PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

11 de septiembre de 2022

1. Gravitación.

1. El proyecto ExoMars es una misión espacial cuya finalidad es la de buscar vida en el planeta Marte. En una primera fase, el 2016, constaba de un satélite, el ExoMars Trace Gas Orbiter, en órbita circular alrededor de Marte, a 400 km de altura, y un módulo de descenso, el Schiaparelli, que debía aterrizar en Marte. Pero cuando el módulo de descenso se encontraba a 3,7 km de altura sobre Marte, prácticamente en reposo, los sistemas automáticos interpretaron erróneamente que ya había llegado a la superficie. Detuvieron los retrocohetes y el módulo se desprendió del paracaídas. Como resultado, el Schiaparelli se precipitó en caída libre. a) Calcule el período del ExoMars Trace Gas Orbiter. b) Determine el valor de la aceleración de la gravedad e la superficie de Marte y la velocidad a la cuál la nave impactó con la superficie. (Considere que la gravedad es constante durante la caída, y el rozamiento con la atmósfera de Marte es despreciable.) Datos: Masa de Marte = 6,42 $\times$ 10^{23} kg. Radio de Marte = 3,38 $\times$ 10^{6} m. G = 6,67 $\times$ 10^{-11} N m^2 kg^{-2}.

   Respuesta:

   a) El periodo será:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (3,38 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23}}} = 7056,5\,\text{s}$$

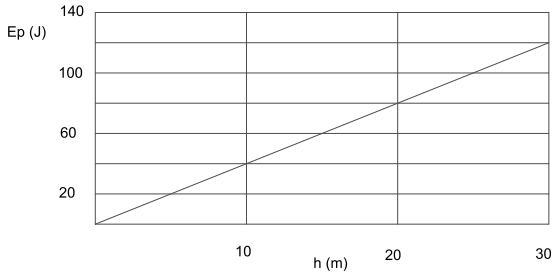
   b) La aceleración de la gravedad tiene el valor:

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23}}{(3,38 \cdot 10^6)^2} = 3,75\,\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

   La velocidad al impactar con la superficie de Marte es:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 3,75 \cdot 3700} = 166,6\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2. La gráfica siguiente muestra la variación de la energía potencial en función de la altura para un cuerpo de 2,00 kg de masa en la superficie de un planeta con un radio de 5 000 km.



   a) Calcule la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta y la masa de éste. b) Deduzca la expresión de la velocidad de escape a partir del Principio de Conservación de la Energía y calcúlela. Dato: G = 6,67 $\times$ 10^{-11} N m^2 kg^{-2}..

   Respuesta:

   a) En la imagen anterior, el ángulo α que forma la representación gráfica con el eje de las X, donde se representan las alturas respecto a la superficie del planeta, cumple que:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{E}_\text{p}}{\text{h}} = \frac{\text{mgh}}{\text{h}} = \text{mg} = \frac{120}{30} = 4$$

De forma que g = 4/m = 4/2 = 2 m/s^2

b) La velocidad de escape puede deducirse de:

$$\frac{1}{2}nv_e^2 - \frac{GMm}{r_0} = 0$$

Es decir, aplicando el Principio de Conservación de la Energía. v_e es la velocidad de escape, y r_0 el radio del planeta. Despejando, se obtiene:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}}$$

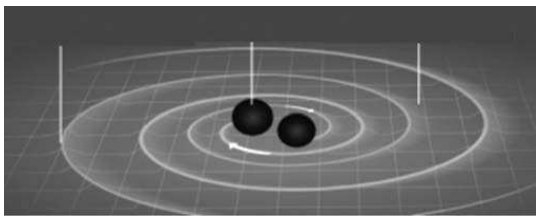
Para calcular la velocidad de escape, debemos conocer el producto GM, el cual deducimos del valor de g en la superficie del planeta:

$$g = 2 = \frac{GM}{(5\cdot 10^6)^2} \qquad GM = 5\cdot 10^{13}\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-1}$$

Así pues, tendremos:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2\cdot 5\cdot 10^{13}}{5\cdot 10^6}} = 4472\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

3. Una vez más, Einstein tenia razón. Cien años después de haber predicho la existencia de ondas gravitacionales en su Teoría General de la Relatividad, éstas han sido detectadas, y esta detección ha comportado la concesión del Premio Nobel de Física del año 2017. Las ondas gravitacionales detectadas se originaron en la colisión de dos agujeros negros. Igual que las ondas gravitacionales, los agujeros negros también fueron descritos en la Teoría General de la Relatividad. Las ideas básicas relativas a los agujeros negros pueden ser entendidas mediante las leyes de Newton. a) En el año 1783, noventa y seis años antes del nacimiento de Einstein, el astrónomo John Michell (1724-1793) publicó que un cuerpo esférico que tuviese la misma densidad del Sol y 500 veces el radio de éste, tendría una velocidad de escape desde su superficie, superior a la velocidad de la luz. Calcule la masa del cuerpo y la mencionada velocidad de escape.b) Calcule el módulo de la intensidad del campo gravitatorio que el cuerpo del apartado anterior crea en su superficie. ¿Qué fuerza (módulo, dirección y sentido) ejerce el cuerpo sobre una masa de 1 μg situada en su superficie Datos: G = 6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2}. Masa del Sol, M_S = 1,99·10^{30} kg. Radio del Sol, R_S = 6,96·10^8 m.



Respuesta:

a) La densidad del Sol sería:

$$\text{d} = \frac{1,99\cdot 10^{30}}{\frac{4}{3}\pi(6,96\cdot 10^8)^3}$$

La masa del cuerpo sería:

$$\text{M}_\text{c} = \frac{4}{3}\pi(500\cdot 6,96\cdot 10^8)^3\frac{1,99\cdot 10^{30}}{\frac{4}{3}\pi(6,96\cdot 10^8)^3} = 2,49\cdot 10^{38}\,\text{kg}$$

La velocidad de escape será:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,49 \cdot 10^{38}}{500 \cdot 6,96 \cdot 10^{8}}} = 3,09 \cdot 10^{8}\,m \cdot s^{-1}$$

b) La intensidad del campo gravitatorio en la superficie del cuerpo es:

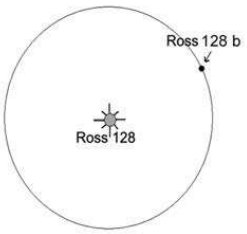
$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,49 \cdot 10^{38}}{(500 \cdot 6,96 \cdot 10^{8})^2} = 1,37 \cdot 10^{5} m \cdot s^{-2}$$

El módulo de la fuerza sobre la masa de 1 μg es:

$$F = 1,37 \cdot 10^{5} \cdot 10^{-9} = 1,37 \cdot 10^{-4}\,N$$

Dicha fuerza está dirigida radialmente hacia el centro del cuerpo.

4. Uno de los exoplanetas con más posibilidades de albergar vida es Ross 128 b. Gira alrededor de la estrella Ross 128 con un período orbital de 9,9 días, en una órbita prácticamente circular de radio 7,42 $\times$ 10^6 km, y su masa es 1,35 veces la masa de la Tierra. a) Calcule la masa de la estrella Ross 128. b) Suponiendo que el exoplaneta Ross 128 b tenga la misma densidad que la Tierra, calcule su radio y el módulo de la intensidad del campo gravitatorio en su superficie. Datos: G = 6,67 $\times$ 10^{-11} N m^2 kg^{-2}. Masa de la Tierra, M_T = 5,98 $\times$ 10^{24} kg. Radio de la Tierra, R_T = 6,37 $\times$ 10^6 m.



Respuesta:

a) Aplicando la tercera ley de Kepler:

$$9,9 \cdot 86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (7,42 \cdot 10^{9})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} M}} \qquad M = 3,30 \cdot 10^{29} kg$$

b) La densidad de la Tierra (y, supuestamente, la del planeta Ross 128 b) será:

$$d = \frac{M}{V} = \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{\frac{4}{3}\pi \cdot (6,37\,10^{6})^3} = 5523\,kg \cdot m^{-3}$$

El radio se calcula a partir de la expresión:

$$d = 5523 = \frac{m}{V} = \frac{1,35 \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{\frac{4}{3}\pi r^3} \qquad r = 7,04 \cdot 10^{6}\,m$$

La aceleración de la gravedad en su superficie será:

$$g = \frac{6,67 \times 10^{-11} \cdot 1,35 \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(7,04 \cdot 10^{6})^2} = 10,81\,m \cdot s^{-2}$$

5. El 29 de noviembre de 2018, el nanosatélite CubeCat-1, desarrollado por estudiantes e investigadores de la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), se lanzó al espacio desde la base espacial de Sriharikota, en la costa este de la India, dentro de un cohete de la agencia espacial india ISRO. El CubeCat-1 tiene una masa de 1,30 kg y orbita a 530 km de la superficie de la Tierra. a) Calcule el período orbital del CubeCat-1 e indique el número de vueltas completas que describe cada día alrededor de la Tierra.b) ¿Cuál es el peso del nanosatélite en su órbita? Datos: G = 6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2}. M$_{Tierra}$ = 5,98·10^{24} kg. R$_{Tierra}$ = 6,37·10^6 m.

Respuesta:

a) El periodo orbital será:

$$\mathrm{T} = \sqrt{\frac{4\pi^2(6,37\cdot 10^6 + 5,3\cdot 10^5)^3}{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,98\cdot 10^{24}}} = 5702\,\mathrm{s}$$

Al cabo de un día describirá un número de vueltas:

$$\mathrm{n} = \frac{86400}{5702} \simeq 15\ \text{vueltas}$$

b) El peso es:

$$\mathrm{P} = \frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}^2} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,98\cdot 10^{24}\cdot 1,30}{(6,37\cdot 10^6 + 5,3\cdot 10^5)^2} = 10,89\,\mathrm{N}$$

6. Determinar la masa y las posiciones de los cuerpos celestes fue, sin duda, un gran reto para los primeros astrónomos. Gracias a los valiosos datos sobre las posiciones de los astros que Tycho Brahe recogió a lo largo de su vida, Johannes Kepler pudo formular sus famosas tres leyes. a) Deduzca la tercera ley de Kepler a partir de la segunda ley de Newton y de la ley de Gravitación Universal, suponiendo que los planetas describen movimiento circulares alrededor del Sol. b) Determine la masa del Sol a partir de los datos que necesite de la tabla siguiente::

Planeta	Radio de la órbita (m)	Periodo (años)
Mercurio	57,90·10^9	0,2408
Venus	108,2·10^9	0,6152
Tierra	149,6·10^9	1,000
Marte	228,0·10^9	1,881

Dada: G = 6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2}.

Respuesta:

a) La ley de Gravitación Universal establece que: $\mathrm{F} = \frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}^2}$, mientras que la segunda ley de Newton puede ser expresada como: $\mathrm{F} = \mathrm{ma} = \frac{\mathrm{mv}^2}{\mathrm{r}}$. Igualando ambas expresiones de la fuerza, tendremos:

$$\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}^2} = \frac{\mathrm{mv}^2}{\mathrm{r}} = \frac{\mathrm{m}\,(\omega \mathrm{r})^2}{\mathrm{r}} = \frac{\mathrm{m}\left(\frac{2\pi}{\mathrm{T}}\right)^2 \mathrm{r}^2}{\mathrm{r}}$$

despejando, tendremos:

$$\mathrm{T}^2 = \frac{4\pi^2 \mathrm{r}^3}{\mathrm{GM}}$$

b) Para determinar la masa del Sol, podemos aplicar la tercera ley de Kepler con los datos de uno de los planetas, por ejemplo, Mercurio:

$$(0,2408\cdot 365\cdot 86400)^2 = \frac{4\pi^2(5,79\cdot 10^{10})^3}{6,67\cdot 10^{-11}\mathrm{M_S}} \qquad \mathrm{M_S} = 1,99\cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$$

7. La sonda Juno describe una órbita polar alrededor del planeta Júpiter desde el día 5 de julio de 2016. Su misión es estudiar la atmósfera, el origen y la estructura de Júpiter, así como su evolución dentro del Sistema Solar. Suponga que la órbita es circular y que la altura de aquella sobre el planeta es de 4 300 km. a) Calcule la energía cinética de Juno y su período de rotación.b) Calcule la energía que debería comunicársele para que abandonase el campo gravitatorio de Júpiter. Datos: Masa de Júpiter, $M_J = 1{,}90{\cdot}10^{27}$ kg. Radio de Júpiter, $R_J = 69\ 911$ km. Masa de la sonda Juno, $m_{Juno} = 3\ 625$ kg. G $= 6{,}67{\cdot}\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

Respuesta:

a) La energía cinética es:

$$E_c = \frac{GMm}{2r} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,90 \cdot 10^{27} \cdot 3625}{2\,(6,9911 \cdot 10^7 + 4,3 \cdot 10^6)} = 3,10 \cdot 10^{12}\text{J}$$

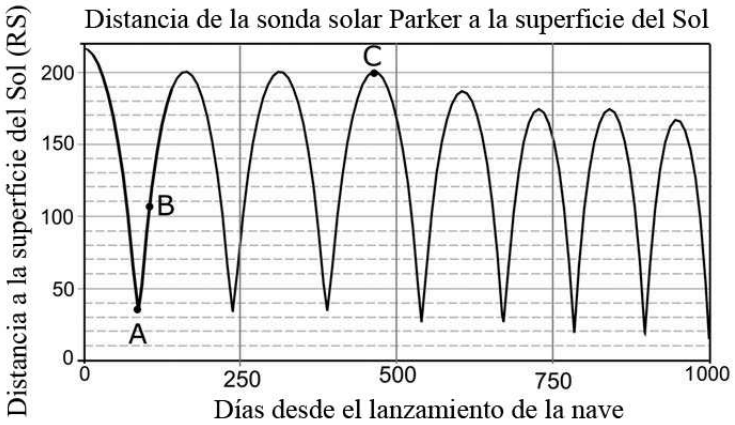
El periodo de rotación es:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (6,9911 \cdot 10^7 + 4,3 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,90 \cdot 10^{27}}} = 11284\,\text{s}$$

b) Para que abandone el campo gravitatorio de Júpiter, debe ser alejado hasta una distancia infinita, a la que su energía total sería cero. Aplicando el Principio de Conservación de la Energía, tendremos:

$$-\frac{GMr}{2r} + E = 0 \qquad E = \frac{GMm}{2r} = 3,10 \cdot 10^{12}\text{J}$$

8. La sonda solar Parker (en inglés, Parker Solar Probe) es una nave espacial en órbita alrededor del Sol que tiene como objetivo acercarse mucho a la superficie solar. La gráfica siguiente muestra cómo varía la distancia de la nave respecto al Sol a lo largo de los primeros 1000 días de la misión e indica los instantes A, B y C. Las unidades empleadas para medir la distancia a la superficie del Sol son radios solares, RS. a) Observe en la gráfica los momentos de máximo acercamiento al Sol de cada órbita y



determine cuántas órbitas completas ha descrito la nave alrededor del Sol en los 1 000 días. ¿Cuánto mide el eje mayor de la órbita entre los instantes A y C? (Exprese el resultado en radios solares). b) Represente esquemáticamente el Sol y la órbita de la nave entre los momentos A y C. Indique sobre el dibujo las posiciones correspondientes a A, B y C. Sitúe la nave en la posición B y dibuje en dicho instante los vectores velocidad y aceleración de la nave (no es preciso calcular los módulos). ¿En qué posición la velocidad de la nave es máxima? Justifique la respuesta e indique el principio físico en que se basa.

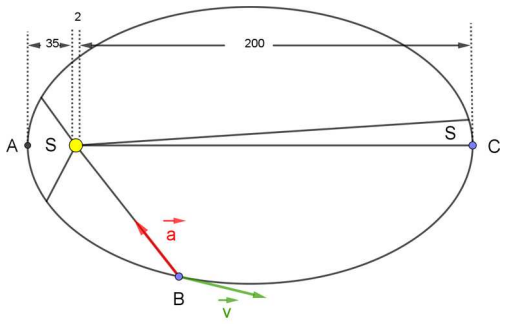
Respuesta:

a) De la gráfica se puede deducir que el número de órbitas alrededor del Sol es de **7**.

Los puntos A y C corresponden, respectivamente al mínimo y máximo acercamiento. La suma de ambos, unida al diámetro del Sol nos dará la longitud del eje mayor, es decir:

$$l_{\text{eje mayor}} = (35 + 200 + 2)R_S = 237\,\text{radios solares}$$

b) La representación gráfica sería la siguiente: A partir de la segunda Ley de Kepler, *el radio vector que*



Todas las distancias medidas en radios solares

une el Sol con el planeta barre áreas iguales en tiempos iguales. En la anterior representación gráfica, S representa el área por unidad de tiempo en las posiciones más cercana y más lejana. Para que el valor de S sea el mismo, la velocidad de la nave debe máxima en el punto de mínimo acercamiento, y mínima en el de máximo alejamiento.

9. En 1971 el astronauta David Scott, de la misión Apolo 15, realizó el siguiente experimento en la superficie de la Luna: en una mano tenía una pluma de halcón de 30 g de masa y en la otra tenía un martillo de aluminio de1,32 kg. Los dejó caer desde la misma altura y comprobó que la predicción de Galileo, según la cual en, en caída libre, los dos objetos debía llegar simultáneamente a tierra. Concretamente, los dos objetos tardaron 1,1 s en recorrer los 100 cm que los separaban de tierra. a) A partir del experimento de David Scott, calcule la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de la Luna y la masa de ésta. b) Calcule el período orbital de la Luna alrededor de la Tierra. Datos: G = 6,67 × 10^{-11} N m^2 kg^{-2}. M_{Tierra} = 5,98 × 10^{24} kg. Distancia Tierra-Luna = 3,84 × 10^8 m. R_{Luna} = 1,74 × 10^6 m.

Respuesta:

a) La intensidad del campo gravitatorio (aceleración de la gravedad en la superficie de la Luna)se puede deducir de:

$$h = h_0 - \frac{1}{2}g_l t^2 \qquad 0 = 1 - \frac{1}{2}g_L 1,1^2 \qquad g_L = 1,65\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

La masa de la Luna se obtiene de:

$$1,65 = \frac{6,67\cdot 10^{-11} M_L}{(1,74\cdot 10^6)^2} \qquad M_L = 7,49\cdot 10^{22}\,\text{kg}$$

b) Aplicando la tercera Ley de Kepler:

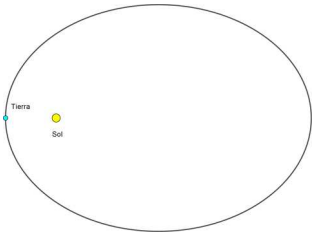
$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(3,84\times 10^8)^3}{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,98\cdot 10^{24}}} = 2,37\cdot 10^6 s$$

10. La trayectoria de la Tierra alrededor del Sol es una elipse; esto hace que la distancia desde la Tierra al Sol no sea la misma en todas las pocas del año. El perihelio, la distancia mas corta entra la Tierra y el

Sol, es de 1,471 $\times$ 10^8 km. La Tierra pasa por el perihelio durante los primeros días de enero de cada año. La velocidad de la Tierra en el perihelio es de 30,75 km/s. El afelio es la posición mas alejada del Sol. Cuando la Tierra se encuentra en el afelio, su velocidad orbital es de 28,76 km/s. a) Dibuje una órbita claramente elíptica (no hace falta que sea la órbita real) donde se indique la posición del Sol y de la Tierra un día de invierno en el hemisferio norte. Utilizando argumentos basados en la energía, justifique por qué la velocidad de la Tierra es mínima en el afelio. ¿Cuál es la distancia de la Tierra al Sol en el afelio? b) ¿Cuál es la intensidad del campo gravitatorio generado por el Sol en su superficie? ¿Cuál es el peso de una masa de de 10,0 kg en la superficie del Sol? Datos: G = 6,67 $\times$ 10^{-11} N m^2 kg^{-2}. M_{Tierra} = 5,97 $\times$ 10^{24} kg. M_{Sol} = 1,99 $\times$ 10^{30} kg. R_{Sol} = 6,96 $\times$ 10^5 km.

Respuesta:

a) La representación gráfica es la siguiente:



Teniendo en cuenta que la energía se conserva y la distancia al Sol varía, podremos escribir:

$$-\frac{GMm}{r_a}+\frac{1}{2}mv_a^2=-\frac{GMm}{r_p}+\frac{1}{2}mv_p^2$$

teniendo en cuenta que $r_a > r_p$, se cumplirá que: $v_p > v_a$, ya que: $-\frac{GMm}{r_a} > -\frac{GMm}{r_p}$. Puesto que en la distancia al Sol es máxima en el afelio, la velocidad orbital de la Tierra será mínima.
La distancia entre la Tierra y el Sol en el afelio se obtiene aplicando la conservación del momento lineal L. De esta forma:

$$r_a m v_a = r_p m v_p \qquad r_a = \frac{r_p v_p}{v_a} = \frac{30750 \cdot 1,471 \cdot 10^{11}}{28760} = 1,57 \cdot 10^{11}\,m$$

b) La intensidad del campo gravitatorio en la superficie del Sol es:

$$g_S = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \times 10^{30}}{(6,96 \cdot 10^8)^2} = 274\,m \cdot s^{-2}$$

El peso de una masa de 10,0 kg será:

$$P = mg = 10 \cdot 274 = 2740\,N$$

11. Gracias a los valiosos datos sobre las posiciones de los astros que Tycho Brahe recogió a lo largo de su vida, Johannes Kepler pudo formular sus famosas tres leyes. a) Deduzca la tercera ley de Kepler a partir de la segunda ley de Newton y de la ley de Gravitación Universal, suponiendo que los planetas describen movimientos circulares uniformes. b) A partir de los datos de la tabla, determine la masa del Sol.
Dato: G = 6,67 $\times$ 10^{-11} N m^2 kg^{-2}.

Respuesta:

a) La Ley de Gravitación Universal establece que:

$$F = \frac{GMm}{r^r}$$

Planeta	Radio de la órbita (x10^9m)	Periodo (años)
Mercurio	57,90	0,2408
Venus	108,2	0,6152
Tierra	149,6	1,000
Marte	228,0	1,881

Mientras que por el Segundo Principio de la Dinámica:

$$\mathrm{F} = \mathrm{ma} = \mathrm{m}\,\frac{v^2}{r}$$

Igualando ambas expresiones:

$$\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}^2} = \mathrm{m}\,\frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{r}} = \frac{\mathrm{m}\omega^2\mathrm{r}^2}{\mathrm{r}} = \mathrm{m}\left(\frac{2\pi}{\mathrm{T}}\right)^2\mathrm{r} = \frac{\mathrm{m}\cdot 4\pi^3\mathrm{r}}{\mathrm{T}^2}$$

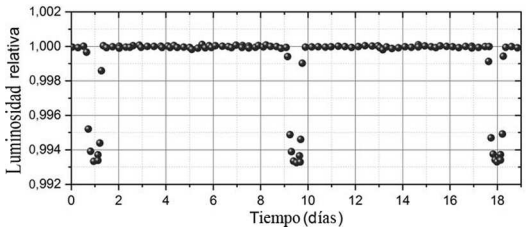
Despejando T^2 :

$$\mathrm{T}^2 = \frac{4\pi^2\mathrm{r}^3}{\mathrm{GM}}$$

b) Tomando el valor del periodo de rotación alrededor del Sol, así como el radio de la órbita para cualquiera de estos planetas, por ejemplo, Mercurio, y aplicando la Tercera Ley de Kepler, tendremos:

$$\mathrm{M}_{\mathrm{Mercurio}} = \frac{4\pi^2\mathrm{r}^3}{\mathrm{GT}^2} = \frac{4\pi^2(5,790\cdot 10^{10})^3}{6,67\cdot 10^{-11}\,(0,2408\cdot 365\cdot 86400)^2} = 1,99\cdot 10^{30}\mathrm{kg}$$

12. Uno de los procedimientos utilizados para la detección de exoplanetas (planetas extrasolares) es la observación del tránsito planetario, un fenómeno astronómico que se produce cuando un planeta pasa por delante de la estrella respecto a cual orbita, y es percibido desde la Tierra por la disminución de la luz de la estrella. El siguiente gráfico muestra la variación de luminosidad provocada por el tránsito de un planeta que describe una órbita circular alrededor de una estrella. Dicha estrella tiene una masa prácticamente igual a la del Sol. Considere que la constante de Kepler de este sistema es igual a la del Sistema Solar.



a) Calcule el período y el radio de la órbita. b) Determine el módulo de la velocidad y la aceleración centrípeta del planeta. Dato: Radio orbital medio de la Tierra = 1,00 ua = 1,50 × 10^{11} m.

Respuesta:

a) El periodo del planeta viene dado por el tiempo transcurrido dos mínimos de luminosidad. En esta caso, el periodo es de **8,5** días (9,5 - 1 o 18 - 9,5).
A partir de la Tercera Ley de Kepler:

$$365\cdot 86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2(1,5\cdot 10^{11})^3}{\mathrm{GM}}} \qquad \frac{4\pi^2}{GM} = 2,95\cdot 10^{-19}$$

$$T = 8,5\cdot 86400 = \sqrt{2,95\cdot 10^{-19}r^3} \qquad r = 1,22\cdot 10^{10}\mathrm{m}$$

b) El módulo de la velocidad del planeta es:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{\frac{4\pi^2}{2,95 \cdot 10^{-19}}}{1,22 \cdot 10^{10}}} = 1,06 \cdot 10^5 m \cdot s^{-1}$$

La aceleración centrípeta viene dada por:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(1,06 \cdot 10^5\right)^2}{1,22 \cdot 10^{10}} = 0,92\, m \cdot s^{-2}$$

13. a) Un satélite describe una trayectoria circular de radio R alrededor de una masa central. El tiempo que invierte en dar una vuelta completa es T. Deduzca la expresión para calcular la intensidad del campo gravitatorio, g, creada por la masa central en puntos de la órbita del satélite, en función de los parámetros R T. Considere de que la Luna describe una órbita circular alrededor de la Tierra con una distancia entre los centros de 384×10^6 m y con un periodo de de 27,3 días. Haciendo uso únicamente de estos dos datos y de la expresión anteriormente encontrada, calcule la intensidad del campo gravitatorio en puntos de la órbita de la Luna b) Deduzca la expresión de la energía cinética mínima necesaria para que un cohete de masa m pueda escapar de un objeto astronómico de masa M y radio R. ¿Cuántas veces mayor es la energía cinética mínima para que el cohete pueda escapar de la Tierra respecto de la energía mínima que necesita para escapar de la Luna? (Solo debe emplear los datos que figuran a continuación) Datos : $M_{Tierra} = 81,3\ M_{Luna}$ $R_{Tierra} = 3,67\ R_{Luna}$.

Respuesta:

a) A partir de la Tercera Ley de Kepler y de la expresión de la intensidad del campo gravitatorio, respectivamente:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{GM} \qquad g = \frac{GM}{R^2}$$

Podremos escribir que:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R}{\frac{GM}{R^2}} = \frac{4\pi^2 R}{g} \qquad g = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

La intensidad del campo gravitatorio en puntos de la órbita de la Luna es:

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot 3,84 \cdot 10^8}{(27,3 \cdot 86400)^2} = 2,72 \cdot 10^{-3} m \cdot s^{-2}$$

b) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$-\frac{GMm}{R} + E_c = 0 + 0$$

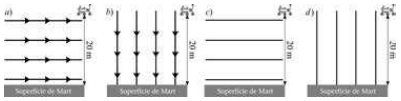
Puesto que la energía potencial en el infinito es cero, y el cohete llegará con una velocidad nula. Así pues:

$$E_c = \frac{GMm}{R}$$

Dividiendo las energías cinética para la Tierra y para la Luna:

$$\frac{\frac{G \cdot 81,3 \cdot M_L m}{3,67 \cdot R_L}}{\frac{GM_L m}{R_L}} = 22,15$$

14. En julio de 2020 la NASA puso en marcha una misión espacial que, entre otras labores, debía hacer llegar el vehículo de exploración Perseverance a la superficie de Marte. El 18 de febrero de 2021 tuvo lugar el aterrizaje del vehículo. En la última etapa de este complejo proceso de aterrizaje, una grúa hizo bajar de forma controlada el vehículo desde una altura de 20,0 m sobre la superficie de Marte. Durante todo este recorrido, la intensidad del campo gravitatorio se puede considerar constante. a) El valor absoluto de la diferencia de potencial gravitatorio entre la superficie del planeta y un punto elevado 20,0 m sobre la superficie es de 74,4 J/kg. A partir de la diferencia de potencial, determine el módulo de la intensidad de campo gravitatorio en la superficie de Marte. ¿Cuál de los siguientes esquemas (a, b, c o d) representa las líneas equipotenciales en la superficie de Marte? Sitúe en el diagrama elegido la línea de menor potencial (V_{bajo}) y la de mayor potencial (V_{alto}). Justifique todas las respuestas.



b) Si durante esta última etapa etapa, el vehículo realiza un descenso de 20,0 m a una velocidad constante, ¿qué trabajo la realizado la grúa? Puede despreciar el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento. Dato: La masa del vehículo es 1025 kg.

