GENERALITAT VALENCIANA
Conselleria d'Educació, Investigació, Cultura i Esport

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: JUNY 2019	CONVOCATORIA: JUNIO 2019
Assignatura: FÍSICA	Asignatura: FÍSICA

BAREMO DEL EXAMEN: La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos y la de cada cuestión de 1,5 puntos. Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica no programable y no gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (almacenamiento de información). Se utilice o no la calculadora, los resultados deberán estar siempre debidamente justificados. Realiza primero el cálculo simbólico y después obtén el resultado numérico.

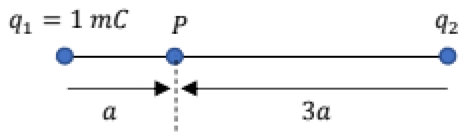
OPCIÓN A

SECCIÓN I-CUESTIÓN

Sobre un cuerpo sólo actúan fuerzas gravitatorias. Al trasladarse el cuerpo entre dos puntos, A y B, su energía potencial gravitatoria aumenta en $2000\,J$. ¿Cuál es el valor del trabajo que realizan las fuerzas conservativas que actúan sobre el cuerpo? ¿En cuál de los dos puntos su velocidad es mayor?

SECCIÓN II-CUESTIÓN

Sabiendo que el potencial eléctrico en el punto P es nulo, determina el valor de la carga q_2. Razona si será nulo el campo eléctrico en el punto P.



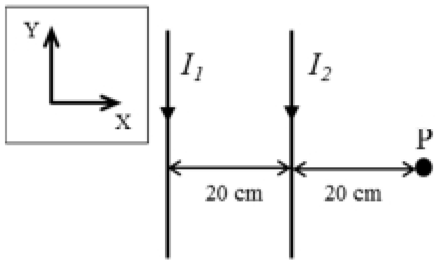
SECCIÓN III-PROBLEMA

Dos cables rectilíneos y muy largos, paralelos entre sí, transportan corrientes eléctricas $I_1 = 2\,A$ e $I_2 = 4\,A$ con los sentidos representados en la figura adjunta.

a) Calcula el campo magnético total (módulo, dirección y sentido) en el punto P. (1 punto)

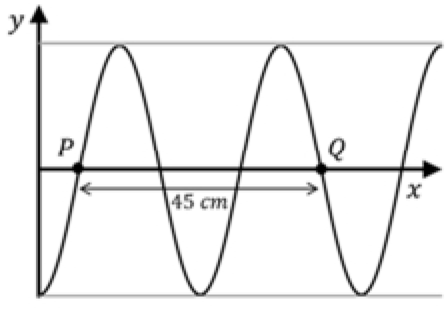
b) Sobre un electrón que se desplaza por el eje X actúa una fuerza magnética $\vec{F} = 1{,}6 \cdot 10^{-18}\vec{j}\,N$ cuando pasa por el punto P. Calcula el módulo de su velocidad en dicho punto. (1 punto)

Datos: permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,Tm/A$; carga del electrón, $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19} C$



SECCIÓN IV-CUESTIÓN

En la figura se representa un instante de la propagación de una onda armónica en una cuerda. La onda se mueve hacia la derecha sobre el eje x, su periodo es $T = 4\,s$, la distancia entre los puntos P y Q es de $45\,cm$. Determina razonadamente la longitud de onda, la frecuencia angular y la velocidad de propagación.



SECCIÓN V-CUESTIÓN

Se tiene una lente de potencia 2 dioptrías. Calcula razonadamente a qué distancia de la lente debe situarse un objeto para que la imagen tenga el mismo tamaño que el objeto y sea invertida. Realiza un trazado de rayos como comprobación de tu respuesta.

