Opción A. Ejercicio 1

Una onda transversal se propaga de izquierda a derecha, según el eje OX, a lo largo de una cuerda horizontal tensa e indefinida, siendo su longitud de onda $\lambda = 10$ cm. La onda está generada por un oscilador que vibra, en la dirección del eje OY, con un movimiento armónico simple de frecuencia f = 100 Hz y amplitud A = 5 cm. En el instante inicial t = 0, el punto x = 0 de la cuerda tiene elongación nula.

[a] Escriba una expresión matemática de la onda indicando el valor numérico de todos los parámetros (en unidades S.I.). Escriba la ecuación que describe el movimiento de un punto situado a 30 cm a la derecha del origen. *(1 punto)*

[b] Determine la velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda. *(1 punto)*

[c] Dibuje un esquema de la cuerda en una longitud de 20 cm, en el instante t = 0. *(0,5 puntos)*

Respuesta

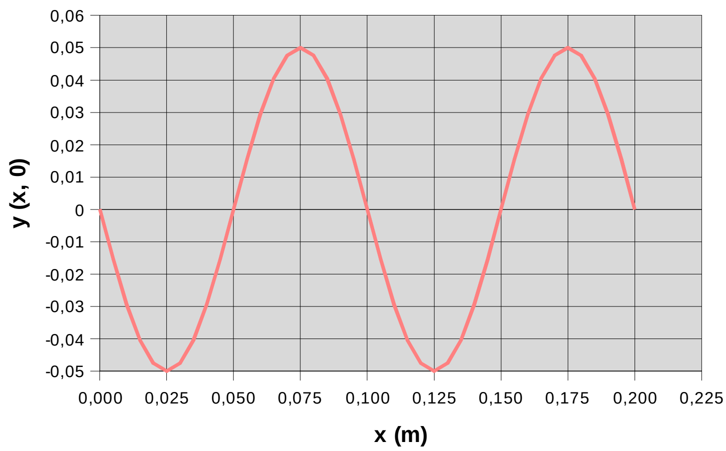
[a] La ecuación de la onda es del tipo: $y(x,t) = A\ sen(\omega t - kx + \varphi)$, ya que la onda se propaga hacia la derecha. El número de onda está relacionado con la longitud de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}1} = 20\pi(m^{-1})$. La frecuencia angular se puede obtener a partir de la frecuencia: $\omega = 2\pi f = 200\pi(\frac{rad}{s})$. Hay que calcular la fase inicial φ; por la condiciones iniciales, se debe cumplir que $0 = 0,05\ sen\ \varphi$; $sen\ \varphi = 0$ y $\varphi = 0$.

La ecuación de la onda es, entonces, $y(x,t) = 0,05\ sen(200\pi t - 20\pi x)(m)$. Por otro lado, si x = 0,3 m, La función que describe su movimiento es: $y(0,30,t) = 0,050\ sen(200\pi t - 6\pi)$, que corresponde a un MAS.

[b] La velocidad de propagación de la onda es: $v = \frac{\omega}{k} = \frac{200\pi}{20\pi} = 10(\frac{m}{s})$, que también se puede calcular mediante: $v = \lambda \cdot f = 0,1 \cdot 100 = 10(\frac{m}{s})$.

La velocidad máxima de oscilación es: $|v_{\max}| = A \cdot \omega = 0,05 \cdot 200\pi = 10\pi(\frac{m}{s})$.

[c] En el instante t = 0, el perfil de la cuerda está descrito por la función: $y(x,0) = 0,05\ sen(-20\pi t) = -0,05\ sen(20\pi)$. Su representación gráfica se muestra a continuación:



Opción A. Ejercicio 2

[a] Explique el concepto de *energía potencial gravitatoria*. ¿Qué energía potencial gravitatoria tiene una partícula de masa *m* situada a una distancia *r* de otra partícula de masa *M*? *(1,5 puntos)*

[b] En el libro de Julio Verne "De la Tierra a la Luna" tres hombres viajan a la Luna en un cohete disparado desde un cañón gigante situado en Florida. Calcule la velocidad inicial con la que hay que disparar el cohete verticalmente para que alcance una altura sobre la superficie de la Tierra igual a 9 veces el radio de ésta. ¿Qué energía potencial gravitatoria tendrá el cohete cuando llegue a ese punto? *(1 punto)*

DATOS: Constante de gravitación universal, $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ Nm²kg^{-2}; masa de la Tierra, $M_T = 5{,}97\cdot 10^{24}$ kg; radio de la Tierra, $R_T = 6{,}38\cdot 10^{6}$ *m; masa del cohete, $m = 5\cdot 10^{3}$ kg.*

Respuesta

[a] Véase el libro de Física. La energía potencial gravitatoria se calcula mediante: $E_p = -G\frac{Mm}{r}$ que corresponde a la elección del infinito como nivel de referencia.

