BAREM DE L'EXAMEN: La puntuació màxima de cada problema és de 2 punts i la de cada qüestió d'1,5 punts.
BAREMO DEL EXAMEN: La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos y la de cada cuestión de 1,5 puntos.

OPCIÓN A JUNIO 2010

BLOQUE I – CUESTIÓN

Un planeta gira alrededor del sol con una trayectoria elíptica. Razona en qué punto de dicha trayectoria la velocidad del planeta es máxima.

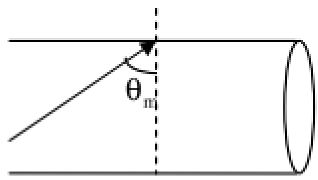
BLOQUE II – PROBLEMA

Un cuerpo realiza un movimiento armónico simple. La amplitud del movimiento es A = 2 cm, el periodo T = 200 ms y la elongación en el instante inicial es y(0) = +1 cm.

a) Escribe la ecuación de la elongación del movimiento en cualquier instante y(t). (1 punto)
b) Representa gráficamente dicha elongación en función del tiempo. (1 punto)

BLOQUE III – CUESTIÓN

Un rayo de luz se propaga por una fibra de cuarzo con velocidad de $2\cdot10^8$ m/s, como muestra la figura. Teniendo en cuenta que el medio que rodea a la fibra es aire, calcula el ángulo mínimo con el que el rayo debe incidir sobre la superficie de separación cuarzo-aire para que éste quede confinado en el interior de la fibra.



Datos: índice de refracción del aire $n_A = 1$; velocidad de la luz en el aire $c = 3\cdot10^8$ m/s

BLOQUE IV – PROBLEMA

Un electrón se mueve dentro de un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = E\,(-\vec{j})$. El electrón parte del reposo desde el punto A, de coordenadas (1, 0) m, y llega al punto B con una velocidad de 10^7 m/s después de recorrer 50 cm.

a) Indica la trayectoria del electrón y las coordenadas del punto B (1 punto)
b) Calcula el módulo del campo eléctrico (1 punto)

Datos: carga del electrón $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C ; masa del electrón $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg

BLOQUE V – CUESTIÓN

Si se duplica la frecuencia de la radiación que incide sobre un metal ¿se duplica la energía cinética de los electrones extraídos? Justifica brevemente la respuesta.

BLOQUE VI – CUESTIÓN

Calcula la longitud de onda de De Broglie de una pelota de 500 g que se mueve a 2 m/s y explica su significado. ¿Sería posible observar la difracción de dicha onda? Justifica la respuesta.

Dato: Constante de Planck $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s

OPCIÓN B

BLOQUE I – PROBLEMA

Un objeto de masa m_1 se encuentra situado en el origen de coordenadas, mientras que un segundo objeto de masa m_2 se encuentra en un punto de coordenadas (8, 0) m. Considerando únicamente la interacción gravitatoria y suponiendo que son masas puntuales, calcula:

a) La relación entre las masas m_1/m_2 si el campo gravitatorio en el punto (2, 0) m es nulo (1,2 puntos)
b) El módulo, dirección y sentido del momento angular de la masa m_2 con respecto al origen de coordenadas si $m_2 = 200$ kg y su velocidad es (0, 100) m/s (0,8 puntos).

BLOQUE II - CUESTIÓN

Una partícula realiza un movimiento armónico simple. Si la frecuencia se duplica, manteniendo la amplitud constante, ¿qué ocurre con el periodo, la velocidad máxima y la energía total? Justifica la respuesta.

BLOQUE III – PROBLEMA

Un objeto de 1 cm de altura se sitúa entre el centro de curvatura y el foco de un espejo cóncavo. La imagen proyectada sobre una pantalla plana situada a 2 m del objeto es tres veces mayor que el objeto.

a) Dibuja el trazado de rayos (0,6 puntos)
b) Calcula la distancia del objeto y de la imagen al espejo (0,6 puntos)
c) Calcula el radio del espejo y la distancia focal (0,8 puntos)

BLOQUE IV – CUESTIÓN

¿Qué energía libera una tormenta eléctrica en la que se transfieren 50 rayos entre las nubes y el suelo? Supón que la diferencia de potencial media entre las nubes y el suelo es de 10^9 V y que la cantidad de carga media transferida en cada rayo es de 25 C.