Respuesta:

a) La intensidad de campo gravitatorio en Marte es:

$$g = \frac{\Delta V_g}{r} = \frac{74,4\,J\cdot kg^{-1}}{20\,m} = 3,72\,m\cdot s^{-2}$$

(Dimensionalmente, el cociente $\frac{\Delta V_g}{r}$ es LT^{-2}, lo que corresponde a una aceleración). El apartado **c)** representa las líneas equipotenciales, que serían paralelas a la superficie de Marte, pues todos los puntos a una misma altura tendrían el mismo potencial. Las gráficas a) y b) corresponden a una magnitud vectorial, mientras que en la gráfica d), el potencial gravitatorio sería el mismo para cualquier altura en una línea equipotencial dada.La línea de menor potencial es la de arriba, y la de menor potencial la de abajo de la gráfica.
El trabajo realizado por la grúa es:

$$W = -mg\cdot r\cos 180^{o} = -1025\cdot 3,72\cdot 20 = -76260\,J$$

15. En marzo de 2021 se lanzó al espacio el primer nanosatélite de la Generalitat de Catalunya. Los nanosatélites tiene como función mejorar las comunicaciones, controlar los caudales de los cursos de agua y prevenir incendios. También contribuyen a la investigación y realización de misiones espaciales de forma más ágil y económica. Estos nanosatélites acostumbran a orbitar a unos 500 km de altura (distancia respecto a la superficie de la Tierra). a) Suponiendo que la órbita de uno de estos nanosatélites es circular, deduzca a partir de la Ley de Gravitación Universal, la velocidad orbital en función del radio orbital. Calcule también la velocidad y el periodo orbital de estos nanosatélites b) Partiendo de la Ley de Conservación de la Energía Mecánica (desprecie la fuerza de rozamiento), deduzca la expresión de la velocidad de lanzamiento necesaria para poner en órbita un satélite, en función del radio orbital. Calcule la velocidad de lanzamiento necesaria para poner en órbita el nanosatélite a 500 km de altura. Datos: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}. $M_{Tierra} = 5{,}98\times10^{24}$ kg. $R_{Tierra} = 6{,}37\times10^{3}$ km.

Respuesta:

a) Según la Ley de Gravitación Universal:

$$\frac{GMm}{r^2} = ma = \frac{mv^2}{r} \qquad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

El valor de la velocidad orbital será:

$$v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{5 \cdot 10^5 + 6,37 \cdot 10^6}} = 7620\,m \cdot s^{-1}$$

El periodo orbital será:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \cdot \pi\,(5 \cdot 10^5 + 6,37 \cdot 10^6)}{7620} = 5665\,s$$

b) El Principio de Conservación de la Energía Mecánica establece que la suma de las energía cinética y potencial de un cuerpo es constante. La suma de energía cinética y potencial en la superficie de la Tierra será:

$$E = \frac{1}{2}\,mv_0^2 - \frac{GMm}{r_T}$$

En la órbita, la energía total será:

$$E = \frac{1}{2}\,mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

Sustituyendo el valor de la velocidad orbital, e igualando ambas expresiones:

$$\frac{1}{2}\,mv_0^2 - \frac{GMm}{r_T} = \frac{1}{2}\,m\frac{GM}{r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{2r}$$

$$\frac{1}{2}\,mv_0^2 = -GMm\left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{r_T}\right) \qquad v_0 = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{r_T} - \frac{1}{2r}\right)}$$

El valor de la velocidad de lanzamiento será:

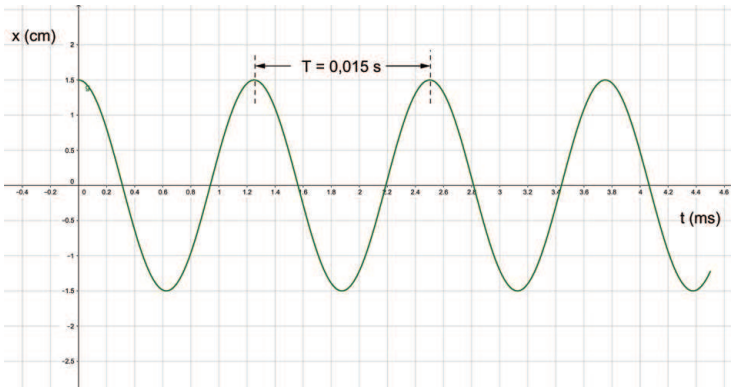
$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}\left(\frac{1}{6,37 \cdot 10^6} - \frac{1}{2\,(6,37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)}\right)} = 8196\,m \cdot s^{-1}$$

2. Vibraciones y ondas.

1. Un sistema vibrador situado en el punto x = 0 oscila tal y como se indica en este gráfico elongación-tiempo y transmite el movimiento a una cuerda, de manera que se genera una onda transversal con una longitud de onda de 20,0 cm. a) Determine el período, la amplitud y la frecuencia de la vibración y la velocidad de propagación de la onda a lo largo de la cuerda. Escriba la ecuación de la onda plana (no olvide indicar todas las unidades de las magnitudes que aparezcan). b)Demuestre, a partir de la ecuación de la onda, que la velocidad máxima a la que se mueven los puntos de la cuerda en sus respectivas oscilaciones se puede calcular mediante la expresión $v_{máx} = A\omega$ (siendo A la amplitud y ω la pulsación).

Respuesta:

a) La representación gráfica del movimiento puede verse al principio de la siguiente página. En dicha representación, se indica el periodo de oscilación.



Del análisis de la gráfica se desprende que la amplitud de la onda es $A = 0,015$ **m**. el periodo $T = 0,00125$ **s**, la frecuencia $\nu = 1/T = 800\,\mathrm{s}^{-1}$ y la velocidad, $v = \lambda/T = 160\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.
La ecuación de la onda quedará de las forma:

$$y = 0,015\,\mathrm{sen}\,(1600\pi t - 10\pi + \varphi_0)$$

para hallar el valor de φ_0, tendremos en cuenta que, para t = 0 y x = 0, y = 0,015 m , por lo que:

$$0,015 = 0,015\,\mathrm{sen}\,\varphi_0 \longrightarrow \varphi_0 = \pi/2\,\mathrm{rad}$$

La ecuación de la onda queda finalmente así: $y = 0,015\,\mathrm{sen}\,(1600\pi t - 10\pi + \pi/2)$

b) la velocidad de vibración de un punto de la cuerda es:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d\,[A\,sen(\omega t - kx + \varphi_0)]}{dt} = A\omega\cos\,(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Con lo que, la velocidad máxima (cuando $\cos\,(\omega t - kx + \varphi_0) = 1$) será: $v_{máx} = A\omega$

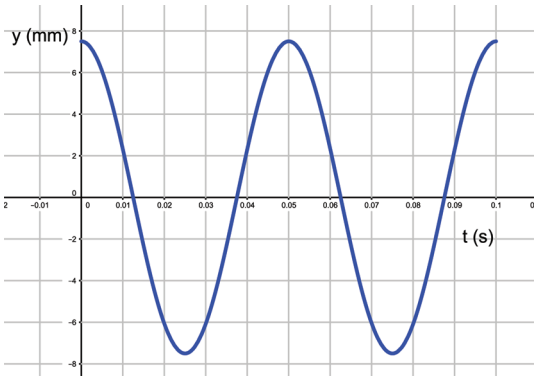
2. La aguja de una máquina de coser oscila con un desplazamiento vertical de 15 mm de un extremo a otro. En las especificaciones del fabricante, se indica que la aguja da 1200 puntadas por minuto. Suponga que la aguja describe un movimiento armónico simple. a) Escriba la ecuación del movimiento y represente la gráfica posición-tiempo durante dos períodos, suponiendo que en el instante inicial, la aguja la aguja se encuentra en la posición más alta b) Calcule la velocidad y la aceleración máximas de la aguja.

Respuesta:

a) La amplitud del desplazamiento será: $A = 0,015/2 = 0,0075\,\text{m}$, y la pulsación: $\omega = 2\pi\dfrac{1200}{60} = 40\pi\,\text{s}^{-1}$. Puesto que para t = 0, la aguja se encuentra en el punto de máxima elongación, podremos poner: $A = A\,\text{sen}\varphi_0$, con lo que $\varphi_0 = \pi/2$. la ecuación del movimiento armónico simple quedará, pues, así:

$$y = 0,0075\,\text{sen}\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

la representación gráfica será la siguiente:



b) La velocidad y la aceleración vienen dadas, respectivamente, por:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,0075 \cdot 40\pi\cos\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \longrightarrow v_{máx} = 0,94\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -0,0075\,(40\pi)^2\,\text{sen}\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \longrightarrow a_m = 118,4\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

3. En un estadio el público hace la ola para celebrar la buena actuación del equipo local. La ola es tan grande que dos espectadores de la misma fila separados como mínimo por 50 m se mueven de la misma forma y lo hacen cada 10 segundos. a) Si suponemos esta ola en el estadio como una onda, ¿de qué tipo de onda estaríamos hablando? Calcule la longitud de onda y la pulsación (frecuencia angular). b) Un espectador se mueve 1,0 m verticalmente cuando se levante y se sienta para hacer desplazarse la onda. Escriba la ecuación del movimiento de este espectador, considerando que describe un movimiento armónico simple y que en el instante inicial se encuentra sentado, es decir, en su posición mínima..

Respuesta:

a) Se trataría de una onda transversal, con una longitud de onda de 50 m, un periodo de 10 s, y una pulsación $\omega = 2\pi/T = 0,2\pi\,\text{s}^{-1}$

b) La ecuación de M.A.S. es: y = A sen $(\omega t + \varphi_0)$. La amplitud es: A = 1 m y teniendo en cuenta que, para t = 0, la elongación es y = 0, podremos poner:

$$0 = 1\,\text{sen}\,\varphi_0 \quad \varphi_0 = 0$$

$$y = 1\,\text{sen}\,0,2\pi\text{t}$$

4. Las olas del mar hacen navegar un bote a la deriva de modo que se mueve 2,00 m en vertical desde el punto más alto al más bajo cada 6,28 s. a) Escriba la ecuación del movimiento del bote suponiendo que en el instante inicial se encuentra en el punto más alto. Indique las unidades de todas las magnitudes. b) Determine la velocidad y la aceleración inicial del bote.

Respuesta:

a) El bote describe un movimiento armónico simple, cuya ecuación es: $y = A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi_0)$. Los parámetros de este M.A.S son los siguientes: $A = 2/2 = 1$ m; $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{6,28 \cdot 2} = 0,5\,s^{-1}$.Teniendo en cuenta que para $t = 0$, $y = 1$ m, tendremos, sustituyendo valores en la ecuación del M.A.S::

$$1 = 1\,\text{sen}\,\varphi_0 \qquad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

Con lo que la ecuación del movimiento será:

$$y = 1\,\text{sen}\,\left(0,5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

b) La velocidad inicial y la aceleración del bote serán, respectivamente:

$$v_0 = \left(\frac{dy}{dt}\right)_0 = 0,5\cos\frac{\pi}{2} = 0\,m \cdot s^{-1} \qquad a = \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)_0 = -0,5^2\text{sen}\,\frac{\pi}{2} = -0,25\,m \cdot s^{-2}$$

5. Un perro ladra con una potencia de 2,00 mW. a) Si este sonido se distribuye uniformemente por el espacio, ¿cuál es el nivel de intensidad sonora (en dB) a una distancia de 5,00 m? b) Si en lugar de uno, fueran dos perros ladrando simultáneamente, ¿cuál sería el nivel de intensidad sonora? Dato: Intensidad umbral de audición (0 dB), $I_0 = 1{,}00{\cdot}10^{-12}$ W m^{-2}.

Respuesta:

a) La intensidad sonora a una distancia de 5 m es:

$$I = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 5^2} = 6,37 \cdot 10^{-6}\,W \cdot m^{-2}$$

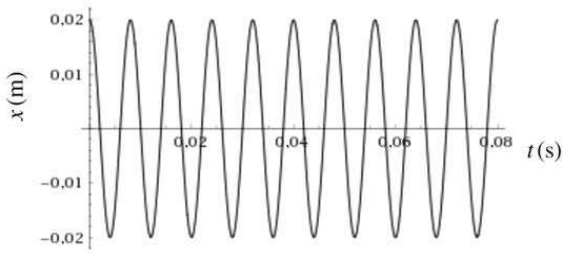
El nivel de intensidad es:

$$\beta = 10\log\frac{6,37 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}} = 68\,dB$$

b) El nivel de intensidad para el ladrido de dos perros es:

$$\beta = 10\log\frac{2 \cdot 6,37 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}} = 71\,dB$$

6. La figura muestra la gráfica posición-tiempo de un objeto que describe un movimiento armónico simple (MAS).



a) Determine la amplitud y la frecuencia y escriba la ecuación del movimiento x(t), incluyendo todas las unidades. Represente la gráfica x-t de un movimiento armónico simple (MAS) que tenga la misma amplitud pero la mitad de frecuencia (las escalas de los ejes deben estar claramente indicadas). b) Las vibraciones del objeto generan una onda sonora en el medio que lo rodea. ¿Qué efectos sobre la

frecuencia y la longitud de onda de esta onda sonora tendrán los siguientes cambios?: i) La onda se refleja en una superficie. ii)La onda pasa del aire al agua (donde la velocidad del sonido es mayor). iii) El foco sonoro se pone en movimiento en dirección a nosotros.

Respuesta:

a)La ecuación del MAS tendrá la expresión:

$$x = A\,\text{sen}\,(\omega t + \varphi_0)$$

Donde A = 0,02 m. Teniendo en cuenta, a partir de la gráfica proporcionada, que en un tiempo de 0,08 s se produce un total de 10 oscilaciones, el periodo, la frecuencia y la pulsación serán, respectivamente:

$$T = \frac{0,08}{10} = 8 \cdot 10^{-3}\text{s} \qquad \nu = \frac{1}{T} = 125\,\text{s}^{-1} \qquad \omega = 2\pi\nu = 250\pi\,\text{s}^{-1}$$

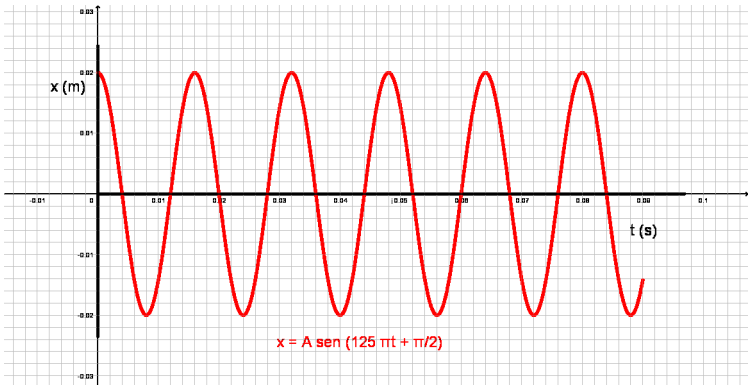
Teniendo en cuenta que para t = 0, la elongación será x = 0,02 m = A, tendremos:

$$0,02 = 0,02\,\text{sen}\,\varphi_0 \qquad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

La ecuación del MAS quedará finalmente así:

$$x = 0,02\,\text{sen}\left(250\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

La representación gráfica del MAS de la misma amplitud pero mitad de frecuencia será la siguiente: b)



i) No se producen cambios ni en la frecuencia ni en la longitud de onda. ii) La frecuencia de la onda no varía al cambiar de medio, sin embargo, su longitud de onda se hace mayor, al ser $\lambda = v/\nu$ y aumentar la velocidad de propagación. iii) Aumenta la frecuencia y disminuye la longitud de onda por acción del efecto Doppler al desplazarse la fuente dirigiéndose hacia el observador.

7. Un astronauta que se encuentra en el espacio quiere medir su masa. para hacerlo, se sienta y se sujeta a una silla de 2,00 kg de masa que está unida a un muelle de constante elástica k = 320 N m^{-1}. El astronauta se impulsa e invierte 62,8 s en describir 20 oscilaciones completas. a) ¿Cuál es la masa del astronauta? b) Posteriormente dicho astronauta llega a la Luna, donde hace oscilar un péndulo simple de 1,00 kg de masa y 1,50 m de longitud. este péndulo invierte 2 min y 1 s en describir 20 oscilaciones completas. ¿Cuál es la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de la Luna? ¿Cuál es la masa de la Luna? Datos: G = 6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2}. R_{Luna} = 1,737·10^6 m. El período de oscilación de un péndulo de longitud L es $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

Respuesta:

a) El periodo de cada oscilación es:

$$T = \frac{62,8}{20} = 3,14\,s$$

La relación entre el periodo y la constante elástica es:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad m = \frac{kT^2}{4\pi^2} = \frac{320 \cdot 3,14^2}{4\pi^2} \simeq 80\,kg$$

b) El periodo del péndulo será:

$$T = \frac{121}{20} = 2\pi\sqrt{\frac{1,50}{g}} \qquad g = 1,62\,m \cdot s^{-2}$$

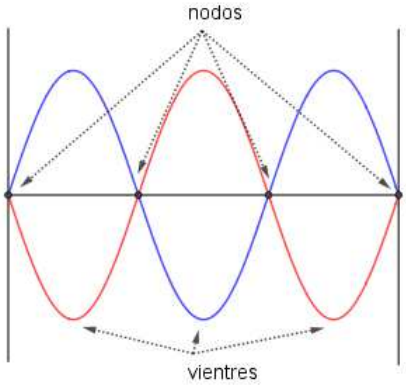
La masa de la Luna se deduce de :

$$g = \frac{GM_L}{r_L^2} \qquad M_L = \frac{1,62\,(1,737 \cdot 10^6)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 7,33 \cdot 10^{22}\,kg$$

8. La longitud de la cuerda de un violoncelo es de 70 cm y la velocidad de propagación de las ondas en dicha cuerda es de 308 m s^{-1}. Para el tercer armónico: a) Represente esquemáticamente la onda estacionaria de este armónico e indique todos los nodos y vientres. Calcule la longitud de onda. ¿Cuál es la distancia entre dos nodos consecutivos? b) Suponiendo que la cuerda está en posición horizontal, calcule, para a un vientre, el tiempo que tarda la posición horizontal el pasar de su máximo a su mínimo valor horizontal (del punto más alto al punto más bajo).

Respuesta:

a) La representación gráfica es la siguiente:



La longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{2L}{n} = \frac{2 \cdot 0,70}{3} = 0,467\,m$$

La distancia entre dos nodos consecutivos es:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = 0,233\,m$$

b) El periodo de la onda estacionaria es: $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0,467}{308} = 1,52 \cdot 10^{-3}\,s$. El tiempo necesario para que en un vientre se pase de la posición mínima a la máxima es un semiperiodo, es decir:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{1,52 \cdot 10^{-3}}{2} = 7,61 \cdot 10^{-4}\,s$$

9. En el año 2004 se consiguió medir la masa de un virus. Se determinó la frecuencia de vibración de un brazo horizontal pequeñísimo, primero sin el virus, y después con dicho virus adherido. Sin el virus, la frecuencia de oscilación era de $2{,}00{\cdot}10^{15}$ Hz, y con el virus, la frecuencia fue de $2{,}87{\cdot}10^{14}$ Hz. a) Si suponemos que el brazo horizontal sin el virus adherido se comporta como un muelle con una masa oscilante de de $2{,}10{\cdot}10^{-16}$ g ligada a un extremo, ¿cuál es la constante elástica de este supuesto muelle? b) Partiendo de la misma suposición anterior sobre el comportamiento oscilatorio del sistema, calcule la masa del virus.

Respuesta:

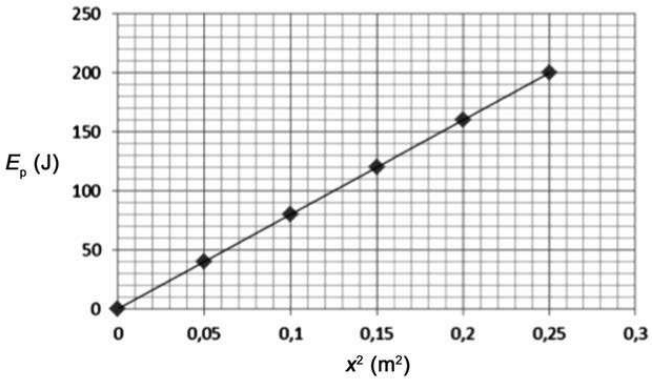
a) La constante elástica es:

$$\mathrm{K} = \mathrm{m}\omega^2 = \mathrm{m}\,(2\pi\nu)^2 = 2,10 \cdot 10^{-19} \cdot 4\pi^2(2,00 \cdot 10^{15})^2 = 3,32 \cdot 10^{13}\,\mathrm{N \cdot m^{-1}}$$

b) Aplicando la misma ecuación:

$$3,32 \cdot 10^{13} = \mathrm{m} \cdot (2\pi \cdot 2,87 \cdot 10^{14})^2 \qquad \mathrm{m} = 1,02 \cdot 10^{-17}\,\mathrm{kg}$$

10. La gráfica siguiente muestra la energía potencial elástica de un oscilador armónico en función del cuadrado se su elongación.



El oscilador tiene una masa de 62,5 g. a) Calcule el período de oscilación. Si el oscilador describe un movimiento vibratorio armónico con una amplitud de 60 cm, calcule su energía cinética máxima. b) La oscilación genera una onda en una cuerda que se propaga a una velocidad de 30 m $\mathrm{s^{-1}}$. Escriba la ecuación de la onda que se propaga por la cuerda.

Respuesta:

a) Teniendo en cuenta que $\mathrm{E}_p = \mathrm{K}\dfrac{\mathrm{x}^2}{2}$ la pendiente de la recta que aparece en la gráfica es:

$$\frac{\mathrm{K}}{2} = \frac{200}{0,25} = 800 \qquad \mathrm{K} = 1600\,\mathrm{N \cdot m^{-1}}$$

El periodo será:

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{m}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{6,25 \cdot 10^{-2}}{1600}} = 0{,}039\,\mathrm{s}$$

La energía cinética máxima tiene el valor:

$$\mathrm{E_{c\,máx}} = \frac{\mathrm{KA}^2}{2} = \frac{1600 \cdot 0,6^2}{2} = 288\,\mathrm{J}$$

b) Los valores de \omega y k serán, respectivamente:

$$\omega = \sqrt{\frac{1600}{6,25 \cdot 10^{-2}}} = 160\,\mathrm{s}^{-1} \qquad \mathrm{k} = \frac{\omega}{\mathrm{v}} = \frac{160}{30} = 5,33\,\mathrm{m}^{-1}$$

La ecuación de la onda, suponiendo que esta se propague de izquierda a derecha será:

$$\mathrm{y} = 0,6\,\mathrm{sen}\,(160\mathrm{t} - 5,33\mathrm{x})$$

11. Freddie Mercury ha pasado a la historia como una de las mejores voces del rock. Su mágica voz ha sido objeto de discusión y estudio, también por la ciencia. El biofísico austríaco Christian Herbst estudió la voz del cantante de Queen y determinó que Mercury era un barítono con un registro vocal que iba del fa 2 (alrededor de 92,2 Hz) al sol 5 (alrededor de 784 Hz).a) Calcule las longitudes de onda de los sonidos más graves y más agudos que Mercury podía emitir b) En el año 1985, Queen actuó en festival Rock in Rio, en un concierto que congregó 350 000 personas. En un momento de gran emoción, los asistentes comenzaron a cantar *a cappella* la famosa canción Love of my life. Si cada asistente al concierto cantaba con una potencia de 10^{-7} W,¿qué nivel de intensidad sonora (en decibelios) se podía percibir a 1 km del concierto? (A esta distancia, puede considerar que el concierto es una fuente puntual de sonido.) Datos: I0 = 10^{-12} W m^{-2}. La velocidad del sonido en el aire es de 340 m s^{-1}.

Respuesta:

a) Las longitudes de onda son, respectivamente:

$$\text{Sonidos graves}: \quad \lambda_1 = \frac{340}{92,2} = 3,69\,\mathrm{m} \qquad \text{Sonidos agudos}: \quad \lambda_2 = \frac{340}{784} = 0,43\,\mathrm{m}$$

b) La potencia emitida por el conjunto de asistentes es: $\mathrm{P} = 3,5 \cdot 10^5 \cdot 10^{-7} = 0,035$ w. La intensidad total emitida es:

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{S}} = \frac{0,035}{4\pi \cdot 10^6} = 2,78 \cdot 10^{-9}\mathrm{w} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

El nivel de intensidad a 1 km será:

$$\beta = 10 \log \frac{2,78 \cdot 10^{-9}}{10^{-12}} = 34,45\,\mathrm{dB}$$

12. masa queda atrapado en la telaraña, el conjunto araña-insecto produce una vibración de 10 Hz. a) Calcule la masa de la araña. b) Calcule la constante elástica de la telaraña. ¿En qué posiciones alcanza este MHS la máxima velocidad? ¿Y la máxima aceleración?

Respuesta:

a) La frecuencia de vibración sería:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{m}}} \qquad (24\pi)^2 = \frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}}$$

Con el insecto atrapado, tendremos:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{m} + 10^{-3}}} \qquad (20\pi)^2 = \frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m} + 10^{-3}}$$

Dividiendo miembro a miembro:

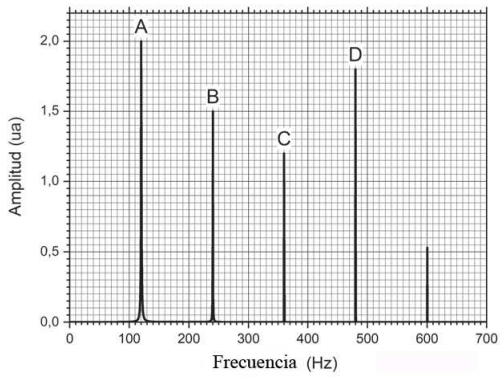
$$\left(\frac{24}{20}\right)^2 = \frac{10^{-3} + \mathrm{m}}{\mathrm{m}} \qquad 2,27 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}$$

b) La constante elástica será:

$$K = (24\pi)^2 + 2,27 \cdot 10^{-3} = 12,90\,N \cdot m^{-1}$$

La máxima velocidad se alcanzará cuando la **elongación del hilo sea nula**, mientras que la aceleración máxima se alcanzará cuando la **elongación del hilo sea máxima**.

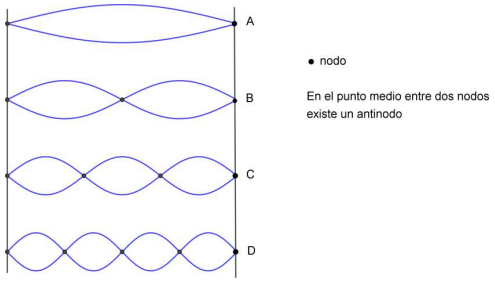
13. Cuando se hace vibrar una cuerda de 40,0 cm de longitud, fija por ambos extremos, emite un sonido que, una vez analizado, produce el espectro siguiente:



a) Represente esquemáticamente las ondas estacionarias correspondientes a los picos A, B, C y D indicando todos los nodos y vientres. Calcule la longitud de onda de cada una de estas cuatro ondas estacionarias. ¿Cuál es la velocidad de propagación? b) La longitud de la cuerda disminuye hasta 20,0 cm sin que varíe la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda. ¿Cuáles serán las frecuencias y las longitudes de onda de las cuatro primeras ondas estacionarias?

