

Trabajo y Energía

$$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{\Delta s}| \cdot \cos \alpha = F \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha \quad \text{Trabajo (Julios)} \quad 1J = 1N \cdot 1m$$

$$P = \frac{W}{t} \quad \text{Potencia} \quad (1 \text{ Vatio} = \frac{1 \text{ Julio}}{1 \text{ seg}}); \quad 1W = 1J/s$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{Energía cinética}$$

$$E_p = mgh \quad \text{Energía potencial}$$

$$W = \Delta E_c = -\Delta E_p$$

$$E_{c2} - E_{c1} = -(E_{p2} - E_{p1}) = -E_{p2} + E_{p1}$$

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2} \quad (\text{No hay rozamiento})$$

Definimos la función: $E_m = E_c + E_p$ Energía mecánica

$$E_{m1} = E_{m2} \quad \text{Conservación de la energía mecánica}$$

$$W = \Delta E_c \quad \text{Se cumple siempre (todo tipo de fuerzas)}$$

$$W = -\Delta E_p \quad \begin{array}{l} \text{Se cumple con fuerzas conservativas, es decir, no disipativas.} \\ \text{Se cumple cuando no hay rozamiento.} \end{array}$$

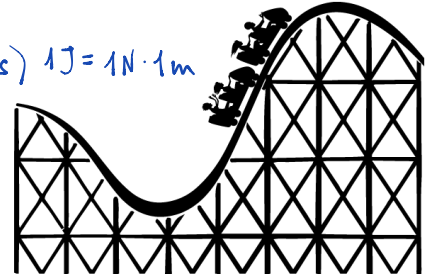
Cuando hay rozamiento se disipa parte de la energía en forma de calor y por tanto NO se conserva la energía mecánica.

$$E_{m1} = E_{m2} + W_{F_{roz}}, \quad \text{siendo } E_{m1} > E_{m2}$$

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2} + W_{F_{roz}} \quad (\text{hay rozamiento})$$

Conservación de la energía mecánica generalizada.

Se incluye el trabajo del rozamiento que genera energía térmica (disipativa).



1 $\equiv$ posición inicial

2 $\equiv$ posición final



James Prescott Joule

EJERCICIOS RESUELTOS

1.- ¿Puede ser nulo el trabajo si no lo son ni la fuerza ni el desplazamiento? ¿Puede ser un trabajo negativo? Pon ejemplo.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{\Delta s} = |\vec{F}| \cdot |\vec{\Delta s}| \cdot \cos \alpha = F \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha$$

perpendicular

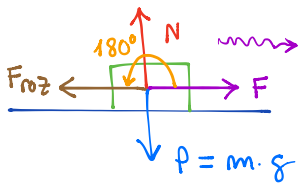


Si $F \neq 0$ y $\Delta s \neq 0$, $W = 0$ si $\cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ \vec{F} \perp \vec{\Delta s}$

El trabajo puede ser negativo si la fuerza y el desplazamiento van en sentidos opuestos, es decir, si forman un ángulo de 180° .

$\cos 180^\circ = -1$. También para α si $\cos \alpha < 0$

2.- Calcula el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento cuando arrastras un bloque de 15 kg de masa una distancia de 5 m sobre un suelo horizontal. El coeficiente de rozamiento entre el suelo y el bloque es 0,1. SOL: - 73,5 J



$$W_{F_{roz}} = F_{roz} \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha = - F_{roz} \cdot \Delta s$$

$$\alpha = 180^\circ \text{ (} \vec{F}_{roz} \text{ se opone al desplazamiento)}$$

$$\cos 180^\circ = -1$$

En vertical: $\sum F_y = 0 \Rightarrow N - P = 0 \Rightarrow N = P = m g$

$$F_{roz} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$$

$$W_{F_{roz}} = - F_{roz} \cdot \Delta s = - \mu m g \Delta s =$$

$$= - 0,1 \cdot 15 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} = - 73,5 \text{ J}$$

3.- Calcula la energía cinética de un vehículo de 500 kg de masa que circula a una velocidad de 90 km/h. SOL: 156 250 J.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 500 \text{ kg} \cdot \left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 156.250 \text{ J}$$

$$v = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 25 \text{ m/s}$$

4.- Un vehículo de 600 kg de masa que circula por una carretera recta y horizontal incrementa su velocidad de 10 m/s a 20 m/s. ¿Cuál es el trabajo que ha realizado el motor?

