



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2013

FÍSICA

INDICACIONES

Elegir una de las dos opciones. No deben resolverse cuestiones de opciones diferentes.

CONSTANTES FÍSICAS

Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

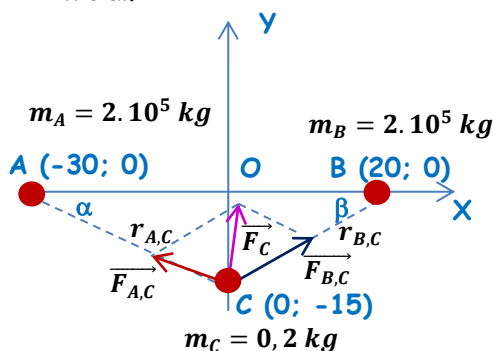
- Dos cuerpos, A y B, cada uno de ellos de masa $2 \cdot 10^5 \text{ kg}$, se encuentran fijos en dos puntos del eje de abscisas X, el cuerpo A en el punto $(-30, 0)$ y el cuerpo B en el punto $(+20, 0)$, con las distancias dadas en metros. En el punto $(0, -15)$ se encuentra una pequeña esfera de masa 0.200 kg , que puede moverse libremente.
 - [1 PUNTO] Hallar la fuerza ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la esfera en su posición inicial.
 - [0,5 PUNTOS] Hallar la aceleración que experimentará la esfera justo cuando se encuentre en el punto medio $(0, 0)$ entre las esferas A y B.
 - [0,5 PUNTOS] Enunciar y explicar brevemente el principio de superposición de fuerzas.
 - Un oscilador armónico está formado por un muelle de constante elástica $1.40 \cdot 10^3 \text{ N m}^{-1}$ y un cuerpo sólido de masa 2 kg .
 - [1 PUNTO] Si el desplazamiento de cuerpo viene descrito por la ecuación $x(t) = 0.50 \sin(2\pi \frac{t}{T} + \phi)$ hallar los valores de T y ϕ , sabiendo que en el instante inicial su posición es nula.
 - [0,5 PUNTOS] La velocidad que tiene la masa en el punto central de la oscilación.
 - [0,5 PUNTOS] Describir brevemente los intercambios de energía entre muelle y cuerpo que tienen lugar a lo largo de la oscilación.
 - Una lámina horizontal de vidrio de índice de refracción 1.66 de caras plano-paralelas, con aire encima de ella, reposa sobre una capa de agua, de índice de refracción 1.33. Sobre la lámina, incide un rayo de luz monocromática de longitud de onda 760 nm , con ángulo de incidencia de 45° . Determínese:
 - [1 PUNTO] El valor del ángulo que forma el rayo emergente de la lámina hacia el agua con la normal a la misma.
 - [1 PUNTO] La longitud de onda de la luz que atraviesa el vidrio, sabiendo que la frecuencia de la luz incidente y la frecuencia de la luz refractada son iguales.
- Datos: $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$.
- Tres cargas iguales, de $9 \mu\text{C}$ cada una, están situadas en los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 cm y 8 cm .
 - [1 PUNTO] Calcular el módulo de la fuerza que, sobre la carga situada en el vértice del ángulo recto, ejercen las otras dos cargas. Dibujar un diagrama ilustrativo, mostrando todas las fuerzas que actúan sobre esa carga.
 - [1 PUNTO] Calcular el trabajo necesario para transportar la carga situada en el vértice del ángulo recto desde su posición hasta el punto medio del segmento que une las otras dos cargas.
- Datos: $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$.
- Un fotón incide sobre un metal cuyo trabajo de extracción es 2.0 eV . La energía cinética máxima de los electrones emitidos por ese metal es 0.47 eV .
 - [1 PUNTO] Calcular la energía del fotón incidente y la frecuencia umbral de efecto fotoeléctrico del metal.
 - [1 PUNTO] Calcular cuál sería la velocidad máxima de los electrones emitidos si la longitud de onda del fotón incidente fuera 16 veces menor que la longitud de onda del fotón anterior.
- Datos: $1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo

1.- Dos cuerpos, A y B, cada uno de ellos de masa $2 \cdot 10^5 \text{ kg}$, se encuentran fijos en dos puntos del eje de abscisas X, el cuerpo A en el punto $(-30, 0)$ y el cuerpo B en el punto $(+20, 0)$, con las distancias dadas en metros. En el punto $(0, -15)$ se encuentra una pequeña esfera de masa $0,200 \text{ kg}$, que puede moverse libremente.

- a) (1 p) Hallar la fuerza ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la esfera en su posición inicial.



$$r_{A,C} = \sqrt{30^2 + 15^2} = 33,54 \text{ m}$$

$$r_{B,C} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ m}$$

$$\alpha = \arctg \frac{15}{30} = 26,56^\circ$$

$$\beta = \arctg \frac{15}{20} = 36,87^\circ$$

$$\vec{F}_C = \vec{F}_{A,C} + \vec{F}_{B,C}$$

$$\vec{F}_C = G \cdot m_C \cdot \left[\frac{m_A}{(r_{A,C})^2} \cdot (-\cos 26,56^\circ \vec{i} + \sin 26,56^\circ \vec{j}) + \frac{m_B}{(r_{B,C})^2} \cdot (\cos 36,87^\circ \vec{i} + \sin 36,87^\circ \vec{j}) \right]$$

$$\vec{F}_C = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 0,2 \cdot \left[\frac{2 \cdot 10^5}{(33,54)^2} \cdot (-\cos 26,56^\circ \vec{i} + \sin 26,56^\circ \vec{j}) + \frac{2 \cdot 10^5}{(25)^2} \cdot (\cos 36,87^\circ \vec{i} + \sin 36,87^\circ \vec{j}) \right]$$

$$\vec{F}_C = +1,29 \cdot 10^{-9} \vec{i} + 3,62 \cdot 10^{-9} \vec{j} \text{ N}$$

$$|\vec{F}_C| = \sqrt{(1,29 \cdot 10^{-9})^2 + (3,62 \cdot 10^{-9})^2} = 3,84 \cdot 10^{-9} \text{ N}$$

- b) (0,5 p) Hallar la aceleración que experimentará la esfera justo cuando se encuentre en el punto medio $(0, 0)$ entre las esferas A y B.

$$\vec{F}_O = \vec{F}_{A,O} + \vec{F}_{B,O} = -G \cdot \frac{m_A \cdot m_C}{(r_{A,O})^2} \cdot \vec{i} + G \cdot \frac{m_B \cdot m_C}{(r_{B,O})^2} \cdot \vec{i}$$

$$\vec{F}_O = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0,2}{(30)^2} \cdot \vec{i} + 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0,2}{(20)^2} \cdot \vec{i} = 3,7 \cdot 10^{-9} \vec{i} \text{ N}$$

Aplicando la 2ª ley de Newton:

$$\vec{a}_O = \frac{\vec{F}_O}{m} = \frac{3,7 \cdot 10^{-9} \vec{i}}{0,2} = 1,85 \cdot 10^{-8} \vec{i} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad ; \quad |\vec{a}_O| = 1,85 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}^2$$

- c) (0,5 p) Enunciar y explicar brevemente el principio de superposición de fuerzas.

Aplicado al campo gravitatorio, el principio de superposición dice que la fuerza gravitatoria que experimenta una masa m en un punto del espacio debido a un sistema de masas puntuales es igual

a la suma vectorial de las fuerzas debidas a cada una de las cargas m_i del sistema. Además, la fuerza realizada por cada una de las masas m_i es el misma que si las demás masas del sistema no existieran:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i$$

2.- Un oscilador armónico está formado por un muelle de constante elástica $1,40 \cdot 10^3 \text{ N.m}^{-1}$ y un cuerpo sólido de masa 2 kg.