Respuesta:

a) La frecuencia representadas corresponden a la frecuencia fundamental (n = 1) y a las de los siguientes armónicos. Las representaciones gráficas serían las siguientes:



b) Las respectivas longitudes de onda serían:

$$\lambda_A = 2 \cdot 0,4 = 0,8\,m \qquad \lambda_B = \frac{2 \cdot 0,4}{2} = 0,4\,m \qquad \lambda_C = \frac{2 \cdot 0,4}{3} = 0,27\,m \qquad \lambda_D = \frac{2 \cdot 0,4}{4} = 0,2\,m$$

La velocidad de propagación es:

$$v = \lambda \cdot \nu = 0,8 \cdot 120 = 96\,m \cdot s^{-1}$$

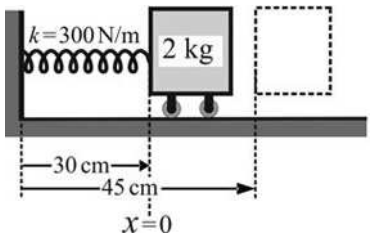
b) Las longitudes de onda serían, respectivamente:

$$\lambda_A = 2 \cdot 0,2 = 0,4\,\text{m} \qquad \lambda_B = \frac{2 \cdot 0,4}{2} = 0,2\,\text{m} \qquad \lambda_C = \frac{2 \cdot 0,4}{3} = 0,14\,\text{m} \qquad \lambda_D = \frac{2 \cdot 0,4}{4} = 0,1\,\text{m}$$

Las frecuencia serían dobles que las anteriores, al no variar la velocidad y disminuir las respectivas longitudes de onda. Sus valores serían, respectivamente:

$$\nu_A = 240\,\text{Hz} \quad \nu_B = 480\,\text{Hz} \quad \nu_C = 720\,\text{Hz} \quad \nu_D = 960\,\text{Hz}$$

14. Un bloque de masa 2 kg, que inicialmente se encuentra en reposo, está unido al extremo de un muelle de constante elástica 300 N/m, y de longitud natural 30 cm. Por el otro extremo, el muelle se encuentra unido a una pared. Desplazamos el bloque hacia la derecha hasta que el muelle alcance una longitud total de 45 cm , y lo dejamos libre, de forma que el bloque comienza a oscilar alrededor de la posición de equilibrio. El rozamiento entre el bloque y el suelo se considera despreciable.



a) Determine la amplitud y el período de oscilación. Escriba la ecuación del movimiento. b) Represente en una cuadrícula la evolución de las energía mecánica, cinética y potencial en función del tiempo durante un período.

Respuesta:

a) La amplitud del movimiento es la diferencia entre la máxima elongación y la longitud natural, es decir:

$$\text{A} = 45 - 30 = 15\,\text{cm}$$

El movimiento será armónico simple, cuya ecuación es del tipo: $\text{x} = \text{A}\,\text{sen}\,(\omega\text{t} + \varphi_0)$.El valor de la frecuencia angular es:

$$\omega = \sqrt{\frac{\text{K}}{\text{m}}} = \sqrt{\frac{300}{2}} = 12,25\,\text{Hz y el periodo : } \text{T} = 0,50\,\text{s}$$

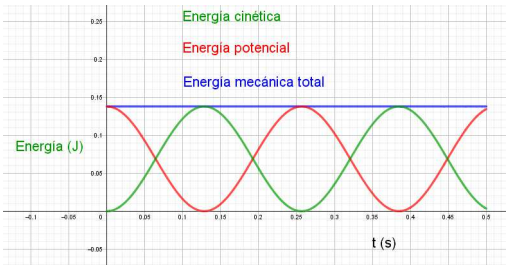
Si para $\text{t} = 0$ suponemos el muelle en su máxima elongación, tendremos: $\text{A} = \text{A sen}\,(\varphi_0)$, con lo que $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.La ecuación del movimiento queda, pues, de la forma:

$$x = A\,sen\left(12,25\,t + \frac{\pi}{2}\right)$$

b) La energía total, $\frac{1}{2}\text{KA}^2$es la suma de la energía cinética, $\frac{1}{2}\text{mv}^2$, y la potencial, $\frac{1}{2}\text{Kx}^2$, con lo que:

$$\text{E}_c = \frac{1}{2}\text{K}(\text{A}^2 - \text{x}^2)$$

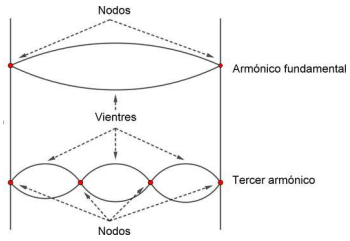
La representación gráfica (de forma cualitativa) de las energías cinética y potencial es la siguiente: Donde la energía total se representa en color azul, la energía cinética en rojo, y la energía potencial en verde.



15. El *Magnificat en re mayor* (BWV 243) es una de las grandes obras vocales de Johann Sebastian Bach, publicada el 1723 y escrita para coro de cinco voces y orquesta. La cuerda de un violín tiene una longitud de 32,5 cm , y la frecuencia fundamental correspondiente al re mayor es de 38,89 Hz. a) Dibuje el armónico fundamental y el tercer armónico e indique los nodos y los vientres. Determine las longitudes de onda de cada uno de los armónicos, y calcule la velocidad de propagación de la onda que produce esta nota en la cuerda del violín. ¿Cuál será la frecuencia del armónico fundamental si reducimos la longitud de la cuerda a 27 cm, manteniendo la misma tensión en la cuerda? b) Un espectador situado en el segundo piso del Palau de la Música Catalana percibe un nivel de intensidad sonora de 30 dB, correspondiente al sonido de los violines, situados a 23 m. ¿Cuál es la potencia con la que los violines emiten el sonido? Si, debido a las restricciones por la COVID-19, el número de violinistas se reduce a la mitad, ¿cuál será el nivel de intensidad sonora generado por los violines a 23 m de distancia? Dato: $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Respuesta:

a) Las representaciones gráficas del armónico fundamental y del tercer armónico son las siguientes:



Las longitudes de onda vienen expresadas por:

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

Para el armónico fundamental (n = 1), tendremos: $\lambda = \frac{2 \cdot 0,325}{1} = 0,650\,\text{m}$, y para el tercer armónico (n = 3): $\lambda = \frac{2 \cdot 0,325}{3} = 0,217\,\text{m}$. La frecuencia está relacionada con la velocidad de propagación de la forma:

$$v = \lambda \cdot \nu = 0,650 \cdot 38,89 = 25,28\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Si la longitud de la cuerda se reduce a 27 cm, la longitud de onda correspondiente será de $2 \cdot 27 = 54$ cm. La frecuencia del armónico fundamental (al ser constante la tensión, también lo será la velocidad), será:

$$\nu_0 = \frac{25,28}{0,54} = 46,81\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) A partir del nivel de intensidad:

$$30 = 10 \log, \frac{I}{10^{-12}} \qquad I = 10^{-9}\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$$

La potencias será:

$$P = I \cdot S = 10^{-9} \cdot 4\pi \cdot 23^2 = 6,65 \cdot 10^{-6}\,W$$

Si el número de violinistas se reduce a la mitad, la intensidad se reducirá también a la mitad, esto es, $I = \frac{10^{-9}}{2} = 5 \cdot 10^{-10}\,W \cdot m^{-2}$, con lo que el nivel de intensidad será:

$$\beta = 10 \log \frac{5 \cdot 10^{-10}}{10^{-12}} = 27\,dB$$

16. La cuerda de un violín tiene 32 cm de longitud y vibra con una frecuencia fundamental de196 Hz. a) ¿Cuál es la la longitud de onda del primer armónico (fundamental)? Justifique la respuesta. Represente el segundo armónico e indique la posición del los nodos y los vientres. b) ¿Cuál es la frecuencia y la longitud de onda del sonido producido por el primer armónico del violín y que se propaga por el aire? Dato: La velocidad del sonido en el aire es de 340 m s^{-1}.

Respuesta:

a) Teniendo en cuenta que la onda fundamental tiene dos nodos, situados cada uno en uno de los extremos, la distancia entre ellos es la longitud de la cuerda, L. La longitud de onda fundamental es:

$$\lambda = \frac{2L}{1} = 2 \cdot 0,32 = 0,64\,m$$

El segundo armónico presenta tres nodos, uno en cada uno de los extremos y el otro en el centro de la cuerda, y dos vientres, situados cada uno de ellos entre dos nodos consecutivos. Su representación gráfica es como la que puede verse en el ejercicio 13 de esta sección (B).
b) La frecuencia del sonido es la misma que la de vibración de la cuerda, esto es, **196 Hz**. La longitud de onda de este sonido es:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{340}{196} = 1,73\,m$$

17. Un violinista interpreta un solo durante un concierto. A partir de un momento dado, cuatro violines más lo acompañan, tocando con la misma intensidad que el primero. a) ¿Cuántos decibelios ha aumentado el nivel de intensidad sonora? b) A continuación, los cinco violines pasan de mezzo piano a forte, y medimos un nivel de intensidad sonora de 76,98 dB. Suponiendo que todos los violines toquen con la misma intensidad, ¿cuál es dicha intensidad y cuál es la que toca un solo violín? Dato: $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Respuesta:

a) El nivel de intensidad para un solo violín es:

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

Mientras que para cinco violines es:

$$\beta_2 = 10 \log \frac{5I}{I_0} = 10 \log 5 + 10 \log \frac{I}{I_0}$$

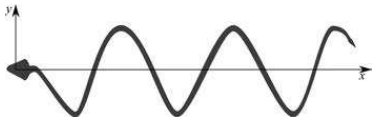
$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log 5 = 6,99\,dB$$

b) El nivel de intensidad será ahora:

$$76,98 = 10 \log \frac{5I}{10^{-12}} \qquad 5I = 4,99 \cdot 10^{-5} W \cdot m^{-2}$$

Para un solo violín, $I = \frac{4,99 \cdot 10^{-5}}{5} = 9,97 \cdot 10^{-6} W \cdot m^{-2}$

18. El movimiento de una anguila se puede aproximar al de una onda armónica transversal que se propaga desde la cabeza hacia la cola. Para estudiar el movimiento debemos simplificar: no consideramos la aportación al movimiento del resto de músculos del cuerpo, y suponemos, simplemente, que la onda se genera en la cabeza de la anguila, que vibra con una frecuencia de 0,50 Hz y con una amplitud de 5,00 cm. La distancia entre dos puntos consecutivos del cuerpo de la anguila que se encuentran en el mismo estado de vibración, es de 20,0 cm.



a) Calcule la velocidad a la que se propaga la onda por el cuerpo de la anguila, la frecuencia angular y el numero de onda. Si en el instante inicial la cabeza tiene una elongación cero y una velocidad de oscilación transversal positiva, determine la expresión de la ecuación de onda. Para la ecuación de onda, utilice el sistema de coordenadas de la figura superior, donde la cabeza se encuentra siempre en el origen de abscisas. b) A partir de la ecuación de onda, deduzca y calcule los módulos de la velocidad y de la aceleración máximas de la oscilación transversal. Si la longitud total de la anguila es de 58,0 cm, calcule también la velocidad y la aceleración transversales en la cola 10 s más tarde del inicio del movimiento.

Respuesta:

a) De los datos del problema se deduce que la frecuencia angular es: $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 0,5 = \pi \mathrm{s}^{-1}$, la amplitud es: A = 0,05 m, y la longitud de onda es: $\lambda = 0,20$ m. la velocidad de propagación y el número de onda son, respectivamente:

$$\mathrm{v} = \frac{\lambda}{\mathrm{T}} = \lambda \cdot \nu = 0,20 \cdot 0,50 = 0,1\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1} \qquad \mathrm{k} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi\,\mathrm{m}^{-1}$$

La ecuación del movimiento sería de la forma:

$$\mathrm{y} = 0,05\,\mathrm{sen}\,(\pi \mathrm{t} - 10\pi \mathrm{x} + \varphi_0)$$

Puesto que para x = 0 y t = 0, la elongación es nula, y la velocidad es positiva, tendremos:

$$0 = 0,05\,\mathrm{sen}\,(\varphi_0) \qquad \mathrm{v_y} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = 0,05\pi\cos\varphi_0 > 0$$

Por tanto tendremos que $\varphi_0 = 0$, con lo que la ecuación de la onda quedará así:

$$\mathrm{y} = 0,05\,\mathrm{sen}\,(\pi \mathrm{t} - 10\pi \mathrm{x})$$

b) La velocidad y la aceleración transversales son, respectivamente:

$$\mathrm{v_y} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = \mathrm{A}\omega\cos\,(\pi \mathrm{t} - 10\pi \mathrm{x}) \qquad \mathrm{A_{máx}} = \mathrm{A}\omega = 0,05 \cdot \pi = 0,157\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

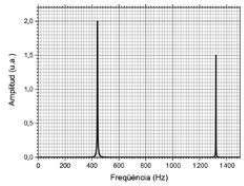
$$\mathrm{a_y} = \frac{\mathrm{dv_y}}{\mathrm{dt}} = -\mathrm{A}\omega^2\mathrm{sen}\,(\pi \mathrm{t} - 10\pi \mathrm{x}) \qquad \mathrm{a_{máx}} = \mathrm{A}\omega^2 = 0,05 \cdot \pi^2 = 0,493\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

Al cabo de 10 s, la velocidad y la aceleración transversales en el extremo de la cola serán, respectivamente:

$$\mathrm{v_y} = \mathrm{A}\omega\cos\,(\pi \mathrm{t} - 10\pi \mathrm{x}) = 0,05\pi\cos\,(10\pi - 5,85\pi) = 0,14\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

$$\mathrm{a_y} = -\mathrm{A}\omega^2\mathrm{sen}\,(\pi \mathrm{t} - 10\pi \mathrm{x}) = -0,05\pi^2\mathrm{sen}\,(10\pi - 5,85\pi) = -0,224\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

19. Para identificar los instrumento musicales se puede utilizar un espectro de frecuencias. En la figura siguiente se representa el espectro de un instrumento que se quiere identificar. El oboe es un instrumento que tiene un extremo abierto y un extremo cerrado, que es la embocadura con una caña. En el extremo abierto, la amplitud de la vibración de las moléculas es máxima: tenemos allí un vientre. En cambio, en el otro extremo, el tudel por donde se sopla, es una caña que comunica presión al aire e impide que este se pueda mover libremente: se trata de un nodo. Por otra parte, en un piano las cuerdas está pinzadas en los dos extremos, es decir, los dos extremos de la cuerda son nodos.



a) ¿Cuál es la frecuencia fundamental de este espectro? Determine si se trata de un oboe o un piano, y justifique la respuesta. Determine también la longitud del tubo o de la cuerda. b) Un quinteto de viento acostumbra a estar formado por cinco instrumentistas, normalmente flauta travesera, oboe, clarinete, trompa y fagot. Al comienzo de la interpretación de una composición, los cinco tocan suavemente y con la misma intensidad, generando un nivel de intensidad sonora de 80 dB a un espectador que se encuentra a una distancia de 1,5 m. ¿Cuál es la potencia sonora de cada instrumento? Suponga que esta potencia se distribuye uniformemente por toda el área de una semiesfera Datos: $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}. La velocidad del sonido en el aire es de 340 m s^{-1}.

Respuesta:

a) La frecuencia fundamental es aproximadamente 440 Hz, mientras que la frecuencia del siguiente armónico es de unos 1300 Hz. Puesto que la frecuencia de una onda estacionaria que se propaga en un tubo con un extremo abierto y uno cerrado, y en una cuerda con sus dos extremos sujetos son, respectivamente:

$$\nu_{nv} = \frac{(2n+1)v}{4L}\ (n \geq 0) \qquad \nu_{nv} = \frac{nv}{2L}\ (n \geq 1)$$

Sustituyendo las dos frecuencias, y dividiendo miembro a miembro, tendremos:

$$\text{Para el oboe}: \qquad \frac{\frac{3v}{4L}}{\frac{v}{4L}} = 3 \qquad \frac{1300}{440} = 2,95\ (\simeq 3)$$

$$\text{Para el piano}: \qquad \frac{\frac{v}{L}}{\frac{v}{2L}} = 2 \qquad \frac{1300}{440} \neq 2$$

Por lo que deducimos que el instrumento es un **oboe**. La longitud del mismo se deduce de:

$$440 = \frac{340}{4L} \qquad L = 0,19\,\text{m}$$

b) La intensidad emitida se deduce de:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \qquad 80 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \qquad I = 10^{-4}\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$$

La intensidad de cada instrumento es la quinta parte del valor total, es decir, $2 \cdot 10^{-5}$ W·m^{-2} . Suponiendo que la potencia sonora se distribuye a lo largo de una semiesfera de 1,5 m de radio, tendremos que:

$$2 \cdot 10^{-5} = \frac{P}{2\pi \cdot 1,5^2} \qquad P = 2,83 \cdot 10^{-4}\text{W}$$

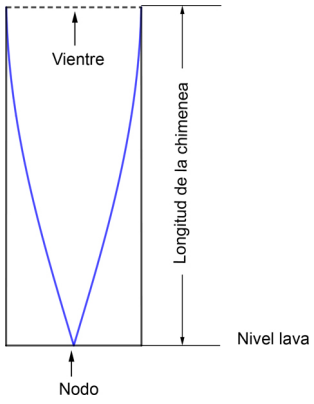
20. El volcán Cumbre Vieja entró en erupción el 19 de septiembre de 2021 en la isla de La Palma. El sonido de la erupción volcánica fue medido por un equipo de vulcanólogos, que detectaron que estaba formado por diferentes frecuencias y que tenía un nivel de intensidad sonora variable. En lo que respecta al sonido que produce en determinados momentos de la erupción, un volcán se puede modelizar como si se tratara de un instrumento musical gigante de viento. De una manera simplificada, podemos considerar un volcán como un tubo de aire con un extremo cerrado y otro abierto, donde se producen ondas estacionarias de forma semejante a una trompeta. a) En un momento dado de la erupción del Cumbre Vieja, se detectó que la frecuencia fundamental del sonido que emitía era de 5,40 Hz. Calcule la longitud de onda de este sonido. Dibuje el perfil el perfil de la onda estacionaria correspondiente y calcule la longitud del tubo, que corresponde a la longitud del tramo de la chimenea lleno de aire. b) En un momento de la erupción, se detectó un nivel de intensidad sonora de 72,0 dB en la localidad de Todoque, que está a 5,22 km del cono del volcán. Calcule el nivel de intensidad sonora percibido en la costa de la isla de El Hierro, que está a 92,3 km del volcán Cumbre Vieja. (Suponga que no hay obstáculos en la propagación del sonido entre el volcán Cumbre Vieja y la isla de El Hierro. Datos: $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}. La velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s.

Respuesta:

a) La longitud de onda es:

$$\lambda_0 = \frac{v}{\nu_0} = \frac{340}{5,40} = 62,96\,\text{m}$$

La representación gráfica der esta onda es la siguiente:



La longitud de onda, en función de la longitud del tubo es:

$$\lambda = \frac{4L}{2n-1}$$

La longitud del tubo (n = 1) es:

$$L = \frac{\lambda}{4} = \frac{62,96}{4} = 15,74\,\text{m}$$

b) El nivel de intensidad percibido en Todoque es:

$$72,0 = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \qquad I = 1,58\cdot 10^{-5}\,\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$$

La potencia emitida será:

$$I = \frac{P}{S} \qquad P = 1,58\cdot 10^{-5}\cdot 4\pi\cdot 5220^2 = 5410\,\text{W}$$

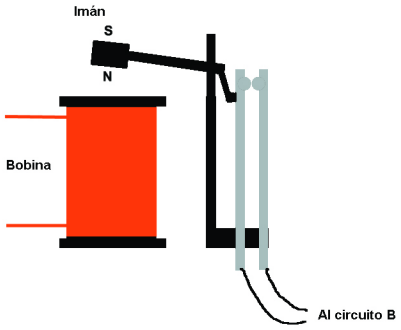
En la isla de El Hierro, el nivel de intensidad percibido es:

$$\beta = 10 \log \frac{\frac{5410}{4\pi \cdot 92300^2}}{10^{-12}} = 46,95 \text{ dB}$$

3. Óptica.

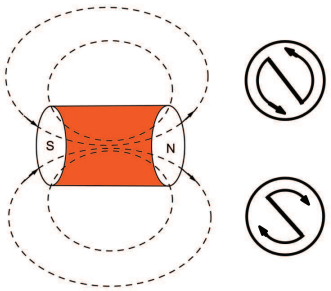
4. Electromagnetismo.

1. La figura muestra el esquema de un relé. Cuando circula una corriente eléctrica por la bobina, el extremo inferior del imán (norte) es atraído por la bobina y el movimiento se transmite por medio de un pivote, de manera que se cierra el circuito B. a) Especifique claramente cuál ha de ser el sentido de la corriente eléctrica en la bobina para que se active el relé (y se cierre el circuito B) y dibuje las líneas del campo magnético generado por la bobina en esta situación. b) En unas pruebas, observamos que el mecanismo no produce suficiente fuerza para cerrar el contacto. Indique qué efecto tendría sobre el dispositivo cada una de las siguientes modificaciones: 1) Aumentar la intensidad de la corriente que circula por la bobina. 2) Situar un material ferromagnético en el núcleo de la bobina. 3) Hacer pasar por la bobina una corriente alterna en lugar de una corriente continua.



Respuesta:

a) La representación de las líneas de campo magnético y el sentido de la corriente pueden verse en la siguiente representación gráfica: En dicha representación puede verse que, la cara norte del solenoide es



aquella en la que la corriente circule en el sentido contrario al de las agujas del reloj (lo contrario en la cara sur). Así pues, la cara enfrentada al imán debe ser la cara sur y, visto desde arriba, el sentido de la corriente debe ser el de las agujas del reloj.

b) 1: Un aumento de la intensidad produce un aumento de B y, por tanto de la fuerza. 2: Aumenta el valor de B y, por consiguiente, la fuerza. 3: El sustituir una corriente continua por una alterna no solucionaría el problema, pues lo único que haría será cambiar la polaridad de las caras en función de la frecuencia de la corriente.

2. El enlace iónico de la sal común (NaCl) se produce por la atracción electrostática entre el catión Na^+y el'anión Cl^-. a) Calcule la separación entre estos dos iones, sabiendo que la energía potencial eléctrica del sistema es de $-9{,}76 \times 10^{-19}$ J. b) Si aplicamos un campo eléctrico uniforme de 50,0 $N \cdot C^{-1}$al ion Na^+, calcule el trabajo necesario para separar los iones hasta una distancia de 2 cm. Datos: . Carga elemental $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ C.

Respuesta:

a) La separación entre los dos iones será:

$$r = \frac{9 \cdot 10^9(-1,6 \cdot 10^{-19})1,6 \cdot 10^{-19}}{-9,76 \cdot 10^{-19}} = 2,36 \cdot 10^{-10}\text{m}$$

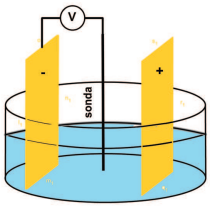
b) Teniendo en cuenta la relación entre el campo eléctrico y la diferencia de potencial:

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{\Delta V}{r} \longrightarrow 50 = \frac{\Delta V}{(0,02 - 2,36 \cdot 10^{-10})} \qquad \Delta V = 1\,\text{V}$$

El trabajo necesario será, pues:

$$W = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$$

3. En una cápsula de Petri llena de agua destilada hemos sumergido dos placas metálicas paralelas, conectadas a una diferencia de potencial de 12,0 V,. Las dos placas están separadas por una distancia de 6,00 cm. Con un voltímetro, exploramos la diferencia de potencial entre la placa negativa y diversos puntos de la región intermedia. a) Calcule el campo eléctrico (suponiendo que es uniforme) entre las dos placas, e indique también su dirección y sentido. Haga un dibujo en el que represente, de manera aproximada, las superficies equipotenciales que espere encontrar en la región comprendida entre las dos placas, e indique el valor del potencial en cada una de las superficies representadas. b) Con la sonda, tal como vemos en la figura:



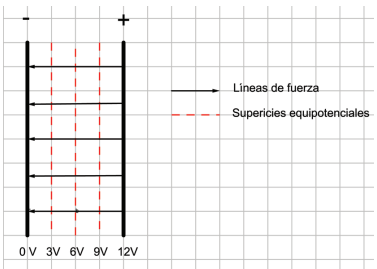
el voltímetro indica 7,0 V. Calcule el trabajo que debería realizar una fuerza externa para desplazar una carga positiva de 0,1 μC desde este punto hasta la placa positiva.

Respuesta:

a) El campo eléctrico será:

$$E = \frac{12}{0,06} = 200\,\text{V}$$

El campo eléctrico, supuesto constante, se representa mediante una serie de vectores paralelos (líneas de fuerza), perpendiculares a su vez a las placas cargadas. Las superficies equipotenciales son líneas rectas (entre las dos placas) perpendiculares a las líneas de fuerza del campo. La representación gráfica podría ser la siguiente:



Puesto que el campo eléctrico entre las dos placas es constante, el potencial en cada una de las líneas equipotenciales cumplirá la relación:

$$200 = \frac{12 - \mathrm{V}}{\mathrm{r}} \longrightarrow \mathrm{V} = -200\mathrm{r} + 12$$

Hemos colocado tres líneas equipotenciales, situadas a 1,5; 3, y 4,5 cm de la placas positiva. Los respectivos potenciales se muestran en la representación gráfica.

a) El trabajo vendrá expresado por::

$$\mathrm{W} = \mathrm{q}(\mathrm{V}_1 - \mathrm{V}_2) = 10^{-7}(7 - 12) = -5 \cdot 10^{-7}$$

El trabajo realizado por la fuerza externa tiene el mismo valor anterior, pero signo positivo, al ser realizado contra el campo eléctrico, es decir: $W_F = 5 \cdot 10^{-7}\mathrm{J}$

4. Una partícula α ($^4_2$He) se dirige directamente hacia el núcleo de un átomo de uranio ($^{238}_{92}$U). El radio del núcleo de uranio es, aproximadamente, de 0,008 pm (picometros). a) Compare de forma cuantitativa los valores del módulo de la intensidad de campo eléctrico debidos al núcleo de uranio en dos puntos, A y B, situados a 0,008 nm y 0,008 pm, respectivamente, del centro de este núcleo b) ¿Qué energía cinética debe tener, como mínimo, la partícula α cuando pase por el punto A para llegar hasta el punto B? (Ignore la influencia que los electrones cercanos pudieran ejercer.) Datos: . Carga elemental = 1,60 × 10^{-19} C. Número atómico del Uranio = 92.

Respuesta:

a) El cociente entre los módulos de la intensidad de campo eléctrico en los dos puntos indicados es:

$$\frac{\left|\overrightarrow{E_1}\right|}{\left|\overrightarrow{E_2}\right|} = \frac{9 \cdot 10{\cdot}92{\cdot}1{,}6{\cdot}10^{-19}/(8 \cdot 10^{-12})^2}{9 \cdot 10{\cdot}92{\cdot}1{,}6{\cdot}10^{-19}/(8 \cdot 10^{-15})^2} = 10^{-6}$$

b) Para la partícula α debe cumplir que: 0 - E_c= q (V_A - V_B), siendo los potenciales:

$$V_A = \frac{9 \cdot 10{\cdot}92{\cdot}1{,}6{\cdot}10^{-19}}{8 \cdot 10^{-12}} = 1{,}656 \cdot 10^4\mathrm{V} \qquad V_B = \frac{9 \cdot 10{\cdot}92{\cdot}1{,}6{\cdot}10^{-19}}{8 \cdot 10^{-12}} = 1{,}656 \cdot 10^7\mathrm{V}$$

$$0 - E_c = 1{,}6 \cdot 10^{-19}(1{,}656 \cdot 10^4 - 1{,}656 \cdot 10^7) = -2{,}64 \cdot 10^{-12}\mathrm{J} \qquad E_c = 2{,}64 \cdot 10^{-12}\mathrm{J}$$

5. Una bobina rectangular de 2,0 cm × 1,5 cm tiene 300 espiras y gira en una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme de 0,4 T. a) Escriba la ecuación de la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo, si la bobina gira a 60 rev/min. b) Si la bobina tiene una resistencia R = 1,0 Ω, ¿qué corriente máxima puede circular por dicha bobina?

