



Sèrie 2

Criteris generals d'avaluació i qualificació

1. Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat demostrï que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.
2. Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.
3. En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.
4. Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Un resultat erroni amb un raonament correcte es valorarà. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.
5. Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.
6. Si la resolució presentada a l'examen és diferent però correcta i està d'acord amb els requeriments de l'enunciat, s'ha d'avaluar positivament encara que no coincideixi amb la resolució donada a la pauta de correcció.
7. Un o més errors en les unitats d'un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest l'apartat. Es consideren errors d'unitats: ometre les unitats en els resultats (finals o intermedis), utilitzar unitats incorrectes per una magnitud (tant en els resultats com en els valors intermedis) o operar amb magnituds d'unitats incompatibles (excepte en el cas d'un quocient on numerador i denominador tenen les mateixes unitats). Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les unitats l'haurem de puntuar amb 1 punt.
8. Un o més errors de càlcul en un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest apartat. Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les càlculs l'haurem de puntuar amb 1 punt.
9. Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions.



Proves d'accés a la Universitat 2022, convocatòria ordinària. Criteri d'avaluació

10. Cal fer la substitució numèrica en les expressions que s'utilitzen per resoldre les preguntes.
11. Un resultat amb un nombre molt elevat de xifres significatives (6 xifres significatives) es penalitzarà amb 0,1p.



P1)

a)

0,25 p A partir de la intensitat del camp gravitatori obtenim el mòdul de la força de la gravitatòria: $F_g = mg$

0,2 p I la segona llei de Newton estableix que: $\vec{F} = m\vec{a}$

0,2 p Com que sobre el satèl·lit només actua la força de la gravetat: $a = g$

0,2 p D'altra banda, considerant que el satèl·lit descriu un moviment circular uniforme al voltant de la Terra, la seva acceleració centrípeta és: $a = \frac{v^2}{R}$ o $a = \omega^2 R$

També s'ha de considerar correcte que directament s'expressi $mg = ma = m\frac{v^2}{R}$ o $mg = ma = m\omega^2 R$

0,2 p Per tant $g = R\omega^2 = R\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} R$

0,2 p $g = \frac{4\pi^2}{T^2} R = \frac{4\pi^2}{(27,3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60)^2} 384 \times 10^6 = 2,72 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$

b)

0,2 p Com que el camp gravitatori es conservatiu, l'energia mecànica a la superfície d'un planeta o d'un satèl·lit és igual a l'energia mecànica a l'infinit.

0,2 p D'altra banda, l'energia mecànica mínima a l'infinit correspon a una energia cinètica nul·la, és a dir, l'energia mecànica mínima per poder escapar d'un objecte astronòmic és zero, $E_m(\infty) = 0$.

0,1 p Per tant, atès que $E_m = E_p + E_c = 0 \Rightarrow E_c = -E_p$

Així l'energia cinètica mínima que cal subministrar és: $E_c(\text{superfície}) = -E_p(\text{superfície})$

0,1 p Per tant, per a un objecte de massa m :

$$E_c(\text{superfície}) = G \frac{M \cdot m}{R}$$

On M i R són la massa i el radi de l'objecte astronòmic, respectivament.

0,2 p per la Terra $E_c(\text{Terra}) = G \frac{M_T \cdot m}{R_T}$,

i per la Lluna $E_c(\text{Lluna}) = G \frac{M_{LL} \cdot m}{R_{LL}}$.



0,45 p

$$\frac{E_C(\text{Terra})}{E_C(\text{Lluna})} = \frac{G \frac{M_T \cdot m}{R_T}}{G \frac{M_{Ll} \cdot m}{R_{Ll}}} = \frac{M_T R_{Ll}}{M_{Ll} R_T} = \frac{81,3}{3,67} = 22,1$$

Escapar de la Terra té, com a mínim, un cost energètic 22 vegades més gran que de la Lluna.



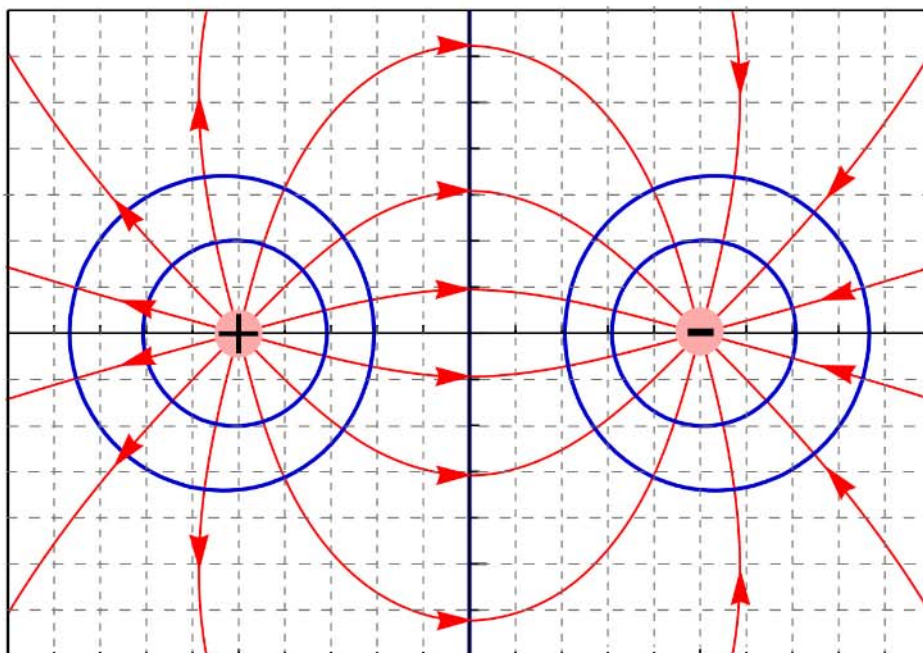
P2)

a)

0,75 p per la representació correcta de les línies de camp. Si no s'indica el sentit de les línies, o les línies surten de la càrrega negativa o les línies convergeixen cap a la càrrega positiva es considerarà que la representació és totalment incorrecte. Si les línies no surten/entren radialment a prop de la càrrega puntual, es restarà 0,5 punts. Si les línies no estan distribuïdes homogèniament quan surten/entren a prop de la càrrega, es restarà 0,25 punts.

0,5 p per la representació correcta de la projecció de les superfícies equipotencials. Si les línies equipotencials no són perpendiculars a les línies de camp es considerarà que la representació és totalment incorrecta.