BLOQUE V – CUESTIÓN

Calcula la longitud de onda de una línea espectral correspondiente a una transición entre dos niveles electrónicos cuya diferencia de energía es de 2 eV.

Datos: constante de Planck $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s, carga del electrón $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C, velocidad de la luz $c = 3\cdot10^8$ m/s.

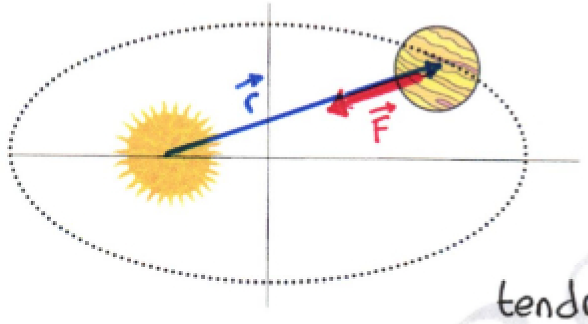
BLOQUE VI – CUESTIÓN

Si la actividad de una muestra radiactiva se reduce un 75% en 6 días, ¿cuál es su periodo de semidesintegración? Justifica brevemente tu respuesta.

OPCIÓN A

BLOQUE I - CUESTIÓN

Cuando un planeta orbita elípticamente alrededor del Sol, el momento de la fuerza gravitatoria es nulo en todo momento, al ser la fuerza gravitatoria siempre paralela al radio vector.



Al ser $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ y ser nulo el producto vectorial de vectores paralelos, se tendrá que el momento $\vec{M} = \vec{0}$ en cualquier instante.

Por otro lado, el momento de la fuerza $\vec{F}$ nos da la variación del momento angular $\vec{L}$, por tanto:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \Rightarrow \vec{0} = \frac{d\vec{L}}{dt} \Rightarrow \vec{L} = \text{constante}$$

Es decir, que el momento angular permanece constante.

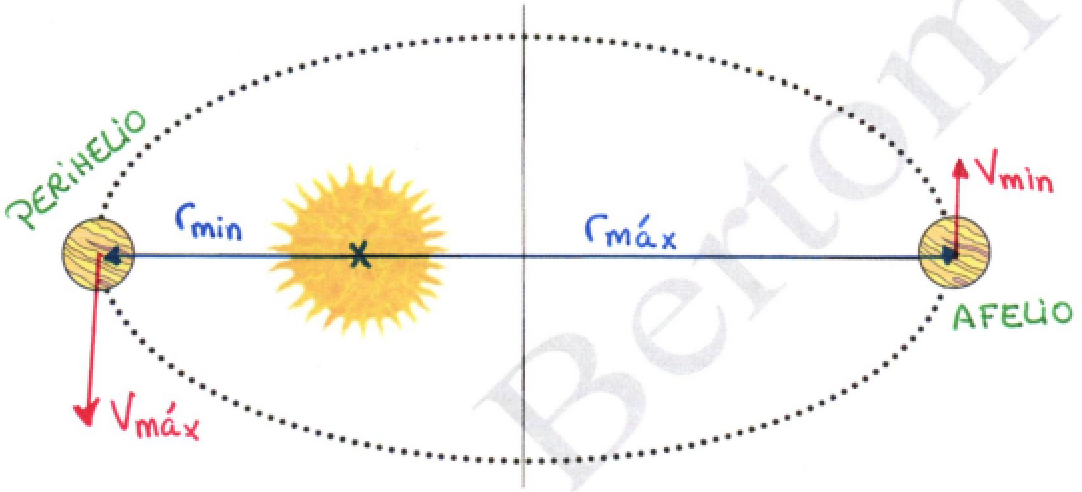
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m \cdot \vec{v}) = m \cdot (\vec{r} \times \vec{v})$$

$$L = m \cdot r \cdot v \cdot \overset{1}{\cancel{\text{sen } 90}}$$ (la velocidad es tangente a la trayectoria)

$$L = m\,r\,v = cte \Rightarrow r \cdot v = cte.$$

Como vemos, que el momento $\vec{M}$ de la fuerza gravitatoria sea nulo, implica la conservación del momento angular $\vec{L}$, lo que a su vez implica que $r \cdot v = cte$.