Respuesta:

a) El área de la espira es $\mathrm{S} = 0{,}02 \cdot 0{,}015 = 3 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$, mientras que que la velocidad angular es: $\omega = 60 \cdot 2\pi/60 = 2\pi$ rad/s. El ángulo α será, pues: $\alpha = \omega\, t$, con lo que la fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} - \frac{d(NBS\cos\alpha)}{dt} = -\frac{d(300 \cdot 0{,}4 \cdot 3 \cdot 10^{-4} cos\, 2\pi t)}{dt} = -300{\cdot}0{,}4{\cdot}3{\cdot}10^{-4}{\cdot}2\pi\,\mathrm{sen}\,2\pi t = 0{,}27\,\mathrm{sen}\,2\pi t$$

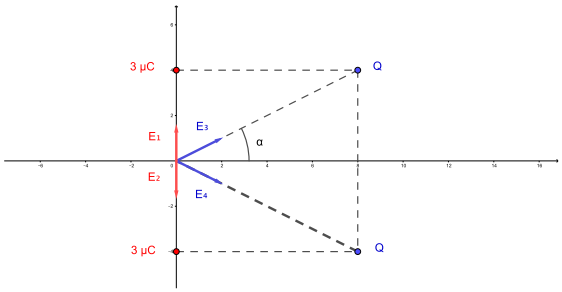
b) La intensidad máxima será:

$$I_{máx} = \frac{\varepsilon_{máx}}{R} = \frac{0{,}27}{1{,}00} = 0{,}27\,\mathrm{A}$$

6. Dos cargas de 3,0 μC están localizadas en x = 0 m, y = 2,0 m y en x = 0 m, y = –2,0 m. Dos cargas más, de valor Q, están localizadas en x = 4,0 m, y = 2,0 m y en x = 4,0 m, y = –2,0 m. a) Si en el origen de coordenadas, el campo eléctrico tiene un valor de es $4{,}0 \times 10^3$ N C^{-1} en la dirección de eje X en sentido positivo, calcule el valor de las cargas. b) Si el valor de las cargas fuese Q = 2,0 μC, calcule la fuerza $\overrightarrow{F}$ que experimentaría un protón situado en el origen de coordenadas. Datos: . Carga elemental = $1{,}60 \times 10^{-19}$ C.

Respuesta:

a) La situación de las cargas puede verse en la siguiente representación gráfica :



En ella puede verse que la resultante del campo eléctrico creado por las dos cargas de $3\mu C$ en el origen se anula. Los campos eléctricos creados por las dos cargas Q tienen el mismo módulo, que llamaremos E_Q, cumpliéndose que:

$$E = 4 \cdot 10^3 = 2\, E_Q cos\, \alpha = 2\, \frac{9 \cdot 10^9 Q}{4^2 + 2^2} \cos 26{,}56^o \quad \text{pues tg}\, \alpha = \frac{2}{4} \text{ y } \alpha = 26{,}56^o$$

Despejando, tendremos:

$$Q = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 20}{1{,}8 \cdot 10^{10} \cdot \cos 26{,}56^o} = 4{,}97 \cdot 10^{-6}\, \text{C}$$

Teniendo en cuenta que el vector campo se dirige hacia cada una de las cargas Q, el signo de éstas será negativo, por lo que $Q = -4{,}97 \cdot 10^{-6}$ C

b) Utilizando un razonamiento semejante al anterior, los vectores campo creados por cada una de las cargas Q, en este caso de 2 μC cada una, tendrá el mismo módulo (E_{2Q}) y la misma dirección que los del apartado anterior, pero sentido contrario. Así, podremos poner:

$$\left|\overrightarrow{F}\right| = 2\, q\, E_{2Q} \cos 26{,}56 \qquad \text{siendo : } E_{2Q} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{4^2 + 2^2} = 900\, \text{N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Finalmente: $\left|\overrightarrow{F}\right| = 2\, q\, E_{2Q} \cos 26{,}56 = 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 900 \cdot \cos 26{,}56^o = 2{,}58 \cdot 10^{-16}$N.

7. La bobina de un transformador tiene 2 000 espiras, una longitud de 10 cm y un núcleo de hierro en su interior- Por la bobina circula una corriente de 2 A. a) Calcule el campo y el flujo magnético en el interior de la bobina, sabiendo que la sección del núcleo es de 10 cm^2. b) Estime el número de electrones que circulan por el cable en un minuto. Datos: Permeabilidad magnética del hierro, μ = $5{,}00 \times 10^{-4}$ T m A^{-1}. Carga elemental = $1{,}60 \times 10^{-19}$ C. Nota: El módulo del campo magnético creado por una bobina en el vacío es $B = \dfrac{\mu_0 N I}{l}$.

Respuesta:

a) El campo magnético será:

$$B = B = \frac{\mu N I}{l} = \frac{5 \cdot 10^{-4} 2000 \cdot 2}{0{,}1} = 0{,}1\, T$$

El flujo del campo magnético será: $\phi = NBS\,cos\,0^o = 2000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} = 0,2$ Wb

b) La intensidad es el cociente entre la carga y el tiempo, por lo que podremos escribir:

$$2 = \frac{\mathrm{q}}{60} = \frac{\mathrm{n} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{60} \qquad \text{de donde : } n = \frac{120}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 7,51 \cdot 10^{20} \text{electrones}$$

8. Un protón en reposo es acelerado en el sentido positivo del eje X hasta alcanzar una velocidad de 1,00·10^5 m s^{-1}. Entonces, penetra en un espectrómetro de masas donde hay un campo magnético $\overrightarrow{B} = 10^{-2}\,\overrightarrow{k}$ T. a) Calcule la fuerza (en módulo, dirección y sentido) que actúa sobre el protón. b) Calcule el campo magnético (en módulo, dirección y sentido) tal que, si entra un electrón con la misma velocidad en el espectrómetro, siga la misma trayectoria que el protón. Datos: Masa del electrón, m_e= 9,11·10^{-31} kg; Carga elemental, e =1,60·10^{-19}C; 1eV = 1,60 · 10^{-19} J; masa del protón, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}\,kg$; k = $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{C}^{-2}$

Respuesta:

a) El módulo de la fuerza es:

$$\overrightarrow{F} = 1,6 \cdot 10^{-19}(10^5\,\overrightarrow{i} \times 10^{-2}\,\overrightarrow{k}) = -1,6 \cdot 10^{-16}\,\overrightarrow{j}\ \mathrm{N}$$

b) El electrón seguirá la misma trayectoria del protón siempre que el radio de aquella sea el mismo para ambas partículas:

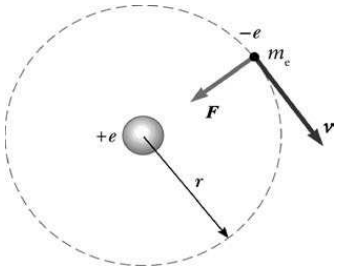
$$\mathrm{r} = \frac{\mathrm{mv}}{\mathrm{qB}} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2}} = 0,104\,\mathrm{m}$$

$$0,104 = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \mathrm{B}} \qquad \mathrm{B} = 5,47 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

Teniendo en cuenta que la carga del electrón tiene signo contrario a la del protón, el campo magnético aplicado deberá tener también signo contrario al del campo que se aplica sobre el protón, es decir:

$$\overrightarrow{B} = -5,47 \cdot 10^6\,\overrightarrow{k}\ \mathrm{T}$$

9. Según el modelo atómico de Bohr, en el átomo de hidrógeno en estado fundamental, el electrón está separado del protón por una distancia media r = 5,30 · 10^{-11} m. a) ¿Cuál es el módulo de la fuerza eléctrica del protón sobre el electrón? ¿Qué aceleración le produce? b) Calcule el potencial eléctrico (en V) a la distancia r del protón y la energía potencial (en eV) de la distribución de cargas. Datos: Masa del electrón, m_e= 9,11·10^{-31} kg; Carga elemental, e =1,60·10^{-19}C; 1eV = 1,60 · 10^{-19} J; k = $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{C}^{-2}$



Respuesta:

a) El módulo de la fuerza eléctrica del protón sobre el electrón es el siguiente:

$$\left|\overrightarrow{F}\right| = \frac{8,99 \cdot 10^9 (1,60 \cdot 10^{-19})^2}{(5,30 \cdot 10^{-11})^2} = 8,19 \cdot 10^{-8}\,\text{N}$$

la aceleración será:

$$|\overrightarrow{a}| = \frac{\left|\overrightarrow{F}\right|}{\text{m}} = \frac{8,19 \cdot 10^{-8}}{9,11 \cdot 10^{-31}} = 9 \cdot 10^{22}\,\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b) El potencial eléctrico será:

$$\text{V} = \frac{\text{Kq}}{\text{r}} = \frac{8,99 \cdot 10^9 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}}{5,30 \cdot 10^{-11}} = 27,14\,\text{V}$$

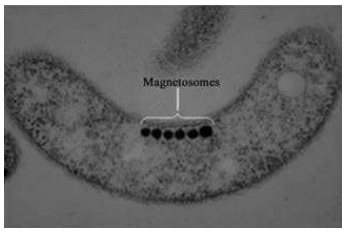
La energía potencial tendrá el valor:

$$\text{U} = \frac{\text{Kqq}'}{\text{r}} = -\frac{8,99 \cdot 10^9 (1,60 \cdot 10^{-19})^2}{5,30 \cdot 10^{-11}} = -4,34 \cdot 10^{-18}\,\text{J}$$

Expresada en eV:

$$\text{U} = \frac{-4,34 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = -27,12\,\text{eV}$$

10. a) La bacteria Aquaspirillum magnetotacticum contiene partículas muy pequeñas, los magnetosomas, que son sensibles a los campos magnéticos. Utilizan el campo magnético terrestre para orientarse en los océanos y nadar hacia el polo Norte geográfico. Se ha cuantificado que una intensidad de campo magnético inferior al 5 % del campo magnético terrestre no produce efectos sobre estas bacterias. El campo magnético terrestre tiene una intensidad de $5{,}00{\cdot}10^{-5}$ T. Si circula una corriente eléctrica de 100 A por una línea submarina, ¿a partir de qué distancia de ésta el campo magnético dejará de producir efecto sobre las bacterias. Considere la línea submarina como un hilo infinito e ignore los efectos del agua de mar.



b) En la figura se muestran dos hilos conductores rectilíneos e infinitamente largos, que están situados en los puntos 1 y 2. Están separados por una distancia de10,0 m, son perpendiculares al plano del papel, y por ambos circula la misma intensidad de corriente de 100 A dirigida hacia dentro del papel.

Represente en un esquema el campo magnético generado por el conductor que pasa por 2 en la posición 1 . Represente también la fuerza sobre el conductor que pasa por 1 causada por el conductor que pasa por 2, y calcule el módulo de la fuerza que soportan 2,00 m del conductor que pasa por 1. Nota: El módulo del campo magnético a una distancia r de un hilo infinito por el que circula una intensidad I es:

$$\text{B} = \frac{\mu_0 \text{I}}{2\pi \text{r}}$$

Siendo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$T m A^{-1}.

Respuesta:

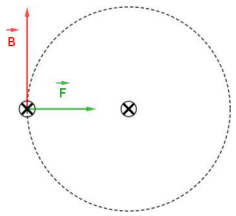
a) La intensidad de campo magnético que deja de producir efecto sobre la bacteria es:

$$B = 0,05 \cdot 5 \cdot 10^{-5} = 2,5 \cdot 10^{-6}\,T$$

Esta intensidad de campo se creará a partir de una distancia d de la línea submarina, tal que:

$$2,5 \cdot 10^{-6} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100}{2\pi d} \qquad d = 8\,m$$

b) El esquema puede ser el siguiente:



La fuerza soportada por 2 m del conductor 1, debido al campo magnético ejercido por el conductor 2 es:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \cdot l}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100^2 \cdot 2}{2\pi \cdot 10} = 4 \cdot 10^{-4}\,N$$

11. Próximo a la Luna hay un campo eléctrico que, en la cara iluminada, está dirigido hacia el exterior de la Luna y, en la cara oscura, hacia el centro. A pesar de que en la Luna no hay atmósfera, estos campos eléctricos pueden mantener partículas de polvo en suspensión. En la superficie de la cara iluminada, el módulo del campo es de 10 N C^{-1}, mientras que en la superficie de la cara oscura es de 1,0 N C^{-1}. a) Calcule la relación (carga eléctrica/masa) que debe tener una partícula de polvo situada en la cara iluminada de la Luna para que se encuentre en situación de equilibrio de fuerzas. Explicite el signo que debe tener la carga eléctrica. b) Considere una partícula con una carga q = +10 nC y una masa m = 0,020 mg situada en la cara oscura de la Luna. Calcule la fuerza total que actúa sobre la partícula y el tiempo que tardará en recorrer 10 metros partiendo del reposo. Dato: g (Luna) = 1,62 m s^{-2}.

Respuesta:

a) Para que la partícula de polvo se encuentre en equilibrio, deberá cumplirse que: mg = qE. La carga de la partícula debe ser positiva, ya que su peso tiende a atraerla hacia la superficie de la Luna, por lo que la fuerza debida al campo eléctrico debe tener sentido contrario. Así pues, tendremos:

$$mg = qE \qquad \frac{q}{m} = \frac{g}{E} = \frac{1,62}{10} = 0,162\,C \cdot kg^{-1}$$

b) En este caso, ambas fuerzas tienden a llevar la partícula hacia la superficie de la Luna. El módulo de la fuerza resultante será:

$$\left|\vec{F}\right| = mg + qE = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 1,62 + 10^{-8} \cdot 1 = 4,24 \cdot 10^{-8} N$$

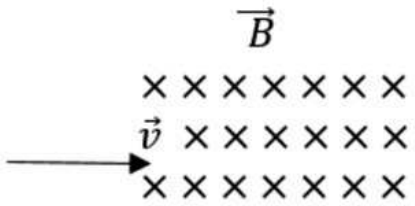
La aceleración tendrá el valor:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{4,24 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-8}} = 2,12\,m \cdot s^{-2}$$

El tiempo necesario para recorrer 10 m partiendo del reposo, se calcula a partir de:

$$10 = \frac{1}{2} 2,12 \cdot t^2 \qquad t = 3,07\,s$$

12. Una partícula con una carga q = –1,60 × 10^{-19} C y una masa m = 1,70 × 10^{-27} kg entra con una velocidad $\vec{v} = v\,\vec{i}$ en una región del espacio en la que hay un campo magnético uniforme $\vec{B} = -0,50\,T\,\vec{k}$. El radio de la trayectoria circular que describe es r = 0,30 m. a) Dibuje la fuerza que ejerce el campo sobre la partícula en el instante inicial y calcule la velocidad v. b) Calcule el período del movimiento y la velocidad angular. Calcule la energía cinética de la partícula en el momento en que entra en el campo magnético y también después de dar una vuelta completa.



Respuesta:

a) A partir de la expresión:

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad v = \frac{rqB}{m} = \frac{0,30 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 0,50}{1,70 \cdot 10^{-27}} = 1,41 \cdot 10^7 m \cdot s^{-1}$$

Con lo que la velocidad será: $\vec{v} = 1,41 \cdot 10^7\,\vec{i}$.
La fuerza ejercida sobre la carga será:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = -1,60 \cdot 10^{-19}[1,41 \cdot 10^7\,\vec{i} \times (-0,50\,\vec{k})] = 1,128 \cdot 10^{12}\,\vec{j}\ N$$

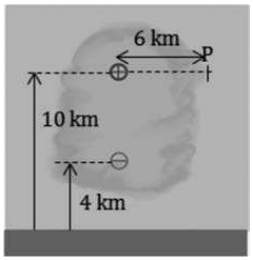
b) El periodo del movimiento será:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,30}{1,41 \cdot 10^7} = 1,34 \cdot 10^{-7} s$$

Y la velocidad angular:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{1,41 \cdot 10^7}{0,30} = 4,7 \cdot 10^7\,rad \cdot s^{-1}$$

13. Un modelo simplificado de distribución de cargas eléctricas en el interior de una nube puede aproximarse a dos cargas puntuales situadas a diferentes alturas. La figura muestra esta distribución aproximada, que consta de una carga de + 40 C situada a 10 km de altura y una carga de − 30 C situada a 4 km de altura. a) Calcule el vector campo eléctrico que crea la nube en el punto P que se indica en la figura. b) Calcule la energía potencial electrostática almacenada en la nube.
Dato: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9\,N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$



Respuesta:

a) El campo eléctrico creado en el punto P se puede representar de la siguiente forma:

C:/Users/USUARIO/Desktop/EBAU/IMÁGENES/campo 3.jpg

El campo resultante en el punto P tendrá el valor:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 40}{6000^2}\overrightarrow{i} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 30}{6000^2 + 6000^2}(\cos 225\overrightarrow{i} + \text{sen}\, 225\overrightarrow{j})$$

$$\overrightarrow{E} = 7348,3\overrightarrow{i} - 2651,7\overrightarrow{j}$$

b) La energía potencial electrostática almacenada en la nube será:

$$\text{U} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 40\,(-30)}{6000} = -1,8 \cdot 10^9 \text{J}$$

14. Se dispone de una espira cuadrada de 5 cm de lado. Un campo magnético en dirección perpendicular al plano de la espira varía en función del tiempo según la ecuación $B_z(t) = B_{0z}\cos(\omega t)$, donde $B_{0z} = 5{,}0 \times 10^{-6}$ T y $\omega = 6{,}0 \times 10^8$rad s^{-1}. a) Escriba la expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo y calcule su valor máximo. Indique explícitamente todas las unidades que intervienen en la ecuación. b) Escriba la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira.

Respuesta:

a) El flujo del campo magnético a través de este espira es, cuya superficie es: S $0{,}05^2 = 2{,}5{\cdot}10^{-3}\text{m}^2$ valdrá:

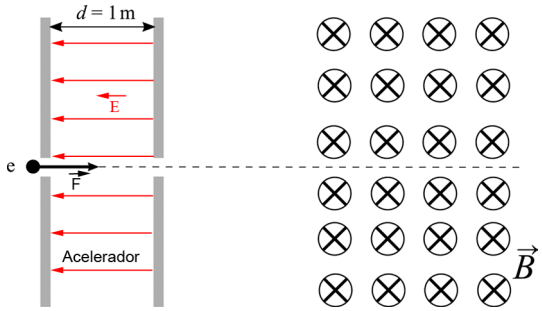
$$\varphi = \left|\overrightarrow{B}\right|\left|\overrightarrow{S}\right|\cos 0^o = (5 \cdot 10^{-6}\cos 6 \cdot 10^8 \text{t})\, 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1 = 1,25 \cdot 10^{-8}\cos 6 \cdot 10^8 \text{t wb}$$

El valor máximo se alcanzará cuando $\cos 6\cdot 10^8 t = 1$, con lo que el valor máximo del flujo será: $\varphi = \left|\overrightarrow{B}\right|\left|\overrightarrow{S}\right|\cos 0^o = (5\cdot 10^{-6}\cos 6\cdot 10^8 t)\, 2,5\cdot 10^{-3}\cdot 1 = 1,25\cdot 10^{-8}$ wb

b) La fuerza electromotriz inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d(2,5\cdot 10^{-3}\cdot 5\cdot 10^{-6}\cos 6\cdot 10^8 t)}{dt} = 7,5\,\text{sen}\,6{\cdot}10^8 t\ \text{V}$$

15. El sincrotrón Alba es una instalación de investigación que utiliza luz generada por electrones acelerados para analizar las propiedades y la estructura de la materia. Las principales cualidades de esta radiación son un amplio espectro, una intensidad elevada y un brillo extraordinario. Para acelerar los electrones se utilizan campos eléctricos y magnéticos. El esquema muestra un modelo de funcionamiento muy simplificado. Al principio del proceso, se generan electrones que se aceleran en un acelerador lineal por medio de un campo eléctrico que supondremos uniforme a lo largo de la zona de aceleración, cuya longitud es d = 1,00 m. La energía cinética inicial de los electrones es cero, pero cuando salen del acelerador es de 1,00 keV. a) Calcule la intensidad del campo eléctrico dentro del acelerador y dibuje cómo son las líneas de campo en esta región b) Una vez que los electrones han sido acelerados, son conducidos al anillo de propulsión. Para guiar los electrones a lo largo del anillo se utilizan campos magnéticos. En el esquema se muestra el primer campo magnético que encuentran los electrones cuando salen del acelerador lineal y entran en el anillo de propulsión. Si en esta región no existe campo eléctrico y el campo magnético es de 0,15 T, calcule la magnitud de la fuerza que actuará sobre el electrón. ¿Qué tipo de trayectoria describirá el electrón en esta región? Justifique la respuesta. Datos: $m_e = 9{,}11\cdot 10^{-31}$ kg. $|e| = 1{,}602\cdot 10^{-19}$ C. 1 eV = $1{,}602\cdot 10^{-19}$ J J.



Respuesta:

a) Para calcular la intensidad del campo eléctrico, tendremos que:

$$qE = \frac{1}{2}mv^2 - 0 = 1000\cdot 1,6\cdot 10^{-19} \qquad E = \frac{1000\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{1,6\cdot 10^{-19}} = 1000\,\text{N}\cdot\text{C}^{-1}$$

Las líneas de fuerza del campo eléctrico se representan en color rojo en la figura anterior.

b) El módulo de la fuerza que ejerce el campo magnético sobre el electrón es: F = qvB, siendo:

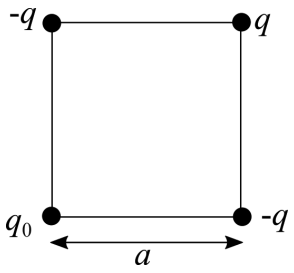
$$1000\cdot 1,6\cdot 10^{-19} = \frac{1}{2}9,1\cdot 10^{-31}v^2 \qquad v = 1,87\cdot 10^7\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$F = 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 1,87\cdot 10^7\cdot 0,15 = 4,49\cdot 10^{-13}\,\text{N}$$

La fuerza debida al campo magnético: $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v}\times\overrightarrow{B}$ con lo que´al ser perpendicular el campo magnético a la trayectoria, tendremos $\left|\overrightarrow{F}\right| = q\left|\overrightarrow{v}\right|\left|\overrightarrow{B}\right|\text{sen}\,90^o$ y, bajo la acción del campo magnético, la trayectoria será circular, pues la aceleración adquirida por el electrón es centrípeta. El radio de la trayectoria será:

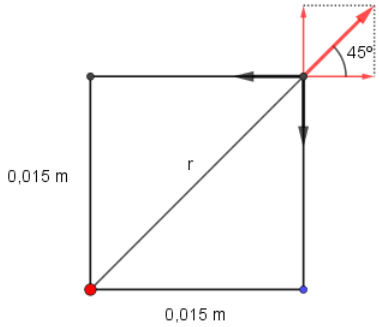
$$r = \frac{mv}{qB}$$

16. Hemos situado una partícula puntual con una carga de q = 10 μC y dos partículas puntuales con una carga –q en los vértices de un cuadrado de lado a = 1,50 cm tal como se indica en la figura. a) ¿Cuál es el valor de la carga puntual q_0 situada en el cuarto vértice si la fuerza eléctrica sobre la carga q es nula? b) ¿Qué trabajo deberemos realizar para llevar una carga puntual de 0,50 μC desde una distancia muy grande hasta el centro del cuadrado. Dato: $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$. Nota: Suponga que les velocidades inicial y final de la carga que llevamos hasta el centro del cuadrado son nulas.



Respuesta:

a) La representación gráfica de las fuerzas sobre la carga q es la siguiente:



De donde se deduce:

$$\text{Componente X}: \quad \frac{8,99 \cdot 19^9 q_0}{0,015^2 + 0,015^2} \cos 45^o - \frac{8,99 \cdot 19^9 \cdot 10^{-5}}{0,015^2} = 0$$

$$\text{Componente Y}: \quad \frac{8,99 \cdot 19^9 q_0}{0,015^2 + 0,015^2} \operatorname{sen} 45^o - \frac{8,99 \cdot 19^9 \cdot 10^{-5}}{0,015^2} = 0$$

De donde podemos obtener: $q_0 = 2,83 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{C}$

b) En el infinito, el potencial gravitatorio es nulo, mientras que en el centro del cuadrado, su valor es:

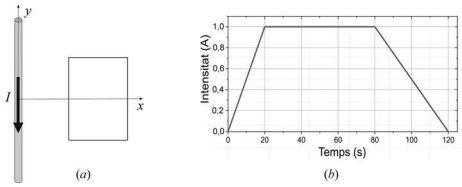
$$V = \frac{\frac{8,99 \cdot 19^9 \cdot 2,83 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{0,015^2 + 0,015^2}}}{2} - \frac{\frac{8,99 \cdot 19^9 10^{-5}}{\sqrt{0,015^2 + 0,015^2}}}{2} - \frac{\frac{8,99 \cdot 19^9 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{0,015^2 + 0,015^2}}}{2} + \frac{\frac{8,99 \cdot 19^9 10^{-5}}{\sqrt{0,015^2 + 0,015^2}}}{2} = 1,55 \cdot 10^7\,\mathrm{V}$$

El trabajo realizado por el campo eléctrico será:

$$W = 5 \cdot 10^{-7}(0 - 1,55 \cdot 10^7) = -7,75\,\mathrm{J}$$

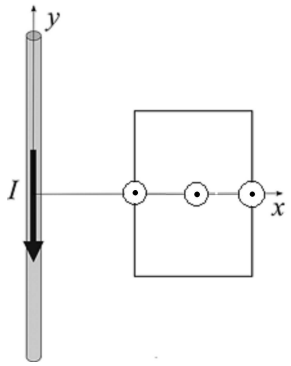
Por lo que deberemos realizar un trabajo de signo opuesto al realizado por el campo, es decir: W = **7,75 J**

17. Una espira rectangular y conductora se encuentra cerca de un hilo conductor rectilíneo e infinito por el que circula una intensidad de corriente I hacia abajo, tal como se muestra en la figura a. a) Represente el sentido y la dirección del campo magnético creado por el hilo conductor en la región plana delimitada por la espira. ¿Este campo magnético es uniforme en dicha región? Justifique la respuesta. b) El hilo conductor y la espira no se mueven, pero la intensidad de la corriente que circula por el conductor varia con el tiempo tal como indica la gráfica (figura b). Argumente si se induce o no corriente en la espira en los intervalos de tiempo siguientes: de 0 a 20 s, de 20 a 80 s y de 80 a 120 s. ¿En cuál de estos tres intervalos de tiempo es mayor la intensidad de corriente inducida? Justifique la respuesta.



Respuesta:

a) La representación gráfica del campo magnético puede verse en la siguiente imagen:



Donde el campo magnético se representa en tres puntos diferentes de un eje horizontal, siendo el vector campo perpendicular a la superficie del plano de la espira y dirigido hacia fuera, según la regla de la mano derecha. El campo magnético no es uniforme, pues su valor depende de la distancia d de cada uno de los puntos al hilo, según la expresión:

$$\mathrm{B} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{2\pi \mathrm{d}}$$

b) Se induce corriente en los intervalos de **0 a 20 s** y de **80 a 120 s**, no induciéndose en el intervalo de 20 a 80 s, ya que, en dicho intervalo, no hay variación del flujo del campo magnético. la intensidad de la corriente inducida será mayor en el intervalo en el que mayor sea la pendiente de la gráfica, es decir, donde más rápidamente varíe la intensidad de la corriente con el tiempo, por tanto, en el intervalo de 0 a 20 s.

18. Tras varias medidas se se determinó que existe un campo eléctrico alrededor de la Tierra. La magnitud de este campo en la superficie terrestre es de unos 150 N m^{-1} y está dirigido hacia el centro de la Tierra. a) ¿Cuál es el valor de la carga eléctrica de la Tierra? (Considere toda la carga concentrada en un punto en el centro del planeta) b) ¿Cuál debe ser el exceso de electrones de una gota de agua de 18 μm de radio para que permanezca estacionaria, es decir, no caiga cuando se encuentra cercana a la superficie terrestre? (Considere que la gota tiene forma esférica.) Datos: Radio de la Tierra, $R_T = 6{,}37{\cdot}10^6$ m. Carga del electrón, $q_e = -1{,}60{\cdot}10^{-19}$ C. Densidad del agua, $\rho_{agua} = 1{,}00{\cdot}10^3$ kg m^{-3}. g = 9,81 m s^{-2}. K

$= \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{C}^{-2}$.