- a) (1 p) Si el desplazamiento de cuerpo viene descrito por la ecuación, $x(t) = 0,50 \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{t}{T} + \varphi_0\right)$, hallar los valores de T y φ_0 , sabiendo que en el instante inicial su posición es nula.

El período lo obtenemos de la dinámica del movimiento del oscilador:

$$\begin{cases} F = -K \cdot x \\ F = m \cdot a = -m \cdot \omega^2 \cdot x \end{cases} \Rightarrow K = m \cdot \omega^2 \Rightarrow K = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2}{1,40 \cdot 10^3}} = 0,237 \text{ s}$$

Para calcular el desfase inicial:

$$x(t=0) = 0 \text{ m} \Rightarrow 0 = 0,50 \cdot \sin \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \arcsen 0 \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 0 \text{ rad} \\ \pi \text{ rad} \end{cases}$$

- b) (0,5 p) La velocidad que tiene la masa en el punto central de la oscilación.

La variación de la velocidad con la posición en un m.a.s. está dada por la expresión:

$$v(x) = \pm \omega \cdot \sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow v(x=0) = \pm \omega \cdot A = \pm \frac{2\pi}{T} \cdot A = \pm \frac{2\pi}{0,237} \cdot 0,5 = \pm 13,25 \text{ m/s}$$

- c) (0,5 p) Describir brevemente los intercambios de energía entre muelle y cuerpo que tienen lugar a lo largo de la oscilación.

Una partícula sometida a un m.a.s. tiene dos tipos de energía: una asociada al movimiento (cinética) y otra debida al dispositivo que vibra (potencial elástica).

La energía cinética de una partícula que vibra es: $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (A^2 - x^2)$

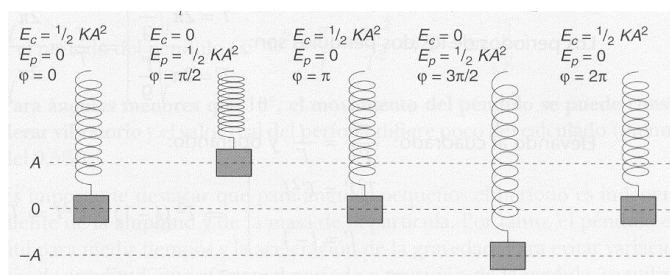
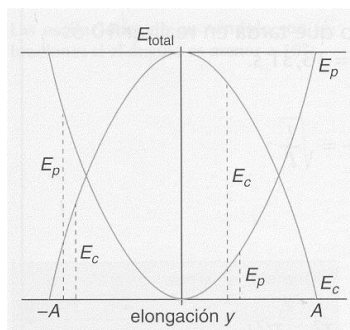
Esta energía es máxima en el centro de oscilación ($x = 0$) y nula en los extremos ($x = \pm A$).

Las fuerzas elásticas son conservativas, tienen asociada una función energía potencial que depende exclusivamente de la posición. La energía elástica asociada a una partícula situada en la posición de elongación x es: $E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$

Esta energía es nula en el centro de oscilación ($x = 0$) y máxima en los extremos ($x = \pm A$).

La energía total (energía mecánica del oscilador) de una partícula con m.a.s. es la suma de su energía cinética y su energía potencial elástica: $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2$

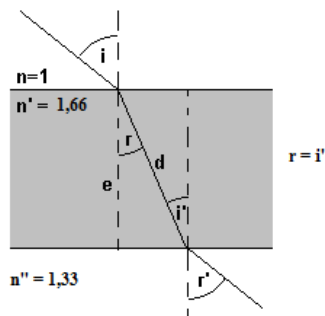
Mientras no haya rozamiento, la energía total permanece constante. Al vibrar la masa en uno y otro sentido, la energía se transforma de potencial a cinética y de cinética a potencial.