SOL: 90000 J

$$W = \Delta E_c \quad W = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot (20^2 - 10^2) = \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot (400 - 100) = 90.000 \text{ J} = 9 \cdot 10^4 \text{ J}$$

5.- ¿Cuál es la variación de energía cinética que experimenta un atleta de 60 kg de masa cuando incrementa su velocidad de 1,5 m/s a 2,75 m/s? SOL: 159,375 J

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \times 60 \times (2,75^2 - 1,5^2) = 159,375 \text{ J} \approx 159,4 \text{ J}$$

6.- Un bloque de piedra de 100 kg está situado sobre un plano liso y horizontal. Si se ejerce sobre él una fuerza constante de 25 N durante un recorrido de 25 m, calcula la energía cinética y la velocidad que ha adquirido. SOL: 625 J; 3,54 m/s.

Método mecánico: Trabajo y Energía

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha. \text{ En este caso } \alpha = 0^\circ \text{ pues } \vec{F} \parallel \vec{\Delta s} \text{ (paralelos)}$$

$$W = 25 \text{ N} \cdot 25 \text{ m} = 625 \text{ J}$$

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 - 0 \Rightarrow v^2 = \frac{2W}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 625}{100}} \approx 3,53553$$

parte del reposo ↗

$$v \approx 3,54 \text{ m/s}$$

Método dinámico: Fuerzas

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{25 \text{ N}}{100 \text{ kg}} = 0,25 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 = \underset{0}{v_0^2} + 2as \Rightarrow v = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \times 0,25 \times 25} \approx 3,53553 \approx 3,54 \text{ m/s}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times (3,54)^2 = 626,58 \text{ J} \text{ (tenemos algo de error por no coger más decimales)}$$

7.- ¿Cuál es la variación de energía cinética de un vehículo de 500 kg de masa que circula a 100 km/h y frena hasta detenerse? ¿Cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza de frenado?
 SOL: -191 901,2 J; 191 901,2 J

$$V_1 = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \simeq 27,778 \text{ m/s} ; V_2 = 0 \text{ (se detiene)}$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 500 \times (0^2 - 27,778^2) = -192904,321 \text{ J}$$

$$W_{fr} = F_{fr} \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha ; \alpha = 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha = -1$$

$$W_{fr} = -(-192904,3 \text{ J}) = 192904,3 \text{ J} \text{ (la fuerza es opuesta al desplazamiento).}$$

8.- Calcula la energía potencial de un saltador si su masa es de 45 kg y está situado en un trampolín a 10 m de altura sobre la superficie del agua. ¿Qué trabajo realiza el saltador al caer a la piscina? SOL: 4410 J; 4410 J

$$E_p = mgh$$

$$E_{p1} = 45 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m} = 4410 \text{ J}$$

$$W = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1}) = -E_{p2} + E_{p1} = 4410 \text{ J}$$

o porque $h = 0$

$W > 0$ El campo realiza el trabajo de forma espontánea.

9.- Una grúa eleva una viga de 100 kg de masa desde el suelo hasta una altura de 20 m.
 a) ¿Qué trabajo realiza la grúa para elevar la viga?
 b) ¿Cuál es el valor de la energía potencial?
 SOL: -19 600 J; 19 600 J

$$W = -\Delta E_p$$

$$= -(E_{p2} - E_{p1}) = -E_{p2} + E_{p1} \Rightarrow$$

o porque $h = 0$

$$W = -E_{p2} = -mgh = -100 \cdot 9,8 \cdot 20 = -19600 \text{ J}$$

$W < 0$ Realizamos el trabajo en contra de las fuerzas del campo.

