Opción A. Ejercicio 1

[a] Un satélite artificial describe una órbita elíptica con el centro de la Tierra en uno de sus focos. ¿Se conserva la energía cinética del satélite? ¿Y su momento angular respecto al centro de la Tierra? Justifique las respuestas.

[b] La Tierra y Marte describen órbitas en torno al Sol, siendo el radio medio de la órbita de Marte 1,52 veces mayor que radio orbital de la Tierra. Suponiendo válida la aproximación de órbitas circulares, calcula la duración del año *marciano*. Determine el cociente entre los momentos angulares, con respecto al centro del Sol, de la Tierra y de Marte.
DATOS: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ N m² kg^{-2}; masa de la Tierra, $M_T = 5{,}97\cdot 10^{24}$ kg; masa de Marte, $M_M = 6{,}42\cdot 10^{23}$ kg; año terrestre = 365 días.

Respuesta

[a] La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa, esto significa que la energía mecánica de un satélite que evoluciona en el campo gravitatorio terrestre permanece constante. La energía mecánica es la suma de las energía cinética y potencial: $E_M = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{r^2}$; si la órbita es elíptica, la energía potencial del satélite es variable, pues depende de la distancia al centro de la Tierra; por lo tanto, su energía cinética no puede ser constante. También puede justificarse a partir de la 2ª ley de Kepler.
La fuerza gravitatoria es una fuerza central, esto significa que el momento de dicha fuerza, respecto al centro de la Tierra, es nulo; como , también será nula la variación temporal del momento angular, lo que significa que el momento angular del satélite, respecto al centro de la Tierra, es constante, esto es, se conserva,

[b] Se ha de cumplir para los dos planetas la 3ª ley de Kepler: los cuadrados de los periodos son proporcionales a los cubos de las distancias medias de los planetas al Sol, esto es, $\left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Tierra} = \left[\frac{T^2}{r^3}\right]_{Marte}$, que se puede escribir: $\left[\frac{T_M}{T_T}\right]^2 = \left[\frac{r_M}{r_T}\right]^3$; $T_M = \left[\frac{r_M}{r_T}\right]^{\frac{3}{2}} \cdot T_T$. Como el periodo de la Tierra en su movimiento alrededor del Sol es de 1 año, la duración del año *marciano* es: $T_M = 1{,}52^{\frac{3}{2}} \cdot 1 = 1{,}87$ años terrestres.
Los módulos de los momentos angulares de los planetas respecto al centro del Sol, suponiendo órbitas circulares, son: $\begin{cases} L_{M,O} = r_M M_M v_M = r_M M_M \frac{2\pi r_M}{T_M} = \frac{2\pi M_M r_M^2}{T_M} \\ L_{T,O} = r_T M_T v_T = r_T M_T \frac{2\pi r_T}{T_T} = \frac{2\pi M_T r_T^2}{T_T} \end{cases}$, donde se ha utilizado el hecho de que la rapidez orbital es igual al cociente entre la longitud de la órbita y el periodo. Al dividir, miembro a miembro, la segunda ecuación por la primera, queda: $\frac{L_{T,O}}{L_{M,O}} = \left[\frac{M_T}{M_M}\right] \cdot \left[\frac{r_T}{r_M}\right]^2 \cdot \left[\frac{T_M}{T_T}\right] = \frac{5{,}97\cdot 10^{24}}{6{,}42\cdot 10^{23}} \cdot \left[\frac{1}{1{,}52}\right]^2 \cdot 1{,}87 = 7{,}53.$

Opción A. Ejercicio 2

[a] Explique, e ilustre con un ejemplo, el fenómeno de las ondas estacionarias. Escriba la ecuación de una onda estacionaria y explique el significado de cada uno de sus parámetros.

[b] Una cuerda tensa, fija por sus dos extremos y de longitud L = 65 cm, oscila transversalmente con una frecuencia f = 220 Hz, teniendo la onda estacionaria un único vientre.