Respuesta:

a) El campo eléctrico en la superficie de una esfera es:

$$E = \frac{Kq}{r^2} \qquad q = \frac{Er^2}{K} = \frac{150\,(6,37 \cdot 10^6)^2}{8,99 \cdot 10^9} = 6,77 \cdot 10^5\,\mathrm{C}$$

b) Para que la gota permanezca estacionaria, deberá cumplirse que:

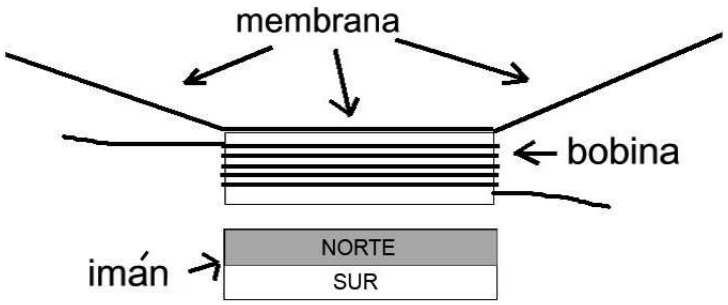
$$qE = mg \qquad q = \frac{mg}{E}$$

$$q = \frac{\frac{4}{3}\pi(1,8 \cdot 10^{-5})^3 1,00 \cdot 10^3 \cdot 9,8}{150} = 1,6 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{C}$$

El exceso de electrones será, por tanto:

$$n = \frac{1,6 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 10^7 \text{ electrones}$$

19. a) Un altavoz está formado por un imán permanente en forma de disco, y por una bobina por la que circula una corriente eléctrica. La bobina está unida a una membrana que participa de los movimientos de la bobina. a) ¿Cómo se moverá el conjunto bobina-membrana si hacemos circular una corriente continua por la bobina que, vista desde arriba, gire en sentido horario? b) ¿Cómo se moverá el conjunto bobina-membrana si hacemos circular una corriente alterna por la bobina? Justifique las respuestas explicitando en cada caso la dirección y el sentido del campo magnético producido por la bobina. c) Necesitamos más fuerza sobre la bobina y, para conseguirlo, es necesario que genere un campo magnético más intenso. Justifique qué efecto tendría cada una de las modificaciones siguientes sobre la intensidad del campo magnético producido por la bobina: i) Un aumento del número de vueltas de la bobina. ii) Un aumento de la intensidad de la corriente eléctrica.



Nota: Se entiende que en cada caso se mantiene constante el parámetro que varía en la otra opción.

Respuesta:

a) Al hacer circular una corriente continua en sentido horario (visto desde arriba), la bobina crea un campo magnético constante (si la corriente continua no varía su diferencia de potencial) cuya cara Norte se encontrará en la parte superior de la bobina, y la cara Sur en la parte más cercana al imán. Por tanto, la bobina será atraída por el imán con una fuerza constante.

b) Si la corriente es alterna, la bobina oscilará sobre un eje perpendicular al plano del imán, al ir

alternando las caras Norte y Sur, tanto en la parte superior como en la inferior de la bobina.

c) La expresión del campo magnético breado en el eje de una bobina viene dado por; $B = \frac{\mu_0 I N}{L}$, siendo I la intensidad de la corriente, y N el número de espiras de la bobina, por lo que una aumento en el número de vueltas (N) o en la intensidad de la corriente (I) hará que la fuerza entre el imán y la bobina se incremente.

20. a) Un campo eléctrico de más de $3{,}00{\cdot}10^6$ V m^{-1} provoca la ruptura dieléctrica del aire (los electrones son arrancados de los átomos y, al recombinarse, emiten luz). La descarga a través del aire causada por la ruptura dieléctrica se denomina descarga en arco. Un ejemplo familiar de dicha descarga es la descarga eléctrica que recibimos al tocar el pomo metálico de una puerta tras haber caminado sobre una alfombra en un día seco. Calcule, en este caso, la mínima diferencia de potencial entre la mano y el pomo de la puerta si en el momento de la descarga eléctrica están separados por 1,00 mm. b) Calcule el trabajo que debe realizarse para que tres electrones que inicialmente estaban muy separados, queden a 0,1 nm uno de otro y configuren un triángulo equilátero. Datos: Carga del electrón, $q_e = -1{,}60{\cdot}10^{-9}$ C. $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}99 \cdot 10^9 \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$

Respuesta:

a) La relación entre el campo eléctrico y la diferencia de potencial es:

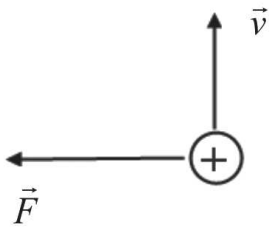
$$E = \frac{\Delta V}{r} \qquad \Delta V = 3{,}00 \cdot 10^6 \cdot 1{,}00 \cdot 10^{-3} = 3000\,\mathrm{V}$$

b) La energía potencial de los electrones situados a una gran distancia es $U_0 = 0$. Cuando los acercamos hasta ocupar los vértices del triángulo que se indica en el enunciado, la energía potencial del sistema de cargas es:

$$U_1 = 3\,\frac{8{,}99 \cdot 10^9 (1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{10^{-10}} = 2{,}30 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}$$

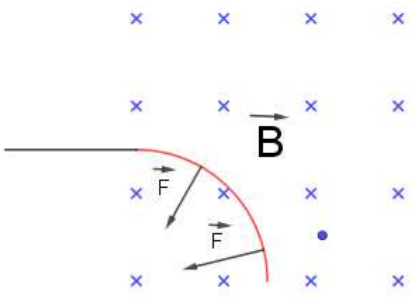
El trabajo realizado por el campo eléctrico será: $W_{campo} = 0 - 2{,}30 \cdot 10^{-18} = -2{,}30 \cdot 10^{-18}$ J. Para situar los tres electrones deberemos realizar un trabajo de signo contrario al realizado por el campo, es decir: W = **$2{,}30{\cdot}10^{-18}$ J**

21. a) Un método para determinar las masas de iones pesados consiste en medir el tiempo que necesitan para describir un determinado número de vueltas en un campo magnético conocido. En una de estas medidas, un ion con una carga igual a la de un electrón describe 7,00 vueltas en 1,29 ms en un campo magnético perpendicular a la velocidad y con un módulo de 45,0 mT. Haga una representación de la trayectoria del ion y dibuje en dos de las posiciones de esta trayectoria el vector fuerza que actúa sobre el ion. Calcule la masa del ion. b) Un protón que se mueve a una velocidad de $5{,}00{\cdot}10^5$ m s^{-1} entra en una región del espacio donde existe un campo magnético. El módulo de la fuerza que produce el campo magnético sobre la carga es $8{,}00{\cdot}10^{-14}$ N. Calcule el módulo del campo magnético. Especifique claramente la dirección y el sentido de este campo magnético si las direcciones y los sentidos, tanto de la fuerza como de la velocidad son los representados en la figura. Datos: Carga del electrón, $q_e = -1{,}60{\cdot}1^{0-19}$C. Carga del protón, $q_p = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C.



Respuesta:

a) La trayectoria del ion podría ser representada de la forma:



´El periodo del giro del ion es:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{1,29 \cdot 10^{-3}}{7} \qquad \frac{r}{v} = \frac{1,29 \cdot 10^{-3}}{14\pi}$$

la masa se puede calcular a partir de la expresión:

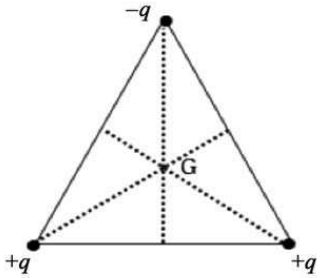
$$m = \frac{rqB}{v} = \frac{1,29 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,5 \cdot 10^{-2}}{14\pi} = 2,11 \cdot 10^{-25}\,\text{kg}$$

b) El módulo del campo magnético es:

$$B = \frac{F}{qv} = \frac{8,00 \cdot 10^{-14}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{5}} = 1\,\text{T}$$

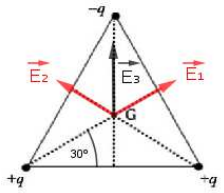
El campo magnético esta dirigido **perpendicularmente al plano que contiene a $\vec{v}$ y $\vec{F}$ y hacia el interior** de dicho plano.

22. Tres cargas eléctricas puntuales, de valor q = 1,0 nC, se hallan situadas en los vértices de un triángulo equilátero de 10,0 cm de lado. Dos de estas cargas son positivas, mientras que la tercera es negativa. a) Calcule la intensidad del campo eléctrico en el baricentro del triángulo (punto G). b) Calcule la variación de energía potencial electrostática que experimenta el sistema si las cargas se separan hasta formar otro triángulo equilátero de 20,0 cm de lado. Diga si la energía potencial electrostática aumenta o disminuye y justifique la respuesta. Dato: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9\,\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$. Nota: El baricentro de un triángulo es el punto de intersección de las medianas (líneas que unen cada vértice con el punto medio del lado opuesto).



Respuesta:

a) Los vectores intensidad de campo eléctrico en el baricentro pueden verse en la siguiente representación



gráfica:
De esta representación se puede deducir lo siguiente:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \left|\overrightarrow{E_3}\right| = \frac{8,99 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}}{0,058^2} = 2672\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

(teniendo en cuenta que r cos 30^o = 0,05, r = 0,058 m).
Las componentes horizontales de $\overrightarrow{E_1}$ y $\overrightarrow{E_2}$ se anulan entre sí, por lo que el campo resultante tendrá únicamente componente vertical, siendo:

$$\overrightarrow{E} = (2 \cdot 2672 \cdot \mathrm{sen}\,30 + 2672)\,\overrightarrow{j} = 5,345\,\overrightarrow{j}\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

b) La energía potencial electrostática inicial del sistema es:

$$\mathrm{U_0} = 2\,\frac{8,99 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}(-10^{-9})}{0,1} + \frac{8,99 \cdot 10^9 (10^{-9})^2}{0,1} = -8,99 \cdot 10^{-8}\mathrm{J}$$

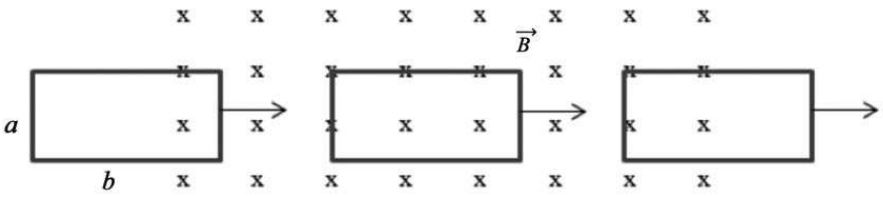
Mientras que la energía potencial final es:

$$\mathrm{U} = 2\,\frac{8,99 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}(-10^{-9})}{0,2} + \frac{8,99 \cdot 10^9 (10^{-9})^2}{0,2} = -4,495 \cdot 10^{-8}\mathrm{J}$$

$$\Delta \mathrm{U} = \mathrm{U} - \mathrm{U_0} = 4,495 \cdot 10^{-8}\mathrm{J}$$

Se produce un aumento en la energía potencial del sistema, al ser negativo el valor inicial y aumentar la distancia entre las cargas.

23. Introducimos una espira metálica rectangular de 5 Ω de resistencia eléctrica en una región del espacio delimitada por un campo magnético uniforme de 0,2 T perpendicular a la superficie de la espira. Las dimensiones de la espira son a = 3 cm y b = 6 cm, y se desplaza con una velocidad de 2 m s^{-1}.



a) Diga si circula corriente eléctrica por la espira en las tres situaciones siguientes: al entrar en el campo, cuando se encuentra totalmente inmersa, y al salir de él, y determine en cada caso el sentido de circulación de la intensidad correspondiente. Justifique las respuestas. b) Calcule la fuerza electromotriz y la intensidad de la corriente eléctrica que se genera en cada caso.

Respuesta:

a) Para que se produzca una fem inducida, es necesario que se produzca una variación del flujo del campo magnético con el tiempo, por lo que sólo circulará corriente por la espira cuando ésta **entre o**

salga de la zona en que actúa el campo magnético.
Según la Ley de Lenz, la corriente inducida creará un campo que tiende a oponerse al que la induce, por lo que cuando la espira entre en el campo (es decir, el flujo aumente con el tiempo), la corriente circulará en sentido antihorario, haciéndolo en sentido horario cuando la espira salga del campo.

b) Cuando la espira entra en el campo, tendremos:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{dt}} = -\frac{0,2 \cdot 3 \cdot 10^{-2} 2 \cdot \mathrm{dt}}{\mathrm{dt}} = -0,012\,\mathrm{V}$$

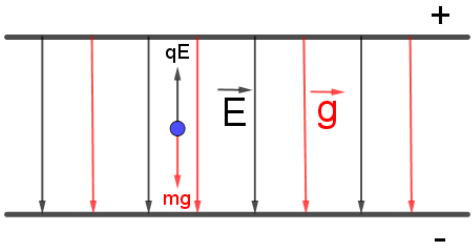
Cuando la espira abandone la región del campo, la fuerza electromotriz inducida será la misma, pero de sentido contrario, es decir: $\varepsilon = 0,012\,\mathrm{V}$. Cuando se encuentre en reposo, la fuerza electromotriz inducida será **nula**.
La intensidad de corriente será nula cuando la espira se encuentre en reposo, mientras que cuando se desplace, la intensidad, en valor absoluto será:

$$\mathrm{I} = \frac{\varepsilon}{\mathrm{R}} = \frac{0,012}{5} = 2,4 \cdot 10^{-3}\mathrm{A}$$

24. Unas cuantas pequeñas gotas de aceite adquieren una carga negativa, mientras caen a velocidad constante a través del vacío entre dos placas horizontales separadas por una distancia de 2,00 cm. Entre estas placas hay un campo eléctrico uniforme, de módulo $5{,}92{\cdot}10^4$ N C^{-1}. a) Dibuje un esquema de la situación descrita y represente las placas mencionadas, especificando el signo de cada una, y los campos vectoriales (gravitatorio y eléctrico). Calcule la diferencia de potencial entre las placas. b) Dibuje las fuerzas que actúan sobre una gota de masa 2,93 pg, si la gota tiene una carga tal que hace que se mantenga suspendida en equilibrio dentro del campo eléctrico mencionado.Calcule el valor de esta carga. Dato : g = 9,81 m s^{-2}.

Respuesta:

a) El esquema podría ser el siguiente:



Donde puede verse la orientación del campo gravitatorio y el campo eléctrico, así como las fuerzas que actúan sobre una gota de aceite.
La diferencia de potencial se obtiene a partir de:

$$\Delta\mathrm{V} = \mathrm{E}\Delta\mathrm{r} = 5,92 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 1184\,\mathrm{V}$$

b) Para que la carga se mantenga en reposo (imagen anterior), deberá cumplirse que:

$$\mathrm{qE} = \mathrm{mg} \qquad \mathrm{E} = \frac{2,93 \cdot 10^{-15} \cdot 9,8}{5,92 \cdot 10^4} = 4,85 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}$$

25. En un transformador que consta de dos bobinas, la bobina primaria tiene Np espiras y la secundaria Ns espiras. a) Deduzca, a partir de la conservación del flujo magnético, la fórmula para obtener la tensión del circuito secundario cuando conectamos la bobina primaria de un transformador a una tensión

alterna ε. Si Np = 1200 espiras y Ns = 300 espiras, calcule la tensión eficaz en la bobina secundaria cuando conectamos la bobina primaria a una tensión eficaz de 230 V. b) Calcule la intensidad eficaz en el circuito primario si por el circuito secundario circulan 2,0 A de intensidad eficaz. Haga un esquema y señale cada elemento del transformador, sabiendo que las dos bobinas están enrolladas sobre un núcleo de hierro común. Nota: Considere un transformador ideal.

Respuesta:

a) La fuerza electromotriz inducida en el primario y en el secundario del transformador será, respectivamente:

$$\varepsilon_p = -N_p \frac{d\varphi}{dt} \qquad \varepsilon_s = -N_s \frac{d\varphi}{dt}$$

Al conservarse el flujo del campo magnético, tendremos:

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{\varepsilon_p}{N_p} = -\frac{\varepsilon_s}{N_s}$$

Por lo que la tensión en el circuito del secundario será:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_p \frac{N_s}{N_p}$$

Cuando la tensión eficaz en el primario sea de 230 V, la tensión en el secundario será:

$$\varepsilon_s = 230\,\frac{300}{1200} = 57,5\,\text{V}$$

b) Puesto que la potencia es la misma en ambos circuitos, la intensidad eficaz en el primario se deduce de

$$P = I_p \varepsilon_p = I_s \varepsilon_s \qquad I_p = \frac{2 \cdot 57,5}{230} = 0,5\,\text{A}$$

a) Durante una tormenta cae un relámpago por el que circula una corriente eléctrica de 400 kA. Suponga que la intensidad de la corriente del relámpago es constante durante los 50 μs que dura. a) ¿Cuál es la carga eléctrica total que ha transportado el relámpago? ¿Cual es el campo magnético que crea esta corriente a una distancia de 100 m? b) ¿Qué fuerza magnética actúa sobre una partícula cargada que se encuentra en reposo a esta misma distancia? Justifique la respuesta. Datos: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m A^{-1}. $|e| = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C. La intensidad del campo magnético creado por una corriente rectilínea es $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, donde r es la distancia a la corriente.

Respuesta:

a) La carga es el producto de la intensidad por el tiempo, es decir:

$$q = I \cdot t = 4 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-5} = 20\,\text{C}$$

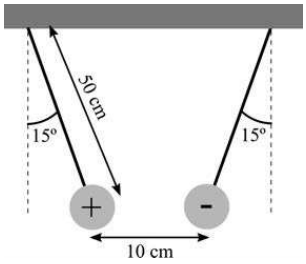
El campo magnético creado a una distancia de 100 m es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} 4 \cdot 10^5}{2\pi 100} = 8 \cdot 10^{-4}\text{T}$$

b) La fuerza magnética sobre una carga **es nula** pues, para que exista fuerza, la carga debe encontrarse en movimiento:

$$\overrightarrow{F_m} = q\,\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$$

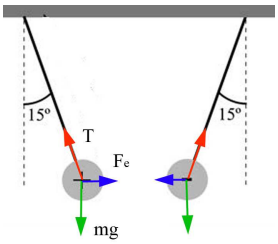
26. Dos esferas iguales de 20 g de masa cuelgan cada una de ellas de un hilo de 50 cm de longitud, tal como muestra la figura. Las dos esferas poseen cargas eléctricas iguales pero de signo contrario. A causa de la atracción eléctrica que existe entre las dos esferas, los hilos forman un ángulo de 15º respecto a la vertical. En esta configuración, la distancia entre las esferas es de 10 cm.



a) Calcule el módulo de la fuerza eléctrica entre las esferas y el valor de sus respectivas cargas eléctricas.
b) Si retirásemos la carga positiva, ¿qué campo deberíamos de crear alrededor de la carga negativa para que esta última no cambiase de posición? Indique el módulo, y represente esquemáticamente la dirección y el sentido que tendría. ¿Cómo debería ser este campo si, en lugar de retirar la carga positiva, retirásemos la carga negativa? Dato: $\mathrm{K} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{C}^{-2}$. Nota: Suponga que las dos cargas son puntuales.

Respuesta:

a) En la siguiente imagen:



Podemos ver las fuerzas que actúan sobre cada una de las cargas. Para que el sistema permanezca en equilibrio, deberá cumplirse que:

$$\mathrm{T}\,\mathrm{sen}\,15^{\mathrm{o}} = \frac{9 \cdot 10^9 \mathrm{Q}^2}{0,1^2}$$

$$\mathrm{T}\cos 15^{\mathrm{o}} = 0,02 \cdot 9,8$$

Dividiendo miembro a miembro la primera igualdad entre la segunda:

$$\mathrm{tg}\,15^{\mathrm{o}} = \frac{9 \cdot 10^9 \mathrm{Q}^2}{0,1^2 \cdot 0,02 \cdot 9,8} \qquad \mathrm{Q} = 2,41 \cdot 10^{-7} \mathrm{C}$$

b) Al retirar la carga positiva, deberá actuar un campo eléctrico sobre la carga negativa para que ésta no cambie de posición. El módulo de dicho campo se calcula a partir de

$$\mathrm{QE} = \frac{9 \cdot 10^9 \mathrm{Q}^2}{0,1^2} \qquad \mathrm{E} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2,41 \cdot 10^{-7}}{0,1^2} = 2,17 \cdot 10^5 \mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1}$$

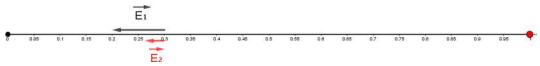
La dirección será la de la recta que pasa por las dos cargas representadas en el dibujo, y el sentido será de izquierda a derecha, es decir: $\overrightarrow{E} = 2,17 \cdot 10^5 \ \overrightarrow{i}$

Si retiramos la carga negativa, el campo que debería aplicarse tendría **el mismo módulo, dirección y sentido** que que se ha calculado previamente.

27. Dos carga eléctricas puntuales, de –5,0 μC y 7,0 μC están separadas 10 cm una de otra. a) Calcule el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) en un punto situado a 3,0 cm de la carga negativa y a 7,0 cm de la carga positiva. Este punto pertenece a la línea que une las dos cargas b) Calcule en qué punto de la línea que une las cargas el potencial eléctrico es nulo. Dada: $\mathrm{K} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{C}^{-2}$.

Respuesta:

a) Como podemos ver en la siguiente representación gráfica: Los campos creados por cada una de las



cargas tienen la misma dirección y sentido, hacia la carga negativa. Los módulos son, respectivamente:

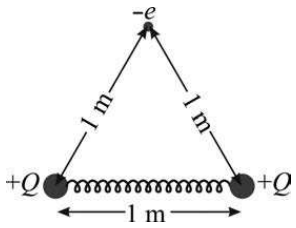
$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{0,03^2} = 5 \cdot 10^7 \mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1} \qquad \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 7 \cdot 10^{-6}}{0,07^2} = 1,29 \cdot 10^7 \mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1}$$

El campo resultante será, pues: $\overrightarrow{\mathrm{E}} = -6,29 \cdot 10^7 \ \overrightarrow{i} \ \mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1}$

b) El punto en el que el potencial es nulo cumplirá que:

$$0 = \frac{9 \cdot 10^9 (-5 \cdot 10^{-6})}{\mathrm{x}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 7 \cdot 10^{-6})}{0,1 - \mathrm{x}} \qquad \mathrm{x} = 0,042 \,\mathrm{m}$$

28. Dos esferas conductoras idénticas y suficientemente pequeñas para ser consideradas puntuales, está unidas por un muelle. La constante elástica del muelle es de 10 N/m. El conjunto se coloca sobre una mesa eléctricamente aislante. Además, no existe rozamiento entre la mesa y el conjunto de las dos esferas y el muelle. Las esferas están separadas por una distancia de 0,40 m cuando está descargadas (el



muelle no ejerce fuerza alguna). Cargamos con la misma carga positiva las dos esferas con un generador, hasta que la distancia entre ellas sea de 1,00 m. a) Cuando las esferas están cargadas, ¿cuál es la fuerza

aplicada por el muelle sobre cada una de las esferas? ¿Cuál es la carga de cada esfera? b) Colocamos un electrón a 1 m de cada una de las dos esferas (equidistante respecto de ambas, tal y como indica la figura). Calcule el módulo del campo eléctrico que actúa sobre el electrón , así como el módulo de la aceleración en este momento. Sobre la figura, represente la dirección y el sentido del campo eléctrico y de la aceleración en el punto donde se encuentra el electrón. Datos: $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99{\cdot}10^9$ $\mathrm{Nm^2\ C^{-2}}$. $\mathrm{m}_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg. $|\mathrm{e}| = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C.

Respuesta:

a) La fuerza de repulsión entre las dos esferas será:

$$\mathrm{F} = \frac{8,99 \cdot 10^9 \mathrm{q}^2}{1^2} = \mathrm{Kx} = 10\mathrm{x} = 10\,(1,00 - 0,40) = 6\,\mathrm{N}$$

$$6 = \frac{8,99 \cdot 10^9 \mathrm{q}^2}{1^2} \qquad \mathrm{q} = 2,58 \cdot 10^{-5}\mathrm{C}$$

b) El campo eléctrico en el punto donde se sitúa el electrón no tiene componente horizontal, puesto que dicha componente, debida a cada una de las cargas, es igual y de sentido contrario a la otra. El campo eléctrico en dicho punto será, pues:

$$\vec{E} = 2\,\frac{8,99 \cdot 10^9 (2,58 \cdot 10^{-5})^2}{1^2}\,\mathrm{sen}\,60\,\vec{j} = 10,36\,\vec{j}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

La fuerza sobre el electrón y su aceleración valdrán, respectivamente:

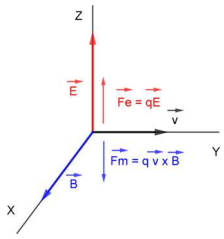
$$\vec{F} = -1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 10,36\,\vec{j} = -1,66 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{N}$$

$$\vec{a} = \frac{-1,66 \cdot 10^{-18}}{9,11 \cdot 10^{-31}} = -1,82 \cdot 10^{12}\vec{j}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

29. Un protón se mueve en la dirección positiva del eje OY en una región donde existe un campo eléctrico $\vec{E} = 3{,}0 \times 10^5\ \vec{k}$ N/C y un campo magnético $\vec{B} = 0{,}60\,\vec{i}$ T. a) Haga una representación esquemática de las fuerzas que actúan sobre el protón indicando claramente los ejes, direcciones y sentidos.¿ En qué condiciones el protón no se desvía? Justifique la respuesta. b) Un electrón que se mueve con una velocidad $\vec{v} = 5 \times 10^5\,\vec{j}$ m/s entra en esta región. ¿Se desviará el electrón? En caso afirmativo, indique hacia que dirección se desvía. Justifique la respuesta representando esquemáticamente las fuerzas que actúan sobre el electrón.

Respuesta:

a) La representación es la siguiente:



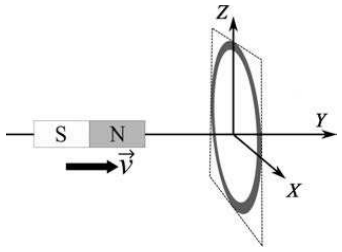
El protón no se desvía cuando la fuerza debida al campo eléctrico iguale a la debida al campo magnético, es decir: $\mathrm{q}\vec{E} = \mathrm{q}\,\vec{v} \times \vec{B}$.

b) Las fuerzas sobre el electrón, debidas al campo eléctrico y al campo magnético serán, respectivamente:

$$\vec{\mathrm{F}_\mathrm{e}} = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^5\,\vec{k} = -4,8 \cdot 10^{-14}\,\vec{k} \qquad \vec{F_m} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 0,60\,\vec{k} = 4,8 \cdot 10^{-14}\,\vec{k}$$

Las fuerzas tendrán la misma dirección y sentido contrario que las que actuaría sobre el protón. La suma de ambas fuerzas es cero, por lo que el electrón **no se desviará**.

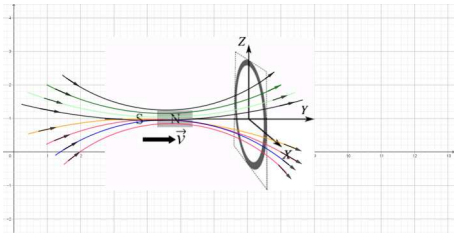
30. Un imán se mueve con una velocidad $\vec{v}$ en el eje Y hacia una espira conductora en el plano XZ, como se observa en la figura. Los polos del imán están dispuestos como indica la figura.



Dibuje 8 líneas de campo del imán, de forma que alguna de ellas atraviese la espira. Indique claramente el sentido de las líneas de campo. ¿Se induce una corriente en la espira debido al movimiento del imán? En caso afirmativo, indique el sentido de la corriente inducida. Justifique la respuesta b) Si ahora movemos el imán en sentido opuesto, de forma que se aleje de la espira, ¿se producirá algún tipo de fuerza entre el imán y la espira? En caso afirmativo, ¿qué sentido tendrá esta fuerza? Justifique la respuesta.

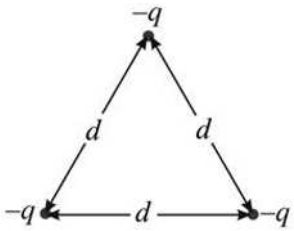
Respuesta:

a) La representación de las líneas puede ser:

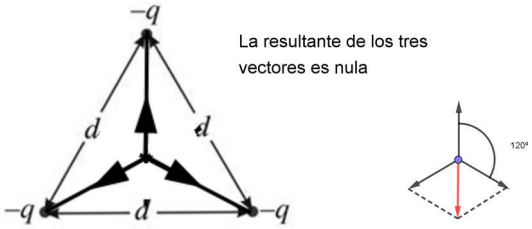


La líneas de campo son cerradas, aunque en el dibujo no se han representado así. Cada línea se ha representado de un color, indicando que se cierra sobre sí misma.
El movimiento de imán respecto a la espira induce sobre ella una corriente eléctrica. Según la Ley de Lenz, la corriente inducida crea un campo magnético que tiende a oponerse al campo que la induce. Como en este caso se produce un aumento del flujo del campo magnético respecto al tiempo, siguiendo la regla de la mano derecha, la corriente tendrá el sentido de giro **contrario al de las agujas del reloj**, visto desde la parte izquierda de la imagen. Cuando el imán se mueve en sentido contrario, la corriente inducida tenderá a oponerse a la disminución de flujo, con lo que aparecerá una fuerza de **atracción** entre imán y espira.