No es penalitza no representar la línia que passa per l'origen. Cal tenir present que es demana una representació esquemàtica, no un gràfic acurat, per tant, no cal que la representació sigui molt acurada; el que es demana és que l'estudiant evidenciï que té clars els conceptes.





b)

0,25 p $E_p = E_n = k \frac{|Q|}{r^2}, E_p = E_n = 8,99 \times 10^9 \frac{1,5 \times 10^{-6}}{0,05^2} = 5,39 \times 10^6 \text{ N/C}$

0,3 p $\vec{E}_p = \vec{E}_n = 5,39 \times 10^6 \vec{i} \text{ N/C}$

0,3 p $\vec{E} = \vec{E}_p + \vec{E}_n = 1,08 \times 10^7 \vec{i} \text{ N/C}$

0,4 p $V_p = k \frac{|Q|}{r} = 2,70 \times 10^5 \text{ V}, V_n = -k \frac{|Q|}{r} = -2,70 \times 10^5 \text{ V}$

$$V = V_p + V_n = 0 \text{ V}$$



P3)

a)

0,1 p La distància entre dos punts consecutius que estan en el mateix estat de vibració és la longitud d'ona: $\lambda = 0,20 \text{ m}$

0,1 p $v = \lambda f = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1 \text{ m/s}$

0,1 p La freqüència angular s'expressa com: $\omega = 2\pi f = \pi \text{ rad/s} = 3,14 \text{ rad/s}$

0,1 p El nombre d'ona s'expressa com: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 10\pi \text{ m}^{-1} = 31,4 \text{ m}^{-1}$

0,85 p L'equació d'ona s'expressa com: $y(x, t) = A \cdot \sin[kx - \omega t + \varphi_0]$

$$v(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = -A\omega \cdot \cos[kx - \omega t + \varphi_0]$$

Condicció inicial: $y(0,0) = 0 \Rightarrow \sin[\varphi_0] = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 0 \text{ rad} \\ \pi \text{ rad} \end{cases}$

$$v(0,0) = -A\omega \cdot \cos[\varphi_0] \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 0 \text{ rad}, v(0,0) < 0 \text{ no és la correcte} \\ \varphi_0 = \pi \text{ rad}, v(0,0) > 0 \text{ és la correcte} \end{cases}$$

I, finalment:

$y(x, t) = 0,05 \cdot \sin[10\pi x - \pi t + \pi]$ amb y i x en m i t en s.

També es pot expressar com: $y(x, t) = 0,05 \cdot \sin[\pi t - 10\pi x]$ amb y i x en m i t en s.

Si no s'analitza la condició de posició inicial nul·la, cal restar **0,25 p**.

Si no s'analitza la condició de velocitat inicial positiva, cal restar **0,25 p**.

Alternativament: $y(x, t) = A \cdot \cos[kx - \omega t + \varphi_0]$

$$v(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = A\omega \cdot \sin[kx - \omega t + \varphi_0]$$

Condicció inicial: $y(0,0) = 0 \Rightarrow \cos[\varphi_0] = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} \pi/2 \text{ rad} \\ -\pi/2 \text{ rad} \end{cases}$

$$v(0,0) = A\omega \cdot \sin[\varphi_0] \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}, v(0,0) > 0 \text{ és la correcte} \\ \varphi_0 = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}, v(0,0) < 0 \text{ no és la correcte} \end{cases}$$

I, finalment:

$y(x, t) = 0,05 \cdot \cos[10\pi x - \pi t + \pi/2]$ amb y i x en m i t en s.



També es pot expressar com: $y(x, t) = 0,05 \cdot \cos[\pi t - 10\pi x - \pi/2]$ amb y i x en m i t en s.

Encara que no estigui descrit en aquestes pautes, també s'han de considerar com a correctes resolucions basades en expressions vàlides de la fase del tipus: $\omega t - kx + \varphi_0$, $k(x - vt) + \varphi_0$, $2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) + \varphi_0$, ...

b)

0,35 p $v(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = -A\omega \cdot \cos[kx - \omega t + \varphi_0]$

La velocitat és màxima en mòdul quan $\cos[kx - \omega t + \varphi_0] = \pm 1$:

$$v_{\text{màx}} = A\omega = 0,05 \cdot \pi = 0,157 \text{ m/s}$$

0,3 p $a(x, t) = \frac{dv(x, t)}{dt} = -A\omega^2 \cdot \sin[kx - \omega t + \varphi_0]$

L'acceleració és màxima en mòdul quan $\sin[kx - \omega t + \varphi_0] = \pm 1$:

$$a_{\text{màx}} = A\omega^2 = 0,05 \cdot (\pi)^2 = 0,493 \text{ m/s}^2$$

A l'enunciat es demana que es determinin aquest valors a partir de l'equació d'ones, per tant, no es considerarà correcte que l'estudiant doni directament les expressions de la velocitat i l'acceleració, cal que els determini a partir de considerar la primera i la segona derivades.

0,3 p $v(0,58, 10) = -0,157 \cdot \cos[10\pi \cdot 0,58 - \pi \cdot 10 + \pi] = 0,127 \text{ m/s}$

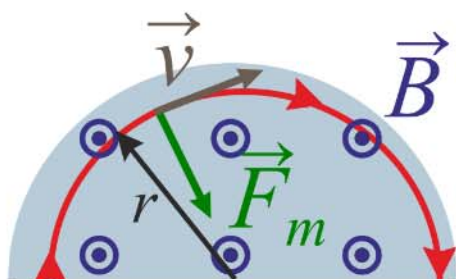
0,3 p $a(0,58, 10) = -0,493 \cdot \sin[10\pi \cdot 0,58 - \pi \cdot 10 + \pi] = -0,290 \text{ m/s}^2$

P4)

a)

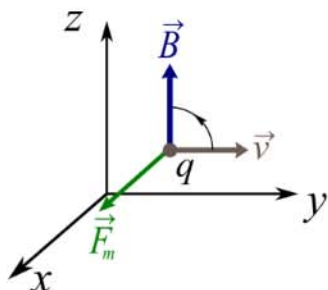
0,75 p La força magnètica s'expressa com:

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$



Segons el dibuix podem comprovar que el camp magnètic i la velocitat són perpendiculars; el camp magnètic és perpendicular al pla horitzontal mentre que la velocitat està continguda al pla horitzontal, per tant, el mòdul del producte vectorial és:

$$F_m = qvB$$



D'altra banda, $\vec{F}_m$ és el resultat del producte vectorial, i per tant és perpendicular a $\vec{B}$ i a $\vec{v}$. Com que es perpendicular a $\vec{B}$, $\vec{F}_m$ es troba al pla horitzontal i com que és perpendicular a $\vec{v}$ llavors és perpendicular a la trajectòria, per aquesta raó les partícules dins els elèctrodes descriuen un moviment circular uniforme, MCU.

A més, segons la regla de la mà dreta i tenint en compte que la càrrega és positiva, la força magnètica va dirigida cap al centre dels semicercles.

Per tant, la força magnètica és igual a la massa per l'acceleració normal:

$$F_m = qvB = m \frac{v^2}{r}$$



I, finalment, si agrupem els termes:

$$\frac{v}{rB} = \frac{q}{m} \Rightarrow v = rB \frac{q}{m}$$

Si en la deducció no es justifica a partir de les direccions dels vectors que el producte vectorial dona $F_m = qvB$, cal restar 0,25 punts.