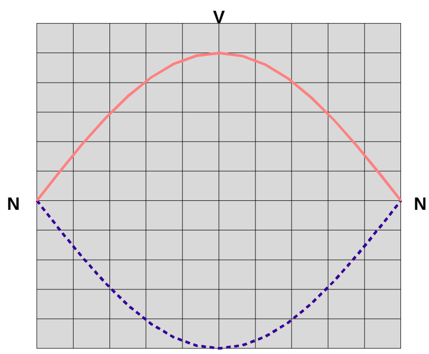
[b1] Determine la longitud de onda y represente gráficamente la oscilación del primer y segundo armónico indicando nodos y vientres.

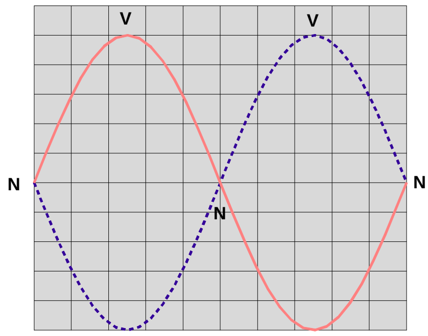
[b2] Calcule la velocidad de propagación de la onda en la cuerda.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b1] Si tiene un único vientre significa que la longitud de la cuerda es igual a media longitud de onda: $L = \frac{\lambda}{2}$; $\lambda = 2L = 1,30$ m. Se supone que el primer armónico se refiere a la frecuencia fundamental. A continuación se muestra los dos modos de vibración.





[b2] La velocidad de propagación es igual al producto de la longitud de onda por la frecuencia, esto es; $v = \lambda \cdot f = 1,30 \cdot 220 = 286$ m/s.

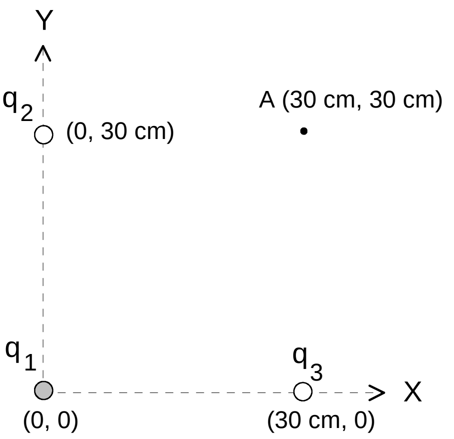
☙ Opción A. Ejercicio 3

Tres cargas eléctricas puntuales de valores q_1 = -2 μC y q_2 = q_3 = 1 μC ocupan tres vértices de un cuadrado de 30 cm de lado (ver la figura). Determina:

[a] El campo electrostático $\vec{E}$ (módulo, dirección y sentido) en el punto A, cuarto vértice del cuadrado.

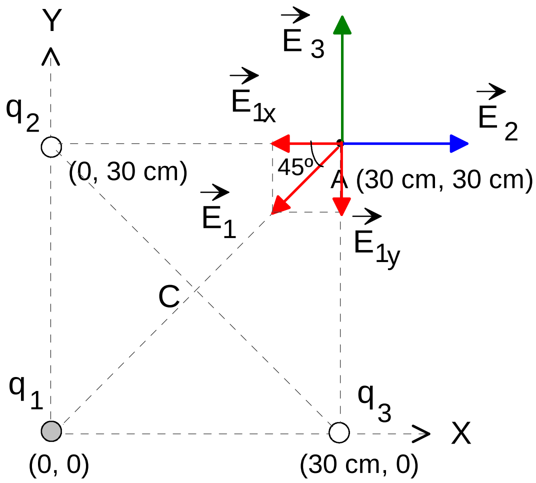
[b] El potencial electrostático V en el punto A y el trabajo necesario para desplazar una carga q_4 = 20 nC desde el centro del cuadrado hasta dicho punto A.