SECCIÓN VI-PROBLEMA

El ^{60}Co se utilizaba como fuente de rayos gamma para ciertos tratamientos de radioterapia. Su periodo de semidesintegración es de 1925 $días$. Se dispone de una muestra de 100 g de ^{60}Co.

a) Calcula el valor de la constante de desintegración radiactiva y de la actividad inicial de la muestra. (1 punto)

b) Si hay que reemplazar la muestra cuando la actividad ha descendido a un tercio de la actividad inicial, ¿cuál es la vida útil en años de una muestra destinada a este uso? (1 punto)

Datos: número de Avogadro, $N_A = 6 \cdot 10^{23}\,mol^{-1}$; masa molar del ^{60}Co, $M = 60\,g/mol$

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: JUNY 2019	CONVOCATORIA: JUNIO 2019
Assignatura: FÍSICA	Asignatura: FÍSICA

BAREMO DEL EXAMEN: La puntuación máxima de cada problema es de 2 puntos y la de cada cuestión de 1,5 puntos. Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica no programable y no gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (almacenamiento de información). Se utilice o no la calculadora, los resultados deberán estar siempre debidamente justificados. Realiza primero el cálculo simbólico y después obtén el resultado numérico.

OPCIÓN B

SECCIÓN I-PROBLEMA

Un satélite artificial de la Tierra tiene una velocidad de $4{,}2\ km/s$ en una determinada órbita circular. Calcula:

a) Las expresiones del radio de la órbita y del periodo del movimiento, así como sus valores numéricos. (1 punto)

b) La velocidad con la que debe lanzarse el satélite desde la superficie terrestre para situarlo en dicha órbita. (1 punto)

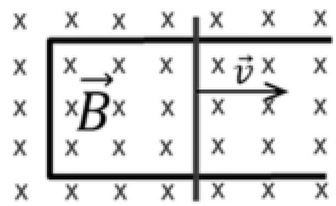
Datos: constante de gravitación universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$; masa de la Tierra, $M_T = 6 \cdot 10^{24}\ kg$; radio de la Tierra, $R_T = 6400\ km$

SECCIÓN II-CUESTIÓN

Una carga puntual de valor $q_1 = -4\ \mu C$ se encuentra en el punto $(0{,}0)\ m$ y una segunda carga de valor desconocido, q_2 se encuentra en el punto $(2{,}0)\ m$. Calcula el valor que debe tener la carga q_2 para que el campo eléctrico generado por ambas cargas en el punto $(4{,}0)\ m$ sea nulo. Representa los vectores campo eléctrico generados por cada una de las cargas en ese punto.

SECCIÓN III-CUESTIÓN

Escribe la ley de Faraday-Lenz y explica su significado. La figura muestra una varilla que se desliza hacia la derecha con velocidad $\vec{v}$ sobre dos raíles paralelos formando una espira rectangular. El conjunto es conductor y se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme $\vec{B}$ perpendicular al plano del papel. Explica el sentido de la corriente inducida en la espira en base a dicha ley.



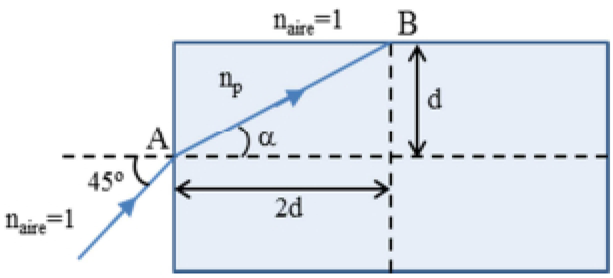
SECCIÓN IV-PROBLEMA

Como se observa en la figura, un rayo de luz monocromática incide (punto A) sobre un bloque de policarbonato que se encuentra rodeado de aire.

a) Calcula el ángulo α y el índice de refracción n_p del policarbonato. (1 punto)

b) ¿Cuál es la velocidad del rayo cuando se mueve en el policarbonato? Cuando el rayo llega al punto B, ¿se refracta o se refleja? Realiza los cálculos necesarios para razonar la respuesta. (1 punto)

Dato: velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8\ m/s$



SECCIÓN V-CUESTIÓN

Una lente de -2 dioptrías ¿es convergente o divergente? ¿El foco imagen de esta lente es real o virtual? Calcula la distancia focal imagen de esta lente. Razona qué tipo de defecto ocular (miopía o hipermetropía) puede corregir.