Si tampoc es justifica que la força magnètica és normal a la trajectòria, cal restar 0,25 punts.

0,25 p Dins d'una D recorre una distància igual a mitja circumferència de radi r : πr . I com que es mou a una velocitat constant $v = rB \frac{q}{m}$, el temps que triga a passar per una D és:

$$t = \frac{\pi r}{v}$$

D'altra banda, abans hem trobat:

$$v = rB \frac{q}{m}$$

I substituint obtenim:

$$t = \pi \frac{m}{Bq}$$

De la darrera expressió podem comprovar que el temps només depèn de m , B i q , no depèn de la velocitat de la partícula.

0,15 p Per tal que en l'espai entre elèctrodes la partícula s'acceleri, cal que el camp elèctric sigui paral·lel a la velocitat. Per tant, el camp elèctric ha de canviar la polaritat, tal i com s'indica a la figura de l'enunciat. És a dir, cal que el camp elèctric sigui altern.

0,1 p A cada cicle, la partícula passa per les dues Ds; per tant, el temps que triga la partícula en passar per un elèctrode correspon a mig període del cicle

$$T = 2\pi \frac{m}{Bq} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \frac{qB}{m}$$



b)

0,45 p Abans hem trobat:

$$v = rB \frac{q}{m}$$

Com que el protó surt quan arriba a l'extrem de l'elèctrode:

$$v = rB \frac{q}{m} = 0,5 \times 0,2 \frac{1,602 \times 10^{-19}}{1,67 \times 10^{-27}} = 9,59 \times 10^6 \text{ m/s}$$

0,4 p

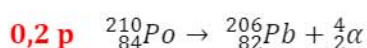
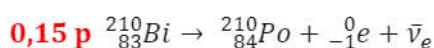
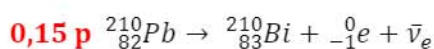
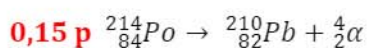
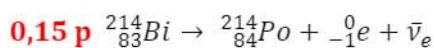
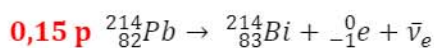
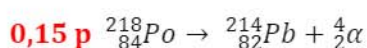
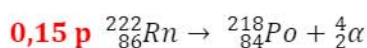
$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{1,67 \times 10^{-27} \times 9,59 \times 10^6} = 4,14 \times 10^{-14} \text{ m}$$

0,4 p La velocitat és $0,1 \times c = 3,00 \times 10^7 \text{ m/s}$

$$R = \frac{v m}{B q} = \frac{3,00 \times 10^7}{0,2} \frac{1,67 \times 10^{-27}}{1,602 \times 10^{-19}} = 1,56 \text{ m}$$

P5)

a)

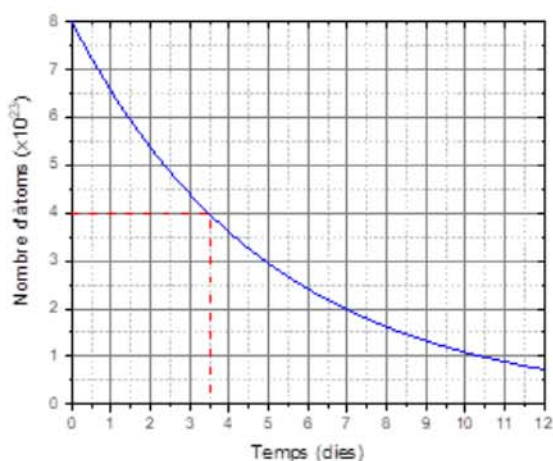


Alternativament es pot escriure ${}^4_2\text{He}$ en lloc de ${}^4_2\alpha$, o bé ${}^0_{-1}\beta^-$ en lloc de ${}^0_{-1}e^-$.



b)

0,75 p El període de semidesintegració correspon al temps necessari per desintegrar la meitat dels nuclis inicials, $8 \cdot 10^{23}/2 = 4 \cdot 10^{23}$.



Del gràfic, obtenim $T_{1/2} = 3,5$ dies, és a dir, correspon a la desintegració del $^{210}_{83}\text{Bi}$.

0,25 p $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \lambda = -\frac{\ln 0,5}{T_{1/2}} = 0,200 \text{ dies}^{-1}$$

0,25 p $N(t) = 8 \times 10^{23} - 7,95 \times 10^{23} = 5,0 \times 10^{21}$

$$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{5 \times 10^{21}}{8 \times 10^{23}} = 6,25 \times 10^{-3} = e^{-\lambda t} \Rightarrow t = -\frac{\ln(6,25 \times 10^{-3})}{\lambda} = 25,4 \text{ dies}$$

Alternativament

0,25 p $N(t) = 8 \times 10^{23} - 7,95 \times 10^{23} = 5,0 \times 10^{21}$

$$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{5 \times 10^{21}}{8 \times 10^{23}} = 6,25 \times 10^{-3}$$

0,25 p $\left. \begin{array}{l} 6,25 \times 10^{-3} = e^{-\lambda t} \\ 0,5 = e^{-\lambda T_{1/2}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\ln 6,25 \times 10^{-3}}{\ln 0,5} = \frac{t}{T_{1/2}}$

$$t = T_{1/2} \frac{\ln 6,25 \times 10^{-3}}{\ln 0,5} = 25,4 \text{ dies}$$



P6)

a)

Si la intensitat de camp gravitatori és uniforme, el mòdul de la diferència de potencial s'expressa com:

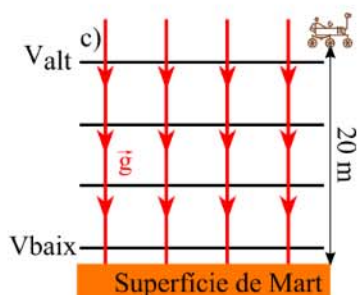
0,3 p $|\Delta V| = gd$, llavors:

0,25 p $g = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{74,4 \text{ J/kg}}{20,0 \text{ m}} = 3,72 \text{ m/s}^2$

No es pot considerar com a correcte cap deducció que arribi a la relació $g = G \frac{M}{R^2}$ atès que es demana explícitament que es determini g a partir de la diferència de potencial. L'objectiu d'aquest problema és comprovar que l'estudiant coneix i sap aplicar la relació existent entre el camp i la diferència de potencial quan el camp és uniforme.

0,4 p El potencial gravitatori és una magnitud escalar, per tant, no poden ser ni l'esquema "a" ni l'esquema "b". D'altra banda, les línies de camp gravitatori indiquen la direcció de la força que actua sobre una massa puntual, per tant, són perpendiculars a la superfície del planeta i van dirigides de dalt cap a baix (línies vermelles a l'esquema). Com que les superfícies equipotencials són perpendiculars a les línies de camp, aquestes són paral·leles a la superfície, i, per tant, en la projecció al pla del dibuix correspon a les línies horitzontals, esquema "c".