31. Tres cargas negativas iguales, -q, sen encuentran situadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado d.
a) ¿Existe algún punto en el interior del triángulo donde el campo eléctrico sea nulo? Justifique la respuesta. Determine el módulo, la dirección y el sentido del campo creado en el vértice superior del triángulo, por las dos cargas situadas en la base. Exprese el resultado en función de q y de la constante de Coulomb. b) Determine la energía de formación de este sistema de cargas. Exprese el resultado en función de q, d y la constante de Coulomb.
Respuesta:



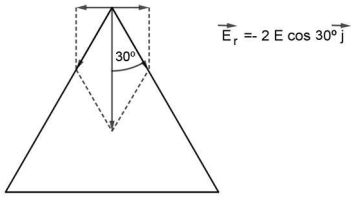
a) En el centro del triángulo, la intensidad de campo eléctrico es nulo, como podemos ver en la siguiente representación gráfica:



Los módulos de los tres vectores tienen el mismo valor, E. La resultante de dos de ellos, aplicando el teorema del coseno, será:

$$\mathrm{E_r} = \sqrt{\mathrm{E^2} + \mathrm{E^2} + 2\mathrm{E^2} \cdot \cos 120^{\mathrm{o}}} = \mathrm{E}$$

El campo creado por las dos cargas de la base en el vértice superior se representa así:



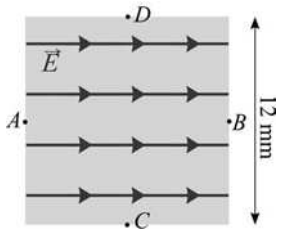
Siendo:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{Kq}}{\mathrm{d^2}} \qquad \overrightarrow{E_r} = -\frac{2\mathrm{Kq}}{\mathrm{d^2}} \cos 30 \, \vec{j}$$

b) La energía de formación del sistema de cargas es:

$$\mathrm{W} = \frac{\mathrm{Kq^2}}{\mathrm{d}} + \frac{\mathrm{Kq^2}}{\mathrm{d}} + \frac{\mathrm{Kq^2}}{\mathrm{d}} = \frac{3\,\mathrm{Kq^2}}{\mathrm{d}}$$

32. En una región del espacio de forma cuadrada y de lado d = 12 mm, hay un campo eléctrico uniforme y constante de valor 2,00 × 10^6 N/C.
a) ¿Cuál es la diferencia de potencial, $\mathrm{V}_B - \mathrm{V}_A$, entre los puntos A y B de la figura? ¿Cuál es la diferencia de potencial, $\mathrm{V}_D - \mathrm{V}_C$, entre los puntos C y D de la figura? Justifique las respuestas. b) Abandonamos un protón, inicialmente en reposo, en el punto A. ¿Qué movimiento describirá? Justifique su respuesta. ¿Qué velocidad (sólo en módulo) tendrá en el momento en que abandone esta región cuadrada? ¿Qué trabajo ha realizado el campo eléctrico sobre el protón? Datos: m_p= 1,67 × 10^{-27} kg. |e| = 1,602 × 10^{-19} C.



Respuesta:

a) La diferencia de potencial entre A y B es:

$$V_A - V_B = E \cdot d = 2 \cdot 10^6 \cdot 0,012 = 2,4 \cdot 10^4 V = -(V_B - V_A)$$

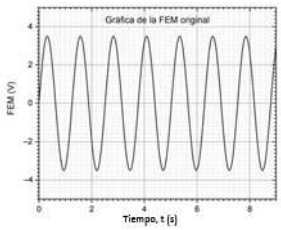
Al ser el segmento CD perpendicular al campo y, por tanto, tratarse de una línea equipotencial, el potencial en C y en D es el mismo, por lo que $V_D - V_C = 0$

b) Describirá un movimiento **rectilíneo uniformemente acelerado** puesto que sobre él actuará una fuerza constante $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E}$.

Teniendo en cuenta que el trabajo realizado sobre el protón es igual al incremento en su energía cinética, tendremos:

$$q(V_A - V_B) = \frac{1}{2}mv^2 \qquad v = \sqrt{\frac{2q(V_A - V_B)}{m}} = 2,15 \cdot 10^6 \, m \cdot s^{-1}$$

33. Un imán se desplaza horizontalmente, entrando y saliendo de una bobina plana (de N espiras y sección S), siguiendo un movimiento armónico simple, que crea un campo magnético perpendicular a la bobina, de módulo $B(t) = B_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$. a) Determine el flujo del campo magnético a través de una espira y la fuerza electromotriz (FEM) en función de los parámetros B_0, ω, φ_0, N y S.



b) Si la bobina tiene una resistencia R, determine la corriente máxima que puede circular por la bobina, en función de los parámetros B_0, ω, φ_0, N, S y R. Indique cuál de las gráficas siguientes (de la A a la D) representa correctamente la FEM si se reduce la frecuencia del movimiento del imán. Justifique su respuesta. Dato: En todas las gráficas se utiliza la misma escala para el tiempo (eje x) y para la FEM (eje y).

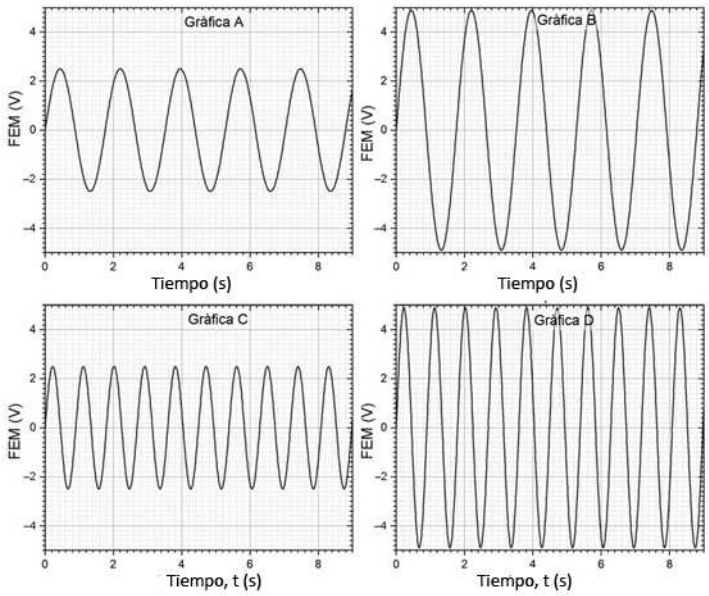
Respuesta:

a) El flujo del campo magnético a través de una espira será:

$$\phi = \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{S} = BS\cos(\omega t + \varphi_0)$$

La fuerza electromotriz inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(NBS\cos(\omega t + \varphi_0)}{dt} = NBS\omega \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$$



34. La corriente que circula por la bobina es:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{NBS\omega \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)}{R}$$

Siendo la corriente máxima:

$$I = \frac{NBS\omega}{R}$$

Si se reduce la frecuencia de rotación del imán, la fem debe disminuir, a la vez que el periodo aumenta, por lo que la gráfica correspondiente de las indicadas será la **A**.

35. Para conseguir soldaduras profundas, en la industria aeroespacial se utiliza la técnica de haces de electrones de alta densidad energética. Esta técnica consiste en bombardear con electrones de alta energía las piezas que deben ser soldadas, dentro de una cámara de vacío. El haz de electrones se genera calentando a alta temperatura una banda de wolframio. Posteriormente, el haz se acelera bajo la acción de un campo eléctrico uniforme que se crea aplicando una diferencia de potencial de 15 kV entre el ánodo y el cátodo. a) Si la separación entre el cátodo y el ánodo es de 1,50 cm, determine el módulo del campo eléctrico que se crea entre el uno y el otro. Realice un esquema que indique la trayectoria de los electrones y la dirección y sentido del campo eléctrico. ¿Cuál de las placas se encuentra a un mayor potencial, el ánodo o el cátodo? Justifique su respuesta. b) Considerando que un electrón está situado sobre el cátodo y parte del reposo, determine la energía y el módulo de su velocidad cuando emerja del ánodo. Si la pieza que se debe soldar se encuentra al mismo potencial que el ánodo, ¿a qué velocidad impactará el electrón sobre dicha pieza? Datos: $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg. $|e| = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C.

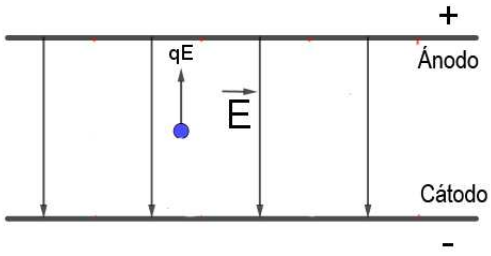
Respuesta:

a) El campo eléctrico se obtiene a partir de la expresión:

$$E = \frac{\Delta V}{r} = \frac{15000}{1,5 \cdot 10^{-2}} = 10^6\ N \cdot C^{-1}$$

La representación gráfica es la siguiente:
El potencial será mayor en el ánodo, de forma que el vector campo se dirija desde la zona de mayor a la de menor potencial.
b) El trabajo sobre el electrón será:

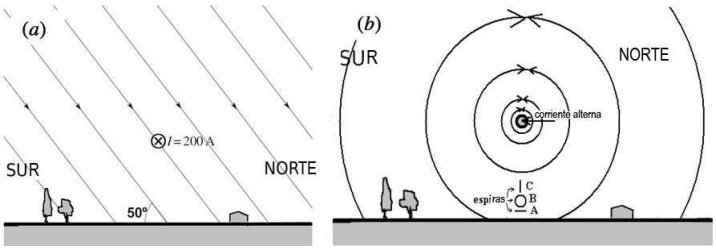
$$W = \Delta E_c = q\,(V_A - V_B) = -1,602 \cdot 10^{-19}\,(-15000) = 2,404 \cdot 10^{-15}\ J$$



$$2,404 \cdot 10^{-15} = \frac{1}{2} 9,11 \cdot 10^{-31} \mathrm{v}^2 \qquad \mathrm{v} = 7,26 \cdot 10^7 \,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

c) Dado que no hay diferencia de potencial entre el ánodo y la pieza, no se realizará trabajo, y la velocidad del electrón será la misma calculada en el apartado anterior, esto es, $7,26 \cdot 10^7 \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

36. Nos encontramos en un lugar donde el campo magnético terrestre tienen una magnitud de 35 μT y apunta hacia el norte, pero está inclinado 50° (hacia abajo) respecto a la horizontal (figura a). Por un cable de una línea de alta tensión situado en dicho lugar, circula una corriente de 200 A de intensidad. Dicha corriente circula de este a oeste (hacia dentro en la figura a).



a) Calcule la fuerza magnética que actúa sobre un tramo de 100 m del cable, debida al campo magnético terrestre. A continuación, determine el módulo y represente esquemáticamente la dirección y el sentido. Justifique su respuesta. b) La corriente que circula por el cable de alta tensión es una corriente alterna y genera un campo magnético que cambia continuamente de sentido (ver figura b). Por debajo del cable se han situado tres espiras conductoras: una (A) es paralela a la superficie horizontal del terreno, otra (B) es paralela al plano del dibujo, y la tercera (C) está situada en el plano vertical según la dirección este-oeste. ¿En cuál o cuáles de las espiras el campo magnético variable producido por la línea de alta tensión inducirá una corriente eléctrica? Justifique su respuesta especificando les leyes o principios físicos en que se ha basado. Nota: Considere que el campo magnético es uniforme en la región donde se encuentran las espiras.

Respuesta:

a) El módulo de la fuerza magnética es:

$$\mathrm{F_m} = \mathrm{IlB\,sen\,90^o} = 200 \cdot 100 \cdot 35 \cdot 10^{-6} = 0,70\,\mathrm{N}$$

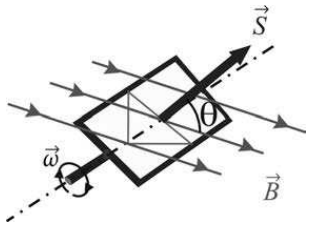
La fuerza magnética ira dirigida **perpendicularmente tanto al conductor como al vector campo** y se encontrará sobre el plano del dibujo, apuntando en la dirección **sur**.
b) En las espiras A y B, el campo magnético generado por la corriente es perpendicular al vector superficie, mientras que en la espira C, dicho campo es paralelo. Puesto que el flujo del campo magnético es:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \mathrm{BS\cos 90^o}$$

El flujo magnético en las espiras A y B será nulo. Al no existir variación del flujo con el tiempo, **la fem inducida será nula** (Ley de Faraday – Henry; $\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{dt}}$).Por el contrario, en la espira C existe

un flujo distinto de cero que varía con el tiempo, por lo que **en esta espira se inducirá una fuerza electromotriz**. Aplicando la Ley de Ohm, la corriente inducida será: $I = \frac{\varepsilon}{R}$.

37. Un alternador consiste en una bobina de 100 espiras rectangulares. Las dimensiones de los lados mayor y menor de la bobina son 2,0 cm y 1,6 cm, respectivamente. La bobina gira con una frecuencia de 60 revoluciones por minuto dentro de un campo magnético uniforme, de magnitud B = 0,1 T. La orientación relativa entre el campo magnético y la bobina viene dada por el ángulo ϑ que forman el campo magnético y el vector $\vec{S}$, perpendicular al plano que contiene la bobina. a) Determine el valor del flujo del campo magnético a través de una espira de la bobina cuando el campo magnético es perpendicular a la superficie de la espira (ángulo $\vartheta = 0$ rad) y para una orientación cualquiera (indique el resultado en función del ángulo ϑ). b) A partir del flujo del campo magnético a través de la bobina, determine la evolución de la fuerza electromotriz en función del tiempo, suponiendo que inicialmente el ángulo ϑ es igual a 0 rad. Calcule el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida en la bobina.



Respuesta:

a) Cuando el campo magnético es perpendicular a la espira, los vectores $\vec{S}$ y $\vec{B}$ son paralelos ($\theta = 0$), por lo que el flujo del campo magnético es: $\phi = 0,1 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-2} = 3,2 \cdot 10^{-5} \mathrm{T} \cdot \mathrm{m}^2$. Para una orientación cualquiera, el flujo tiene la expresión: $\phi = \mathrm{BS}\cos\theta = 3,2 \cdot 10^{-5} \cos\theta \,\mathrm{T} \cdot \mathrm{m}^2$.
b) La pulsación será: $\omega = \frac{60 \cdot 2\pi}{60} = 2\pi \mathrm{s}^{-1}$La fuerza electromotriz inducida tendrá la expresión:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{dt}} = -100\,\frac{\mathrm{d}\left(3,2 \cdot 10^{-5} \cos 2\pi \mathrm{t}\right)}{\mathrm{dt}} = 6,4 \cdot 10^{-3} \pi \,\mathrm{sen}\, 2\pi \mathrm{t}$$

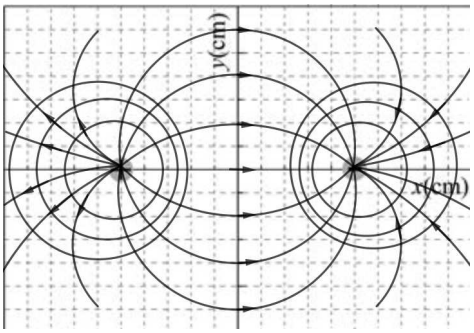
La máxima fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon_{\mathrm{máx}} = 6,4 \cdot 10^{-3}\pi = 0,020\,\mathrm{V}$$

38. Un dipolo eléctrico es un sistema de dos cargas puntuales de igual magnitud, Q y signo opuesto. a) Represente dentro del recuadro adjunto las líneas de campo eléctrico creadas por un dipolo eléctrico. Represente la proyección de las superficies equipotenciales en el plano de la figura. Orientación: para el campo eléctrico, dibuje 12 líneas de campo y tres líneas equipotenciales para cada carga.
b) El valor de la carga es $|\mathrm{Q}| = 1,50\,\mu\mathrm{C}$, la carga positiva está situada en -5 $\vec{i}$ cm y la carga negativa está situada en 5 $\vec{i}$ cm. Calcule el campo eléctrico creado por el dipolo eléctrico en el origen de coordenadas, y también el valor del potencial eléctrico en el origen de coordenadas. Para las magnitudes vectoriales puede dar las componentes o el módulo, la dirección y el sentido. Dato: $\mathrm{k} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{C}^{-2}$.

Respuesta:

a) La representación se ha hecho sobre la gráfica del enunciado. Las líneas de fuerza tiene como origen la carga positiva, y como extremo, la carga negativa. Las líneas de fuerza son perpendiculares a las superficies equipotenciales, que son las líneas cerradas (dibujadas de forma aproximada).
b) El campo eléctrico creado por la carga positiva en el origen está dirigido en el sentido positivo del



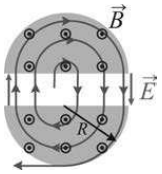
eje X, así como también lo está el campo creado por la carga negativa, siendo iguales los módulos. Por tanto, el campo eléctrico resultante será:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{\mathrm{KQ}}{\mathrm{r}^2}\vec{i} + \frac{\mathrm{KQ}}{\mathrm{r}^2}\vec{i} = 2\,\frac{8,99\cdot 10^9 1,50\cdot 10^{-6}}{0,05^2}\vec{i} = 1,079\cdot 10^7\,\vec{i}\ \mathrm{N\cdot C^{-1}}$$

Al ser iguales y de cargas opuestas, el potencial eléctrico en el origen será:

$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{KQ}}{\mathrm{r}} + \frac{\mathrm{K(-Q)}}{\mathrm{r}} = 0\,\mathrm{V}$$

39. Un ciclotrón es un acelerador de partículas, formado por dos electrodos vacíos semicirculares (en forma de D) donde actúa un campo magnético homogéneo, perpendicular al plano horizontal (plano de la figura). De esta forma, en el interior de los electrodos, las partículas con carga positiva que se mueven en el plano horizontal, describen una trayectoria circular. En el espacio vacío que separa los dos electrodos se aplica un campo eléctrico alterno , de manera que las partículas son aceleradas. Inicialmente, las partículas tienen poca velocidad y, en cada ciclo, al pasar de uno a otro semicírculo, van aumentando su velocidad y el radio de giro hasta que, finalmente, salen del ciclotrón.



Las partículas tienen una carga eléctrica positiva q y una masa m. Deduzca la expresión de la velocidad de las partículas en función del cociente carga/masa (q/m), del radio r de la trayectoria de las partículas y del módulo del campo magnético. Compruebe que el tiempo invertido en hacer el recorrido dentro de una D no depende de la velocidad de las partículas. ¿Por qué el campo eléctrico debe ser alterno? Encuentre la expresión de la frecuencia del campo eléctrico b) El ciclotrón tiene un radio de 0,50 m y un campo magnético de 0,20 T. Cuando aceleramos protones, ¿qué velocidad tendrán al salir del ciclotrón? ¿Cuál es la longitud de onda asociada a dichos protones? ¿Qué radio mínimo debería tener el ciclotrón para considerar que los protones tienen velocidades relativistas (es decir, un 10 % de la velocidad de la luz)? Datos: $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg. $|e| = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C. $c = 3{,}00 \times 10^8$ m s^{-1}. h = $6{,}63 \times 10^{-34}$ J s.

Respuesta:

a) El módulo de la fuerza ejercida por el campo magnético sobre el electrón es:

$$\mathrm{F} = \mathrm{qvB\,sen\,90^o}$$

La fuerza magnética es perpendicular al plano que contiene a $\overrightarrow{v}$ y a $\overrightarrow{B}$. Siguiendo la regla de la mano izquierda, dicha fuerza irá dirigida hacia el centro de cada uno de los semicírculos. Esta fuerza es igual al producto de la masa por la aceleración centrípeta:

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \qquad \frac{q}{m} = \frac{v}{rB} \qquad v = \frac{qrB}{m}$$

El tiempo invertido en hacer el recorrido dentro de una de las D es:

$$t = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi r}{\frac{qrB}{m}} = \frac{\pi m}{qB}$$

Con lo que comprobamos que el tiempo no depende de la velocidad de las partículas, sino de su carga, su masa y el campo magnético aplicado.
El campo eléctrico debe ser alterno para que la partícula sea acelerada cada vez que abandona una de las D, ya que el sentido del movimiento de la carga es contrario para cada una de aquellas. L}a frecuencia de oscilación del campo eléctrico será la mitad de la inversa de la expresión del tiempo antes calculado:

$$\nu = \frac{1}{2t} = \frac{qB}{2\pi m}$$

b) Cuando se acelera un protón, su velocidad al salir del ciclotrón es:

$$v = \frac{qrB}{m} = \frac{0,5 \cdot 0,20 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 9,59 \cdot 10^6 m \cdot s^{-1}$$

La longitud de onda asociada es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9,59 \cdot 10^6} = 4,14 \cdot 10^{-14} m$$

Para que el protón alcanzara una velocidad del 10 % de la de la luz ($3 \cdot 10^7 m \cdot s^{-1}$), el radio del ciclotrón debería ser:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^7}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 0,2} = 1,56\,m$$

40. En una cuadrícula hemos situado una carga puntual Q = +1,00 nC en el origen de coordenadas.
a) Determine a qué distancia de la carga el potencial tiene los valores 3,00 V, 6,00 V, 9,00 V y 12,0 V, respectivamente. Represente sobre la figura adjunta las líneas equipotenciales correspondientes a los potenciales antes indicados. Mencione si la distancia entre las líneas equipotenciales es constante y cuánto vale o valen dichas distancias b) En la misma figura, represente 8 líneas de campo eléctrico. ¿Qué ángulo forman las líneas de campo con las líneas equipotenciales en el punto en que se cruzan. Dato: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cong 9,00 \cdot 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$.

Respuesta:

a) y b) El potencial creado por una carga puntual a una distancia r viene dado por:

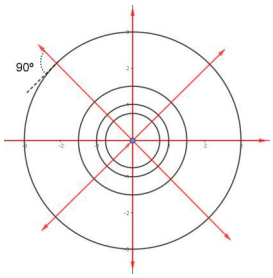
$$V = \frac{Kq}{r}$$

Sustituyendo los valores del enunciado, obtendremos:

$$r_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}}{3} = 3\,m \qquad r_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}}{6} = 1,5\,m$$

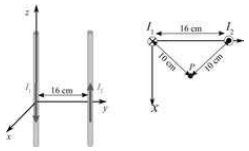
$$r_3 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}}{9} = 1\,m \qquad r_4 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}}{12} = 0,75\,m$$

Como puede verse, **la distancia entre las líneas equipotenciales no es constante** La representación gráfica de las superficies equipotenciales y de las líneas de fuerza es la siguiente:



Como se indica en la figura las líneas de fuerza son perpendiculares en cualquier punto a las superficies equipotenciales.

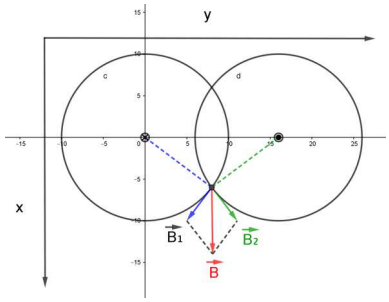
41. Dos hilos conductores rectilíneos y muy largos están situados paralelamente al eje z (perpendiculares al plano xy) y separados por una distancia de 16,0 cm. Por el hilo 1 circula una corriente $I_1 = 1{,}50$ A dirigida hacia abajo, y por el hilo 2 circula una corriente $I_2 = 1{,}50$ A dirigida hacia arriba.



a) Dado un punto P situado en el plano xy y equidistante a los dos hilos (la distancia a cada hilo es de 10,0 cm), haga un esquema sobre el plano xy del campo magnético creado por cada hilo en el punto P y justifique la dirección y el sentido del campo. ¿Cuál es el sentido y la dirección del campo magnético total en el punto P? Justifique la respuesta. b) Calcule la fuerza por unidad de longitud que ejerce el hilo 1 sobre el hilo 2, es decir, la fuerza ejercida por el hilo 1 sobre un tramo de 1,00 m de longitud del hilo 2. Indique tanto el módulo como la dirección y el sentido de la fuerza. Datos: El módulo del campo magnético creado por un hilo infinito por el que circula una corriente I a una distancia r del hilo es $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m A^{-1}.

Respuesta:

a) La representación gráfica es la siguiente:



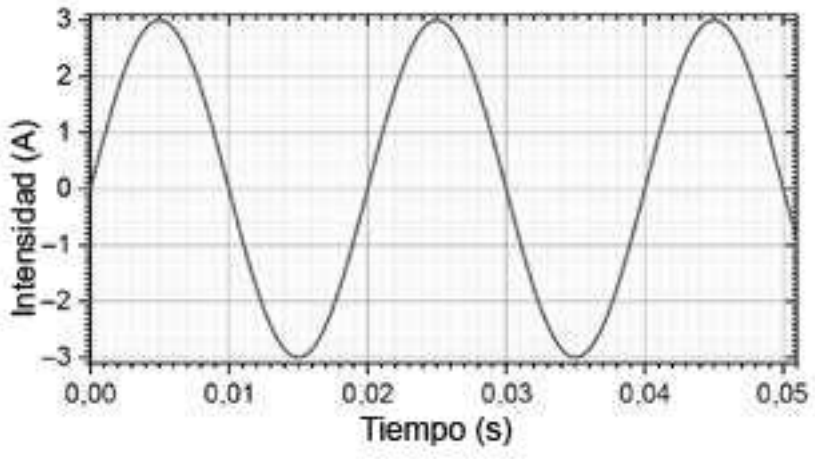
Aplicando la regla de la mano derecha, los campos $\overrightarrow{B_1}$ y $\overrightarrow{B_2}$ están dirigidos como indica el dibujo anterior. El campo resultante, $\overrightarrow{B}$ estará dirigido en el sentido positivo del eje x, ya que los módulos B_1 y B_2

tienen el mismo valor.
b) La fuerza por unidad de longitud ejercida por el hilo 1 sobre el 2 es:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,5 \cdot 1,5}{2\pi \cdot 0,16} = 2,81 \cdot 10^{-6}\,N \cdot m^{-1}$$

Puesto que las corrientes poseen sentidos opuestos, la fuerza entre ellas será de repulsión, por lo que la fuerza que ejerce la corriente 1 sobre la 2 estará dirigida en el **sentido positivo del eje y**.

42. Considere un pequeño generador eléctrico doméstico que está formado por una bobina que puede girar cortando las líneas de campo magnético de un imán fijo. Este generador produce la corriente alterna representada en el siguiente gráfico:



a) A partir del gráfico, deduzca la frecuencia de giro de la bobina (en Hz) y el valor de la intensidad máxima, $I_{máx}$. Escriba la función I(t) que relaciona la intensidad y el tiempo que muestra el gráfico.
b) Para poder conectar electrodomésticos a este generador eléctrico, disponemos de un transformador. Conectamos la corriente alterna al primario del transformador. La bobina del primario de dicho transformador tiene 124 vueltas. Calcule el número de vueltas que son necesarias en la bobina del secundario para obtener una fem eficaz (ε_{ef}) de 220 V. Suponga que se trata de un transformador ideal. Es un transformador elevador o reductor?

Respuesta:

a) La intensidad máxima de la corriente inducida es de **3 A**. Teniendo en cuenta que el periodo de giro es de 0,02 s, la frecuencia del mismo será:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,02} = 50\,Hz$$

La función que relaciona la intensidad con el tiempo es:

$$I = I_0 \text{sen}\,(\omega t + \varphi_0)$$

Puesto que para t = 0, I = 0, tendremos:

$$I = 3\,\text{sen}\,2\pi \cdot 50 \cdot t = 3\,\text{sen}\,100\pi t$$

b) No se puede resolver este apartado al desconocerse la tensión eficaz del generador.

5. Física moderna.

1. La presencia del isótopo hierro-60 (^{60}Fe) en algunas rocas lunares y algunos sedimentos oceánicos indica, según algunos astrofísicos, que una supernova estalló en las proximidades del Sistema Solar en una época relativamente reciente (a escala cósmica), e hizo llegar este isótopo a la Tierra. El ^{60}Fe tiene un período de semidesintegración de 2,6 millones de años. a) Si hubiera habido ^{60}Fe cuando la Tierra se formó, hace 4 400 millones de años, ¿que porcentaje de este ^{60}Fe primordial quedaría en la actualidad? Si el ^{60}Fe se originó en la explosión de una supernova hace 13 millones de años, ¿qué porcentaje de este ^{60}Fe, debería quedar actualmente? b) El ^{60}Fe se transforma por medio de una desintegración β^-en un isótopo de cobalto (Co) de vida breve, el cual experimenta una nueva desintegración β^- y produce un isótopo estable de níquel (Ni). Escriba las ecuaciones nucleares de las dos desintegraciones, incluyendo los antineutrinos. Dato: Número atómico del hierro (Fe): 26.