3.- Una lámina horizontal de vidrio de índice de refracción 1,66 de caras plano-paralelas, con aire encima de ella, reposa sobre una capa de agua, de índice de refracción 1,33. Sobre la lámina, incide un rayo de luz monocromática de longitud de onda 760 nm, con ángulo de incidencia de 45°. Determinése:

DATOS: 1 nm = 10⁻⁹ m.

- a) **(1 p)** El valor del ángulo que forma el rayo emergente de la lámina hacia el agua con la normal a la misma.



Aplicando la ley de Snell de la refracción:

1ª cara:

$$n \cdot \sen i = n' \cdot \sen \hat{r} \Rightarrow 1 \cdot \sen 45^\circ = 1,66 \cdot \sen \hat{r} \Rightarrow \hat{r} = 25,2^\circ$$

2ª cara:

$$n' \cdot \sen \hat{r} = n'' \cdot \sen \hat{r}' \Rightarrow 1,66 \cdot \sen 25,2^\circ = 1,33 \cdot \sen \hat{r}' \Rightarrow \hat{r}' = 32,1^\circ$$

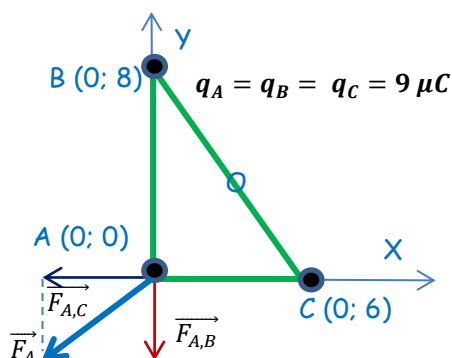
- b) **(1 p)** La longitud de onda de la luz que atraviesa el vidrio, sabiendo que la frecuencia de la luz incidente y la frecuencia de la luz refractada son iguales.

$$f = f' \Rightarrow \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{v_2 \cdot \lambda_1}{v_1} = \frac{\left(\frac{c}{n'}\right) \cdot \lambda_1}{c} = \frac{\lambda_1}{n'} = \frac{760}{1,66} = 457,8 \text{ nm}$$

4.- Tres cargas iguales, de 9 μC cada una, están situadas en los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 cm y 8 cm.

DATO: 1 μC = 10⁻⁶ C

- a) **(1 p)** Calcular el módulo de la fuerza que, sobre la carga situada en el vértice del ángulo recto, ejercen las otras dos cargas. Dibujar un diagrama ilustrativo, mostrando todas las fuerzas que actúan sobre esa carga.



$$\vec{F}_A = \vec{F}_{A,C} + \vec{F}_{A,B} = K \cdot \frac{q_C \cdot q_A}{(r)^2} \cdot (-\vec{i}) + K \cdot \frac{q_B \cdot q_A}{(r')^2} \cdot (-\vec{j})$$

$$\vec{F}_A = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(9 \cdot 10^{-6})^2}{(0,06)^2} \cdot (-\vec{i}) + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(9 \cdot 10^{-6})^2}{(0,08)^2} \cdot (-\vec{j})$$

$$\vec{F}_A = -202,5 \vec{i} - 113,9 \vec{j} \text{ N}$$

$$|\vec{F}_A| = \sqrt{(202,5)^2 + (-113,9)^2} = 232,3 \text{ N}$$

- b) **(1 p)** Calcular el trabajo necesario para transportar la carga situada en el vértice del ángulo recto desde su posición hasta el punto medio del segmento que une las otras dos cargas.