0,3 p Les línies de camp indiquen la direcció en la qual el potencial disminueix, per tant, el potencial serà més gran com més allunyats estiguem de la superfície. Una justificació alternativa és a partir de l'expressió del potencial $V(r) = -G \frac{M}{r}$, atès que quan ens allunyem de la superfície r disminueix, llavors el potencial augmenta.



Tot aquest apartat també es pot resoldre partint de l'expressió (vàlida quan g és uniforme):

$$U = mgh \Rightarrow V = \frac{U}{m} = gh, \quad \text{on } U_0 = U(h = 0) = 0 \text{ J}$$

Aquesta darrera expressió ens permet determinar g , i justificar com són les línies de camp i que V augmenta quan h augmenta.



b)

0,5 p El treball que fa el camp gravitatori és:

$$W_{cg} = -\Delta U = -m\Delta V = -1025(-74,4) = 76300 \text{ J}$$

Observeu que $\Delta V = -74,4 \text{ J/kg}$ atès que partim d'un potencial alt per acabar en un potencial més baix, per tant, la diferència de potencial és negativa. Alternativament:

$$W_{cg} = -\Delta U = -(U_{fin} - U_{in}) = -(0 - mgh) = mgh = 76300 \text{ J}$$

0,5 p D'altra banda el teorema de les forces vives estableix que el treball total és igual a la variació d'energia cinètica. Com que la sonda baixa a velocitat constant, la variació d'energia cinètica és zero i també ho serà el treball total.

0,25 p Com que el treball fet per les forces de fregament és nul, el treball total és la suma del treball fet pel camp gravitatori i el treball fet per la grua,

$$W_{grua} + W_{cg} = 0 \Rightarrow W_{grua} = -W_{cg} = -76300 \text{ J}$$

Per obtenir aquests 0,25 p, no només cal donar el valor correcte del treball, cal que el signe sigui també el correcte. La força que fa la grua s'oposa al moviment, per tant, aquest treball és negatiu.

Alternativament, tot aquest apartat es pot resoldre calculant el treball fet per la grua com la força pel desplaçament, tenint en compte que la força que fa la grua és $-mg$.

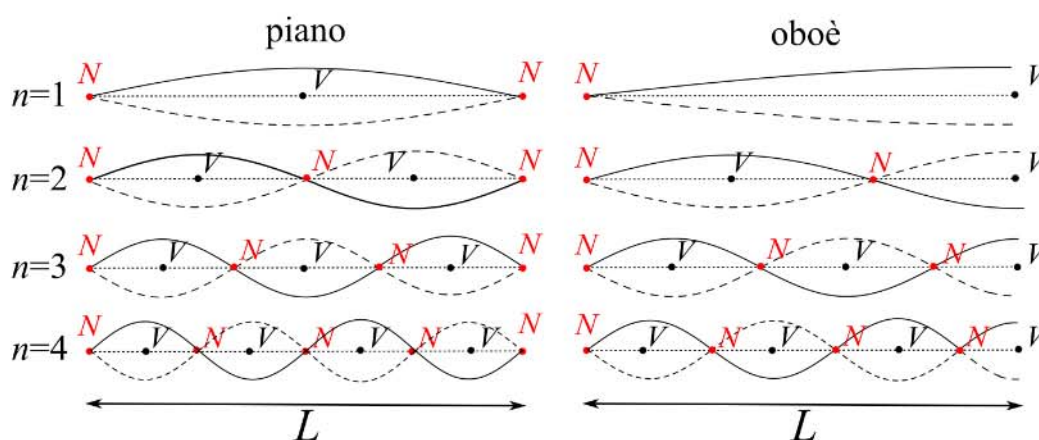


P7)

a)

0,3 p Podem comprovar que la primera freqüència que apareix, l'harmònic fonamental, correspon a $f_1 = 440$ Hz.

0,65 p Segons les condicions de frontera, les ones estacionàries són per a un piano i un oboè:



Podem comprovar, doncs, que per a un piano:

$$L = n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow f = n \frac{v}{2L} = n f_1, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

I per a un oboè:

$$L = n \frac{\lambda}{4} \Rightarrow f = n \frac{v}{4L} = n f_1, \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

Si es tractés d'un piano, el segon harmònic seria: $f_2 = 2 \cdot 440 = 880$ Hz, mentre que en un oboè no apareix el segon harmònic. El primer harmònic que apareix en un oboè és el tercer: $f_3 = 3 \cdot 440 = 1320$ Hz.

A partir de l'espectre de Fourier veiem que la segona freqüència que apareix és 1320 Hz, per tant, l'espectre no pot correspondre a un piano, així la resposta és **oboè**.

0,3 p La freqüència fonamental per a un oboè és:

$$f_1 = \frac{v}{4L} \Rightarrow L = \frac{v}{4f_1} = \frac{340}{4 \cdot 440} = 0,193 \text{ m}$$



b)

0,65 p Intensitat sonora que ens arriba de cada instruments / és,

$$\beta = 10 \log \frac{5I}{I_0} \Rightarrow \frac{\beta}{10} = \log \frac{5I}{I_0} \Rightarrow I = \frac{I_0 10^{\beta/10}}{5} = 2,00 \times 10^{-5} \text{ W m}^{-2}$$

0,6 p

$$I = \frac{\text{Potència}}{A} \Rightarrow \text{Potència} = I 2\pi r^2 = 2,83 \times 10^{-4} \text{ W}$$



P8)

a)

0,1 p Treball d'extracció o funció de treball: $W_0 = hf_0 = 3,04 \times 10^{-19} \text{ J}$

0,25 p Perquè hi hagi emissió cal que la freqüència sigui superior a la freqüència llindar.

0,1 p Pel làser blau, $\lambda_b = 460 \text{ nm}$:

$$f_b = \frac{c}{\lambda_b} = \frac{3,00 \times 10^8}{460 \times 10^{-9}} = 6,52 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Com que $f_b > f_0$ hi haurà emissió d'electrons.

0,1 p Pel làser verd, $\lambda_v = 532 \text{ nm}$:

$$f_v = \frac{c}{\lambda_v} = \frac{3,00 \times 10^8}{532 \times 10^{-9}} = 5,64 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Com $f_v > f_0$ hi haurà emissió d'electrons.

0,1 p Pel làser infraroig, $\lambda_{IR} = 1080 \text{ nm}$:

$$f_{IR} = \frac{c}{\lambda_{IR}} = \frac{3,00 \times 10^8}{1080 \times 10^{-9}} = 2,78 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Com que $f_v < f_0$ no hi haurà emissió d'electrons.