SECCIÓN VI-CUESTIÓN

Una partícula de masa en reposo m y energía igual a tres veces su energía en reposo se une a otra de igual masa y energía para formar una única partícula con velocidad nula y energía en reposo Mc^2. Si en el proceso de unión se conserva la energía, calcula razonadamente el valor de M en función de m y la velocidad de las partículas iniciales en función de la velocidad de la luz en el vacío, c.

OPCIÓN A

SECCIÓN I - CUESTIÓN

La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa. El trabajo de las fuerzas conservativas es el dado por:

$$W_{\substack{\text{Fuerzas}\\\text{Conservativas}}} = -\Delta E_p$$

Como nos dicen que $\Delta E_p = 2000\ J$, la resolución es inmediata:

$$W_{\substack{\text{Fuerzas}\\\text{Conservativas}}} = -\Delta E_p = -2000\ J$$

Por otro lado, sabemos que el trabajo de las fuerzas no conservativas se traduce en una variación de la energía mecánica según:

$$W_{\substack{\text{Fuerzas}\\\text{no conservativas}}} = \Delta E_c + \Delta E_p$$

Al no haber fuerzas no conservativas en este caso:

$$0 = \Delta E_c + \Delta E_p \quad \left(\text{PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA}\right)$$

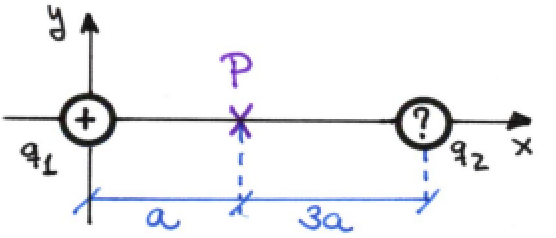
$$0 = \Delta E_c + 2000 \Rightarrow \Delta E_c = -2000\ J$$

$$\Rightarrow (E_{cB} - E_{cA}) < 0 \Rightarrow E_{cB} < E_{cA} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m}\cdot v_B^2 < \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m}\cdot v_A^2 \Rightarrow v_B < v_A$$

$\Rightarrow$ La velocidad es mayor en el punto A

SECCIÓN II - CUESTIÓN



El potencial "creado" por una carga Q a una distancia r de ella es:

$$V = K \cdot \frac{Q}{r}$$

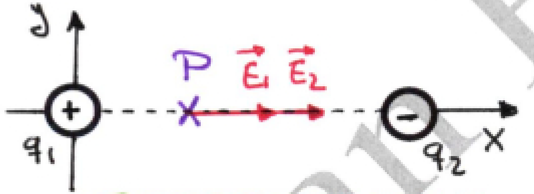
En nuestro caso, el potencial en P es:

$$V_P = V_{q_{1P}} + V_{q_{2P}} = K\frac{q_1}{r_1} + K\frac{q_2}{r_2} = K\frac{q_1}{a} + K\frac{q_2}{3a}$$

Como nos dicen que el potencial en P es nulo:

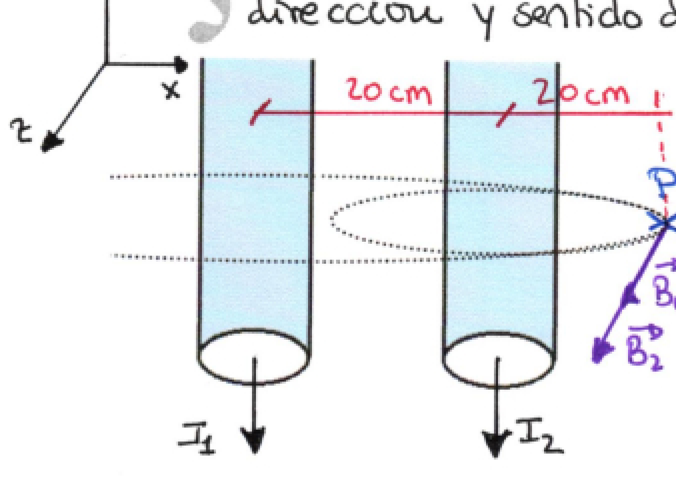
$$0 = K\frac{q_1}{a} + K\frac{q_2}{3a} \Rightarrow \cancel{K}\frac{q_2}{3\cancel{a}} = -\cancel{K}\frac{q_1}{\cancel{a}} \Rightarrow q_2 = -3q_1 = -3\,mC$$