$$(E_p)_A = (E_p)_{A,C} + (E_p) = K \cdot q_A \cdot \left(\frac{q_C}{r} + \frac{q_B}{r'}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{9 \cdot 10^{-6}}{0,06} + \frac{9 \cdot 10^{-6}}{0,08}\right) = 21,26 \text{ J}$$

$$(E_p)_O = (E_p)_{O,C} + (E_p)_{O,B} = K \cdot q_A \cdot \left(\frac{q_C}{r} + \frac{q_B}{r'}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{9 \cdot 10^{-6}}{0,05} + \frac{9 \cdot 10^{-6}}{0,05}\right) = 29,16 \text{ J}$$

$$(W_{A \rightarrow O})_{F \text{ eléctrica}} = -\Delta E_p = (E_p)_A - (E_p)_O = 21,26 - 29,16 = -7,9 \text{ J}$$

Para trasladar la carga es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

5.- Un fotón incide sobre un metal cuyo trabajo de extracción es 2,0 eV. La energía cinética máxima de los electrones emitidos por ese metal es 0,47 eV.

DATO: 1 eV= 1,602 10^{-19} J

- a) (1 p) Calcular la energía del fotón incidente y la frecuencia umbral de efecto fotoeléctrico del metal.

$$E_{\text{fotón inc.}} = W_{\text{ext}} + E_C = 2 + 0,47 = 2,47 \text{ eV} = 3,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_{\text{ext}} = h \cdot f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{W_{\text{ext}}}{h} = \frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 4,83 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

- b) (1 p) Calcular cuál sería la velocidad máxima de los electrones emitidos si la longitud de onda del fotón incidente fuera 16 veces menor que la longitud de onda del fotón anterior.

Teniendo en cuenta la relación:

$$c = \lambda \cdot f$$

La frecuencia del fotón incidente será ahora 16 veces mayor que la del primer fotón, y por lo tanto será también 16 veces mayor su energía.

Aplicando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{fotón inc.}} = W_{\text{ext}} + E_C \Rightarrow E_C = E_{\text{fotón inc.}} - W_{\text{ext}} = (16 \cdot 2,47) - 2 = 37,52 \text{ eV}$$

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 37,52 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 3,09 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – SEPTIEMBRE 2014

FÍSICA

INDICACIONES

Elegir una de las dos opciones. No deben resolverse cuestiones de opciones diferentes.

CONSTANTES FÍSICAS

Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta P es de 5.44 m/s^2 y su masa es 1100 veces la masa de la Tierra. Pueden utilizarse los datos de la Tierra y de la gravedad en la superficie terrestre.

- a) [1 PUNTO] Hallar el radio del planeta P.
b) [1 PUNTO] Hallar la velocidad de escape desde la superficie del planeta P.

Datos: Masa de la Tierra $P: M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, radio de la Tierra: $R_T = 6370 \text{ km}$, gravedad en la superficie de la Tierra: $g = 9.80 \text{ m s}^{-2}$.

2. En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del SI, viene dada por la ecuación:

$$y(x, t) = 6 \sin\left(5t - 8x + \frac{\pi}{6}\right)$$

- a) [1 PUNTO] Hallar la amplitud, el periodo, la frecuencia y la longitud de onda de dicha onda.
b) [0,5 PUNTOS] Hallar la velocidad de propagación de la onda.
c) [0,5 PUNTOS] Describir brevemente la 'doble periodicidad de la función de onda'.

3. Se dispone de una lente delgada convergente de distancia focal 40 cm.

- a) [1 PUNTO] Calcular, después de dibujar un esquema de trazado de rayos, la posición y la altura de la imagen formada por la lente si un objeto de 7 cm de altura se encuentra situado delante de ella a una distancia de 41 cm.
b) [1 PUNTOS] Calcular, después de dibujar un esquema de trazado de rayos, la posición y la naturaleza de la imagen formada por la lente si un objeto de 5 cm de altura se encuentra situado delante de ella a una distancia de 100 cm.

4. En cada punto $(-100, 0)$ y $(10, 0)$ de un sistema de coordenadas, con las distancias dadas en metros, se fija una carga eléctrica puntual de carga $30 \mu\text{C}$.

