$0 = h_0 + 0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 \Rightarrow h_0 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 6^2 = 176,4 \text{ m}$$

42.- Desde una altura de 200 m se lanza verticalmente hacia abajo una piedra con una velocidad inicial de 3 m/s. escribe las ecuaciones de su velocidad y de su posición en función del tiempo y después:

- Calcula el tiempo que tarda en llegar al suelo.
- Determina la velocidad con que llega.
- Analiza el signo de esta velocidad.

Las ecuaciones de un mrna vertical son:

$$\left. \begin{aligned} h &= h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ v &= v_0 + g \cdot t \\ v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h \end{aligned} \right\} \begin{aligned} h_0 &= 200 \text{ m} , \quad g = -9,8 \text{ m/s}^2 , \quad h = 0 \text{ (el suelo)} \\ v_0 &= -3 \text{ m/s} \text{ (signo negativo porque es hacia abajo)} \end{aligned}$$

a)  $h = h_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

$$0 = 200 - 3 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2$$

$$0 = 200 - 3 \cdot t - 4,9 t^2 \quad \leftarrow \text{Lo reescribo en forma de ecuación de } 2^{\text{o}} \text{ grado con el signo cambiado}$$

$$4,9 t^2 + 3 t - 200 = 0$$

$$t = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 4,9 \cdot (-200)}}{2 \cdot 4,9} \approx \frac{-3 \pm 62,68}{9,8} \begin{cases} 6,08 \text{ s} \approx 6,1 \text{ s} & \frac{-3 + \sqrt{9 + 4 \cdot 4,9 \cdot 200}}{9,8} \approx 6,08997 \\ -6,7 \text{ s} & \text{(No tiene sentido el resultado negativo)} \end{cases}$$

b)  $v = v_0 + g \cdot t$

$$v = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6,1 \text{ s} = -62,78 \text{ m/s} \approx -63 \text{ m/s}$$

c) La velocidad es negativa porque desciende.