Respuesta:

a) La constante de desintegración tiene el valor:

$$\lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{2,6 \cdot 10^6} = 2,66 \cdot 10^{-7}\text{años}^{-1}$$

Transcurrido un tiempo de 4400 millones de años, el 'porcentaje restante de núcleos será:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-(2,66 \cdot 10^{-7} \cdot 4,4 \cdot 10^9)} = 0$$

Si por el contrario, el ^{60}Fe procediera de la supernova, tendríamos:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-(2,66 \cdot 10^{-7} \cdot 1,3 \cdot 10^7)} = 0,0315 \longrightarrow 3,15\,\%$$

b) La reacciones nucleares serían:

$$^{60}_{26}Fe \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{60}_{27}Co + \overline{\nu}$$
$$^{60}_{27}Co \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{60}_{28}Ni + \overline{\nu}$$

2. El período de semidesintegración de un núcleo radioactivo es de 600 s.Disponernos de una muestra que tiene, inicialmente, 10^{10} de estos núcleos. a) Calcule la constante de desintegración y el número de núcleos que quedan después de una hora. b) Calcule la actividad de la muestra dos horas después del instante inicial.

Respuesta:

a) La constante de desintegración es:

$$\lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{600} = 1,155 \cdot 10^{-3}\text{s}^{-1}$$

El número de núcleos al cabo de una hora será:

$$N = 10^{10} e^{-(1,155 \cdot 10^{-3} \cdot 3600)} = 1,56 \cdot 10^8 \text{núcleos}$$

b) Al cabo se dos horas, el número de núcleos tendrá el valor:

$$N = 10^{10} e^{-(1,155 \cdot 10^{-3} \cdot 7200)} = 2,45 \cdot 10^6$$

Siendo la actividad:

$$A = \lambda N = 1,155 \cdot 10^{-3} \cdot 2,45 \cdot 10^6 = 2825\,\text{desintegraciones} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. Dos muestras radiactivas tienen, en un momento dado, 1,00 × 10^{-1} mol cada una. Las muestras son de dos isótopos diferentes del elemento radón (Rn): en concreto, de radón 222 (^{222}Rn) y de radón 224 (^{224}Rn). Los dos isótopos son radiactivos y tienen, respectivamente, periodos de semidesintegración de 3,82 días y de 1,80 horas. El primero presenta una desintegración de tipo α y el núcleo hijo es un isótopo del polonio (Po), mientras que el segundo presenta una desintegración de tipo β^- y el núcleo hijo es un isótopo del francio (Fr). a) Escriba las ecuaciones nucleares de las dos desintegraciones radiactivas con todas las partículas que intervienen y sus respectivos números atómicos y másicos. Calcule cuántos átomos de ^{224}Rn no se han desintegrado todavía cuando queden 9,00 × 10^{-2} mol de la muestra del ^{222}Rn por desintegrarse. b) La energía que se desprende por cada desintegración de un núcleo de ^{222}Rn es de 5,590 MeV. Calcule el defecto de masa de esta reacción nuclear. Datos: Número de Avogadro, N_A = 6,022 × 10^{23} mol^{-1}. Velocidad de la luz, c = 3,00 × 10^8 m s^{-1}. 1 eV = 1,60 × 10^{-19} J. Número atómico del radón = 86.

Respuesta:

a) Expresaremos las constantes de desintegración en las mismas unidades, en este caso, en h^{-1}. Así, tendremos:

$$\lambda_1 = \frac{0,693}{3,82 \cdot 24} = 7,56 \cdot 10^{-3}\,h^{-1} \qquad \lambda_2 = \frac{0,693}{1,80} = 0,385\,h^{-1}$$

Las reacciones nucleares de ambas desintegraciones son las siguientes:

$$^{222}_{86}Rn \rightarrow ^{4}_{2}\alpha + ^{218}_{84}Po$$

$$^{224}_{86}Rn \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{224}_{87}Fr$$

Cuando queden 9,00·10^{-2} moles de la muestra de ^{222}Rn. habrá transcurrido un tiempo:

$$0,09 = 0,1 \cdot e^{-7,56 \cdot 10^{-3} t} \qquad t = 13,93\,h$$

El número de moles de ^{224}Rn no desintegrados tras este tiempo será:

$n = 0,1 \cdot e^{-0,385 \cdot 13,93} = 4,7 \cdot 10^{-4}$ moles que corresponde a : $4,7 \cdot 10^{-4} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 2,83 \cdot 10^{20}$ átomos

b) El defecto de masa se calcula a partir de:

$$E = \Delta m \cdot c^2 \quad \Delta m = \frac{E}{c^2} = \frac{5,590 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}}{9 \cdot 10^{16}} = 9,94 \cdot 10^{-30}\,kg$$

4. El iodo 131 (^{131}I), descubierto por Glenn T. Seaborg y John Livingood en 1938, es un importante radioisótopo que se utiliza en la radioterapia posterior a la tiroidectomia en los casos de cáncer de tiroides. Tiene un periodo de semidesintegración de 8,02 días y se transforma en xenón (Xe) mediante una emisión primaria β^-, seguida de una emisión γ de 364 keV. a) Escriba las reacciones nucleares correspondientes a los procesos mencionados y calcule el porcentaje que quedará de una determinada cantidad inicial de ^{131}I después de 24,06 días. b) Calcule la longitud de onda de los fotones γ. Datos: Constante de Planck, h = 6,62 × 10^{-34} J s. Masa del electrón = 9,11 × 10^{-31} kg. Velocidad de la luz, c = 3,00 × 10^8 m s^{-1}. 1 eV = 1,60 × 10^{-19} J. Número atómico del iodo = 53.

Respuesta:

a) Las reacciones nucleares son las siguientes:

$$^{131}_{53}I \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{131}_{54}Xe^*$$

$$^{131}_{54}Xe^* \rightarrow \gamma + ^{131}_{54}Xe$$

Teniendo en cuenta que 24,06 días es igual a tres veces el periodo de semidesintegración, el número de núcleos restantes será::

$$N = N_0 e^{-(0,693/T)\,3T} = 0,125\,N_0$$

Con lo que el porcentaje restante será:

$$\% = \frac{0,125\,N_0}{N_0}\,100 = 12,5$$

b) La longitud de onda del fotón γ se deducirá de:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \qquad \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,62{\times}10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{3,64\cdot 1,6\cdot 10^{-14}} = 3,41\cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}$$

5. El polonio, ^{210}Po, es un emisor natural de partículas α. a) Escriba la reacción de desintegración del ^{210}Po sabiendo que cuando se desintegra, genera un isótopo del plomo (Pb). b) Sabiendo que el período de semidesintegración del ^{210}Po es de 138 días, ¿qué cantidad de ^{210}Po queda en una muestra de 10,0 g después de 69 días desde el inicio de la actividad. Datos: Número atómico del polonio, Z(Po) = 84.

Respuesta:

a) La reacción de desintegración del $^{210}_{84}Po$ es la siguiente:

$$^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\alpha$$

b) A partir del periodo de semidesintegración, podemos obtener la constante λ:

$$138 = \frac{0,693}{\lambda} \qquad \lambda = 5,02\cdot 10^{-3}\,\mathrm{días}^{-1}$$

La masa al cabo de 69 días es:

$$\mathrm{m} = 10,0\cdot \mathrm{e}^{-5,02\cdot 10^{-3}\cdot 69} = 7,07\,\mathrm{g}$$

6. Sobre un metal alcalino incide luz de longitud de onda λ = 3,00·10^2 nm. Si los fotoelectrones emitidos tienen una energía cinética máxima de 2,00 eV, calcule: a) La energía (en eV) de un fotón de la luz incidente. b) El trabajo de extracción (en eV) correspondiente a este metal. Datos: 1 eV = 1,60·10^{-19} J. Constante de Planck, h = 6,63·10^{-34} J s. Velocidad de la luz, c = 3,00·10^8 m s^{-1}.

Respuesta:

a) La energía de un fotón de luz incidente es:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{3,00\cdot 10^{-7}} = 6,63\cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

La energía del fotón, expresada en eV será:

$$\mathrm{E} = \frac{6,63\cdot 10^{-19}}{1,6\cdot 10^{-19}} = 4,14\,\mathrm{eV}$$

b) A partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$6,63\cdot 10^{-19} = \mathrm{W_{ext}} + 2\cdot 1,6\cdot 10^{-19} \qquad \mathrm{W_{ext}} = 3,43\cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

$$\mathrm{W_{ext}} = \frac{3,43\cdot 10^{-19}}{1,6\cdot 10^{-19}} = 2,14\,\mathrm{eV}$$

7. El carbono 14 (^{14}C) es un isótopo radiactivo que se produce en las altas capas de la troposfera y de la estratosfera. La datación de restos orgánicos se basa en la desintegración de este isótopo, que pasa a los organismos a través de la cadena alimentaria. La desintegración de una muestra de ^{14}C produce partículas β^-. a) Complete la reacción de formación del ^{14}C: $^{14}_{7}$N+? $\rightarrow {}^{14}_{6}$C $+{}^{1}_{1}$H. Complete también la reacción de desintegración de este isótopo: $^{14}_{6}$C $\rightarrow$ ... b) ¿Qué porcentaje quedará del ^{14}C que tenía originalmente una momia de 4000 años de antigüedad si se sabe que el período de semidesintegración del ^{14}C es de 5 730 años?

Respuesta:

a) La reacción de formación del ^{14}C es:

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$$

Mientras que la desintegración de este isótopo es:

$$^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + {}^{14}_{7}\mathrm{N}$$

b) Aplicando la ley dela desintegración radiactiva:

$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{N_0}} = \mathrm{e}^{-\lambda \mathrm{t}}$$

Siendo: $\lambda = \dfrac{0,693}{\mathrm{T}} = \dfrac{0,693}{5730} = 1,209 \cdot 10^{-4}$años^{-1} . Sustituyendo este valor, tendremos:

$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{N_0}} = \mathrm{e}^{-1,209 \cdot 10^{-4} 4000} = 0,616$$

El porcentaje de ^{14}C estante será:

$$\% = (1 - 0,616)\, 100 = 38,4$$

8. Un material alcalino que puede emitir electrones por efecto fotoeléctrico presenta una función de trabajo de 1,30 eV. Sobre la superficie de este material incide luz amarilla con una longitud de onda de 500 nm. a) ¿Qué frecuencia y qué energía tienen los fotones de la luz amarilla? b) ¿Qué energía cinética, en eV, tendrán los electrones extraídos por esta luz amarilla? Datos: Constante de Planck, h = 6,63 $\times$ 10^{-34} J s. Masa del electrón, m_e = 9,11 $\times$ 10^{-31} kg. 1 eV = 1,60 $\times$ 10^{-19} J. Velocidad de la luz, c = 3,00 $\times$ 10^{8} m s^{-1}.

Respuesta:

a) La frecuencia y la energía de la luz amarilla serán, respectivamente::

$$\nu = \frac{\mathrm{c}}{\lambda} = \frac{3,00 \cdot 10^{8}}{5,00 \cdot 10^{-7}} = 6 \cdot 10^{14}\mathrm{s}^{-1} \qquad \mathrm{E} = \mathrm{h}\nu = 6,63 \times 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 3,98 \cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

b) La función de trabajo, expresada en J será: $W_{ext} = 1,30 \cdot 1,60 \times 10^{-19}$= 2,08$\cdot 10^{-19}$ J. Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico, tendremos:

$$\mathrm{h}\nu = \mathrm{h}\nu_0 + \mathrm{E_c} \qquad 3,98 \cdot 10^{-19} = 2,08 \cdot 10^{-19} + \mathrm{E_c}$$

Obteniéndose E_c =1,9$\cdot 10^{-19}$ J

9. El Reactor Experimental Termonuclear Internacional (International Thermonuclear Experimental Reactor, ITER) es el primer proyecto que estudia la posibilidad de producir energía por fusión nuclear. De todas las reacciones de fusión posibles, la reacción entre el deuterio y el tritio (dos isótopos del hidrógeno) es la más factible con la tecnología actual. Esta reacción de fusión produce $^{4}_{2}$He y un neutrón.

${}^{1}_{0}n$ (neutrón)	${}^{4}_{2}He$ (Helio)	${}^{2}_{1}H$ (Deuterio)	${}^{3}_{1}H$ (Tritio)
$1{,}674\ 927{\cdot}10^{-27}$	$6{,}644\ 657{\cdot}10^{-27}$	$3{,}343\ 584{\cdot}10^{-27}$	$5{,}007\ 357{\cdot}10^{-27}$

a) A partir de los datos, indique cuántos protones y cuántos neutrones tienen el deuterio, el tritio y el ${}^{4}_{2}$He. Escriba la ecuación nuclear que corresponde a este proceso de fusión. b) Calcule la energía que se libera en la reacción de fusión anterior. Datos: 1 eV = $1{,}602{\cdot}10^{-19}$ J. c = $3{,}00{\cdot}10^{8}$ m s^{-1}. Masas (en kg):

Respuesta:

a) El deuterio posee **un protón y un neutrón**, mientras que el tritio posee un **protón y dos neutrone**s. El helio posee **dos protones y dos neutrones**. la reacción nuclear es:

$$ {}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} $$

b) El defecto de masa es:

$$ \Delta \mathrm{m} = 6,644657 \cdot 10^{-27} + 1,674927 \cdot 10^{-27} - 3,343584 \cdot 10^{-27} - 5,007357 \cdot 10^{-27} = -3,1357 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg} $$

La energía desprendida es:

$$ \mathrm{E} = \Delta \mathrm{m} \cdot \mathrm{c}^2 = 3,1357 \cdot 10^{-29}\,(3,00 \cdot 10^{8})^2 = 2,82 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J} $$

10. Cuando se ilumina una superficie metálica con una radiación ultravioleta λ = 300 nm, el metal emite electrones con una energía tal que, para frenarlos (anular la corriente), debe aplicarse un potencial de frenado de 1,04 V. a) Calcule la energía de los fotones incidentes y el trabajo de extracción (o función de trabajo) de este metal. b) A partir del balance de energía del efecto fotoeléctrico, encuentre la expresión de la velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos en función de la masa del electrón (m), la constante de Planck, la velocidad de la luz, la longitud de onda de la luz incidente y el trabajo de extracción (We). Datos: 1 eV = $1{,}602{\cdot}10^{-19}$ J. c = $3{,}00{\cdot}10^{8}$ m s^{-1}. h = $6{,}63{\cdot}10^{-34}$ J s.

Respuesta:

a) la energía de los fotones incidentes es:

$$ \mathrm{E} = \mathrm{h}\nu = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,00 \cdot 10^{8}}{3 \cdot 10^{-7}} = 6,63 \cdot 10^{-19}\mathrm{J} $$

Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$ \mathrm{E} = \mathrm{W_{ext}} + \mathrm{q}\Delta\mathrm{V} \qquad 6,63 \cdot 10^{-19} = \mathrm{W_{ext}} + 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,04 \quad \mathrm{W}_{ext} = 4,97 \cdot 10^{-19}\mathrm{J} $$

b) A partir de la misma ecuación anterior:

$$ \frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \mathrm{W_{ext}} + \frac{1}{2}\,\mathrm{mv}^2 \qquad \mathrm{v} = \sqrt{\frac{2\left(\frac{\mathrm{hc}}{\lambda} - \mathrm{W_{ext}}\right)}{\mathrm{m}}} $$

11. a) Escriba la ecuación del balance energético en el efecto fotoeléctrico. Diga el significado de cada uno de los términos y deduzca la expresión de la longitud de onda umbral a partir, únicamente, de la función de trabajo (trabajo de extracción) del metal y de constantes universales. b) Iluminamos una placa de sodio (función de trabajo, 2,36 eV) con radiación de frecuencia 660 THz. Calcule la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos y el potencial de frenado necesario para detenerlos. Datos: Constante de

Planck, h = 6,63·10^{-34} J s. Velocidad de la luz, c = 3,00·10^{8} m s^{-1}. 1 eV = 1,60·10^{-19} J. Carga del electrón, q_e = –1,60·10^{-19} C.

Respuesta:

a) La ecuación es la siguiente:

$$E = W_{ext} + E_c$$

El término E representa la energía de la radiación que incide sobre la superficie metálica. W_{ext} es el trabajo de extracción, energía mínima para que comience a producirse la emisión fotoeléctrica. E_c es la energía cinética de los electrones emitidos.
El trabajo de extracción es:

$$W_{ext} = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \qquad \lambda_0 = \frac{hc}{W_{ext}}$$

b) La energía cinética máxima será:

$$E_c = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 6,60 \cdot 10^{14} - 2,36 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \simeq 6 \cdot 10^{-20} \text{J}$$

El potencial de frenado se deduce de:

$$E_c = q\Delta V \qquad \Delta V = \frac{6 \cdot 10^{-20}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,375\,\text{V}$$

12. En noviembre de 2017, diversos observatorios de toda Europa registraron un aumento de las concentraciones del isótopo rutenio 106 (^{106}Ru). Se desconoce la naturaleza exacta del accidente que provocó esta emisión radiactiva. Se calcula que, en el momento de la emisión, la actividad de la fuga era de 200 TBq aproximadamente. El período de semidesintegración de este isótopo es de 374 días, y se transforma en rodio 106 (^{106}Rh). a) Escriba la ecuación nuclear de la desintegración del rutenio 106, incluyendo todos los superíndices y subíndices, así como los nombres de todas las partículas que intervienen en la ecuación. ¿Como se llama esta desintegración? b) Calcule la actividad del rutenio 106 al cabo de siete meses (210 días) de ser liberado a causa del accidente. Datos: Número atómico del rutenio, Z(Ru) = 44. Número atómico del rodio, Z(Rh) = 45.

Respuesta:

a) La reacción nuclear es la siguiente:

$$^{106}_{44}\text{Ru} \rightarrow ^{106}_{45}\text{Rh} + ^{0}_{-1}\beta + \overline{\nu_e}$$

Se trata de una desintegración beta, donde se produce un electrón (partícula beta ,$^{0}_{-1}\beta$) y un antineutrino electrónico ($\overline{\nu_e}$)
b) la constante de desintegración del ^{106}Ru es:

$$\lambda = \frac{0,693}{374 \cdot 86400} = 2,18 \cdot 10^{-8}\text{s}^{-1}$$

El número de núcleos iniciales es:

$$2 \cdot 10^{14} = 2,18 \cdot 10^{-8} N_0 \qquad N_0 = 9,33 \cdot 10^{21}\,\text{núcleos}$$

El número de núcleos al cabo de 210 días será:

$$N = 9,33 \cdot 10^{21} \cdot e^{-2,18 \cdot 10^{-8} \cdot 210 \cdot 86400} = 6,28 \cdot 10^{21}\text{núcleos}$$

La actividad será, por tanto:

$$A = \lambda N = 2,18 \cdot 10^{-8} \cdot 6,28 \cdot 10^{21} = 1,37 \cdot 10^{14}\,\text{Bq}$$

$^1_1$H (protón)	$^1_0$n (neutrón)	$^2_1$H (deuterio)	$^3_1$H (tritio)
1,672 62·10^{-27} kg	1,67492·10^{-27} kg	3,34358·10^{-27} kg	5,00736·10^{-27} kg

13. El telescopio MAGIC (del inglés Major Atmospheric Gamma-ray Imaging Cherenkov Telescope, es decir, "telescopio de rayos gamma por emisión de radiación de Cherenkov en la atmósfera se encuentra en el Observatorio del Roque de los Muchachos en La Palma, Islas Canarias. El objetivo del telescopio es estudiar los rayos cósmicos de muy alta energía, los cuales, al interactuar con los gases atmosféricos, provocan una cascada de rayos gamma de 10 GeV. a) Calcule la frecuencia y la longitud de onda de estos rayos b) Encuentre la masa equivalente de estos fotones. Datos: Velocidad de la luz, c = 3,00·10^8 m s^{-1}. 1 eV = 1,60·10^{-19} J. Constante de Planck, h = 6,63·10^{-34} J s.

Respuesta:

a) La energía de los rayos, expresada en J será:

$$\mathrm{E} = 10 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^9 = 1,60 \cdot 10^{-9}\mathrm{J}$$

La frecuencia y la longitud de onda son, respectivamente:

$$1,60 \cdot 10^{-9} = 6,63 \cdot 10^{-34}\nu \qquad \nu = 2,41 \cdot 10^{24}\mathrm{s}^{-1} \qquad \lambda = \frac{\mathrm{c}}{\nu} = \frac{3,00 \cdot 10^8}{2,41 \cdot 10^{24}} = 1,24 \cdot 10^{-16}\mathrm{m}$$

b) Según la ecuación de De Broglie:

$$\mathrm{p} = \frac{\mathrm{h}}{\lambda} \qquad \mathrm{m} = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{c}\lambda} = 1,78 \cdot 10^{-26}\mathrm{kg}$$

14. La reacción de fusión más simple es la fusión de un protón con un neutrón. El resultado de esta fusión es la formación de un determinado isótopo del hidrógeno y de un fotón. a) ¿Qué isótopo se forma? Escriba la ecuación nuclear que corresponde a este proceso. b) Determine la energía del fotón en joules (J) y en electrón-voltios (eV). Calcule la frecuencia de este fotón. Datos: Velocidad de la luz, c = 3,00·10^8 m s^{-1}. Constante de Planck, h = 6,63·10^{-34} J s. 1 eV = 1,602·10^{-19} J. Masas en reposo:

Respuesta:

a) La ecuación nuclear es la siguiente:

$$^1_1\mathrm{H} + ^1_0\mathrm{n} \rightarrow ^2_1\mathrm{H} + \nu$$

El isótopo formado es el **deuterio,** $^2_1$H.

b) Aplicando la conservación de la energía:

$$1,67262 \cdot 10^{-27}(3,00 \cdot 10^8)^2 + 1,67492 \cdot 10^{-27}(3,00 \cdot 10^8)^2 = 3,34358 \cdot 10^{-27}(3,00 \cdot 10^8)^2 + \mathrm{E}$$

$$\mathrm{E} = 3,56 \cdot 10^{-13}\mathrm{J}$$

Expresada en eV:

$$\mathrm{E} = \frac{3,56 \cdot 10^{-13}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 2,22 \cdot 10^6\mathrm{eV}$$

La frecuencia del fotón tiene el valor:

$$\nu = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{h}} = \frac{3,56 \cdot 10^{-13}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 5,37 \cdot 10^{20}\mathrm{s}^{-1}$$

15. El $^{14}_{6}$C se produce en la atmósfera por acción de los rayos cósmicos. Este isótopo es inestable y decae a $^{14}_{7}$N mediante un proceso de desintegración β, con un período de semidesintegración de 5 730 años. La proporción de ^{14}C respecte al ^{12}C que hay en la atmósfera es constante a lo largo del tiempo. Los seres vivos asimilan el CO_2 de la atmósfera sin distinguir si se trata de ^{12}C o de ^{14}C, y lo hacen en la proporción en que estos isótopos se encuentran de forma natural en la atmósfera. Cuando mueren, estos seres vivos dejan de asimilar CO_2y, a partir de entonces, la cantidad de ^{14}C va decayendo. a) Escriba la reacción que corresponde al decaimiento del ^{14}C a ^{14}N. Incluya, si procede, los antineutrinos b) Si una muestra de una madera utilizada en un sarcófago presenta una proporción de $^{14}_{6}$C de sólo el 58 % respecto a la proporción que existe en la atmósfera, deduzca cuál es la antigüedad del sarcófago.

Respuesta:

a) La reacción es la siguiente:

$$^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow ^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{0}_{-1}\beta + ^{0}_{0}\overline{\nu}_{\mathrm{e}}$$

b) La constante de desintegración es:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{\mathrm{T}} = \frac{0,693}{5730} = 1,21 \cdot 10^{-4}\text{años}^{-1}$$

Aplicando la ley de decaimiento radiactivo:

$$0,58\,\mathrm{N_0} = \mathrm{N_0 e^{-\lambda t}} \qquad \ln 0,58 = -1,21 \cdot 10^{-4}\mathrm{t} \qquad \mathrm{t} = 4502\text{ años}$$

16. Para abrir y cerrar la puerta de un garaje, disponemos de una célula fotoeléctrica de un material alcalino cuya función de trabajo es de 1,20 eV. Sobre la superficie de este material hacemos incidir luz de diversas longitudes de onda: λ_1= 1,04 µm; λ_2 = 0,6 µm; λ_3 = 0,5 µm. a) ¿Qué frecuencia y qué energía (en eV) poseen los fotones incidentes en cada caso? b) Represente en una gráfica la energía cinética máxima de los electrones arrancados del fotocátodo en función de la energía de los fotones incidentes (en eV). ¿Se produce emisión fotoeléctrica en todos los casos? Justifique la respuesta. Datos: 1 eV = 1,602 × 10^{-19} J; . c = 3,00 × 10^8 m s^{-1}; h = 6,63 × 10^{-34} J s.

Respuesta:

a) Las respectivas frecuencias son:

$$\nu_1 = \frac{3,00 \cdot 10^8}{1,04 \cdot 10^{-6}} = 2,88 \cdot 10^{14}\text{Hz} \quad \nu_2 = \frac{3,00 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}} = 5 \cdot 10^{14}\text{Hz} \quad \nu_3 = \frac{3,00 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = 6 \cdot 10^{14}\text{Hz}$$

las correspondientes energías serán:

$$\mathrm{E_1} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 2,88 \cdot 10^{14} = 1,91 \cdot 10^{-19}\text{J} \quad \text{equivalentes a :}\ \frac{1,91 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,19\,\text{eV}$$

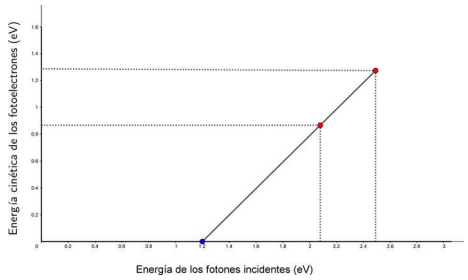
$$\mathrm{E_2} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} = 3,32 \cdot 10^{-19}\text{J} \quad \text{equivalentes a :}\ \frac{3,32 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,08\,\text{eV}$$

$$\mathrm{E_3} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 3,98 \cdot 10^{-19}\text{J} \quad \text{equivalentes a :}\ \frac{3,98 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,49\,\text{eV}$$

b) A partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$\mathrm{h}\nu = \mathrm{h}\nu_0 + \mathrm{E_c}$$

Y teniendo en cuenta que hν_0= 1,2 eV, tendremos la siguiente representación gráfica::



17. La datación por carbono 14 es un procedimiento muy útil para estimar la edad de restos óseos o fósiles. Esta técnica se basa en el siguiente ciclo: -Un núcleo de nitrógeno 14 $^{14}_{7}\mathrm{N}$, captura un neutrón procedente de los rayos cósmicos espaciales, libera un protón y se transforma en carbono 14. - El carbono 14 forma moléculas de CO_2 que son absorbidas por las plantas. - Cuando los animales comen las plantas les suministran el carbono 14. - Cuando un animal muere, no incorpora más carbono 14. A partir de este momento, el contenido de carbono 14 disminuye progresivamente, convirtiéndose en nitrógeno 14. a) Escriba la reacción nuclear según la cual el nitrógeno 14 se transforma en carbono 14 por acción de los rayos cósmicos. Justifique si la reacción absorbe o desprende energía. b) En el laboratorio se comparan dos muestras óseas de elefante. La muestra A pertenece a un individuo muerto recientemente, y la muestra B presenta datación desconocida. Sabiendo que la muestra B contiene un 23 % menos de carbono 14 que la muestra A, ¿qué edad tiene esta muestra? Datos: Período de semidesintegración del carbono 14: 5730 años. Masas (en unidades de masa atómica):

Neutrón	Protón	Nitrógeno 14	Carbono 14
1,008 664 9 u	1,007 276 47 u	14,003 074 u	14,003 241 u

Respuesta:

a) La reacción nuclear es la siguiente:

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow ^{14}_{6}\mathrm{C} + ^{1}_{1}\mathrm{p}$$

La diferencia de masa entre productos y reactivos es: $\mathrm{m_r} = 14,003241 + 1,00727647 - 14,003074 - 1,006499 = 9,4447 \cdot 1$. Puesto que se produce un incremento de masa, el proceso **absorbe energía**. ($\Delta \mathrm{E} = \Delta \mathrm{mc}^2 > 0$).

b) La constante de desintegración radiactiva es:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{\mathrm{T}} = \frac{0,693}{5730} = 1,21 \cdot 10^{-4}\,\text{años}^{-1}$$

Aplicando la ley de la desintegración radiactiva:

$$\mathrm{N_0}(1 - 0,23) = \mathrm{N_0 e}^{-1,21 \cdot 10^{-4}\mathrm{t}} \qquad \mathrm{t} = 2160\,\text{años}$$

18. Tenemos una fotocélula en la que el cátodo está hecho de un material alcalino que solo puede emitir electrones por efecto fotoeléctrico si los fotones tiene una energía superior a 1,20 eV. Enviamos sobre el cátodo un haz de fotones formado por 10^7 fotones de una longitud de onda de luz verde de 500 nm. a) ¿Qué energía cinética tendrán los electrones arrancados del cátodo por dicha luz? b) Si en lugar de 10^7 fotones enviamos sobre el cátodo un haz diez veces más intenso (10^8 fotones), ¿Qué cambios se producirán en la emisión de electrones? Justifique la respuesta. Datos: 1 eV = 1,602 × 10^{-19} J. c = 3,00 × 10^8 m s^{-1}.h = 6,63 × 10^{-34} J s.