Como el producto $r \cdot v$ tiene que ser constante, la velocidad será máxima cuando el radio sea mínimo. Esto es, en el perihelio.



BLOQUE II - PROBLEMA

La ecuación de la elongación de un movimiento armónico simple viene dada por:

$$y(t) = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

y nos dicen:

$A = 2cm = 0'02\ m$

$T = 200\ ms = 0'2s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0'2} = 10\pi\ rad/s$

Con lo que $y(t) = 0'02 \operatorname{sen}(10\pi t + \varphi_0)$ m (t en s)

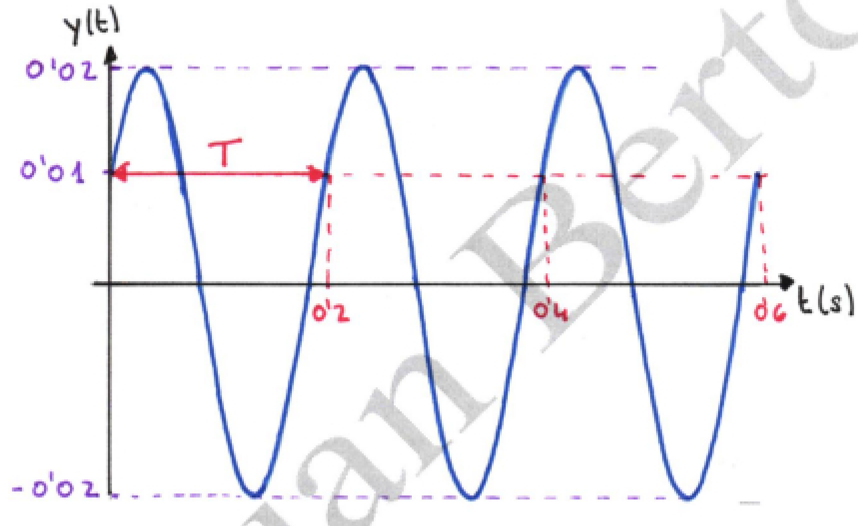
Por otro lado, nos dicen $y(0) = 0'01$ m, y por tanto:

$$y(0) = 0'01 \text{ m} \Rightarrow 0'01 = 0'02 \cdot \operatorname{sen}(10\pi \cdot 0 + \varphi_0) \Rightarrow$$

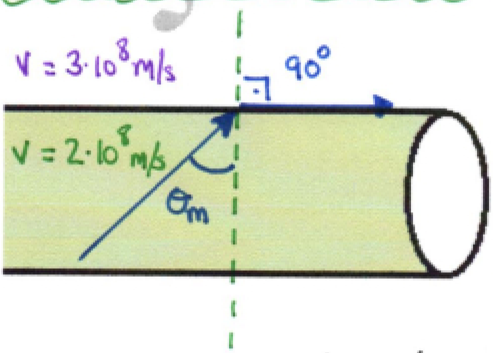
$$\Rightarrow \operatorname{sen}\varphi_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\Rightarrow y(t) = 0'02 \operatorname{sen}\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ m } (t \text{ en s})$$

La gráfica pedida:



BLOQUE III - CUESTIÓN



El rayo quedará confinado si se produce el fenómeno de reflexión total. Ésta sucederá siempre que el ángulo de incidencia sea mayor que el ÁNGULO LÍMITE θ_m

que vemos representado en la figura.

El ángulo límite es aquel ángulo de incidencia al que le corresponde un ángulo de refracción de 90°. Por tanto, aplicando Snell:

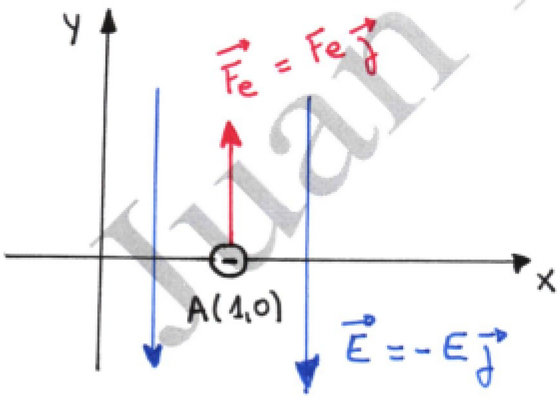
$$n_{cuarzo} \cdot \operatorname{sen} \theta_m = n_{aire} \cdot \operatorname{sen} \hat{r}$$

$$\frac{c}{V_c} \cdot \operatorname{sen} \theta_m = 1 \cdot \cancel{\operatorname{sen} 90^\circ}^{\,1}$$

$$\operatorname{sen} \theta_m = \frac{V_c}{c} \Rightarrow \theta_m = \operatorname{arcsen}\left(\frac{2 \cdot \cancel{10^8}}{3 \cdot \cancel{10^8}}\right) = 41'81^\circ$$

* Puedes ampliar esta cuestión mirando el examen de JUNIO 2012 donde se explica el funcionamiento de la fibra óptica.

BLOQUE IV - PROBLEMA



Tenemos un electrón ($q<0$) dentro de un campo eléctrico $\vec{E} = -E\vec{j}$. Por tanto el electrón estará sometido a una fuerza eléctrica dada por:

$$\vec{F_e} = q \cdot \vec{E} = q \cdot (-E\vec{j}) \underset{q<0}{=} +|q| \cdot E\vec{j} = F_e \vec{j}$$

Es decir, como el campo va hacia abajo y el electrón tiene carga negativa, ese electrón saldrá disparado en contra del campo (hacia arriba) en trayectoria rectilínea hasta el punto B que, por tanto, será el punto B (1, 0'5) m

b) En su desplazamiento desde A hasta B, la única fuerza que actúa sobre el electrón es la fuerza eléctrica, que al ser conservativa:

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = 0 \Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 = -q \cdot \Delta V_A^B \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 9'1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^7)^2 = -(-1'6 \cdot 10^{-19}) \cdot \Delta V_A^B$$

$$\Rightarrow \Delta V_A^B = 284'375 \text{ V}$$

Y la relación entre la ddp y el módulo del campo:

$$E = \left| \frac{\Delta V}{\Delta r} \right| = \frac{284'375}{0'5} = 568'75 \text{ V/m}$$

BLOQUE V - CUESTIÓN

El balance energético en el efecto fotoeléctrico es:

$$E_{fotón} = W_{ext} + E_c \Rightarrow E_c = E_{fotón} - W_{ext}$$

La energía del fotón incidente, según la hipótesis cuántica de Planck:

$E_{fotón} = h \cdot f$, y por tanto $W_{ext} = h \cdot f_0$, siendo f_0 la frecuencia umbral del metal y siendo $f > f_0$ para que los electrones extraidos tengan energía cinética dada por:

$$E_c = E_{fotón} - W_{ext} = h \cdot f - h \cdot f_0 \quad (\text{con } f > f_0)$$

Tomemos dos radiaciones con frecuencias f_1 y $f_2 = 2f_1$.
La energía cinética de los electrones extraidos:

$$E_{c_1} = h \cdot f_1 - h \cdot f_0$$

$$E_{c_2} = h \cdot f_2 - h \cdot f_0 = h \cdot (2f_1) - hf_0 = 2hf_1 - h \cdot f_0$$

Como vemos la E_{c_2} NO es el doble de la E_{c_1}, sino que es más del doble. $E_{c_2} > 2 \cdot E_{c_1}$

$E_{c_2} > 2E_{c_1} \Rightarrow E_{c_2} - 2E_{c_1} > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{2hf_1} - hf_0 - 2(\cancel{hf_1} - hf_0) > 0 \Rightarrow -hf_0 + 2hf_0 > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow hf_0 > 0$ como queríamos demostrar

BLOQUE VI - CUESTIÓN

De Broglie afirmó en su hipótesis que "toda la materia presenta características tanto ondulatorias como corpusculares, comportándose de un modo u otro dependiendo del experimento específico".