Alternativament es podia comparar l'energia dels fotons amb el treball d'extracció, per al làser blau és $4,32 \times 10^{-19} \text{ J} > W_0$ i per al làser verd $3,74 \times 10^{-19} \text{ J} > W_0$, per tant, per aquests dos casos hi ha emissió d'electrons. En canvi per al làser d'infraroig $1,84 \times 10^{-19} \text{ J} < W_0$, per tant, no hi ha emissió d'electrons.

0,2 p Per determinar l'energia dels electrons emesos cal imposar el balanç d'energia:

$$E_c = hf - W_0.$$



El resultat obtingut és:

Tipus de punter làser	Longitud d'ona (nm)	Freqüència ($\times 10^{14}$ Hz)	Energia fotó ($\times 10^{-19}$ J)	Energia electró ($\times 10^{-19}$ J)	Energia electró (eV)
Làser blau	460	6,52	4,32	1,28	0,799
Làser verd	532	5,64	3,74	0,696	0,434
Làser infraroig	1080	2,78	1,84	-	-
Llindar		4,59	3,04	0	0

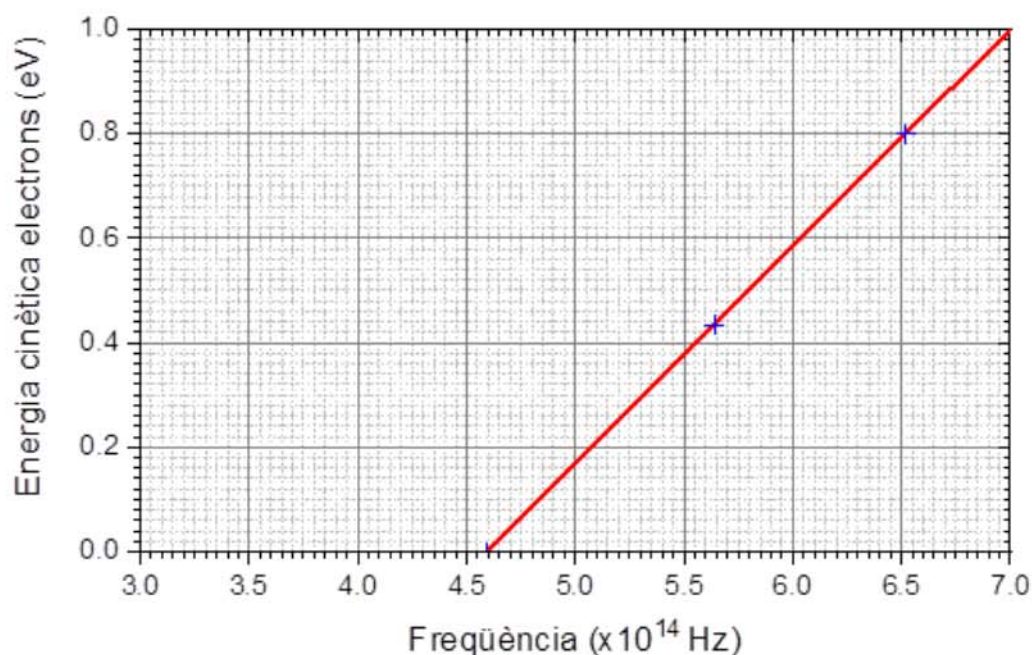
0,4 p Si no s'indiquen les unitats als eixos o un títol dels eixos, cal restar 0,25 p.

Si es representen punts de la recta per sota la freqüència llindar de valor diferent a zero, cal restar 0,25 punts.

Si la representació no és una recta, cal restar 0,25 punts.

Si els eixos no estan correctament escalats, cal restar 0,1 punts.

Si es comenten diversos error i el valor a restar és superior a 0,4 p, no es farà la resta completa, simplement la qualificació de la representació gràfica serà 0 punts, els errors en d'aquesta part no s'acumulen a la resta del problema.





b)

0,3 p Càlcul de l'energia cinètica

$$E_c = hf - W_0 = 5,30 \times 10^{-19} - 3,04 \times 10^{-19} = 2,26 \times 10^{-19} \text{ J}$$

0,45 p I la velocitat és:

$$v = \sqrt{2 \frac{E_c}{m_e}} = 7,04 \times 10^5 \text{ m/s}$$

0,5 p I la longitud de De Broglie és:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{9,11 \times 10^{-31} \times 7,04 \times 10^5} = 1,03 \times 10^{-9} \text{ m}$$



SÈRIE 5

Criteris generals d'avaluació i qualificació

1. Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat mostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.
2. Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.
3. En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.
4. Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Un resultat erroni amb un raonament correcte es valorarà. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.
5. Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.
6. Si la resolució presentada a l'examen és diferent però correcta i està d'acord amb els requeriments de l'enunciat, s'ha d'avaluar positivament encara que no coincideixi amb la resolució donada a la pauta de correcció.
7. Un o més errors en les unitats d'un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest l'apartat. Es consideren errors d'unitats: ometre les unitats en els resultats (finals o intermedis), utilitzar unitats incorrectes per una magnitud (tant en els resultats com en els valors intermedis) o operar amb magnituds d'unitats incompatibles (excepte en el cas d'un quocient on numerador i denominador tenen les mateixes unitats). Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les unitats l'haurem de puntuar amb 1 punt.
8. Un o més errors de càlcul en un apartat restarà 0,25 punts en la qualificació d'aquest apartat. Exemple: si l'apartat (a) val 1,25 punts i només s'ha equivocat en les càlculs l'haurem de puntuar amb 1 punt.
9. Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions.



Proves d'accés a la Universitat 2022, convocatòria ordinària. Criteri d'avaluació

10. Cal fer la substitució numèrica en les expressions que s'utilitzen per resoldre les preguntes.
11. Un resultat amb un nombre molt elevat de xifres significatives (6 xifres significatives) es penalitzarà amb 0,1p.



P1)

a)

0,3 p. Segons la tercera llei de Kepler:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G M_{Sol}}{(2\pi)^2}$$

On a és la longitud del semieix major.

0,3 p.

$$a = \sqrt[3]{G M_{Sol} \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = \sqrt[3]{6,67 \times 10^{-11} \times 1,99 \times 10^{30} \left(\frac{76 \times 365 \times 24 \times 3600}{2\pi}\right)^2}$$
$$= 2,68 \times 10^{12} \text{ m}$$

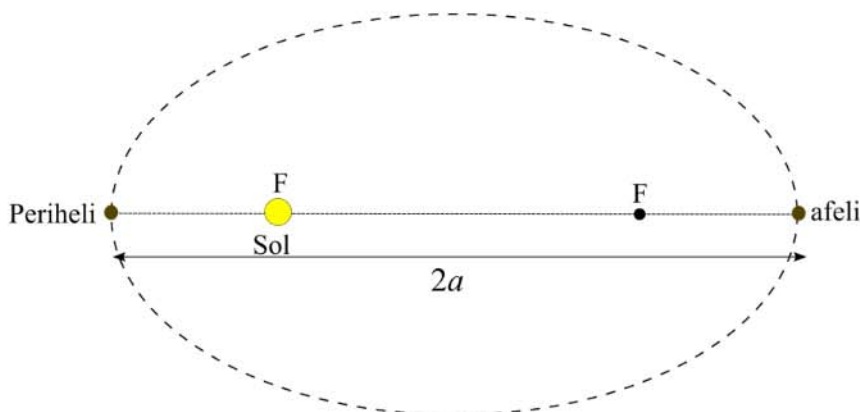
Alternativament, s'ha d'acceptar com correcte que l'estudiant recordi que la tercera llei de Kepler al sistema solar s'expressa com

$$\frac{a^3}{T^2} = 1 \frac{\text{ua}^3}{\text{any}^2}$$

Llavors,

$$a = \sqrt[3]{T^2} = \sqrt[3]{76^2} = 17,94 \text{ ua}$$

0,65 p.