Respuesta:

a) La energía de la radiación emitida es:

$$E = h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = 3,98 \cdot 10^{-19} J$$

El trabajo de extracción es:

$$W_{ext} = 1,2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} = 1,92 \cdot 10^{-19}, J$$

La energía de los electrones extraídos será:

$$E_c = 3,98 \cdot 10^{-19} - 1,92 \cdot 10^{-19} = 2,06 \cdot 10^{-19}\, J$$

b) El número de electrones emitidos **será mayor, pero la energía cinética de aquellos será la misma**. Esto se debe a la energía de la radiación incidente no depende del número de fotones.

19. a) Escriba el número másico, el número atómico y el número de neutrones que posee el $^{13}_{7}N$. En la desintegración del $^{13}_{7}N$, uno de los protones del núcleo de nitrógeno se transforma según una desintegración . Escriba la reacción de desintegración del $^{13}_{7}N$. Justifique por qué la desintegración $\beta+$ no puede tener lugar fuera de un núcleo. b) A partir de la ecuación de la desintegración radiactiva, determine la relación entre la constante de desintegración λ y el periodo de semidesintegración. El período de semidesintegración del $^{13}_{7}N$ es de 9,965 min. Si en un instante dado hay una masa de 5 ng de $^{13}_{7}N$, ¿qué cantidad permanecerá al cabo de 30 min? Dé la expresión de la actividad radiactiva en función del tiempo. ¿Cuánto tiempo debería esperarse para que la actividad radiactiva se redujese hasta un 1 % de su valor inicial?

Respuesta:

a) El número es atómico **Z = 7**; el número másico, **A = 13** y el número de neutrones, n = **13 - 7 = 6**. La reacción de desintegración es:

$$^{13}_{7}N \rightarrow ^{13}_{6}C + ^{0}_{1}\beta + \overline{\nu}$$

Al ser mayor la masa del neutrón que la del protón, deberá suministrase energía para que el protón se transforme en un neutrón.
b) La ley de desintegración radiactiva tiene la forma:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Para un tiempo igual al periodo de semidesintegración (T), el número de núcleos quedará reducido a la mitad, por lo cual:

$$N_0/2 = N_0 e^{-\lambda T} \qquad \frac{1}{2} = e^{-\lambda T}$$

Tomando logaritmos neperianos:

$$-\ln 2 = -\lambda T \qquad \lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

Al cabo de 30 minutos, quedará una masa:

$$m = 5$$

Conocido el periodo de semidesintegración, T = 9,965 minutos, la constante λ tendrá el valor: $\lambda = \frac{0,693}{9,965} = 0,0695\,min^{-1}$
La masa restante al cabo de 30 minutos será:

$$m = 5 \cdot e^{-0,0695 \cdot 30} = 0,62\,ng$$

Para que la actividad se reduzca al 1 % de la inicial, podremos escribir:

$$0,01A = A \cdot e^{-0,0695t} \qquad t = 66,26\,minutos$$

20. Tenemos dos radiaciones monocromáticas, una de $\lambda = 750$ nm, correspondiente al color rojo, y otra de $\lambda = 550$ nm, correspondiente al color verde. a) ¿Cuál de las dos radiaciones tiene los fotones más energéticos? Calcule la frecuencia y la energía de un fotón y la de un mol de fotones para cada una de las radiaciones. b) A continuación, queremos reproducir el efecto fotoeléctrico iluminando con luz monocromática una placa de rubidio. Determine la longitud de onda umbral para que se produzca el efecto fotoeléctrico. ¿Las radiaciones visibles visibles del apartado anterior serán capaces de arrancar un electrón de la superficie de rubidio? Si eso fuera posible, ¿cuál será la energía cinética adquirida por el electrón? Para el efecto fotoeléctrico, represente esquemáticamente cómo varía la energía cinética máxima de los electrones arrancados en función de la energía de los fotones incidentes. Comente el significado de las dos zonas diferenciadas. Datos: La función de trabajo del rubidio es $3{,}46 \times 10^{-19}$ J. $N_A = 6{,}022 \times 10^{23}$. $c = 3{,}00 \times 10^8$ m s^{-1}. $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J s. $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg.

Respuesta:

a) La radiación más energética es aquella cuyos fotones tienen la menor longitud de onda, con lo que los fotones más energéticos son los correspondientes a la radiación de **color verde**. La frecuencia y la energía de un fotón son. respectivamente:

$$\text{Radiación roja}: \quad \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{7{,}5 \cdot 10^{-7}} = 4 \cdot 10^{14}\text{s}^{-1} \quad E = h\nu = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 4 \cdot 10^{14} = 2{,}65 \cdot 10^{-19}\text{J}$$

$$\text{Radiación verde}: \quad \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5{,}5 \cdot 10^{-7}} = 5{,}5 \cdot 10^{14}\text{s}^{-1} \quad E = h\nu = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 5{,}5 \cdot 10^{14} = 3{,}65 \cdot 10^{-19}\text{J}$$

Para un mol de fotones, las respectivas energías serán:

$$E_{\text{rojo}} = 6{,}022 \cdot 10^{23} \cdot 2{,}65 \cdot 10^{-19} = 1{,}60 \cdot 10^5\text{J}$$

$$E_{\text{verde}} = 6{,}022 \cdot 10^{23} \cdot 3{,}65 \cdot 10^{-19} = 2{,}20 \cdot 10^5\text{J}$$

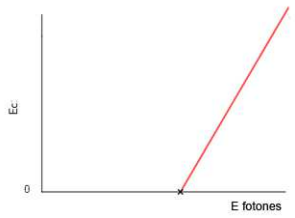
b) Conocida la función de trabajo del rubidio, la longitud de onda umbral se deduce de:

$$W_{\text{ext}} = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \qquad \lambda_0 = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3{,}46 \cdot 10^{-19}} = 5{,}75 \cdot 10^{-7}\text{m}$$

De las dos radiaciones que menciona el enunciado, solamente la **radiación verde** puede dar lugar al efecto fotoeléctrico, pues la longitud de onda de sus fotones es menor que la longitud de onda umbral para el rubidio.
La energía cinética adquirida por el electrón vendrá expresada por:

$$E_c = h\nu - W_{\text{ext}} = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 5{,}55 \cdot 10^{14} - 3{,}46 \cdot 10^{-19} = 2{,}19 \cdot 10^{-20}\text{J}$$

La variación de la energía cinética de los electrones emitidos en función de la energía de los fotones incidentes puede ser representada de la forma:



Desde el origen hasta el punto donde la línea de color rojo corta al eje de abscisas no se produce emisión fotoeléctrica, pues la energía de los fotones no supera el trabajo de extracción, lo que sí ocurre desde el punto antes indicado hacia la derecha. La energía cinética de los fotoelectrones se va incrementando a medida que aumenta la energía de los fotones recibidos por la superficie metálica.

21. Si observamos una cámara de niebla, podemos identificar diferentes partículas cualitativamente, en función de las trazas que se observan. En la fotografía adjunta vemos una traza fina y errática que se curva menos que los fotoelectrones, lo que indica que se trata de un electrón generado en una desintegración β. Los neutrones libres son inestables y se descomponen emitiendo radiación ${}^{0}_{-1}\beta$.

a) Escriba la reacción de desintegración de un neutrón identificando cada una de las partículas implicadas. b) Calcule la energía que se desprende en la desintegración de un neutrón, y exprese el resultado en keV. Datos: 1 eV = 1,602 × 10^{-19} J. c = 3,00 × 10^{8} m s^{-1}. 1 u = 1,66054 × 10^{-27} kg. Masas (en u):

Neutrón	Protón	Electrón	Antineutrino
1,008665	1,007276	5,4858 × 10^{-4}	≃ 0

Respuesta:

a) La reacción de desintegración es la siguiente:

$$\underset{}{{}^{1}_{0}\mathrm{n}} \rightarrow \underset{\text{electrón}}{{}^{0}_{-1}\beta} + \underset{\text{protón}}{{}^{1}_{1}\mathrm{H}} + \underset{\text{antineutrino}}{{}^{0}_{0}\overline{\nu}}$$

b) La energía desprendida es:

$$\Delta \mathrm{m} = (5,4858 \cdot 10^{-4} + 1,007276 - 1,008665)\, 1,66054 \cdot 10^{-27} = -1,40 \cdot 10^{-30}\,\mathrm{kg}$$

La energía desprendida es:

$$\mathrm{E} = \Delta \mathrm{mc}^2 = -1,40 \cdot 10^{-30} \cdot 9 \cdot 10^{16} = -1,26 \cdot 10^{-13}\mathrm{J}$$

Sabiendo que 1 keV equivales a 1,6·10^{-16} J, la energía desprendida será:

$$\mathrm{E} = \frac{-1,26 \cdot 10^{-13}}{1,6 \cdot 10^{-16}} = -788\,\mathrm{keV}$$

22. En un experimento fotoeléctrico, iluminamos una superficie metálica con una luz verde cuya longitud de onda es de 546,1 nm. Observamos que el potencial de frenado es de 0,376 V (tensión que hace anularse la corriente). a) Determine la función de trabajo (trabajo de extracción) de esta superficie metálica. Calcule el umbral de frecuencia para la extracción de fotoelectrones de este metal. b) Si iluminamos la superficie anterior con una luz amarilla de 587,5 nm, determine la energía de los fotones incidentes. Calcule el potencial de frenado con esta nueva fuente luminosa. Datos: me = 9,11 × 10^{-31} kg. |e| = 1,602 × 10^{-19} C. 1 eV = 1,602 × 10^{-19} J. c = 3,00 × 10^{8} m s^{-1}. h = 6,63 × 10^{-34} J s.

Respuesta:

a) El trabajo de extracción se obtiene de:

$$h\nu = W_{ext} + q\Delta V \quad \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{5,461\cdot 10^{-7}} = W_{ext} + 1,602\cdot 10^{-19}\cdot 0,376$$

$$W_{ext} = 3,04\cdot 10^{-19}\text{J}$$

La frecuencia umbral es:

$$\nu_0 = \frac{W_{ext}}{h} = \frac{3,04\cdot 10^{-19}}{6,63\cdot 10^{-34}} = 4,58\cdot 10^{14}\,\text{s}^{-1}$$

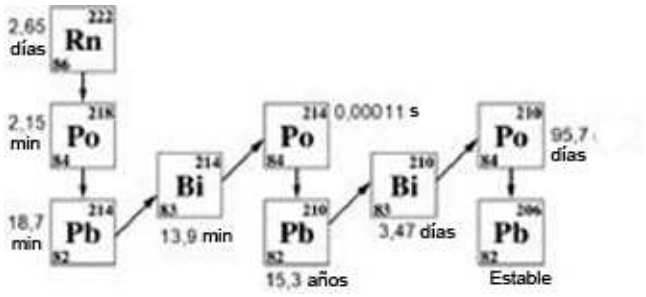
b) La energía de los fotones incidentes será:

$$E = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{5,875\cdot 10^{-7}} = 3,38\cdot 10^{-19}\,\text{J}$$

El potencial de frenado se deduce de:

$$3,38\cdot 10^{-19} = 3,04\cdot 10^{-19} + 1,602\cdot 10^{-19}\Delta V \qquad \Delta V = 0,216\,\text{V}$$

23. El gas radón es una de las fuentes de radiactividad natural más abundantes en la Tierra. El radón procede de la descomposición de elementos radiactivos naturales (como el uranio y el torio). El gas se difunde a través del suelo hasta llegar a la superficie. La cadena de desintegración del radón $^{222}_{86}$Rn incluye ocho desintegraciones radiactivas, hasta que se forma el isótopo estable del plomo, $^{206}_{82}$Pb. En la figura siguiente se representan los núcleos que forman parte de esta cadena de desintegración nuclear. Al lado de cada núcleo se indica el periodo de semidesintegración.



a) Escriba las reacciones nucleares que permiten llegar al $^{206}_{82}$Pb a partir del $^{222}_{86}$Rn. b) El gráfico siguiente corresponde a la evolución de los núcleos de una de las desintegraciones radiactivas de la cadena del radón. La muestra estudiada inicialmente tenia 8,00 $\times$ 10^{23} núcleos. A partir del gráfico, determine cuál es el periodo de semidesintegración de la muestra, y razone a qué núcleo de la cadena corresponde. Con este dato, calcule cuántos días deben pasar hasta que se hayan desintegrado 7,95 $\times$ 10^{23} átomos.

Respuesta:

a) Las reacciones nucleares son las siguientes:

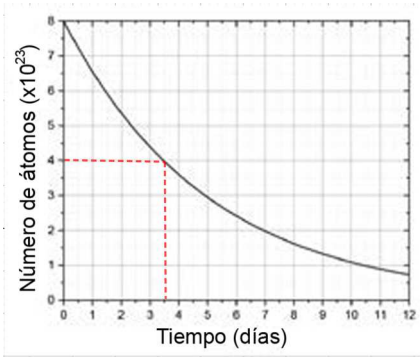
$$^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow ^{218}_{84}\text{Po} + ^{4}_{2}\alpha \qquad ^{218}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{214}_{82}\text{Pb} + \alpha \qquad ^{214}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{214}_{83}\text{Bi} + \overline{\nu}_e$$

$$^{214}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{214}_{84}\text{Po} + \overline{\nu}_e \qquad ^{214}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{210}_{82}\text{Pb} + ^{4}_{2}\alpha \qquad ^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{210}_{83}\text{Bi} + \overline{\nu}_e$$

$$^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow \rightarrow ^{0}_{-1}\beta + ^{210}_{84}\text{Po} + \overline{\nu}_e \qquad ^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + ^{4}_{2}\alpha$$

b) El periodo de semidesintegración es, aproximadamente, de 3,5 días, como puede verse en la gráfica anterior. Este periodo corresponde al isótopo $^{210}_{83}$Bi.La constante de desintegración será:

$$\lambda = \frac{0,693}{3,47} = 0,20\,\text{días}^{-1}$$

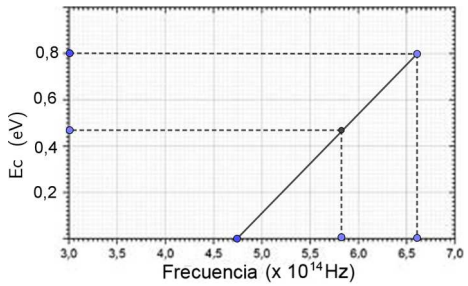


Puntero láser	λ (nm)	Frec. (x10^{14}Hz)	Energ. fotón (x10^{-19} J)	E_c electr. (x10^{-19}J)	E_c electr. (eV)
Azul	460	**6,52**	**4,32**	**1,28**	**0,80**
Verde	532	**5,64**	**3,74**	**0,698**	**0,43**
Infrarrojo	1080	**2,78**	**1,84**	——-	——-

Para que se hayan desintegrado 7,95·10^{23} núcleos (es decir, nos quedan (8 - 7,95) 10^{23} núcleos), tendremos:

$$5 \cdot 10^{21} = 8 \cdot 10^{23} e^{-0,2t} \qquad t = 25,38 \text{ días}$$

24. Considere un experimento de efecto fotoeléctrico en el que el cátodo es una lámina de cesio que tiene una frecuencia umbral de 4,59 × 10^{14} Hz. a) Calcule el trabajo de extracción del cátodo. Si iluminamos el cátodo con los diferentes punteros láser de la tabla que puede verse a continuación, justifique con cuáles de ellos se producirá el efecto fotoeléctrico. Complete la tabla y represente gráficamente en la cuadrícula adjunta la energía cinética máxima de los electrones (en eV) en función de la frecuencia de los fotones incidentes (en Hz) para un intervalo de frecuencias entre 3,00 × 10^{14} Hz y 7,00 × 10^{14} Hz.



b) Iluminamos el cátodo con un láser de frecuencia 8,00 × 10^{14} Hz. Calcule la velocidad y la longitud de onda de De Broglie de los electrones arrancados al cátodo con la radiación de este láser. Datos: 1 eV = 1,602 × 10^{-19} J. me = 9,11 × 10^{-31} kg. c = 3,00 × 10^8 m s^{-1}. h = 6,63 × 10^{-34} J s.

Respuesta:

a)

a) Conociendo la frecuencia umbral, el trabajo de extracción será:

$$W_{ext} = h\nu_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,59 \cdot 10^{14} = 3,04 \cdot 10^{-19} J$$

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico es:

$$\frac{hc}{\lambda} = W_{ext} + E_c$$

La frecuencia es el cociente $\frac{c}{\lambda}$, mientras que la energía cinética expresada en eV se obtendrá dividiendo la energía cinética expresada en J entre la carga del electrón. Sustituyendo los valores de λ y del trabajo de extracción,completamos la tabla anterior (los resultados se indican en color rojo. La representación gráfica puede verse en la cuadrícula anterior.
b) Aplicando de nuevo la ecuación de Einstein:

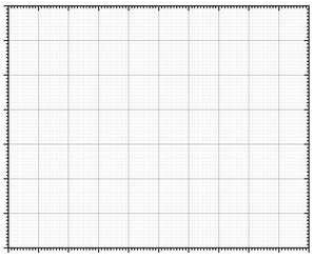
$$6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 8,00 \cdot 10^{14} = 3,04 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2} 9,11 \cdot 10^{-31} v^2 \qquad v = 7,05 \cdot 10^5 m \cdot s^{-1}$$

La longitud de onda de De Broglie será:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 7,05 \cdot 10^5} = 1,03 \cdot 10^{-9} m$$

25. Para medir la concentración de radón en un local, se toma una muestra de 180 cm^3 de aire. Se coloca la muestra dentro de un detector que contabiliza el número total de desintegraciones α. Consideremos que todas las desintegraciones proceden del radón-222 ($^{222}_{86}Rn$). Se efectúa una medida de las desintegraciones durante 10 minutos cada día, 10 días consecutivos, y siempre a la misma hora. Los datos obtenidos son los siguientes:

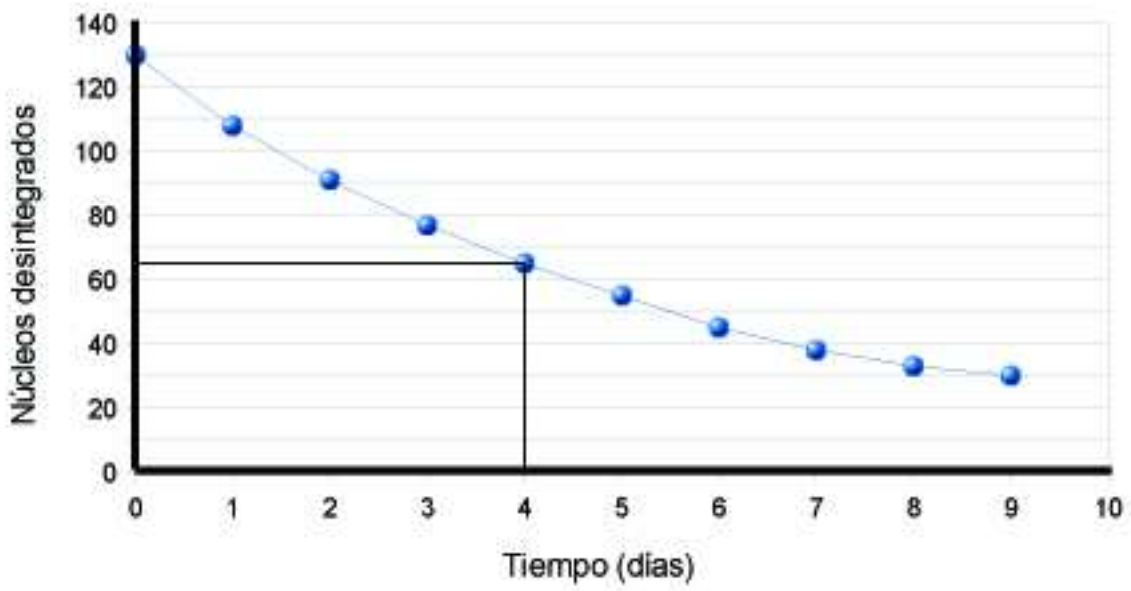
t (días)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N (núcleos desintegrados)	130	108	91	77	65	55	45	38	33	30



a) Represente, en la cuadrícula adjunta, los núcleos desintegrados en función del tiempo. A partir de la gráfica determine el periodo de semidesintegración. Teniendo en cuenta que la evolución temporal del número de núcleos desintegrados es la misma que la del número total de núcleos de radón en el local , calcule la constante de desintegración. b) Considerando que una medida dura 10 minutos, ¿qué actividad tiene una muestra de 180 cm^3 de aire del local, el día t = 0? La Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos (EPA) recomienda no sobrepasar la actividad de 4 pCi por litro de aire. Teniendo en cuenta este límite, ¿es peligrosa la concentración para t = 0 en el local de donde se ha tomado la muestra? Dada: 1 Ci = 3,70 × 10^{10} Bq.

Respuesta:

a) La representación gráfica es la siguiente:



El periodo de semidesintegración (tiempo que tarda en desintegrarse la mitad de la muestra) es, según el gráfico, de **4 días**.
A partir de la relación entre el periodo de semidesintegración y la constante radiactiva, tendremos que:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{\mathrm{T}} = \frac{0,693}{4} = 0,173\,\mathrm{días}^{-1} = \frac{0,173}{86400} = 2,0 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$$

b) La actividad en el día 0 será:

$$\mathrm{A} = \frac{130\,\mathrm{desint.}}{600\,\mathrm{s}} = 0,217\,\mathrm{Bq}$$

La actividad de 4 pCi corresponde a:

$$\mathrm{A} = 4 \cdot 10^{-12} \cdot 3,70 \cdot 10^{10} = 0,148\,\mathrm{Bq} \cdot \mathrm{L}^{-1}$$

La actividad en la muestra, expresada en $\mathrm{Bq \cdot L^{-1}}$ es:

$$\mathrm{A_m} = \frac{0,217}{0,180\,\mathrm{L}} = 1,21\,\mathrm{Bq} \cdot \mathrm{L}^{-1}$$

Por lo que la actividad en el local es **peligrosa**, al sobrepasar el valor de 0,148 $\mathrm{Bq \cdot L^{-1}}$

26. Se observa que los fotones de una determinada frecuencia que inciden sobre una superficie metálica provocan la emisión de electrones desde esta superficie. a) Si mantenemos constante la intensidad de la luz y aumentamos la frecuencia de los fotones, ¿cómo varía el número de electrones emitidos y la energía de los mismos? Señale la respuesta correcta para cada una de las tres opciones y, a continuación, justifique las dos repuestas. **Número de electrones emitidos**: Disminuye / Permanece constante / Aumenta. **Energía de los electrones emitidos**: Disminuye / Permanece constante / Aumenta b) Determine la función de trabajo de los electrones emitidos, sabiendo que el potencial de frenado es de 0,29 V para una longitud de onda incidente de 550 nm. Exprese el resultado en eV. Datos: 1 eV = $1{,}602 \times 10^{-19}$ J. c = $3{,}00 \times 10^{8}$ m $\mathrm{s^{-1}}$. h = $6{,}63 \times 10^{-34}$ J s.

Respuesta:

a) El número de electrones emitidos depende de la intensidad luminosa, por lo que si ésta se mantiene

constante, **el número de electrones emitidos será el mismo**. Al aumentar la frecuencia de los fotones, aumenta la energía de los mismos ($E = h\nu$) , por lo que, según la ecuación de Einstein:

$$E_c = h\nu - W_{ext}$$

Al no variar el trabajo de extracción, **la energía de los electrones emitidos aumentará**.
b) A partir de la ecuación de Einstein:

$$\frac{hc}{\lambda} = W_{ext} + q\Delta V \qquad W_{ext} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,00 \cdot 10^{8}}{5,5 \cdot 10^{-7}} - 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 0,29 = 3,15 \cdot 10^{-19}\,J$$

Expresada en eV:

$$W_{ext} = \frac{3,15 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,97\,eV$$

27. A principios de los años sesenta del siglo XX, los físicos Robert Pound, Glenn Anderson Rebka y Joseph Snider verificaron en el Jefferson Physical Laboratory de Harvard la predicción de Einstein acerca de que la gravedad cambia la frecuencia de la luz. Entender este efecto es esencial para la navegación moderna, como por ejemplo el funcionamiento del del GPS. El experimento consistió en medir la variación de frecuencia de unos fotones entre dos puntos a diferente altura. a) Calcule la frecuencia, la masa (ver la nota) y la cantidad de movimiento de los fotones en el laboratorio donde se realizó el experimento, si poseen una energía de 14,4 keV. b) La energía mecánica de los fotones es la suma de la energia de los fotones y de la energía potencial gravitatoria. A partir del principio de conservación de la energía mecánica, calcule la variación (en valor absoluto) de la energía y de la frecuencia de los fotones entre dos puntos separados verticalmente 22,6 m, es decir, entre el suelo del laboratorio y otro punto situado en la misma vertical , 22,6 m más arriba. ¿En qué punto el fotón tiene una frecuencia mayor, cuando se encuentra en el suelo o cuando se encuentra 22,6 m por encima. Nota: Aunque la masa en reposo del fotón es cero, su masa efectiva cuando es atraído por otras masas es: $m = \frac{E_{fotón}}{c^2}$. Datos: 1 eV = $1,602 \cdot 10^{-19}$ J; $c = 3,00 \cdot 10^{8}\,m \cdot s^{-1}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\,J \cdot s$; $g = 9,81\,m \cdot s^{-2}$.

Respuesta:

a) La frecuencia es:

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{14,4 \cdot 10^{3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 3,48 \cdot 10^{18}\,s^{-1}$$

La masa tiene el valor:

$$m = \frac{E_{fotón}}{c^2} = \frac{14,4 \cdot 10^{3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9 \cdot 10^{16}} = 2,56 \cdot 10^{-32}\,kg$$

Por último, la cantidad de movimiento será:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,48 \cdot 10^{18}}{3,,00 \cdot 10^{8}} = 7,69 \cdot 10^{-24}\,kg \cdot m \cdot s^{-1}$$

b) La energía en el punto más bajo y en el más alto tienen el mismo valor, por aplicación de Principio de Conservación de la Energía. Así pues:

$$E = E_0 + mgh_0 = 2,30 \cdot 10^{-15}\,J$$

$$E = E_1 + 2,56 \cdot 10^{-32} \cdot 9,81 \cdot 22,6 = 2,30 \cdot 10^{-15}$$

La diferencia de energía entre el fotón situado a nivel del suelo y el situado a 22,6 m por encima de aquél es:

$$\Delta E = E_0 - E_1 = 2,56 \cdot 10^{-32} \cdot 9,81 \cdot 22,6 = 5,68 \cdot 10^{-30}\,J$$

La diferencia en la frecuencia será:

$$\Delta\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{5,68 \cdot 10^{-30}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 8560\,\text{Hz}$$

Puesto que la energía total se mantiene constante, la energía del fotón será menor cuanto mayor sea la altura a la que se encuentre, ya que el valor de mgh es positivo. Por tanto, el fotón situado a una altura de 22,6 m tendrá una frecuencia **menor** que el que se encuentra a nivel 0.