Dada la naturaleza dual (onda-corpúsculo) de toda la materia, De Broglie estableció la relación entre la longitud de onda asociada a un corpúsculo y su momento lineal cuando éste se comporta con características ondulatorias:

$$\lambda_{asociada} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

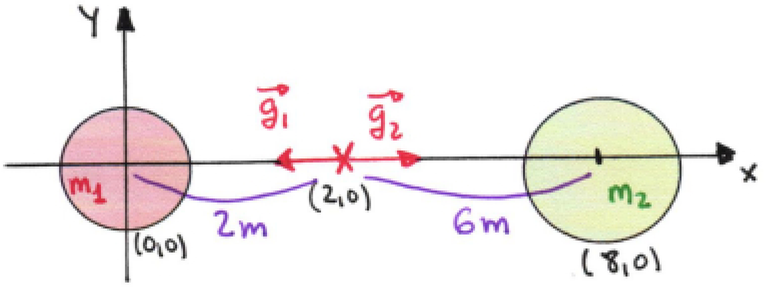
En nuestro caso:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6'63 \cdot 10^{-34}}{0'5 \cdot 2} = 6'63 \cdot 10^{-34}\ m$$

Esta longitud de onda es tan pequeña que será imposible observar ningún fenómeno ondulatorio en la pelota.

OPCIÓN B

BLOQUE I - PROBLEMA



Si el campo $\vec{g}_{TOTAL} = \vec{0}$, los vectores $\vec{g}_1$ y $\vec{g}_2$ tendrán el mismo módulo. Así:

$$g_1 = g_2 \Rightarrow \cancel{G} \cdot \frac{m_1}{r_1^2} = \cancel{G} \cdot \frac{m_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{m_1}{2^2} = \frac{m_2}{6^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

b) El vector momento angular será:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m \cdot \vec{v}) = m \cdot (\vec{r} \times \vec{v}) =$$

$$= 200 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 8 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \end{vmatrix} = 16000 \vec{k} \ \text{Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

que es un vector de módulo $L = 160000$ Kg·m²/s y que tiene dirección y sentido dada por el vector $\vec{k}$.

BLOQUE II - CUESTIÓN

El periodo es la inversa de la frecuencia $\Rightarrow T = \frac{1}{f}$

$$T_2 = \frac{1}{f_2} \underset{f_2 = 2\cdot f_1}{=} \frac{1}{2\cdot f_1} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{f_1} = \frac{1}{2}T_1$$

La velocidad máxima viene dada por $V_{máx} = A\cdot\omega$

$$V_{máx_2} = A_2\cdot\omega_2 \underset{\substack{A_1 = A_2 \\ \omega = 2\pi\cdot f}}{=} A_1\cdot 2\pi\cdot f_2 \underset{f_2 = 2\cdot f_1}{=} A_1\cdot 2\pi(2f_1) = 2\cdot A_1\cdot 2\pi f_1 =$$

$$= 2\cdot A_1\cdot\omega_1 = 2\cdot V_{máx_1}$$

La energía total viene dada por $E_{TOTAL} = \frac{1}{2}m\cdot\omega^2\cdot A^2$

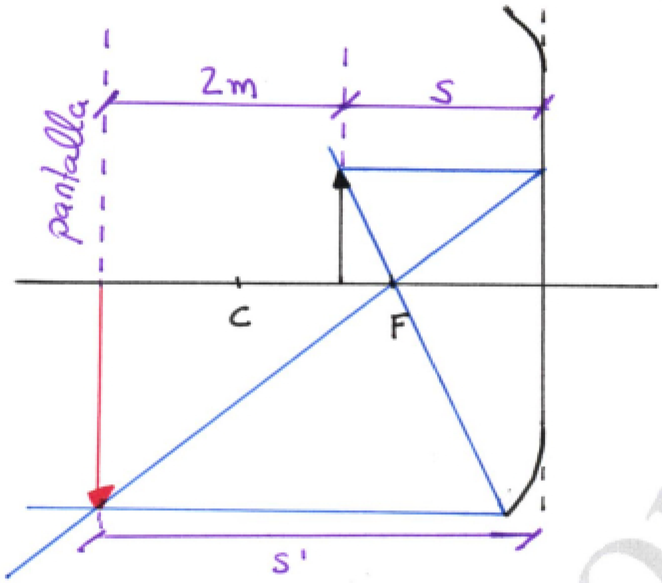
$$E_{T_2} = \frac{1}{2}m\cdot\omega_2^2\cdot A_2^2 \underset{\substack{A_1 = A_2 \\ \omega = 2\pi f}}{=} \frac{1}{2}m\cdot(2\pi\cdot f_2)^2\cdot A_1^2 \underset{f_2 = 2\cdot f_1}{=} \frac{1}{2}m(2\pi\cdot 2f_1)^2\cdot A_1^2 =$$