{DATOS: Constante de Coulomb: $k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}=9\cdot10^9\ Nm^2C^{-2}$; $1\ nC=10^{-9}C$; $1\ \mu C=10^{-6}\ C$}



Respuesta

[a] En primer lugar, se dibuja los vectores intensidad del campo eléctrico, debidos a cada una de las cargas, en el punto A. En segundo lugar, teniendo en cuenta que L = 0,30 m, se calcula los E de dichos vectores: $E_1=k\frac{|q_1|}{2L^2}$, $E_2=k\frac{q_2}{L^2}$ y $E_3=k\frac{q_3}{L^2}$, ya que la primera carga dista $L\sqrt{2}$ m del punto A. En tercer lugar, se halla las componentes del vector $\vec{E}_1$, las cuales tienen el mismo módulo: $k\frac{|q_1|}{2L^2}sen\ 45=k\frac{|q_1|}{2L^2}\frac{\sqrt{2}}{2}$ (N/C). Finalmente, calculamos la intensidad del campo eléctrico resultante en A mediante componentes. En el eje X hay dos componentes; la suma vectorial de las mismas tiene como módulo: $E_{T,x}=E_2-E_{1x}=k\frac{q_2}{L^2}-k\frac{|q_1|}{2L^2}\frac{\sqrt{2}}{2}$. Al sustituir los valores queda:



$E_{T,x}=9\cdot10^9\frac{10^{-6}}{9\cdot10^{-2}}-9\cdot10^9\frac{2\cdot10^{-6}}{18\cdot10^{-2}}\frac{\sqrt{2}}{2}=2,93\cdot10^4$ (N/C). De manera análoga, en el eje Y hay dos componentes que tienen los mismos módulos que las del eje X; en consecuencia, $E_{T,y}=E_3-E_{1y}=k\frac{q_3}{L^2}-k\frac{|q_1|}{2L^2}\frac{\sqrt{2}}{2}$, es decir, $E_{T,y}=2,93\cdot10^4$(N/C). Conocidas las componentes, la intensidad del campo eléctrico resultante en el punto A tiene como módulo: $E_T=\sqrt{E_{T,x}^2+E_{T,y}^2}=4,14\cdot10^4$ (N/C); la dirección coincide con la bisectriz del primer cuadrante y el sentido hacia afuera respecto al origen.

[b] El campo eléctrico es conservativo, por lo que: $W_{C\to A}=-\Delta E_p=-q_4\Delta V=-q_4(V_A-V_C)$. El potencial eléctrico en el punto C, suma de tres potenciales, es nulo, como puede comprobarse sencillamente. El potencial eléctrico en el punto A se calcula como sigue: $V_A=V_{A1}+V_{A2}+V_{A3}=9\cdot10^9\frac{(-2\cdot10^{-6})}{\sqrt{2}\cdot0,3}+2\cdot9\cdot10^9\frac{1\cdot10^{-6}}{0,3}=1,76\cdot10^4$V. El trabajo realizado sobre q' es, entonces, $W_{C\to A}=-20\cdot10^{-9}\cdot(1,76\cdot10^4-0)=-3,52\cdot10^{-4}$ J. Al ser una magnitud negativa se concluye que ha sido realizado por un agente exterior: es un proceso forzado. Las cargas positivas se mueven espontáneamente en el sentido de los potenciales decrecientes (de A a C) y no al revés.

☙ Opción A. Ejercicio 4

[a] ¿Qué es el espectro atómico de un elemento químico? Justifique por qué dicho espectro está formado por líneas discretas para elementos químicos en estado gaseoso.

[b] Un láser de argón emite un haz de luz monocromática de longitud de onda en el vacío $\lambda_o = 514,5$ nm. Determine la frecuencia de dicha radiación y la energía de cada fotón del haz de luz.