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 19600 \text{ J}$$

Nota: $W > 0$ El campo realiza el trabajo de forma espontánea.

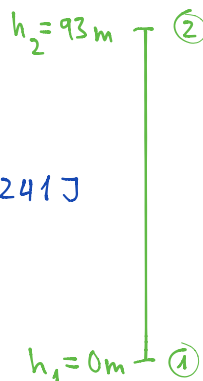
$W < 0$ Realizamos el trabajo en contra de las fuerzas del campo.

10.- Un joven de 65 kg sube a la Giralda de Sevilla, cuya altura es de 93 m. ¿Qué trabajo es necesario para realizar esta ascensión? ¿Qué energía potencial tiene en el punto más alto de la subida? SOL: 59 241 J

$$W = -\Delta E_p = E_{p1} - E_{p2}$$

$$W = m \cancel{g} \cancel{h_1} - m g h_2 = -65 \cdot 9,8 \cdot 93 = -59241 \text{ J}$$

$$E_{p2} = m \cdot g \cdot h_2 = 59241 \text{ J}$$



Giralda de Sevilla

11.- ¿Qué trabajo realizas cuando subes una bolsa de la compra, cuya masa es de 4,5 kg, desde el suelo hasta el mostrador que está a una altura de 90 cm? ¿Qué trabajo has realizado para trasladar una bolsa por el pasillo de tu casa? SOL: -39,7 J; 0

$$h = 90 \text{ cm} = 0,9 \text{ m}$$

$$W = -\Delta E_p = E_{p1} - E_{p2} = -m \cdot g \cdot h = -4,5 \cdot 9,8 \cdot 0,9 \approx -39,7 \text{ J}$$

0 pues $h_1 = 0$

Si la fuerza sólo actúa en vertical, es perpendicular al pasillo, luego $W = 0$

12.- Un cuerpo de 10 kg cae desde una altura de 20 m:

a) ¿Cuál es la energía potencial cuando está a una altura de 10 m? ¿Qué velocidad tiene en ese mismo instante?

b) ¿Con qué velocidad llega al suelo?

SOL: a) 980 J; 14 m/s b) 19,8 m/s

$$a) E_{p2} = m \cdot g \cdot h_2 = 10 \cdot 9,8 \cdot 10 = 980 \text{ J}$$

Por el principio de conservación de la energía mecánica:

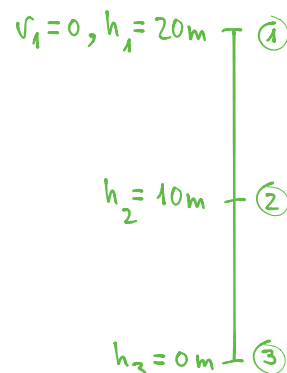
$$E_{m1} = E_{m2} \Rightarrow E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

0 pues $v_1 = 0$

$$\frac{1}{2} m \cdot 0^2 + m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$$

$$g h_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + g h_2 \Rightarrow v_2^2 = 2g(h_1 - h_2)$$

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 10} = 14 \text{ m/s}$$



2º método: cinemática

$$v^2 = v_0^2 + 2a \Delta S \Rightarrow v_2^2 = 0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S ,$$

$$a = g = -9.8 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta S = h_2 - h_1 = 10 - 20 = -10 \text{ m}$$

$$v_2^2 = 2 \cdot (-9.8) \cdot (-10) = 2 \cdot 9.8 \cdot 10$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 10} = 14 \text{ m/s}$$

b) Velocidad con que llega al suelo.

