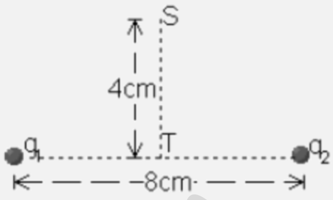
Universidad de Castilla La Mancha – Junio – 2006

Opción A

Problemas:

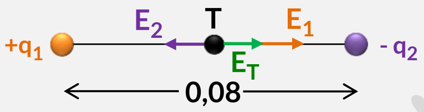
1.- Dos cargas puntuales $q_1 = +2'0$ nC y $q_2 = -1'0$ nC están fijas y separadas una distancia de 8 cm. Calcular:



a) El campo eléctrico en el punto T situado en el punto medio entre las cargas
b) El potencial eléctrico en los puntos S y T
c) El trabajo necesario para trasladar otra carga, q´, de +3,0 nC desde el punto S hasta el punto T.

$k = 9'00 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2; 1 nC=10^{-9}C

El campo eléctrico en un punto es una magnitud vectorial resultado de la suma de cada vector intensidad de campo eléctrico debido a cada carga. Como vemos en la figura, el campo eléctrico en el punto T, sólo tendrá componente x:



$$\vec{E}_T = \vec{E}_{1\,x} + \vec{E}_{2\,x} = k \cdot \left(\frac{q_1}{r_1^2}(+\vec{\imath}) + \frac{q_2}{r_2^2}(-\vec{\imath}) \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-9}}{0.04^2} - \frac{10^{-9}}{0.04^2} \right) \vec{\imath} \rightarrow \boldsymbol{\vec{E}_T = 5625\,\vec{\imath}\ {}^{N}/_{C}}$$

El potencial eléctrico en cada punto es una magnitud escalar que es la suma de los potenciales debidos a cada carga:

$$V_T = V_{1.T} + V_{2.T} = k \cdot \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-9}}{0.04} - \frac{10^{-9}}{0.04} \right) \rightarrow \boldsymbol{V_T = 225\ V}$$

La distancia entre el punto S y cada carga es la misma, al ser la distribución simétrica. La calculamos por el teorema de Pitágoras:

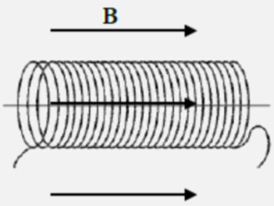
$$d = \sqrt{0.04^2 + 0.04^2} \rightarrow \boldsymbol{d = 0.056\ m} \rightarrow V_S = V_{1.S} + V_{2.S} = k \cdot \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-9}}{0.056} - \frac{10^{-9}}{0.056} \right) \rightarrow \boldsymbol{V_S = 160.71\ V}$$

El trabajo necesario para llevar una carga q_3 = +3 nC, desde el punto S al punto T es igual a:

$$W = -q_3 \cdot \Delta V = -q_3 \cdot (V_T - V_S) = -3 \cdot 10^{-9} \cdot (225 - 160.71) \rightarrow \boldsymbol{W = -1.92 \cdot 10^{-7}\ Jul}$$

Es decir, el trabajo es realizado por un agente externo.

2.- Una bobina circular de 4 cm de radio y 30 vueltas se sitúa en un campo magnético dirigido perpendicularmente al plano de la bobina cuyo módulo en función del tiempo es $B(t) = 0'01t + 0'04t^2$, donde t está en segundos y B en teslas. Determina



a) El flujo magnético en la bobina en función del tiempo.
b) La fuerza electromotriz inducida en el instante t = 5,00s

El flujo magnético que atraviesa la bobina es el flujo que atraviesa una espira multiplicado por el número de espiras que tenga la bobina. Por tanto:

$$\phi = N \cdot (\vec{B} \cdot \vec{S})$$

Sustituyendo los valores, y teniendo en cuenta que el ángulo entre la espira y el campo magnético es de 0°, se tiene:

$$\phi = N \cdot |\vec{B}| \cdot |\vec{S}| \cdot \cos 0 = 30 \cdot (0'01t + 0'04t^2) \cdot (\pi \cdot 0.04^2) \cdot 1 \rightarrow \boldsymbol{\phi = (-1.5 + 6.03t^2) \cdot 10^{-3}\ Wb}$$