{DATOS: constante de Planck h = 6,63·10^{-34} J·s, c = 3,00·10^{8} m/s}

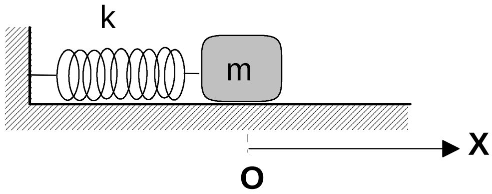
Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] Para una onda electromagnética se cumple que: $c = \lambda \cdot \nu$, de donde se deduce que la frecuencia es: $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{514,5 \cdot 10^{-9}} = 5,83 \cdot 10^{14}$ Hz.
Por otro lado, la energía de un fotón está dada por: $E = h \cdot \nu$, donde h es la constante de Planck; por lo tanto, $E = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5,83 \cdot 10^{14} = 3,87 \cdot 10^{-19}$ J.

ଓ Opción B. Ejercicio 1

Una bolita de masa m = 0,5 kg, apoyada sobre una superficie horizontal sin rozamiento, está unida a una pared mediante un muelle de masa despreciable y constante recuperadora k = 50 N/m. Se desplaza *m* hacia la derecha 2 cm y se suelta con velocidad nula, de modo que la bolita comienza a oscilar armónicamente en torno a su posición de equilibrio, O.



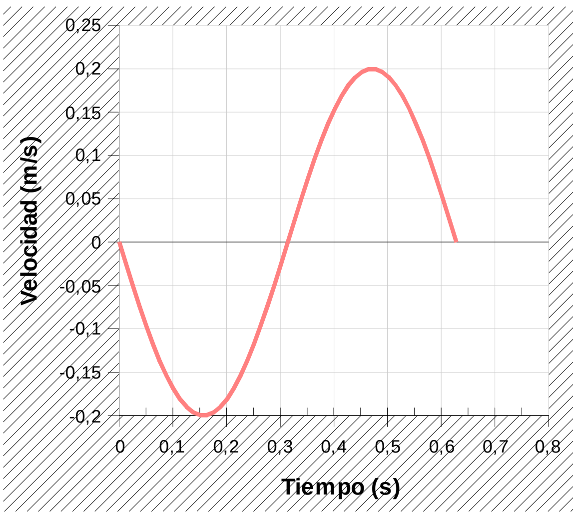
[a] Determina la frecuencia ω y el periodo T de la oscilación. Escribe la ecuación del movimiento armónico de la bolita.
[b] Representa gráficamente la velocidad de *m* en función del tiempo.
[c] Calcula la energía mecánica de *m*.

Respuesta

[a] La frecuencia angular es: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{50}{0,5}} = 10$ rad/s. Sabemos que $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = 0,2\pi$ s. La ecuación del movimiento armónico es la bolita es de la forma: $x = A\ sen(\omega t + \phi_o)$. En este caso, de acuerdo con el enunciado, A = 0,02 m y la fase inicial se obtiene de la condición: $\left\{ \begin{array}{l} t = 0 \\ x = 0,02\ m \end{array} \right.$ 0,02 = 0,02 sen ϕ_o; sen $\phi_o = 1$; $\phi_o = \frac{\pi}{2}$ rad. La ecuación buscada es, entonces, $x = 0,02\ sen(10t + \frac{\pi}{2})$ m.

[b] La ecuación de la velocidad se obtiene derivando, con respecto al tiempo, la ecuación del movimiento: $v = \frac{dx}{dt} = 0,2\ \cos(10t + \frac{\pi}{2})$ m/s. Los valores más significativos de esta función se muestran en la siguiente tabla:

t (s)	0	0,05π	0,10π	0,15π	0,20π
v (m/s)	0	-0,2	0	0,2	0



[c] La energía mecánica es: $E_M = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}50(\frac{N}{m}) \cdot 0,02^2(m^2) = 0,01$ J.