Por el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{m_1} = E_{m_3} \Rightarrow \cancel{E_{c_1}} + E_{p_1} = E_{c_3} + \cancel{E_{p_3}}$$

$\downarrow$ 0 pues $v_1 = 0$ $\downarrow$ 0 pues $h_3 = 0$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} \cdot 0^2 + \cancel{m} \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cancel{m} v_3^2 + \cancel{m} g \cdot 0$$

$$g h_1 = \frac{1}{2} v_3^2 \Rightarrow v_3^2 = 2 g h_1$$

$$v_3 = \sqrt{2 g h_1} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 20} \simeq 19.8 \text{ m/s}$$

$$v_1 = 0, h_1 = 20 \text{ m} \quad \textcircled{1}$$

$$h_2 = 10 \text{ m} \quad \textcircled{2}$$

$$h_3 = 0 \text{ m} \quad \textcircled{3}$$

2º método: cinemática

$$v^2 = v_0^2 + 2a \Delta S \Rightarrow v_2^2 = 0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S ,$$

$$a = g = -9.8 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta S = h_3 - h_1 = 0 - 20 = -20 \text{ m}$$

$$v_2^2 = 2 \cdot (-9.8) \cdot (-20) = 2 \cdot 9.8 \cdot 20$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 20} \simeq 19.8 \text{ m/s}$$

13.- Un cuerpo de 5 kg de masa cae desde una altura de 100 m. Responde a estas preguntas:

a) ¿Cuál es la energía potencial antes de caer?

b) ¿Cuál es la energía potencial cuando se encuentra a 50 m? ¿Qué velocidad tiene en ese momento?

c) ¿Con qué velocidad llega al suelo?

SOL: 4 900 J b) 2 450 J; 31,3 m/s c) 44,3 m/s

$$a) E_{p1} = mgh_1 = 5 \cdot 9,8 \cdot 100 = 4900 \text{ J}$$

$$b) E_{p2} = mgh_2 = 5 \cdot 9,8 \cdot 50 = 2450 \text{ J}$$

Por el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{m1} = E_{m2} \Rightarrow E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

$\downarrow$
0 pues $v_1 = 0$

$$\frac{1}{2} m \cdot 0^2 + m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2$$

$$gh_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + gh_2 \Rightarrow v_2^2 = 2g(h_1 - h_2)$$

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot (100 - 50)} \simeq 31,3 \text{ m/s}$$

c) Por el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_{m1} = E_{m3} \Rightarrow E_{c1} + E_{p1} = E_{c3} + E_{p3}$$

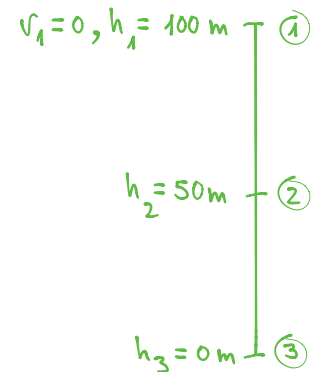
$\downarrow$
0 pues $v_1 = 0$

$\downarrow$
0 pues $h_3 = 0$

$$\frac{1}{2} m \cdot 0^2 + m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} m v_3^2 + mgs \cdot 0$$

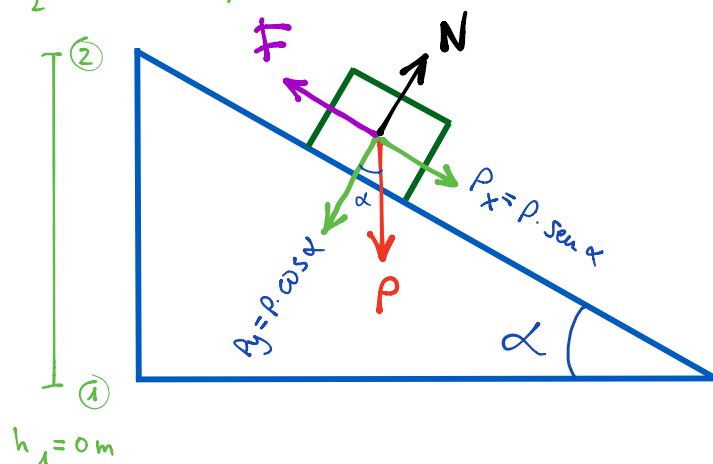
$$gh_1 = \frac{1}{2} v_3^2 \Rightarrow v_3^2 = 2gh_1$$

$$v_3 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 100} \simeq 44,3 \text{ m/s}$$