La fem inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \rightarrow \boldsymbol{\varepsilon = -(1.2 \cdot 10^{-2}\ t)\ V}$$

Sustituyendo para t = 5 s, se obtiene:

$$\boldsymbol{\varepsilon = -6.031 \cdot 10^{-2}\ V}$$

Cuestiones:

3.- Calcular la masa terrestre a partir de los valores del periodo de rotación de la Luna entorno a la Tierra, T=27'3 días, y del radio medio de su órbita Rm=3'84·10^8 m
G = 6'672·10^{-11} Nm^2/kg^2

En un satélite en órbita terrestre se cumple que:

$$\left|\vec{F}_C\right| = \left|\vec{F}_g\right| \rightarrow m \cdot \frac{v_o^2}{R} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R^2} \rightarrow \boldsymbol{v_o^2 = G \cdot \frac{M_T}{R}}$$

Por otro lado, sabemos que la velocidad lineal de un movimiento uniforme es igual al espacio recorrido partido el tiempo empleado, en el caso de un satélite en órbita terrestre será igual a:

$$v_0 = \frac{2\pi\, R}{T}$$

Sustituyendo la velocidad orbital en la primera expresión, tenemos:

$$\left(\frac{2\pi\, R}{T}\right)^2 = G \cdot \frac{M_T}{R} \rightarrow \frac{4\pi^2\, R^2}{T^2} = G \cdot \frac{M_T}{R} \rightarrow M_T = \frac{4\pi^2\, R^3}{T^2 \cdot G} = \frac{4\pi^2\,(3.84 \cdot 10^8)^3}{(27.3 \cdot 24 \cdot 3600)^2 \cdot 6.672 \cdot 10^{-11}} \rightarrow \boldsymbol{M_T = 6.022 \cdot 10^{24} kg}$$

4.- En el laboratorio se ha medido cuatro veces el tiempo que tarda una esferita que pende de un hilo de 40 cm de longitud en realizar 10 oscilaciones completas de pequeña amplitud. Los resultados de la medición son 12'7, 12'9, 12'6 y 12'6 s. Estima el valor de la aceleración de la gravedad.

El periodo, la longitud y la aceleración de la gravedad, para un péndulo simple, están relacionadas según:

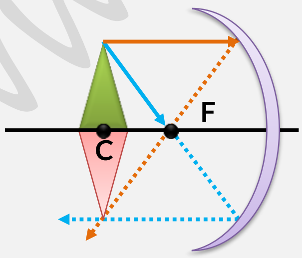
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow g = 4\pi^2\,\frac{L}{T^2}$$

El periodo de oscilación lo calculamos dividiendo el tiempo que invierte la esferita en completar las 10 oscilaciones. Por último, la aceleración de la gravedad será la media aritmética de las aceleraciones calculadas para cada péndulo:

L (m)	t(s)	$T = \frac{t}{10}$	$g = 4\pi^2\,\frac{L}{T^2}$
0.4	12.7	1.27	12.43
	12.9	1.29	12.24
	12.6	1.26	12.53
	12.6	1.26	12.53

$$\boldsymbol{g = 12.43\ {}^{m}/_{s^2}}$$

5.- Obtén gráficamente la imagen de un objeto situado en el centro de curvatura de un espejo esférico cóncavo. Indica las características de la imagen obtenida.



La imagen obtenida es:
- Real
- Invertida
- Disminuida

6.- ¿Se produce corriente fotoeléctrica cuando la luz de 400 nm incide sobre un metal con una función de trabajo de 2,3 eV?
1 eV = 1'6·10^{-19} J, h = 6'63·10^{-34} J s, c = 3·10^8 m s^{-1}, 1nm=10^{-9}m

Para que se produzca el efecto fotoeléctrico la frecuencia de la luz incidente tiene que ser mayor que la frecuencia umbral, que es característica de cada metal.
La frecuencia de la luz incidente la calculamos gracias a la expresión de la velocidad de la luz en el vacío:

$$c = \lambda \cdot f \rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} \rightarrow \boldsymbol{f = 7.5 \cdot 10^{14}\ Hz}$$

La frecuencia umbral la calculamos a partir de la expresión del trabajo de extracción:

$$W = h \cdot f_0 \rightarrow f_0 = \frac{W}{h} = \frac{2.3eV \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-19}\ Jul}{1\ eV}}{6.63 \cdot 10^{-34}} \rightarrow \boldsymbol{f_0 = 5.5 \cdot 10^{14}\ Hz}$$

Por tanto, como la frecuencia de la luz incidente es mayor que la frecuencia umbral, **sí se producirá corriente fotoeléctrica**.