[b] El cohete se mueve en un campo conservativo, por la que la energía mecánica permanece constante. Además, hay que tener en cuenta que el cohete no se pone en órbita, sino que simplemente se lanza hacia arriba, alcanzando una distancia, desde el centro de la Tierra, de $10R_T$. Se cumple entonces que: $E_{M,inicial} = E_{M,final}$, esto es, $-G\frac{M_T m}{R_T} + \frac{1}{2}mv_o^2 = -G\frac{M_T m}{10R_T}$; al simplificar la masa del cohete queda: $\frac{1}{2}v_o^2 = GM_T\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{10R_T}\right) = GM_T\frac{9}{10R_T}$;

$v_o^2 = GM_T\frac{9}{5R_T} = \frac{9}{5}\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}97\cdot 10^{24}}{6{,}38\cdot 10^{6}} = 1,12\cdot 10^{6}(\frac{m}{s})^2$; $v_o = 1,06\cdot 10^{4}(\frac{m}{s})$.

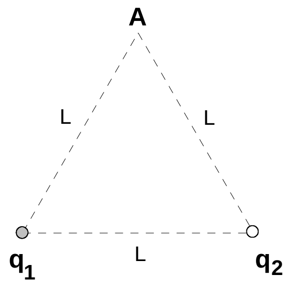
La energía potencial en ese punto es: $E_p = -\frac{GM_T m}{10R_T} = -\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}97\cdot 10^{24}\cdot 5\cdot 10^{3}}{10\cdot 6{,}38\cdot 10^{6}} = -3,12\cdot 10^{10}(J)$.

☙ Opción A. Ejercicio 3

[a] Escriba y comente la ley de Coulomb. *(1 punto)*

[b] Dos partículas cargadas q_1 = 2 μC y q_2 = -2 μC están situadas en los vértices de la base de un triángulo equilátero de lado L = 5 cm, como muestra la figura. Determine el vector campo eléctrico $\vec{E}$ (módulo, dirección y sentido) en el punto A, vértice superior del triángulo. *(1 punto)*

[c] Calcula el potencial electrostático en el punto A. *(0,5 puntos)*



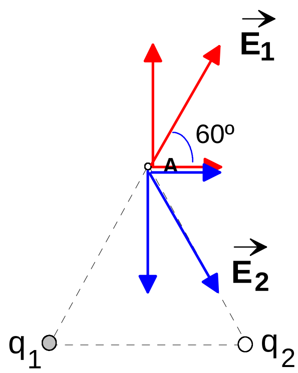
DATOS: $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$, *1 μC = 10⁻⁶ C.*

Respuesta

[a] Véase y estúdiese el libro de Física.

[b] En primer lugar, se dibuja los vectores intensidad del campo eléctrico, debidos a cada una de las cargas, en el punto A. En segundo lugar, se calcula los módulos de dichas intensidades de campo eléctrico: $E_1 = E_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(5 \cdot 10^{-2})^2} = 7,2 \cdot 10^6 (\frac{N}{C})$.

A continuación, se aplica el principio de superposición; es cómodo hacerlo mediante componentes, por lo que hay que obtener las componentes X e Y de estos dos vectores. Vemos que las componentes verticales se anulan entre sí, por lo que la intensidad del campo eléctrico resultante sólo tiene componente horizontal.



Intensidad del campo eléctrico resultante en el punto A

Módulo: $E(A) = 2E_1 \cos 60 = 2 \cdot 7,2 \cdot 10^6 \cdot 0,5 = 7,2 \cdot 10^6 (\frac{N}{C})$;

Dirección y sentido: horizontal y hacia la derecha.

[c] El potencial eléctrico total en el punto A es cero, pues es la suma de dos potenciales iguales y opuestos.