14.- Se necesita subir una caja de 2 500 N de peso a un camión que está a una altura de 120 cm sobre el suelo. Diseña un plano inclinado para que la fuerza necesaria para subir la caja no sea superior a 550 N. Suponemos que no hay rozamiento.

$$h_2 = 120 \text{ cm} = 1,2 \text{ m}$$



$$W = -\Delta E_p = E_{p1} - E_{p2} = -m \cdot g \cdot h_2 = -2500 \text{ N} \cdot 1,2 \text{ m} = -3000 \text{ J}$$

0 pues $h_1 = 0$ $\underbrace{g}_{P}$

Éste es el trabajo que debe realizar la fuerza de 550 N, pero la contrarresta el peso P_x :

$$\sin \alpha = \frac{h}{\Delta s} \Rightarrow \Delta s = \frac{h}{\sin \alpha} \text{ (por trigonometría)}$$

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos \varphi \quad \text{En este caso, los vectores } \vec{F} \text{ y } \Delta \vec{s} \text{ son paralelos } (\varphi = 0^\circ)$$

$$W = (F - P \sin \alpha) \cdot \Delta s = (F - P \sin \alpha) \cdot \frac{h}{\sin \alpha}$$

$$\frac{W}{h} \cdot \sin \alpha = F - P \sin \alpha$$

$$\sin \alpha \left(\frac{W}{h} + P \right) = F \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F}{\frac{W}{h} + P} = \frac{550}{\frac{3000}{1,2} + 2500} = 0,11$$

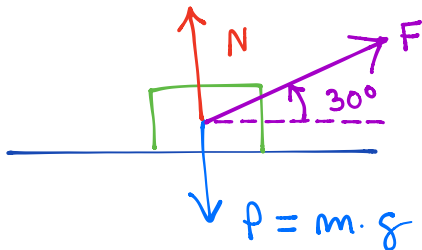
Tomamos el trabajo positivo

También se puede resolver
sustituyendo $W = mgh$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{F}{mg + P} = \frac{F}{2mg}$$

$$\alpha = \arcsin 0,11 \approx 6,32^\circ$$

15.- Un operario traslada un bloque de 50 kg de masa una distancia de 5 m sobre una superficie horizontal, sin rozamiento, mediante un cable que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si el operario aplica una fuerza equivalente al peso del cuerpo, calcula el trabajo realizado. SOL: 2 121,8 J



$$W = F \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha$$

En este caso $F = P = m \cdot g$

$$W = \underbrace{50 \text{ Kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}_F \cdot \underbrace{5 \text{ m}}_{\Delta S} \cdot \cos 30^\circ \simeq 2121,8 \text{ J}$$

16.- Pretendes arrastrar un baúl de 14 kg de masa a una distancia de 4 m sobre el suelo horizontal cuyo coeficiente de rozamiento con el baúl es 0,1. ¿Qué trabajo realiza la fuerza de rozamiento? SOL: -54,9 J

$$W_{\text{roz}} = F_{\text{roz}} \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta S = -0,1 \cdot 14 \cdot 9,8 \cdot 4 \simeq -54,9 \text{ J}$$

$$\alpha = 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha = -1$$

$$F_{\text{roz}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$$

$$N - P = 0 \Rightarrow N = P = m \cdot g$$

17.- Una fuerza de 25 N actúa sobre un cuerpo de 10 kg de masa que se desplaza sobre el suelo horizontal en la misma dirección de la fuerza. Si el cuerpo se desplaza 10 m y el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie es 0,1, determina:

- Trabajo realizado por la fuerza aplicada.
- El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.
- Trabajo total.