Cal dibuixar una òrbita clarament el·líptica amb dos focus.

Cal dibuixar el sol en un dels focus, sinó es resta **0,3 p.**

Cal dibuixar el periheli i l'afeli sobre l'eix major, un a cada extrem amb el periheli sent el més proper al sol, sinó es resta **0,3 p.**



b)

0,1 p. Les distàncies a l'afeli i al periheli sumades són igual a la longitud del eix major:

$$r_A + r_P = 2a$$

$$r_P = 0,586 \text{ ua} \frac{1,50 \times 10^{11} \text{ m}}{1 \text{ ua}} = 8,79 \times 10^{10} \text{ m} \quad \mathbf{0,1 p.}$$

$$r_A = 2a - r_P = 5,28 \times 10^{12} \text{ m} \quad \mathbf{0,1 p.}$$

0,3 p Segons la llei de gravitació universal, el mòdul de la força s'expressa com:

$$F = G \frac{m_{\text{Halley}} M_{\text{Sol}}}{r^2}$$

i $F = m_{\text{Halley}} g$, llavors:

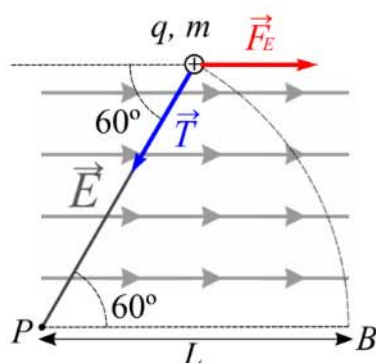
$$\mathbf{0,25 p} \quad g = G \frac{M_{\text{Sol}}}{r^2}$$

$$\text{Per l'afeli: } g = G \frac{M_{\text{Sol}}}{r_A^2} = 4,76 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2 \quad \mathbf{0,2 p}$$

$$\text{I pel periheli: } g = G \frac{M_{\text{Sol}}}{r_P^2} = 1,72 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2 \quad \mathbf{0,2 p}$$

P2)

a)



0,4 p Representació correcta indicant clarament les direccions dels vectors.

$$\mathbf{0,45 p} \quad F_e = qE = 3,00 \times 10^{-6} \times 1,2 \times 10^3 = 3,60 \times 10^{-3} \text{ N}$$

0,4 p Al llarg de la trajectòria des d'A fins a B el camp elèctric és constant i la càrrega també, així doncs la força elèctrica que és el producte $q \cdot E$ també serà constant.



b)

0,25 p El càlcul de la velocitat de la partícula en el punt B es basa en el principi de la conservació de l'energia mecànica. El treball de la tensió al llarg de la trajectòria, així com el de la normal i el pes són zero, per tant la única força que fa treball és l'elèctrica, i per tant es conserva l'energia

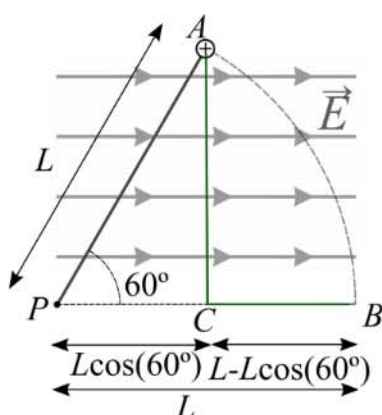
0,25 p $E_{m,A} = E_{m,B} \Rightarrow E_{C,A} + U_{E,A} = E_{C,B} + U_{E,B}$

A més, de les condicions inicials tenim que $E_{C,A} = 0$.

Llavors: $E_{C,B} = U_{E,A} - U_{E,B} = q(V_A - V_B) = -q(V_B - V_A)$

Alternativament, ens podem basar en el teorema de les forces vives o teorema de l'energia cinètica:

$$E_{C,B} - E_{C,A} = W_{Tot} = -\Delta U = -q(V_B - V_A)$$



0,25 p Per calcular la diferència de potència $V_B - V_A$ podem seguir qualsevol trajectòria (força conservativa) i en particular seguirem al trajectòria marcada en verd al dibuix. Aquesta trajectòria té dos trams, un d'A a C en que es movem perpendiculars a les línies de camp. Quan ens desplacem perpendicularment a les línies de camp seguim una superfície equipotencial, llavors, $V_C = V_A$ i per tant $V_A - V_C = 0$.

En el segon tram de C a B ens movem paral·lels a les línies de camp. Les línies de camp indiquen la direcció en la que el potencial disminueix, per tant, el potencial a C ha de ser més gran que a B, $V_B - V_C < 0$. Per altre banda, si el camp és constatat, llavors $\Delta V = Ed$ on d és la distància entre C i B que segons el dibuix és $L(1 - \cos(60^\circ)) = 0,5 \text{ m}$. (alternativament es pot justificar geomètricament que el punt C es troba al centre de la base de un triangle equilàter de manera que $d = 0,5 \text{ m}$). Així doncs:

0,25 p $V_B - V_A = -Ed = -600 \text{ V}$



Alternativament

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_A^C \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_C^B E dx = 0 - E \int_A^B dx = -Ed = -600 \text{ V}$$

En aquest càlcul el trajecte per anar de A a C segueix una línia recta vertical i com que la direcció del camp elèctric és horitzontal: $\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$.

En el trajecte per anar d'A a B segueix una línia recta horitzontal i tenim en compte que E és constant, no depèn de la posició per tant només cal integrar el desplaçament horitzontal que és d .