$$= 4\cdot\frac{1}{2}m(2\pi f_1)^2\cdot A_1^2 = 4\cdot\frac{1}{2}m\cdot\omega_1^2\cdot A_1^2 = 4\cdot E_{T_1}$$

Por lo tanto, el periodo se reduce a la mitad, la velocidad máxima será el doble y la energía total el cuadruple.

BLOQUE III - PROBLEMA

Empezamos haciendo el trazado de rayos:



Tal y como muestra el trazado de rayos, la imagen la vamos a obtener invertida, y por tanto:

$$A_L = -3 \Rightarrow -3 = -\frac{s'}{s} \Rightarrow s' = 3s$$

Invertida!! tres veces mayor

Por otro lado, vemos que del objeto a la pantalla hay 2 metros, y por tanto:

$$s' = s - 2 \underset{s'=3s}{\Longrightarrow} 3s = s - 2 \Rightarrow 2s = -2 \Rightarrow s = -1m \Rightarrow s' = -3m$$

Por último, de la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{-3} + \frac{1}{-1} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = -0'75m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = 2 \cdot f = -1'5\,m$$

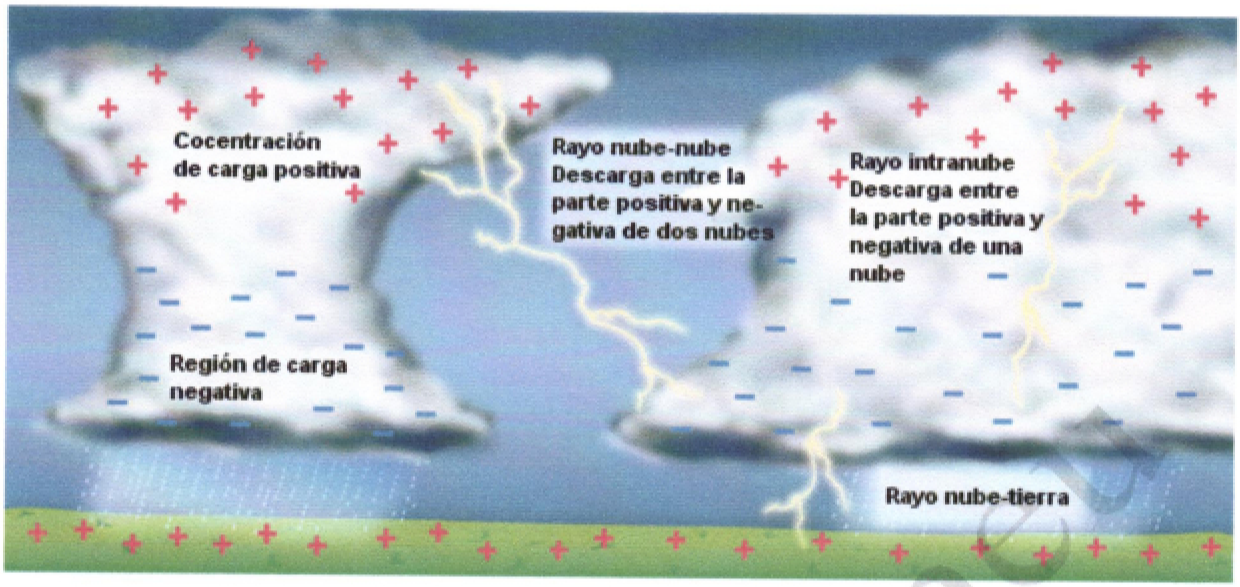
BLOQUE IV - CUESTIÓN

Un rayo es una descarga eléctrica que se produce en la atmosfera (formada por aire). Usualmente, el aire no conduce la electricidad, pero cuando sus átomos se ionizan y se separan las cargas positivas de las negativas, se crean diferencias de potencial que generarán los campos eléctricos responsables de esas descargas eléctricas en las tormentas.