Opción A. Ejercicio 4

[a] Explique en qué consiste el efecto fotoeléctrico y qué es el potencial de frenado (o de corte). *(1 punto)*

[b] Cuando se ilumina una célula fotoeléctrica con radiación de longitud de onda $\lambda_1 = 410(nm)$, se observa que la velocidad máxima de los electrones emitidos es el doble que cuando la placa se ilumina con otra radiación de longitud de onda $\lambda_2 = 500(nm)$. Determine el trabajo de extracción. Calcule el potencial de frenado necesario para anular la corriente en ambos casos. *(1,5 puntos)*

Datos: e = -1,60·10^{-19} C; c = 3,00·10^{8} m/s; h = 6,63·10^{-34} Js; 1 nm = 10^{-9} m.

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] El potencial de frenado está relacionado con la energía cinética máxima mediante la expresión: $|e|V_{frenado} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$. Para la primera radiación se cumple que: $|e|V_1 = \frac{1}{2}m(2v_2)^2$; para la segunda radiación tenemos que $|e|V_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$; de ambas se deduce que $|e|V_1 = 4|e|V_2$.
Por otro lado, en el efecto fotoeléctrico sabemos que $hf = \phi_o + |e|V_{frenado}$, donde f es la frecuencia de la radiación incidente y ϕ_o el trabajo de extracción. Además, la frecuencia se relaciona con la longitud de onda mediante: $f = \frac{c}{\lambda}$. Teniendo en cuenta todas estas consideraciones, podemos escribir: $\left\{ \begin{array}{c} \frac{hc}{\lambda_1} = \phi_o + 4|e|V_2 \\ \frac{hc}{\lambda_2} = \phi_o + |e|V_2 \end{array} \right\}$ al restar ambas queda: $\frac{hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_2} = 3|e|V_2$;
$\frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{4{,}10\cdot 10^{-7}} - \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{5{,}00\cdot 10^{-7}} = 3\cdot 1,60\cdot 10^{-9}V_2$; $V_2 = 0{,}181\ V$, por otro lado, $V_1 = 4\cdot V_2$;
$V_1 = 0{,}724\ V$.
El trabajo de extracción puede obtenerse de cualquiera de las dos ecuaciones anteriores:
$\frac{hc}{\lambda_2} = \phi_o + |e|V_2$; $\phi_o = \frac{hc}{\lambda_2} - |e|V_2 = 3,98\cdot 10^{-19} - 1,60\cdot 10^{-19}\cdot 0,724 = 2,82(V)$.

Opción B. Ejercicio 1

[a] ¿Qué es una onda estacionaria? Explique qué condiciones deben cumplirse para que se forme una onda estacionaria en un tubo con un extremo abierto y el otro cerrado. *(1 punto)*

[b] Considere un tubo sonoro de longitud L = 1,5 m con uno de sus extremos abierto a la atmósfera y el otro extremo cerrado. Calcule las dos menores frecuencias de excitación sonora para las que se formarán ondas estacionarias en su interior. Determine las longitudes de onda correspondientes. *(1 punto)*

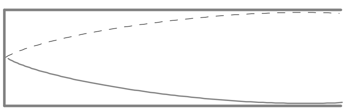
[c] Se abre a la atmósfera el extremo cerrado. Calcule en este caso la frecuencia de excitación sonora necesaria para que se produzcan 3 nodos a lo largo del tubo. *(0,5 puntos)*

Dato: Velocidad de propagación del sonido en el aire v = 340 m/s.

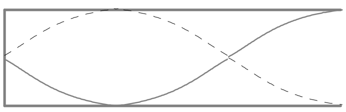
Respuesta

[a] Consulta, y estudia, el libro de Física.

[b] Para un tubo cerrado por un extremo la menor frecuencia, que coincide con la frecuencia fundamental, es $f_o = \frac{v}{4L} = \frac{340(m/s)}{4 \cdot 1{,}5(m)} = 56,7(Hz)$. La correspondiente longitud de onda está dada por $\lambda_o = \frac{v}{fo} = \frac{340(m/s)}{56{,}7(Hz)} = 6(m)$. La siguiente menor frecuencia, correspondiente al tercer armónico, es: $f_3 = 3 \cdot f_o = 170(Hz)$; la longitud de onda asociada a este armónico es: $\lambda_3 = \frac{v}{f_3} = \frac{340(m/s)}{170(Hz)} = 2(m)$. Estos resultados son coherentes con los perfiles de las ondas estacionarias producidas, como se muestra en la siguiente figura.