Opción B

Problemas:

1.- Una onda estacionaria en una cuerda se puede describir por la ecuación:

$$y\ (x, t)\ =\ 0'02\ sen\ (10\pi x/3)\ cos\ (40\pi t)$$

donde y, x, t se expresan en unidades del S.I. Calcula:

a) La velocidad y la amplitud de las ondas que, por superposición, pueden dan lugar a esta onda estacionaria.
b) La distancia entre dos nodos consecutivos de la cuerda.
c) La velocidad máxima que presenta el punto medio entre dos nodos consecutivos.

Comparamos la ecuación dada con la ecuación de una onda armónica:

$$\begin{matrix} y(x,t) = 0'02\ sen\left(\frac{10\pi}{3}x\right)\cos(40\pi t) \\ y(x,t) = 2A\ sen(kx)\cos(\omega t) \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{A = 0.01\ m} \\ k = \frac{10\pi}{3}\ m^{-1} \\ \omega = 40\pi\ {}^{rad}/_{s} \end{cases}$$

La velocidad es igual a la frecuencia por la longitud de onda. La frecuencia la calculamos a partir de la frecuencia angular:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{40\pi}{2\pi} \rightarrow \boldsymbol{f = 20\ Hz}$$

La longitud de onda, la calculamos a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\frac{10\pi}{3}} \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 0.6\ m}$$

Por tanto, la velocidad será igual a:

$$v = \lambda \cdot f = 0.6 \cdot 20 \rightarrow \boldsymbol{v = 12\frac{m}{s}}$$

La distancia entre dos nodos consecutivos es la mitad de la longitud de onda:

$$d_{nodo-nodo} = \frac{0.6}{2} \rightarrow \boldsymbol{d_{nodo-nodo} = 0.3\ m}$$

La velocidad transversal se obtiene derivando la posición con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = -40\pi \cdot 0'02\ sen\left(\frac{10\pi}{3}x\right) sen(40\pi t)$$

El punto medio entre dos nodos consecutivos es un vientre, que son todos los puntos que oscilan con la máxima amplitud, por tanto:

$$sen\left(\frac{10\pi}{3}x\right) = 1$$

La velocidad transversal máxima de uno de esos vientres se tendrá cuando se cumpla que:

$$sen(40\pi t) = -1$$

Esta velocidad alcanzará un valor de:

$$v_{máx} = 40\pi \cdot 0'02\ \rightarrow\ \boldsymbol{v_{máx}\ =\ 2.51\frac{m}{s}}$$

2.- Un meteorito, de 200 kg de masa, se encuentra inicialmente en reposo a una distancia sobre la superficie terrestre igual a 7 veces el radio de la Tierra.

a) ¿Cuánto pesa en ese punto?
b) ¿Cuánta energía mecánica posee?
c) Si cae a la Tierra, suponiendo que no hay rozamiento con el aire, ¿con qué velocidad llegaría a la superficie terrestre?

G = 6'67· 10^{-11} N m^2kg^{-2}, M_{TIERRA}= 5'98·10^{24} kg, R_{TIERRA}=6370 km

El peso del meteorito es igual al módulo de la fuerza de la gravedad en ese punto:

$$|\vec{F_g}| = G\frac{M_T\,m}{R^2} = 6.67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{5.98\cdot 10^{24}\cdot 200}{(7\cdot 6.37\cdot 10^6)^2} \rightarrow \boldsymbol{P = 40.12\ N}$$

La energía mecánica total de un cuerpo en reposo es sólo su energía potencial:

$$E_M = E_C + E_P = 0 - G\frac{M_T\,m}{R} = -6.67\cdot 10^{-11}\frac{5.98\cdot 10^{24}\cdot 200}{(7\cdot 6.37\cdot 10^6)} \rightarrow \boldsymbol{E_M = -1.78\cdot 10^9\ Jul}$$

