Universidad de Castilla La Mancha – Septiembre – 2007

Opción A

Problemas

1.- Una onda armónica senoidal transversal se propaga en sentido positivo del eje X con una frecuencia de 10 Hz, una velocidad de propagación de 20 m/s, una amplitud de 5 cm y fase inicial nula. Determina:

a) La ecuación de la onda.
b) La velocidad de vibración de un punto situado en x = 20cm en el instante t=0'15s.
c) La distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase, en un determinado instante, es π/6 rad.

Nos dan los datos:

$$\left.\begin{array}{r} sentido\ positivo\ OX: - \\ f = 10Hz \\ v = 20\,{}^{m}/_{s} \\ A = 0.05\ m \\ \delta_0 = 0\ rad \end{array}\right\} \rightarrow y(x,t) = A\ sen(\omega t \pm kx + \delta_0)$$

La frecuencia angular está relacionado con la frecuencia:

$$\omega = 2\pi\, f = 2\pi \cdot 10 \rightarrow \boldsymbol{\omega = 20\pi\ {}^{rad}/_{s}}$$

El número de onda lo calculamos gracias a su relación con la frecuencia angular y la velocidad de propagación:

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{20\pi}{20} \rightarrow \boldsymbol{k = \pi\ m^{-1}}$$

Por tanto, la ecuación de onda queda, en unidades del S.I:

$$\boldsymbol{y(x,t) = 0.05\ sen(20\pi t - \pi x)}$$

La velocidad de vibración es la derivada de la posición con respecto al tiempo:

$$v(x,t) = \frac{dy}{dt} = A\omega\cos(\omega t - kx)$$

Para un punto situado a x = 20cm y en el instante t = 0.15s:

$$v(0.2{,}0.15) = 0.05 \cdot 20\pi\cos(20\pi \cdot 0.15 - \pi \cdot 0.2) \rightarrow \boldsymbol{v = -2.54\ {}^{m}/_{s}}$$

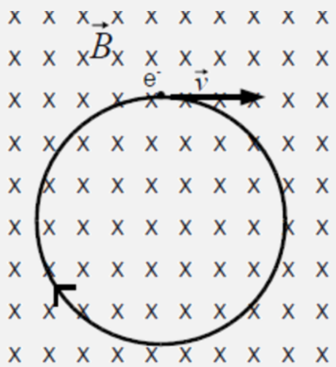
Fase del primer punto: $\delta_1 = 20\pi t - \pi x_1$

Fase del segundo punto: $\delta_2 = 20\pi t - \pi x_2$

Diferencia de fase entre ambos:

$$\Delta\delta = \delta_1 - \delta_2 = \frac{\pi}{6} \rightarrow |(20\pi t - \pi x_1) - (20\pi t - \pi x_2)| = \frac{\pi}{6} \rightarrow \pi|x_1 - x_2| = \frac{\pi}{6} \rightarrow |x_1 - x_2| = \frac{1}{6} \rightarrow \Delta\delta\ =\ \boldsymbol{0.167\ rad}$$

2.- Un electrón con una energía cinética de 3'0 eV recorre una órbita circular plana y horizontal dentro de un campo magnético uniforme cuya intensidad vale $2'0\cdot10^{-4}$ T, dirigido perpendicularmente a la misma según se indica en la figura. Calcula:

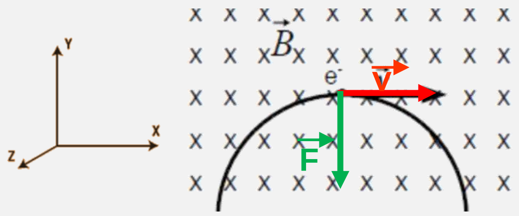


a) El radio de la órbita del electrón.
b) El periodo del movimiento.
c) El módulo de la aceleración del electrón.

e = $1'602\cdot10^{-19}$C , me = $9'109\cdot10^{-31}$kg, 1 eV = $1'60\cdot 10^{-19}$ J.