0,15 p I l'energia cinètica a B és: $E_{C,B} = -q(V_B - V_A) = 1,8 \times 10^{-3} \text{ J}$

I finalment:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2E_{C,B}}{m}} = 1,20 \text{ m/s} \quad \mathbf{0,1 p}$$

P3)

a)

0,2 p El període s'expressa com:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ i } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ llavors } T^2 = (2\pi)^2 \frac{m}{k}$$

0,3 p Per tant, el pendent de la recta és $(2\pi)^2/k$, així podem determinar k per exemple a partir del pendent o d'un punt qualsevol, concretament si agafem el punt $m = 1,2 \text{ kg}$ i $T^2 = 0,40 \text{ s}^2$, tenim:

$$\frac{0,4 - 0}{1,2 - 0} = \frac{1}{3} = \frac{(2\pi)^2}{k} \Rightarrow k = 118 \text{ N/m}$$

$$\mathbf{0,25 p} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{118}{5}} = 4,86 \text{ rad/s.}$$

$$\mathbf{0,2 p} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = 0,774 \text{ Hz}$$

0,3 p Atès que la precisió de la mesura del període és finita, com més llarg sigui el temps de mesura més precisa serà la lectura, l'error relatiu serà menor i per tant també serà menor l'error en la determinació del període. Com l'error relatiu serà 20 vegades més petit, la incertesa en la mesura del període serà 20 vegades més petita.



b)

$\omega = 4,86 \text{ rad/s}$ i $A = 0,15 \text{ m}$.

Primera opció

0,2 p Equació del MHS:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

0,2 p $x_0 = x(t=0) = A$.

$$A = A \sin(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \text{ArcSin}(1) = \pi/2 \text{ rad.}$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$$x(t) = 0,15 \sin\left(4,86 t + \frac{\pi}{2}\right), \text{ x en m i t en s.}$$

Alternativament:

0,2 p Equació del MHS:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

0,2 p $x_0 = x(t=0) = A$.

$$A = A \cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \text{ArcCos}(1) = 0.$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$$x(t) = 0,15 \cos(4,86t), \text{ x en m i t en s.}$$

Primera opció

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega \cos(\omega t)$$

0,3 p El mòdul de la velocitat és màxima quan $\omega t = 0$ o π , radians, i això correspon a la posició d'equilibri $x = 0$ $\sin(0) = \sin(\pi) = 0$.

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -x\omega^2$$

0,3 p En els punts en que $x = \pm A$ l'acceleració serà màxima (en valor absolut)

Alternativament:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$



0,3 p El mòdul de la velocitat és màxima quan $\omega t = \pi/2$ o $-\pi/2$, radians, i això correspon a la posició d'equilibri $x = 0$ $\cos(\pi/2) = \cos(-\pi/2) = 0$.

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = -x\omega^2$$

0,3 p En els punts en que $x = \pm A$ l'acceleració serà màxima (en valor absolut)

No cal que l'estudiant calculi les derivades temporals per determinar la velocitat i l'acceleració. També poden ser correctes altres justificacions basades en consideracions energètiques o en la segona llei de Newton.

P4)

a)

0,3 p Sabem que $\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$, llavors com $\vec{B}$ és perpendicular a $\vec{v}$, el mòdul de la força magnètica s'expressa com:

$$F_m = evB$$

0,2 p Per altre banda la força magnètica és perpendicular a $\vec{v}$, per tant, el resultat serà que aplicarem una força normal constant, és a dir, l'ió descriurà un moviment circular uniforme (mòdul de la velocitat constant).

0,2 p. El radi de la trajectòria es pot obtenir a partir de la segona llei de Newton:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

0,2 p. i tenint en compte que l'acceleració centrípeta s'expressa com,

$$a = \frac{v^2}{r}$$

0,35 p I finalment, $evB = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{eB}$



b)

0,2 p $m_{12C} = 12m_p = 2,004 \times 10^{-26} \text{ kg.}$

0,2 p $r_{12C} = \frac{0,3}{2} = 0,15 \text{ m.}$

0,2 p $B = \frac{mv}{er} = \frac{2,004 \times 10^{-26} \times 4,80 \times 10^5}{1,602 \times 10^{-19} \times 0,15} = 0,400 \text{ T}$

0,2 p $m_{14C} = 14m_p = 2,338 \times 10^{-26} \text{ kg.}$

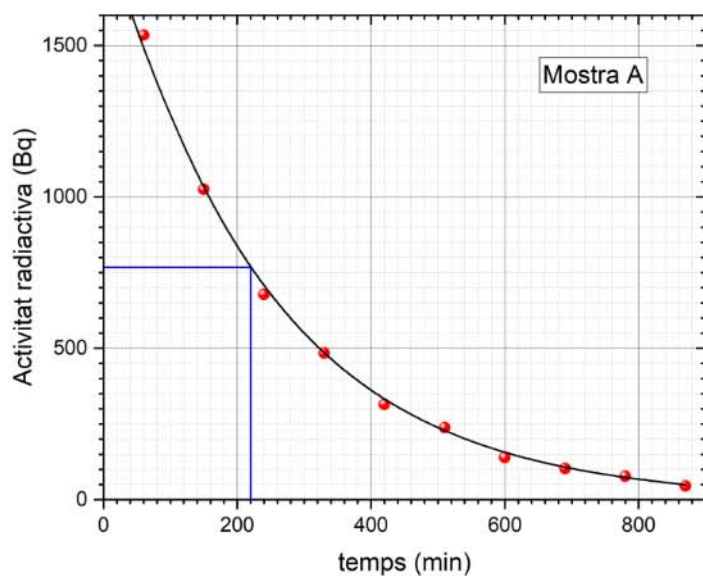
0,2 p $r_{14C} = \frac{m_{14C}v}{eB} = \frac{2,338 \times 10^{-26} \times 4,80 \times 10^5}{1,602 \times 10^{-19} \times 0,400} = 0,175 \text{ m.}$

0,25 p els ions $^{14}_6\text{C}^-$ surten per una obertura situada a $2 \times 0,175 = 0,35 \text{ m}$ de l'entrada.



P5)

a)

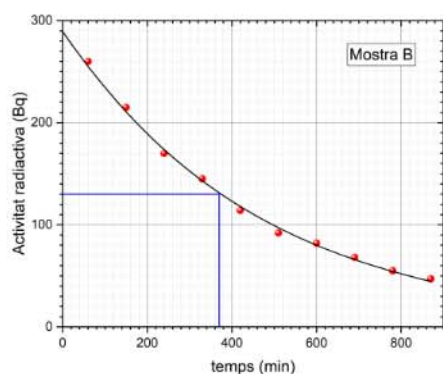


0,2 p Escalat eixos correcte

0,2 p Punts correctament representats

0,05 p Línia de tendència ben representada

0,2 p Títols eixos amb unitats.



0,2 p Escalat eixos correcte

0,15 p Punts correctament representats

0,05 p Línia de tendència ben representada

0,2 p Títols eixos amb unitats.



b)

0,25 p L'activitat s'expressa com $A = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$

0,5 p Poden obtenir el període de semidesintegració directament dels gràfics a partir de determinar el temps que triga l'activitat a reduir-se a la meitat del seu valor inicial. Això és el que hem representat a les figures anteriors amb les línies blaves.