Si cae sobre la Tierra la energía mecánica permanece constante, transformándose la energía potencial en energía cinética:

$$E_M = E_C + E_P \rightarrow E_M = \frac{1}{2}m\cdot v^2 - G\frac{M_T\,m}{R_T} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2\cdot E_M}{m} + 2G\frac{M_T}{R_T}} = \sqrt{\frac{2\cdot(-1.78\cdot 10^9)}{200} + 2\cdot 6.67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{5.98\cdot 10^{24}}{6.37\cdot 10^6}}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{v = 10364.9\ \frac{m}{s}}$$

Cuestiones:

3.- En una región del espacio el campo es nulo. ¿Debe ser nulo también el potencial eléctrico en dicha región? Razona la respuesta.

Sean A y B dos puntos de la citada región. La diferencia de potencial entre ellos, de acuerdo con el significado de dicha magnitud, se calcula mediante la expresión:

$$V_{A-B} = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

Si el campo eléctrico es nulo, lo será la integral y la diferencia de potencial V_{A-B}, es decir, **el potencial es constante en dicha región**

4.- Un protón describe una circunferencia de radio 0'35 m en el seno de un campo magnético uniforme de 1'48 Teslas perpendicular al plano de la trayectoria. Calcula el módulo de la velocidad del protón y su energía cinética expresada en eV

$q_{protón}$=1'60·10^{-19} C, $m_{protón}$= 1'67·10^{-27}kg, 1eV=1'60·10^{-19}J

La fuerza magnética que actúa sobre el protón actúa como fuerza central, es decir:

$$|\vec{F}_m| = |\vec{F}_C| \rightarrow q\cdot(\vec{v}\times\vec{B}) = m\cdot\frac{v^2}{R} \rightarrow q\cdot|\vec{v}|\times|\vec{B}|\cdot sen\ \theta = m\cdot\frac{v^2}{R} \rightarrow v = \frac{q\cdot B\cdot R}{m\cdot sen\ \theta} = \frac{1.6\cdot 10^{-19}\cdot 1.48\cdot 0.35}{1.67\cdot 10^{-27}\cdot sen\ 90} \rightarrow \boldsymbol{v}$$

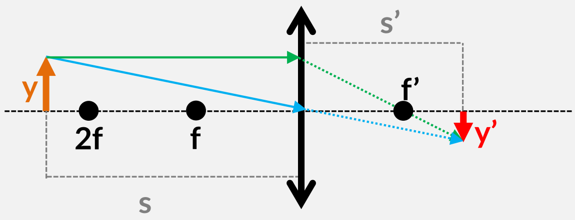
$$\boldsymbol{= 4.96\cdot 10^7\ {}^{m}/_{s}}$$

Su energía cinética es igual a:

$$E_C = \frac{1}{2}m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot 1.67\cdot 10^{-27}\cdot(4.96\cdot 10^7)^2 \rightarrow \boldsymbol{E_C = 2.06\cdot 10^{-12}\ Jul}\cdot\frac{1\ eV}{1.6\cdot 10^{-19}\ Jul} = \boldsymbol{1.28\cdot 10^7\ eV}$$

5.- Obtén gráficamente la imagen de un objeto situado a una distancia de una lente delgada convergente mayor que el doble de la distancia focal. Indica las características de la imagen obtenida.

Hacemos el trazado de rayos:



La imagen es real, invertida y del menor tamaño.

6.- Un isótopo inestable del astato $^{217}_{85}At$ emite una partícula α y se transforma en un elemento X, el cual emite una partícula β y da lugar al elemento Y. Establece los números másico y atómico de X e Y.

Una partícula α se corresponde con núcleos de $^{4}_{2}He$ que son expulsados del núcleo atómico, el elemento resultante tras una emisión alfa tendrá dos protones menos (Z' = Z – 2) y dos neutrones menos (A' = A – 4):

$$^{217}_{85}At \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{213}_{83}\boldsymbol{X}$$

Las partículas β son electrones, es decir, cuando un núclido emite una partícula β se transforma en otro núclido cuyo número atómico aumenta en una unidad y su número de masa no varía:

$$^{213}_{83}X \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + {}^{213}_{84}\boldsymbol{Y}$$