Opción B. Ejercicio 2

[a] Explica el concepto de campo gravitatorio creado por una o varias partículas.
[b] La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta esférico de radio R = 3.200 km es g_o = 6,2 m·s^{-2}. Determina la velocidad de escape desde la superficie del planeta. ¿A qué altura h sobre la superficie del planeta deberá orbitar un satélite que describa una órbita circular en 24 horas?
DATOS: Constante de la Gravitación Universal, G = 6,67·10^{-11} N m² kg^{-2}.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] Conviene deducir la expresión matemática de la velocidad de escape. Se ha de cumplir que la energía mecánica de un objeto, lanzado desde la superficie del planeta, se conserva, es decir, $E_{M,o}=E_{M,\infty}$; $\frac{1}{2}mv_{esc}^2-G\frac{Mm}{R}=0$; de donde se deduce que: $v_{esc}=\sqrt{\frac{2GM}{R}}=\sqrt{2g_oR}$, ya que $g_o=G\frac{M}{R^2}$. En consecuencia, $v_{esc}=\sqrt{2\cdot 6,2\cdot 3,2\cdot 10^6}=6,3\cdot 10^3$ m/s. Como alternativa a este procedimiento, se puede calcular la masa del planeta y utilizar la primera expresión.
De la información del enunciado se deduce que el periodo del satélite es de 24 h. Si se aplica la 2ª ley de Newton al satélite, se puede escribir: $G\frac{Mm}{r^2}=m\omega^2 r$; por otro lado, sabemos que $\omega=\frac{2\pi}{T}$; de ambas, simplificando la masa del satélite, se llega a: $G\frac{M}{r^3}=\frac{4\pi^2}{T^2}$; $r^3=\frac{GMT^2}{4\pi^2}$; $r=\sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}=\sqrt[3]{\frac{GM}{R^2}\frac{T^2R^2}{4\pi^2}}=\sqrt[3]{\frac{T^2R^2g_o}{4\pi^2}}$, donde se ha modificado el radicando para utilizar el dato de la intensidad del campo gravitatorio. También se puede utilizar la masa del planeta, si se ha calculado previamente. Finalmente, $r=\sqrt[3]{\frac{(8,64\cdot 10^4)^2\cdot(6,2\cdot 10^6)^2\cdot 6,2}{4\pi^2}}=3,56\cdot 10^7$ m. Una vez calculado el radio de la órbita, la altura desde la superficie del planeta es:
$h=r-R=3,56\cdot 10^7-3,2\cdot 10^6=3,23\cdot 10^7$ m.

☙ Opción B. Ejercicio 3

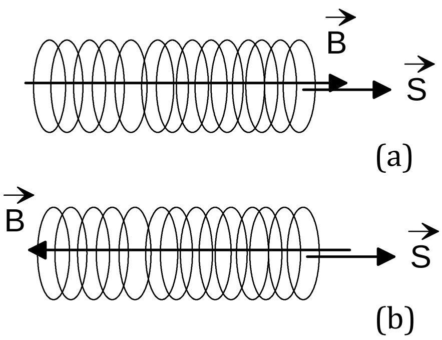
[a] Enuncia y explica las leyes de Faraday y de Lenz.

[b] El eje de una bobina de N = 50 espiras circulares de radio R = 5 cm es paralelo a un campo magnético uniforme de módulo $|\vec{B}|$ = 0,2 T. Determina la fuerza electromotriz (fem) inducida entre los extremos de la bobina cuando, durante un intervalo de tiempo Δt = 10 ms y de forma lineal, se duplica el campo magnético. ¿Cuánto valdrá dicha fem si en el mismo intervalo Δt invertimos el sentido del campo?

Respuesta

[a] Véase el libro de Física. Recuerda que la ley de Faraday se refiere al valor absoluto de la fuerza electromotriz inducida y que la ley de Lenz indica el sentido de la corriente inducida.