- a) [1 PUNTO] Dibujar y calcular el vector campo eléctrico en el punto $(0,0)$.
b) [1 PUNTO] Hallar el potencial eléctrico en el punto $(0,0)$.

Datos: $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$.

5. La energía mínima necesaria para arrancar un electrón de una lámina de un cierto metal es de $9.59 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

- a) [1 PUNTO] Hallar la frecuencia umbral para este metal y la longitud de onda correspondiente a la misma.
b) [0,5 PUNTOS] Si se incide con una luz de longitud de onda 100 nm, ¿qué energía cinética máxima tendrán los electrones extraídos?
c) [0,5 PUNTOS] Explicar brevemente el significado físico de la 'función trabajo' de un metal.

Datos: $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$.

SEPTIEMBRE 2014 - OPCIÓN 1

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	Masa del electrón	$m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	Masa del protón	$m_{p^+} = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Constante de Coulomb	$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	Carga del protón	$q_{p^+} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck	$h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	Carga del electrón	$q_{e^-} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

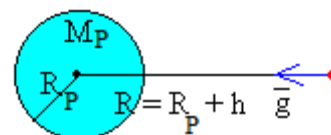
1.- La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta P es $5,44 \text{ m/s}^2$ y su masa es 1100 veces la masa de la Tierra. Pueden utilizarse los datos de la Tierra y de la gravedad en la superficie terrestre.

DATOS: Masa de la Tierra, $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ Radio de la Tierra, $R_T = 6370 \text{ km}$
Gravedad en la superficie terrestre, $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$

a) (1 p) Hallar el radio del planeta P.

Teniendo en cuenta la definición de intensidad de campo gravitatorio:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = -G \cdot \frac{M}{r^2} \vec{u}_r$$



Cuyo módulo es:

$$g = \frac{F}{m} = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

Si llamamos g_0 a la intensidad de campo gravitatorio en la superficie terrestre, tenemos:

$$g_P = G \cdot \frac{M_P}{(R_P)^2} = G \cdot \frac{1100 \cdot M_T}{(R_P)^2} = \frac{1100 \cdot g_0 \cdot (R_T)^2}{(R_P)^2}$$

$$R_P = R_T \cdot \sqrt{\frac{1100 \cdot g_0}{g_P}} = 6370 \cdot \sqrt{\frac{1100 \cdot 9,80}{5,44}} = 2,84 \cdot 10^5 \text{ km}$$

b) (1 p) Hallar la velocidad de escape desde la superficie del planeta P.

La velocidad de escape es la velocidad mínima que debemos suministrar a un cuerpo situado dentro de un campo gravitatorio para escapar de la influencia de éste. Cuando el cuerpo alcanza esta situación su energía mecánica es 0.

$$\frac{-G \cdot M_P \cdot m}{R_P} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{e,P}^2 = 0 \Rightarrow v_{e,P} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_P}{R_P}} = \sqrt{2 \cdot g_P \cdot R_P}$$

$$v_{e,P} = \sqrt{2 \cdot 5,44 \cdot 2,84 \cdot 10^8} = 5,56 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

2.- En una cuerda se propaga una onda armónica cuya ecuación, expresada en unidades del SI, viene dada por la ecuación:

$$y(x, t) = 6 \cdot \sin\left(5t - 8x + \frac{\pi}{6}\right)$$

a) (1 p) Hallar la amplitud, el período, la frecuencia y la longitud de onda de dicha onda.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido izquierda-derecha es:

$$y(x, t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0) = A \cdot \sin\left(2\pi \cdot f \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x + \varphi_0\right)$$

Por lo que, identificando términos:

$$A = 6 \text{ m}; \quad 5 = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{5}{2\pi} = 0,796 \text{ Hz}; \quad 8 = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{8} = 0,785 \text{ m}$$

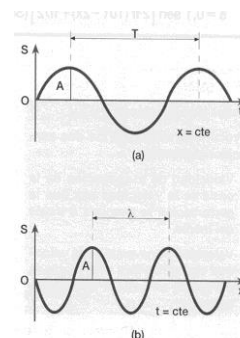
b) (0,5 p) Hallar la velocidad de propagación de la onda.

$$v = \lambda \cdot f = \frac{2\pi}{8} \cdot \frac{5}{2\pi} = 0,625 \text{ m/s}$$

c) (0,5 p) Describir brevemente la "doble periodicidad de la función de onda".