El electrón se ve sometido a una fuerza magnética que actúa como fuerza central:

$$|\vec{F}_m| = |\vec{F}_C| \rightarrow q \cdot v \cdot B \cdot sen\ \theta = m \cdot \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B \cdot sen\ \theta}$$



La velocidad la calculamos a partir de la energía cinética:

$$E_C = \frac{1}{2}m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot \frac{1.6\cdot10^{-19}}{1\ eV}}{9.109 \cdot 10^{-31}}} \rightarrow \boldsymbol{v = 1.026 \cdot 10^{6}\ {}^{m}/_{s}}$$

Por tanto, el radio de la órbita será:

$$R = \frac{9.109 \cdot 10^{-31} \cdot 1.026 \cdot 10^{6}}{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot sen\ 90°} \rightarrow \boldsymbol{R = 0.029\ m}$$

El periodo lo podemos calcular a partir de la velocidad orbital:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{v/R} \rightarrow T = \frac{2\pi\, R}{v} = \frac{2\pi\, 0.029}{1.026 \cdot 10^{6}} \rightarrow \boldsymbol{T = 1.79 \cdot 10^{-7}\ s}$$

La aceleración del electrón será:

$$|\vec{F}_m| = |\vec{F}_C| \rightarrow q \cdot v \cdot B \cdot sen\ \theta = m \cdot a_C \rightarrow a_C = \frac{q \cdot v \cdot B \cdot sen\ \theta}{m} = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 1.026 \cdot 10^{6} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot sen\ 90°}{9.109 \cdot 10^{-31}} \rightarrow \boldsymbol{a_C}$$

$$\boldsymbol{= 3.60 \cdot 10^{13}\ m/s^2}$$

Cuestiones

3.-

a) Deduce la expresión de velocidad de escape
b) Determina la velocidad de escape desde la superficie de la Luna

M_{Luna}=7'36·10^{22} kg , R_{Luna}=1'74·10^{6}m , G = 6'673·10^{-11}Nm^2/kg^2

La velocidad de escape es la energía mínima que debe comunicarse a un cuerpo para que salga del campo gravitatorio, se deduce igualando la energía cinética a la potencial, ya que la energía mecánica será mínima (nula)

$$E_C = E_P \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \rightarrow \boldsymbol{v_e} = \boxed{\sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R^2}}}\ \boldsymbol{m/s}$$

En la superficie lunar será:

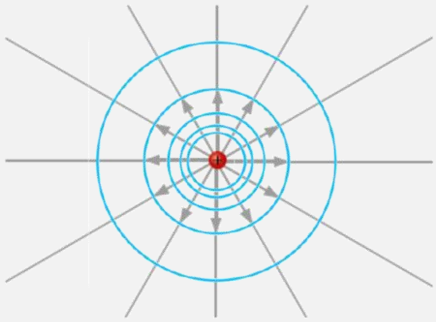
$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 7.36 \cdot 10^{22}}{(1.74 \cdot 10^{6})^2}} \rightarrow \boldsymbol{v_e = 1.8\ m/s}$$

4.- Explica que son las líneas de campo eléctrico y las superficies equipotenciales. Razona si es posible que se puedan cortar dos líneas de campo. Dibuja esquemáticamente las líneas de campo y las superficies equipotenciales correspondientes a una carga puntual positiva

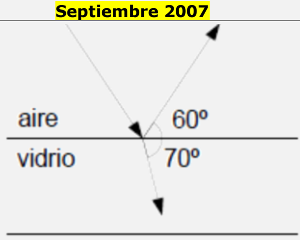
Las líneas de campo eléctrico son líneas imaginarias que siguen la trayectoria que seguiría la unidad de carga positiva dejada en libertad dentro del campo eléctrico. Por tanto, salen de las cargas positivas (fuentes) y entran en las cargas negativas (sumideros). Si no existen alguna de ellas las líneas de campo empiezan o terminan en el infinito. Además, el número de líneas que entran o salen de una carga puntual es proporcional al valor de la carga. En cada punto del campo, el número de líneas por unidad de superficie perpendicular a ellas es proporcional a la intensidad de campo.
Las superficies equipotenciales son el lugar geométrico de los puntos del espacio en los que el potencial tiene un mismo valor

Las líneas de campo magnético **no pueden cortarse**. Si dos líneas de campo electrostático se cruzaran, en el punto de corte habría dos valores del campo que se diferenciarían, al menos, en su dirección, ya que, por definición, las líneas de campo son tangentes al vector intensidad de campo en cada punto. Y entonces habría dos valores de la intensidad de campo en el mismo punto, lo cual es imposible.