0,25 p Per la mostra A, $A_0 = 1535 \text{ Bq}$ i $A_0/2 = 768 \text{ Bq}$ i per tant $T_{1/2} = 220 - 60 = 160 \text{ min.}$

0,25 p Per la mostra B, $A_0 = 260 \text{ Bq}$ i $A_0/2 = 130 \text{ Bq}$ i per tant $T_{1/2} = 370 - 60 = 310 \text{ min.}$

Alternativament

0,5 p A partir de dos punts podem determinar λ

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{e^{-\lambda t_1}}{e^{-\lambda t_2}} = e^{\lambda(t_2 - t_1)} \Rightarrow \ln \frac{A_1}{A_2} = \lambda(t_2 - t_1) \Rightarrow \lambda = \frac{\ln A_1/A_2}{(t_2 - t_1)}$$

I conegut λ podem determinar $T_{1/2}$:

$$\frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = -\frac{\ln 0,5}{\lambda} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

0,25 p Per exemple, per la mostra A, $A_1 = 1535 \text{ Bq}$, $t_1 = 60 \text{ s}$, $A_2 = 484 \text{ Bq}$ i $t_2 = 330 \text{ s}$. Llavors $\lambda = \ln(1535/484)/(330 - 60) = 0,00427 \text{ min}^{-1}$ i $T_{1/2} = 162 \text{ min.}$

0,25 p Per exemple, per la mostra B, $A_1 = 260 \text{ Bq}$, $t_1 = 60 \text{ s}$, $A_2 = 82 \text{ Bq}$ i $t_2 = 600 \text{ s}$. Llavors $\lambda = \ln(260/82)/(600 - 60) = 0,00214 \text{ min}^{-1}$ i $T_{1/2} = 324 \text{ min.}$

P6)

a)

0,25 p $\eta = 0,9$, llavors la potència al primari, P_1 , ha de ser: $P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{18}{0,9} = 20 \text{ kW}$

0,5 p La potència ve donada per: $P_1 = V_1 I_1$

0,25 p Llavors al primari $I_1 = \frac{P_1}{V_1} = \frac{20.000 \text{ W}}{25.000 \text{ V}} = 0,8 \text{ A}$

0,25 p i al secundari $I_2 = \frac{P_2}{V_2} = \frac{18.000 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 81,8 \text{ A}$



b)

0,2 p $n_1 = \frac{I_1}{5,00 \times 10^{-4}} = 1600$

0,85 p $\frac{n_1}{n_2} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow n_2 = n_1 \frac{V_2}{V_1} = 1600 \frac{220 \text{ V}}{25000 \text{ V}} = 14,1$

0,2 p Caldran com a mínim 15 espises al secundari.

P7)

a)

0,5 p Com $\lambda = 0,136 \text{ m}$ i $v = 340 \text{ m/s}$, el vector d'ones, la freqüència i la freqüència angular s'expressen com:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 46,2 \text{ m}^{-1}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} = 2500 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 15710 \text{ rad/s}$$

0,75 p A partir de les relacions anteriors, podem expressar una ona harmònica que es propaga cap endavant de diferents maneres equivalents:

$$\psi(x, t) = I_0 \sin k(x - vt)$$

$$\psi(x, t) = I_0 \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

$$\psi(x, t) = I_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$\psi(x, t) = I_0 \sin 2\pi f \left(\frac{x}{v} - t \right)$$

Finalment obtenim:

$$A(x, t) = A_0 \sin(46,2 x - 15710 t), \text{ x en m i t en s.}$$

b)

0,25 p percep un so més agut, un augment de la freqüència que està associat a l'efecte Doppler.

0,2 p L'explicació correcta és la segona: "L'aparent canvi de la freqüència és degut al moviment relatiu entre la font i l'observador"



0,2 p Es descarta la 1 perquè la ona sonora no canvia de freqüència, es tracta d'una apreciació i a més la font està en repòs.

0,2 p Es descarta la 3 perquè no canvia de longitud d'ona de la ona sonora.

0,2 p Es descarta la 4 perquè no canvia de longitud d'ona de la ona sonora. A més, el que és rellevant és el moviment relatiu entre l'observador i la font.

0,2 p L'explicació 2 és la que descriu millor el fenomen. L'observador aprecia un canvi en la freqüència (aparent canvi en la freqüència) perquè el que distingeix l'oïda és la freqüència dels sons, com s'acosta a la font la separació temporal entre les crestes de la ona disminueix provocant aquest augment aparent de la freqüència. Per altra banda defineix molt bé el moviment, moviment relatiu; no determina que ni la font ni l'observador estan en repòs

P8)

a)

0,25 p $E = mc^2$

0,1 p $E = 9,11 \times 10^{-31} (3,00 \times 10^8)^2 = 8,20 \times 10^{-14} \text{ J}$

0,1 p $E = 8,20 \times 10^{-14} \text{ J} \frac{1 \text{ eV}}{1,602 \times 10^{-19} \text{ J}} \frac{1 \text{ MeV}}{10^6 \text{ eV}} = 0,512 \text{ MeV}$

0,2 p L'energia mínima d'un fotó per materialitzar-se en un parell electró-positró és el doble de l'energia en repòs del positró, ja que l'energia en repòs de l'electró és la mateixa que la del positró: $E = 2 \times 0,512 \text{ MeV} = 1,02 \text{ MeV}$

0,2 p La freqüència d'aquest fotó és:

$$E_{\text{fotó}} = hf \Rightarrow f = \frac{2 \times 8,20 \times 10^{-14}}{6,63 \times 10^{-34}} = 2,47 \times 10^{20} \text{ Hz.}$$

0,2 p La longitud d'ona d'aquest fotó és:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,00 \times 10^8}{2,47 \times 10^{20}} = 1,21 \times 10^{-12} \text{ m}$$

0,2 p La quantitat de moviment d'aquest fotó és:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{E_{\text{fotó}}}{c} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{1,21 \times 10^{-12}} = 5,47 \times 10^{-22} \text{ kg m s}^{-1}$$



b)

0,25 p En la desintegració β^+ es crea un positró:

$${}^1_1p^+ \rightarrow {}^1_0n + {}^0_{+1}e^+ + {}^0_0\nu$$

0,25 p En la desintegració β^- la partícula que es crea que és antimatèria és l'antineutrí.

$${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p^+ + {}^0_{-1}e^- + {}^0_0\bar{\nu}$$

0,25 p En el procés d'anihilació positró-electró, es crea un parell de fotons que viatgen en sentits oposats per a conservar la quantitat de moviment.

0,25 p La càrrega inicial, abans d'anihilar-se, és zero, ja que abans de l'anihilació tenim $e^+ + e^-$, la càrrega positiva del positró té el mateix valor absolut que la negativa de l'electró, per tant, sumades ens dona una càrrega neta nul·la.

0,25 p També és zero la final, després de l'anihilació: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$, tenim dos fotons i els fotons tenen càrrega nul·la. També sabem que en tot procés la carrega neta es conserva, per tant si inicialment era zero, al final també ho ha de ser.