La evaporación natural que se produce en la superficie terrestre lleva hacia arriba en una corriente ascendente pequeñas gotitas de agua. Esas gotitas llegan a capas altas donde se congelan y forman cristales de hielo, que al ser más grandes y pesados no pueden ser sostenidos por la corriente ascendente y empiezan a caer por efecto de la gravedad. En su camino descendente chocan con las gotitas que subían y fruto de estas colisiones, las partículas se ionizan y se produce una separación de cargas de modo que las partículas mayores quedan cargadas negativamente y las menores positivamente. Las menores y más ligeras se sitúan por tanto en la parte superior de la nube (cargas positivas) y las más grandes y pesadas lo harán en la parte inferior.

Por el fenómeno de INDUCCIÓN ELECTROSTÁTICA, las cargas positivas de la tierra que hay debajo de esas nubes quedan en la parte superior (se polarizan) originándose una diferencia de potencial entre la base de la nube y la tierra que, caso de ser lo suficientemente grande para vencer la rigidez dieléctrica de la atmósfera, dará lugar a la descarga eléctrica a la que llamamos rayo.

Esas descargas fruto de la separación entre cargas positivas y negativas también se dan lógicamente dentro de la propia nube (rayo intranube), así como entre nubes (rayo nube-nube).



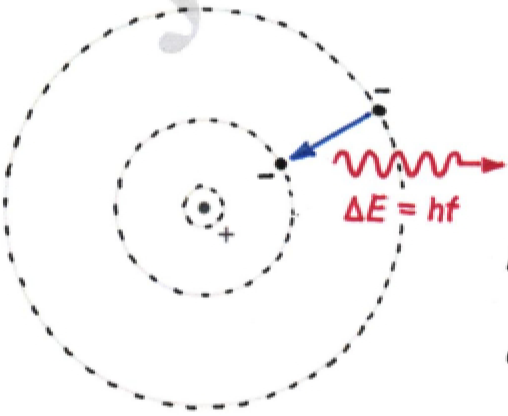
Sabemos que la energía de una carga que se mueve dentro de un campo eléctrico:

$$E = q \cdot \Delta V = 25 \cdot 10^9 = 2'5 \cdot 10^{10} \text{ J / cada rayo}$$

Como nos dicen que se transfieren 50 rayos:

$$50 \text{ rayos} \times \frac{2'5 \cdot 10^{10} \text{ J}}{1 \text{ rayo}} = 1'25 \cdot 10^{12} \text{ J se liberan}$$

BLOQUE V - CUESTIÓN



En una transición electrónica en la que se libera energía, un electrón "salta" de un nivel electrónico de energía E_2 a otro de energía menor E_1.

La diferencia energética $\Delta E = E_2 - E_1$ se libera en forma de fotón, de modo que $E_{fotón} = \Delta E$. Así:

$$\Delta E = 2\,eV \times \frac{1'6 \cdot 10^{-19}\,J}{1\,eV} = 3'2 \cdot 10^{-19}\,J$$

$$E_{fotón} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$ (Hipótesis cuántica Planck)

$$\Rightarrow 3'2 \cdot 10^{-19} = 6'63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 6'21 \cdot 10^{-7}\,m = 621\,nm$$

BLOQUE VI - CUESTIÓN

$$\boxed{A_0} \xrightarrow{t = 6\text{ días}} \boxed{A = 0'25\,A_0}$$

Si se reduce un 75%, queda el 25%

Aplicando la ley de desintegración radiactiva

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow 0'25\,\cancel{A_0} = \cancel{A_0} \cdot e^{-\lambda \cdot 6} \Rightarrow \frac{1}{4} = e^{-\lambda \cdot 6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{1}{4}\right) = -\lambda \cdot 6 \Rightarrow \cancel{\ln(1)}^{0} - \ln(4) = -\lambda \cdot 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\ln(4)}{6} = \frac{\ln(2^2)}{6} = \frac{2\ln(2)}{6} = \frac{\ln(2)}{3}\ \text{días}^{-1}$$

Como sabemos que $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{3} \Rightarrow T_{1/2} = 3\text{ días}$$