Las líneas de campo y las superficies equipotenciales correspondientes a una carga positiva serían:



5.- La figura muestra un rayo de luz que avanza por el aire y se encuentra con un bloque de vidrio. La luz en parte se refleja y en parte se refracta. Calcular la velocidad de la luz en este vidrio y su índice de refracción.
n_{aire}=1 , c = 3'00·10^8 m/s)



La refracción sigue la Ley de Snell: el producto del seno del ángulo de incidencia por el índice de refracción del medio de donde proviene la luz es igual al producto del seno del ángulo de refracción por el índice de refracción del medio al que va la luz.

$$n_1 \; sen\,\hat{\imath} \; = \; n_2 \; sen\,\hat{r} \rightarrow n_2 = n_1 \cdot \frac{sen\,\hat{\imath}}{sen\,\hat{r}} = 1 \cdot \frac{sen\,(90-30)}{sen\,(90-70)} \rightarrow \boldsymbol{n_{vidrio} = 2.53}$$

El índice de refracción está relacionado con la velocidad de la luz de la siguiente manera:

$$n \; = \; \frac{c}{v} \rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{2.53} \rightarrow \boldsymbol{v_{vidrio} = 1.18 \cdot 10^8 \; m/_{s}}$$

6.- Se hace incidir luz monocromática de una láser He-Ne de 3 mW de intensidad y de longitud de onda λ=632 nm sobre una superficie de potasio, cuyo trabajo de extracción 2'22 eV.

a) ¿Se producirá emisión fotoeléctrica?
b) ¿Qué ocurrirá si aumentamos la intensidad del láser He-Ne? Justifica tus respuestas

h = 6,63·10^{-34} Js, c=3'00·10^8 m/s, 1 eV = 1,602·10^{-19} J, 1nm =10^{-9}m

Para que se produzca una emisión fotoeléctrica la frecuencia de la luz incidente tiene que ser como mínimo la frecuencia umbral:

$$W \; = h \cdot f_0 \rightarrow 2.22 \; eV \cdot \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \; Jul}{1 \; eV} = 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot f_0 \rightarrow \boldsymbol{f_0 = 5.36 \cdot 10^{14} \; Hz}$$

La frecuencia de la luz incidente la sacamos de su longitud de onda:

$$c = \lambda \cdot f \rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{632 \cdot 10^{-9}} \rightarrow \boldsymbol{f = 4.74 \cdot 10^{14} \; Hz}$$

Por tanto, como la frecuencia de la luz incidente es menor que la frecuencia umbral, **no se producirá** emisión fotoelétrica.

Si aumentamos la intensidad del láser **tampoco se producirá efecto fotoeléctrico**, ya que se aumenta la cantidad de fotones por unidad de tiempo que alcanzan el metal, pero cada uno de ellos interacciona con un electrón con energía insuficiente para arrancarlo.

Opción B

Problemas:

1.- Una carga puntual de 10 nC está situada en el punto A (0, 3) de un sistema cartesiano. Otra carga puntual de -10 nC está situada en B (0, -3). Las coordenadas están expresadas en metros. Calcula:

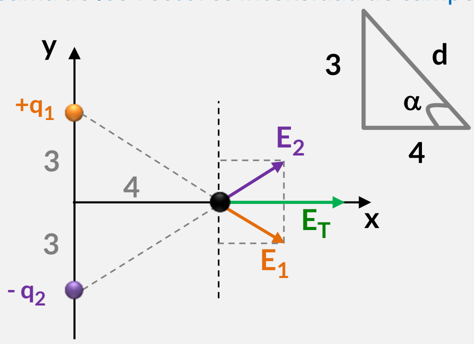
a) El vector intensidad de campo eléctrico en el punto C situado en (4, 0).
b) El valor del potencial electrostático en un punto C.
c) El trabajo que realiza el campo de fuerzas eléctricas cuando una carga puntual de 2 nC se desplaza desde el punto C a un punto D situado en (0, 2).