La ecuación de una onda armónica unidimensional es doblemente periódica: respecto al tiempo y respecto a la distancia.

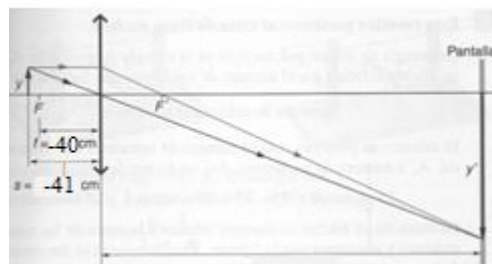
- Para un punto dado ($x = \text{cte.}$), la elongación, y , es función senoidal del tiempo con un período T . El estado de vibración de cualquier partícula se repite en los instantes: $t + n \cdot T$, con $n = 1, 2, 3 \dots$; y se encuentran en oposición de fase en: $t + (2n + 1) \cdot \frac{T}{2}$; con $n = 0, 1, 2 \dots$
- En un instante determinado ($t = \text{cte.}$), la elongación es función senoidal de la distancia x , con un período λ . Es como si hiciésemos una fotografía de la onda en ese instante. El estado de vibración de una partícula se repite en las posiciones: $x + n \cdot \lambda$, con $n = 1, 2, 3 \dots$ y se encuentran en oposición de fase las que se encuentran en: $x + (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$; con $n = 0, 1, 2 \dots$



3.- Se dispone de una lente delgada convergente de distancia focal 40 cm.

- a) (1 p) Calcular, después de dibujar un esquema del trazado de rayos, la posición y la altura de la imagen formada por la lente si un objeto de 7 cm de altura se encuentra situado delante de ella a una distancia de 41 cm.

Al estar el objeto tan cerca de la focal, la imagen se forma muy lejos por detrás de la lente, por lo que no se puede hacer un esquema a escala. Un esquema aproximado sería el siguiente.



La ecuación fundamental de las lentes delgadas es:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-41} = \frac{1}{40} \Rightarrow s' = 1640 \text{ cm}$$

Para una lente delgada, el aumento lateral es:

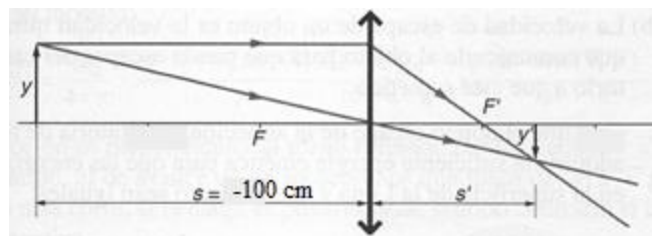
$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = y \cdot \left(\frac{s'}{s}\right) = 7 \cdot \left(\frac{1640}{-41}\right) = -280 \text{ cm}$$

La imagen es real (se forma por detrás de la lente), invertida y mayor que el objeto.

- b) (1 p) Calcular, después de dibujar un esquema del trazado de rayos, la posición y la naturaleza de la imagen formada por la lente si un objeto de 5 cm de altura se encuentra situada delante de ella a una distancia de 100 cm.