[b] Vemos en el esquema (a) de la figura que los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$ forman un ángulo de 0º. El flujo magnético inicial vale, entonces,



$\phi_{M,i} = NBS \cos 0 = 50 \cdot 0,2 \cdot 0,05^2 \pi \cdot 1 = 7,85 \cdot 10^{-2}$ Wb. El flujo magnético final es el doble del inicial: $\phi_{M,f} = 15,7 \cdot 10^{-2}$ Wb. Al aplicar la ley de Faraday se obtiene: $\varepsilon_m = \left| \frac{\Delta \phi_M}{\Delta t} \right| = \frac{7,85 \cdot 10^{-2} (Wb)}{10^{-2} (s)} = 7,85$ V.

Si se invierte el sentido del campo, los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$ forman un ángulo de 180º -esquema (b) de la figura-. El flujo magnético inicial es el mismo que en caso anterior, mientras que el flujo magnético final es:
$\phi_{M,f} = NBS \cos 180^o = 50 \cdot 0,2 \cdot 0,05^2 \pi \cdot (-1) = -7,85 \cdot 10^{-2}$ Wb. Al aplicar la ley de Faraday se obtiene: $\varepsilon_m = \left| \frac{\Delta \phi_M}{\Delta t} \right| = \left| \frac{-7,85 \cdot 10^{-2} (Wb) - 7,85 \cdot 10^{-2} (Wb)}{10^{-2} (s)} \right| = 15,7$ V.

Opción B. Ejercicio 4

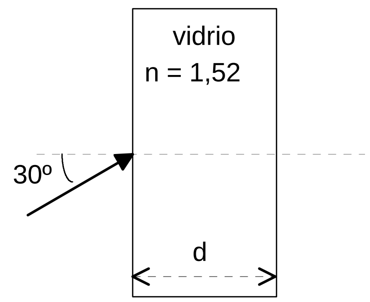
[a] Enuncia e ilustra detalladamente las leyes que rigen los fenómenos de reflexión y refracción de un haz de luz.

[b] Un haz de luz de frecuencia f = $5 \cdot 10^{14}$ s^{-1} incide sobre un vidrio de índice de refracción n = 1,52 y anchura d. Si el ángulo que forma el haz incidente con la normal en el aire (n_{aire} = 1,00) es de 30º, determina:

[b1] La longitud de onda del haz en el aire y en el vidrio.

[b2] El ángulo que forma el haz con la normal mientras atraviesa el vidrio y cuando emerge de nuevo en el aire.

{DATO: c = 3,00·10⁸ m/s}



Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b1] La longitud de onda en el aire es: $\lambda_o = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 (m/s)}{5 \cdot 10^{14} (1/s)} = 6 \cdot 10^{-7}$ m.
Teniendo en cuenta que la frecuencia del haz no cambia, de manera análoga se puede calcular la longitud de onda en el vidrio, para lo cual se requiere conocer la velocidad de la luz en ese medio: $v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 (m/s)}{1,52} = 1,97 \cdot 10^8$ m/s; la longitud de onda es, entonces, $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1,97 \cdot 10^8 (m/s)}{5 \cdot 10^{14} (1/s)} = 3,95 \cdot 10^{-7}$ m. Como alternativa a este procedimiento se puede utilizar la expresión: $n = \frac{\lambda_o}{\lambda}$, de donde se deduce que: $\lambda = \frac{\lambda_o}{n} = \frac{6 \cdot 10^{-7} (m)}{1,52} = 3,95 \cdot 10^{-7}$ m.

[b2] Se aplica la ley de Snell a la primera refracción: $1 \cdot sen\ 30 = 1,52 \cdot sen\ \hat{r}$; $sen\ \hat{r} = 0,329$; $\hat{r} = 19,2^o$. Se hace lo mismo en la segunda refracción, teniendo en cuenta que el ángulo de incidencia es: $\hat{i} = 19,2^o$; se aplica la ley de Snell: $1,52 \cdot sen\ 19,2 = 1 \cdot sen\ \hat{r}'$; $\hat{r}' = 30^o$, lo que significa que el rayo emergente es paralelo al incidente. Además, el resultado es independiente del espesor.