Dato: k = 9'00·10^9 N m2C^{-2}, 1 nC = 10^{-9} C

El campo eléctrico en un punto es una magnitud vectorial que se calcula como la suma de los vectores intensidad de campo eléctrico debido a cada carga en dicho punto. Por tanto, en el punto C tenemos:

$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Como se aprecia en el dibujo, el vector intensidad de campo eléctrico en el punto C sólo tendrá componente horizontal, puesto que las componentes verticales se anulan por simetría, ya que las cargas y las distancias son las mismas:



$$\vec{E}_C = (E_{1X} + E_{2X})\,\vec{\imath} \;=\; k\left(\frac{q_1}{d_1^2} + \frac{q_2}{d_2^2}\right)\vec{\imath} \rightarrow \vec{E}_C = 2k\frac{q}{d^2}\,\vec{\imath}$$

Para calcular la distancia, usamos el teorema de Pitágoras:

$$d \;=\; \sqrt{3^2 + 4^2} \;\rightarrow\; \boldsymbol{d = 5\,m}$$

El ángulo lo calculamos por trigonometría:

$$\alpha = arc.tg\left(\frac{3}{4}\right) \rightarrow \boldsymbol{\alpha = \;36.86°}$$

Por tanto, el campo eléctrico será igual a:

$$\vec{E}_C = 2k\frac{q}{d^2}\cos\alpha\;\vec{\imath} = 2\cdot 9\cdot 10^9\cdot\frac{10\cdot 10^{-9}}{5^2}\cos 36.86\;\vec{\imath} \rightarrow \boldsymbol{\vec{E}_C = 5.76\,\vec{\imath}\,N}$$

El potencial el punto C es una magnitud escalar que se calcula como la suma de los potenciales debidos a cada carga, en este caso, va a ser nulo, puesto que las distancias son iguales y las cargas son iguales pero de signo contrario, es decir:

$$V_C = V_1 - V_2 \rightarrow \boldsymbol{V_C = 0V}$$

El trabajo realizado para desplazar una carga q'= 2nC, desde C hasta D (0,2) viene dado por la expresión:

$$W \;= -q\Delta V$$

El potencial en el D va a ser también nulo ($\boldsymbol{V_D = 0V}$), por lo mismo que en el punto C. Por lo que, el trabajo necesario para llevar una carga de C a D será nulo:

$$W \;= -q(V_D - V_C) = 2\cdot 10^{-9}\cdot 0 \;\;\rightarrow \boldsymbol{W = 0\,Jul}$$

Todo el eje de abscisas tiene el mismo potencial (0V), por lo que no costara trabajo desplazar una carga cualquiera a través de dicho eje.

2.- Un meteorito de 400kg de masa que se dirige directo, en caída libre, hacia la Tierra tiene una velocidad de 20m/s a una altura sobre la superficie terrestre h=500km. Determina:

a) La energía mecánica del meteorito a dicha altura
b) La velocidad con la que impactará sobre la superficie terrestre despreciando la fricción con la atmósfera.
c) El peso del meteorito a dicha altura h

G = 6'67· 10^{-11} N $m^2 kg^{-2}$, M_{TIERRA}= 5'98·10^{24} kg, R_{TIERRA}=6370 km

La energía mecánica es la suma de la energía cinética y potencial:

$$E_M = E_C + E_P = \frac{1}{2}m\cdot v^2 - G\frac{M\,m}{R+h} = \frac{1}{2}\cdot 400\cdot(20)^2 - 6.67\cdot 10^{-11}\frac{5.98\cdot 10^{24}\cdot 400}{(6370+500)\cdot 10^3} \rightarrow \boldsymbol{E_M = -2.32\cdot 10^{10}\,Jul}$$

En su impacto con la superficie terrestre la energía mecánica se conserva:

$$E_{M.Sup} = E_{M.Altura} \rightarrow E_{C.Sup} + E_{P.Sup} = E_{M.Altura}$$

$$-2.32\cdot 10^{10} = \frac{1}{2}m\cdot v^2 - G\frac{M\,m}{R} \rightarrow -2.32\cdot 10^{10} = \frac{1}{2}400\cdot v^2 - 6.67\cdot 10^{-11}\frac{5.98\cdot 10^{24}\cdot 400}{6370\cdot 10^3} \rightarrow -2.32\cdot 10^{10}$$
$$= \frac{1}{2}400\cdot v^2 - 2.5\cdot 10^{10} \rightarrow \boldsymbol{v = 3038.52\,{}^{m}/_{s}}$$