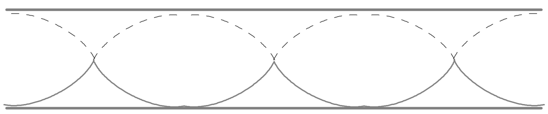


L = λ/4



L = 3λ/4

[c] El perfil de la onda estacionaria con tres nodos en un tubo abierto por los dos extremos se muestra en la siguiente figura.



Se cumple que la longitud del tubo es vez y media la longitud de onda: $L = \frac{3}{2}\lambda$; $\lambda = \frac{2L}{3} = 1(m)$, con lo que $f = \frac{v}{\lambda} = 340(Hz)$.

Opción B. Ejercicio 2

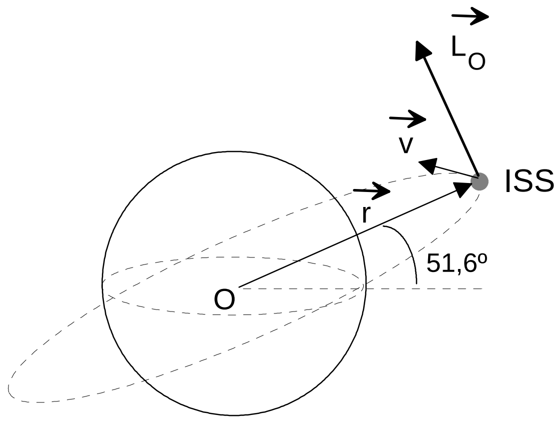
[a] Defina el concepto de momento angular de una partícula respecto de un punto. Enuncie su teorema de conservación. *(1 punto)*

[b] La estación espacial internacional (ISS) tiene una masa m = $4{,}5\cdot10^5$ kg y describe una órbita aproximadamente circular alrededor de la Tierra a una altura media h = 413 km sobre su superficie. Calcule el módulo del momento angular de la ISS respecto al centro de la Tierra. Si el plano de la órbita está inclinado 51,6º respecto del plano ecuatorial, ¿qué dirección tiene el vector momento angular $\vec{L}$? ¿Es $\vec{L}$ un vector constante? ¿Por qué? *(1,5 puntos)*

DATOS: Constante de gravitación universal, G = $6{,}67\cdot10^{-11}$ Nm²kg^{-2}; masa de la Tierra, M_T = $5{,}97\cdot10^{24}$ kg; radio de la Tierra, $R_T = 6{,}38\cdot10^6$ *m.*

Respuesta

[a] Véase un libro de Física. Para justificar el teorema de conservación tienes que deducir la expresión matemática de la variación temporal del momento angular y, seguidamente, imponer las condiciones pertinentes.



[b] El módulo del momento angular de la estación respecto al punto O se calcula mediante: $L_O = rmv$, ya que el vector de posición es perpendicular al vector velocidad. En este caso, $r = 6{,}38\cdot10^6 + 0{,}413\cdot10^6 = 6{,}79\cdot10^6(m)$. Además, la rapidez orbital se obtiene de $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot5{,}97\cdot10^{24}}{6{,}79\cdot10^6}} = 7{,}66\cdot10^3(\frac{m}{s})$. Llevando estos resultados a la primera ecuación, se obtiene: $L_O = 4{,}5\cdot10^5\cdot6{,}79\cdot10^6\cdot7{,}66\cdot10^3 = 2{,}32\cdot10^{16}\left(\frac{kg\cdot m^2}{s}\right)$.
El vector momento angular $\vec{L}_O$ forma un ángulo de 141,6º (90º más 51,6º) o de su suplementario 39,4º, según se mire.
La estación evoluciona sometida a la fuerza gravitatoria, que es una fuerza central, con lo que su momento respecto al punto O es cero y, en consecuencia, el momento angular $\vec{L}_O$ permanece constante.

✑ Opción B. Ejercicio 3

En una determinada región del espacio hay un campo eléctrico $\vec{E}$ y otro magnético $\vec{B}$. Una partícula cargada con carga q entra en dicha región del espacio con una velocidad $\vec{v}$, perpendicular a $\vec{B}$, y se observa que su velocidad no sufre ninguna variación. Conteste razonadamente las siguientes preguntas:

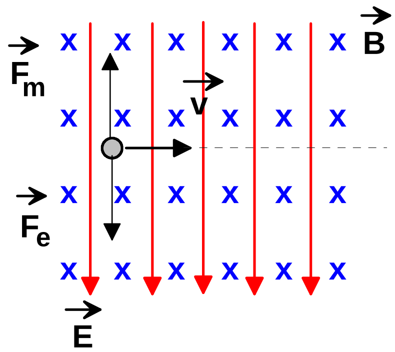
[a] ¿Qué dirección y sentido tiene el campo $\vec{E}$ respecto a las direcciones de $\vec{B}$ y $\vec{v}$. Explíquelo con un dibujo. *(1 punto)*