SOL: a) 250 J b) -98 J c) 152 J

$$W = F \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha$$

$$a) W_F = 25 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} \cdot \cos 0^\circ = 250 \text{ J}$$

$$b) W_{\text{roz}} = F_{\text{roz}} \cdot \Delta S \cdot \cos 180^\circ = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta S = -0,1 \cdot 10 \cdot 9,8 \cdot 10 = -98 \text{ J}$$

$$\alpha = 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha = -1$$

$$F_{\text{roz}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$$

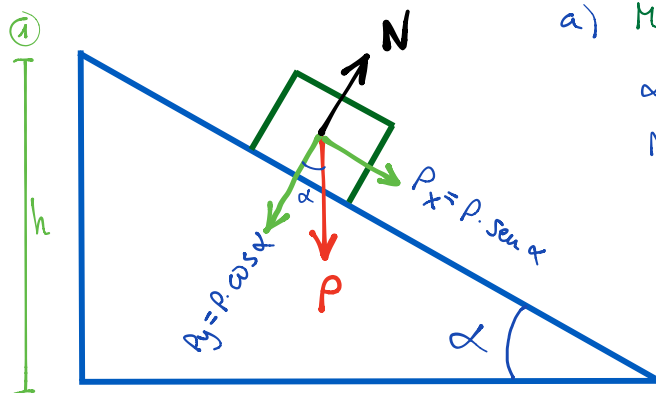
$$N - P = 0 \Rightarrow N = P = m \cdot g$$

$$c) W_T = 250 \text{ J} - 98 \text{ J} = 152 \text{ J}$$

Estudio del plano inclinado: métodos dinámico (fuerza) y mecánico (energía)

Un vagón de 250 kg situado en la cima de una montaña rusa a 50m de altura, inicia su descenso por una rampa inclinada de 60° sobre la horizontal. Si no tenemos en cuenta el rozamiento:

- Calcula la aceleración con que desciende y la velocidad que alcanza por los métodos dinámico y mecánico (energía).
- Añadimos rozamiento con un coeficiente de 0,1. Vuelve a calcular la aceleración con que desciende y la velocidad que alcanza por los métodos dinámico y mecánico (energía).



a) Método dinámico

$\alpha = 60^\circ$ Rozamiento 0: $\mu = 0$
No vamos a necesitar la normal.

Eje x: $P_x = m \cdot a$
 $P \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot a$
 $m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot a$

$a = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{sen } 60^\circ \approx 8,48 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$v^2 = v_0^2 + 2a \Delta s \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2a \Delta s} = \sqrt{2 \cdot 8,48 \cdot 57,74} = 31,3 \text{ m/s}$

$\text{sen } \alpha = \frac{h}{\Delta s} \Rightarrow \Delta s = \frac{h}{\text{sen } \alpha}$ (por trigonometría)

$\Delta s = \frac{50 \text{ m}}{\text{sen } 60^\circ} = 57,74 \text{ m}$

Método mecánico: Energía

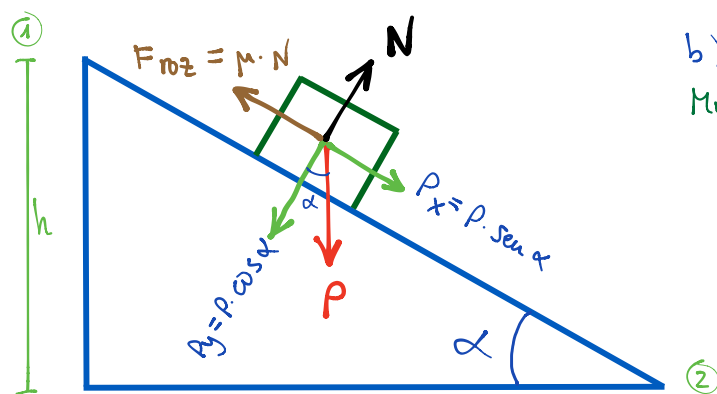
Por el principio de conservación de la energía mecánica:

$E_{m1} = E_{m2} \Rightarrow E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$
 $0 \text{ pues } v_1 = 0$ $0 \text{ pues } h = 0$

$mgh = \frac{1}{2}mv_2^2$

$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 50} = 31,3 \text{ m/s}$

$v^2 = v_0^2 + 2a \Delta s \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta s} = \frac{31,3^2}{2 \cdot 57,74} \approx 8,48 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
por trigonometría



b) Con rozamiento
Método mecánico: Energía

$$E_{m1} = E_{m2} + W_{roz} \Rightarrow \cancel{E_{c1}} + E_{p1} = E_{c2} + \cancel{E_{p2}} + W_{roz}$$

$\downarrow$ 0 pues $v_1 = 0$ $\downarrow$ 0 pues $h = 0$

$$\left. \begin{aligned} W_{roz} &= F_{roz} \cdot \Delta s = \mu \cdot N \cdot \Delta s \\ N - P_y &= 0 \Rightarrow N = mg \cos \alpha \\ \Delta s &= \frac{h}{\sin \alpha} \end{aligned} \right\} W_{roz} = \mu mg \cos \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha}$$

$$\cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} v_2^2 + \mu \cancel{m} g \cos \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha}$$

$$g h = \frac{1}{2} v_2^2 + \frac{\mu \cdot g \cdot h}{\tan \alpha} \Rightarrow v_2 = \sqrt{g h \left[1 - \frac{\mu}{\tan \alpha} \right]}$$

Para calcular la aceleración, volveríamos a usar: $v^2 = v_0^2 + 2a \Delta s$

19.- Calcula cuántos kw·h y Julios se consumen cuando:

a) una estufa de 2 500 W está encendida dos horas.

b) una lavadora de 2 000 W está funcionando en un programa de 90 minutos.

SOL: a) 5 kw·h b) 3 kw·h

$$P = \frac{W}{t} \quad \text{Potencia} \quad \left(1 \text{ vatio} = \frac{1 \text{ Julio}}{1 \text{ seg}}\right); \quad 1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} \quad W = P \cdot t$$

$$a) \quad P = 2500 \text{ W} \cdot \frac{1 \text{ Kw}}{10^3 \text{ W}} = 2,5 \text{ Kw}$$

$$t = 2 \text{ h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 7200 \text{ s}$$

La energía o trabajo consumido: $W = P \cdot t$

$$W = 2500 \text{ W} \cdot 7200 \text{ s} = 18000000 \text{ J} = 1,8 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$W = 2,5 \text{ Kw} \cdot 2 \text{ h} = 5 \text{ Kw} \cdot \text{h}$$

$$1 \text{ Kw} \cdot \text{h} \cdot \frac{10^3 \text{ W}}{1 \text{ Kw}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$b) \quad 2000 \text{ W} = 2 \text{ Kw} \quad 90 \text{ min} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 1,5 \text{ h} \quad 90 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 5400 \text{ s}$$

$$W = P \cdot t = 2 \text{ Kw} \cdot 1,5 \text{ h} = 3 \text{ Kw} \cdot \text{h}$$

$$W = 2000 \text{ W} \cdot 5400 \text{ s} = 1,08 \cdot 10^7 \text{ J}$$

20.- Un motor realiza un trabajo de 1 500 J en 10 s.

a) ¿Cuál es la potencia del motor?

b) ¿En cuánto tiempo desarrollaría el mismo trabajo una máquina de 15 W?

SOL: a) 150 W b) 100 s

$$P = \frac{W}{t} \quad \text{Potencia}$$

$$a) \quad P = \frac{1500 \text{ J}}{10 \text{ s}} = 150 \text{ W} \quad b) \quad t = \frac{W}{P} = \frac{1500 \text{ J}}{15 \text{ W}} = 100 \text{ s}$$