El peso del meteorito será:

$$P_{500} = m\cdot g_{500} = m\cdot\frac{G\,M}{(R+h)^2} = 400\cdot\frac{6.67\cdot 10^{-11}\cdot\;5.98\cdot 10^{24}}{(6370\cdot 10^3 + 500\cdot 10^3)^2} \rightarrow \boldsymbol{P_{500} = 3380.44\,N}$$

Cuestiones:

3.- Un electrón se mueve en una órbita circular de 3 mm de radio, en el seno de un campo magnético uniforme de 0,06 T perpendicular al plano de la órbita. Determina el módulo de la velocidad del electrón.
e=1'602·10^{-19}C, me=9'11·10^{-31}kg

La fuerza magnética que actúa sobre el electrón en movimiento actúa como fuerza radial, es decir: $|\vec{F}_m| = |\vec{F}_C|$

$$|\vec{F}_m| = |\vec{F}_C| \rightarrow q \cdot v \cdot B \cdot sen\,\theta = m \cdot \frac{v^2}{R} \rightarrow v = \frac{q \cdot B \cdot R}{m} = \frac{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 0.06 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{9.11 \cdot 10^{-31}} \rightarrow \boldsymbol{v = 3.16 \cdot 10^7\ ^{m}/_{s}}$$

4.- Una marca de frigoríficos establece en su publicidad que estos electrodomésticos trabajan con un nivel de intensidad sonora máximo de 40 dB. ¿Cuál es la máxima intensidad de sonido que emiten los frigoríficos?
Dato: Intensidad umbral I_0 = 10^{-12} Wm^{-2}.

El nivel de intensidad sonora viene dado por:

$$\beta = 10 \cdot \log\frac{I}{I_0} \rightarrow 40 = 10 \cdot \log\frac{I}{10^{-12}} \rightarrow 4 = \log\frac{I}{10^{-12}} \rightarrow 10^4 = \frac{I}{10^{-12}} \rightarrow \boldsymbol{I = 10^{-8}\ W \cdot m^{-2}}$$

5.- Describe el fenómeno de la refracción y enuncia sus leyes.

La refracción de la luz es el cambio de dirección de los rayos de luz que ocurre cuando pasan de un medio a otro en el que la luz se propaga con distinta velocidad. Se rige por dos principios o leyes de la refracción:

1°. El rayo incidente, el refractado y la normal a la superficie en el punto de incidencia están en el mismo plano.
2°. Ley de Snell de la refracción: da la relación entre el ángulo de incidencia, el de refracción y los índices de refracción absolutos de la luz en los dos medios:

$$n_1\,sen\,\hat{\imath} = n_2\,sen\,\hat{r}$$

6.- Enuncia y explica la ley de desplazamiento de Wien. Basándote en dicha ley deduce que estrella tiene más temperatura superficial: el Sol cuyo pico de emisión se produce para una longitud de onda $\lambda_{S,máx}$=502nm o la estrella supergigante roja Antares cuyo pico de emisión se produce para $\lambda_{A,máx}$=880nm.

La ley de Wien intenta explicar el espectro de la radiación emitida por un emisor perfecto (cuerpo negro). Según esta ley: "*El cuerpo negro emite energía para todas las longitudes de onda y la distribución de la energía radiante es tal que a una determinada longitud de onda la intensidad de emisión es máxima.*" Para esta longitud de onda se cumple:

$$\lambda_{máx} \cdot T = 2.898 \cdot 10^{-3}\ m \cdot k$$

El máximo de energía emitida se desplaza hacia longitudes de onda más cortas (mayores frecuencias) a medida que aumenta la temperatura del cuerpo emisor.

Para las dos estrellas que nos dan tenemos:

$$T = \frac{2.898 \cdot 10^{-3}}{\lambda_{máx}} \rightarrow \begin{cases} Sol: T_{Sol} = \dfrac{2.898 \cdot 10^{-3}}{502 \cdot 10^{-9}} \rightarrow \boldsymbol{T_{Sol} = 5772.9\ K} \\ Antares: T_{Antares} = \dfrac{2.898 \cdot 10^{-3}}{880 \cdot 10^{-9}} \rightarrow \boldsymbol{T_{Antares} = 3293.2\ K} \end{cases}$$

Por tanto, el **Sol** tiene mayor temperatura superficial.