[b] Si el módulo del campo magnético es B = 10 T y la carga viaja con una rapidez v = 1 m/s, calcule al módulo del campo eléctrico. *(1 punto)*

[c] Si se anula el campo eléctrico, describa la trayectoria que seguirá la partícula. *(0,5 puntos)*

Respuesta

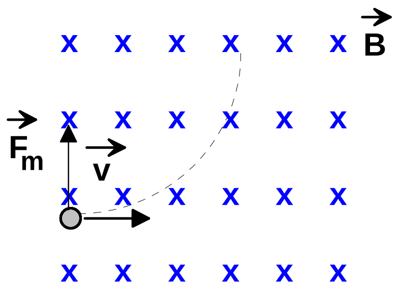
[a] la fuerza magnética sobre la partícula cargada en movimiento está dada por: $\vec{F}_m = q(\vec{v}\times\vec{B})$; se trata de un vector perpendicular al plano que determinan la velocidad y la intensidad del campo magnético (por lo tanto, en el plano del papel) y sentido hacia arriba. Por otro lado, si la partícula no se desvía, la fuerza eléctrica sobre la partícula cargada es un vector opuesto a la fuerza magnética; como $\vec{F}_e = q\vec{E}$, la intensidad del campo eléctrico $\vec{E}$ es la mostrada en la figura.



[b] Como la partícula no se desvía, los módulos de estas las fuerzas eléctrica y magnética han de ser iguales: $F_e = F_m$; $qE = qvB$; al dividir todo por q, queda: $E = vB = 1 \cdot 10(\frac{N}{C})$.

[c] Si solamente existiera el campo magnético, la fuerza sobre la partícula cargada se comporta como fuerza centrípeta, describiendo la carga una trayectoria circular con movimiento uniforme. Se cumple, entonces, que:

$qvB = m\frac{v^2}{R}$, expresión que nos permite calcular el radio de la trayectoria circular: $R = \frac{mv}{qB}$. La velocidad angular de la partícula cargada es $\omega = \frac{v}{R} = \frac{q}{m}B$, de donde se deduce que todas las partículas con el mismo cociente $\frac{q}{m}$girarán con la misma velocidad angular, aunque describan órbitas de radios distintos.



Opción B. Ejercicio 4

[a] Explique en qué consiste la doble naturaleza corpuscular y ondulatoria de la luz. *(1 punto)*

[b] Un rayo de luz monocromática incide con un ángulo de incidencia de 30º sobre una lámina de vidrio de caras planas y paralelas de espesor *d = 5 cm*. La velocidad de propagación de la luz dentro de la lámina es *v = 0,7c*, siendo *c* la velocidad de la luz en el vacío. Calcule el índice de refracción de la lámina. Determine el ángulo de refracción del rayo dentro de la lámina y el ángulo de refracción a la salida de la misma. Dibuje la marcha del rayo dentro y fuera de la lámina. *(1,5 puntos)*

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] En primer lugar, calculamos el valor del índice de refracción de la lámina, que es el cociente entre la velocidad de la luz en el medio patrón y la velocidad de la luz en la lámina: $n = \frac{c}{v} = \frac{c}{0,7 \cdot c} = 1,43$.
En segundo lugar, se analiza la refracción en la 1ª cara de la lámina, al aplicar la ley de Snell queda: $1 \cdot sen\ 30 = 1,43 \cdot sen\ \hat{r}_1$; $sen\ \hat{r}_1 = \frac{sen\ 30}{1,43} = 0,350$; $\hat{r}_1 = 20,5^o$. El ángulo de incidencia en la 2ª cara coincide con el de refracción de la 1ª cara; al aplicar de nuevo la ley de Snell se obtiene: $1,43 \cdot sen\ 20,5 = 1 \cdot sen\ \hat{r}_2$; $sen\ \hat{r}_2 = 0,5$; $\hat{r}_2 = 30^o$. Vemos que el ángulo de refracción a la salida de la lámina coincide con el ángulo de incidencia sobre la lámina, es decir, el rayo que sale de la lámina es paralelo al rayo que incide sobre la misma.