La ecuación fundamental de las lentes delgadas es:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-100} = \frac{1}{40} \Rightarrow s' = 66,67 \text{ cm}$$



Para una lente delgada, el aumento lateral es:

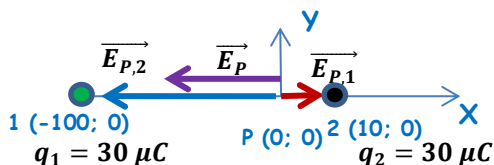
$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = y \cdot \left(\frac{s'}{s}\right) = 5 \cdot \left(\frac{66,67}{-100}\right) = -3,33 \text{ cm}$$

La imagen es real (se forma por detrás de la lente), invertida y menor que el objeto.

4.- En cada punto (-100; 0) y (10; 0) de un sistema de coordenadas, con las distancias en metros, se fija una carga eléctrica puntual de carga 30 μC .

DATO: $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$

a) (1 p) Dibujar y calcular el vector campo eléctrico en el punto (0; 0)



$$\vec{E}_P = \vec{E}_{P,1} + \vec{E}_{P,2} = K \cdot \frac{q_1}{(r_{P1})^2} \cdot (\vec{i}) + K \cdot \frac{q_2}{(r_{P2})^2} \cdot (-\vec{i})$$

$$\vec{E}_P = K \cdot q \cdot \left(\frac{1}{(r_{P1})^2} - \frac{1}{(r_{P2})^2} \right) \cdot (\vec{i})$$

$$\vec{E}_P = 9 \cdot 10^9 \cdot 30 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{1}{(100)^2} - \frac{1}{(10)^2} \right) \cdot (\vec{i}) = -2673 \vec{i} \text{ N/C}$$

b) (1 p) Hallar el potencial eléctrico en el punto (0; 0)

$$V_P = V_{1,P} + V_{2,P} = K \cdot \left[\frac{q_1}{r_{1A}} + \frac{q_2}{r_{2A}} \right] = K \cdot q \cdot \left(\frac{1}{r_{1A}} + \frac{1}{r_{2A}} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 30 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{10} \right) = 29700 \text{ V}$$

5.- La energía mínima necesaria para arrancar un electrón de una lámina de un cierto metal es de $9,59 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

DATO: $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$

a) (1 p) Hallar la frecuencia umbral para este metal y la longitud de onda correspondiente a la misma.

El trabajo de extracción, W_0 , se corresponde con la energía mínima necesaria para arrancar el electrón. Si la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, el electrón escapa del metal con una determinada energía cinética. Este trabajo de extracción se corresponde con una frecuencia mínima de la radiación (frecuencia umbral) o una longitud de onda máxima (longitud de onda umbral) necesaria para que se produzca el efecto fotoeléctrico.

$$W_0 = h \cdot f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{9,59 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,45 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,45 \cdot 10^{15}} = 2,07 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

b) (0,5 p) Si se incide con luz de una longitud de onda de 100 nm, ¿qué energía cinética máxima tendrán los electrones extraídos?

Si aplicamos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{fotón incidente}} = W_0 + (E_{C,\text{máx}})_{\text{electrón emitido}} \Rightarrow (E_{C,\text{máx}})_{\text{electrón emitido}} = E_{\text{fotón incidente}} - W_0$$

$$(E_{C,\text{máx}})_{\text{electrón emitido}} = \left(h \cdot \frac{c}{\lambda} \right) - W_0 = \left(6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{100 \cdot 10^{-9}} \right) - 9,59 \cdot 10^{-19} = 1,03 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

c) (0,5 p) Explicar brevemente el significado de la "función trabajo" de un metal

La función de trabajo o trabajo de extracción es la energía mínima que debe proporcionarse a un electrón para liberarlo de la superficie de un metal determinado. En el efecto fotoeléctrico, la

excitación electrónica es obtenida por absorción de un fotón. Si la energía del fotón es mayor que la función de trabajo de la sustancia, se produce la emisión fotoeléctrica y el electrón es liberado de la superficie. El exceso de energía del fotón se traduce en la liberación del electrón con energía cinética distinta de cero.