Para razonar si el campo eléctrico es nulo en P, basta con representar los vectores campo según:



Como vemos, $\vec{E_1} + \vec{E_2} \neq \vec{0}$ y por tanto, el campo no será nulo en P.

SECCIÓN III - PROBLEMA



Con la regla de la mano derecha determinamos la dirección y sentido de los campos $\vec{B_1}$ y $\vec{B_2}$ en P.

La ley de Biot nos proporcionará los módulos de cada uno de esos vectores según:

$$B_1 = \frac{\mu I_1}{2\pi r_1} = \frac{4\cancel{\pi}\cdot 10^{-7}\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}\cancel{\pi}\cdot 0'4} = 1\cdot 10^{-6}\,T \Rightarrow \vec{B_1} = +1\cdot 10^{-6}\,\vec{k}\ T$$

$$B_2 = \frac{\mu I_2}{2\pi r_2} = \frac{4\cancel{\pi}\cdot 10^{-7}\cdot 4}{2\cancel{\pi}\cdot 0'2} = 4\cdot 10^{-6}\,T \Rightarrow \vec{B_2} = +4\cdot 10^{-6}\,\vec{k}\ T$$

El campo total será $\vec{B_T} = \vec{B_1} + \vec{B_2} = +5\cdot 10^{-6}\,\vec{k}\ T$, que es un vector de módulo $B_T = 5\cdot 10^{-6}\,T$, la dirección del eje Z, y el sentido positivo del mismo.

b) La fuerza magnética, viene dada por:

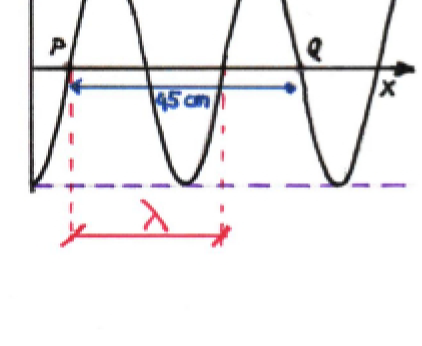
$$\vec{F_M} = q\cdot(\vec{v}\times\vec{B}) \quad \text{siendo} \quad \begin{cases} \vec{F_M} = 1'6\cdot 10^{-18}\,\vec{j}\ N \\ \vec{v} = v\,\vec{i}\ m/s \\ q = -1'6\cdot 10^{-19}\,C \\ \vec{B} = 5\cdot 10^{-6}\,\vec{k} \end{cases}$$

(Se desplaza por el eje X)

$$\vec{F_M} = q\cdot\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = -q\,v\,B\,\vec{j} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1'6\cdot 10^{-18}\,\cancel{\vec{j}} = -(-1'6\cdot 10^{-19})\cdot v\cdot 5\cdot 10^{-6}\,\cancel{\vec{j}} \Rightarrow v = 2\cdot 10^{6}\ m/s$$

SECCIÓN IV - CUESTIÓN



Como se puede deducir de la gráfica, la distancia PQ es de tres semilongitudes de onda, y así:

$$d(P,Q) = \frac{3\lambda}{2} \Rightarrow 0'45 = \frac{3\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0'3\ m$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\ rad/s$$

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = \frac{0'3}{4} = \frac{3}{40} = 0'075\ m/s$$

SECCIÓN V - CUESTIÓN

$$P = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{2} = 0'5\ m$$

Si la imagen debe ser invertida $\Rightarrow A_L < 0$
Si la imagen debe tener el mismo tamaño $\Rightarrow |A_L| = 1$ } $A_L = -1$

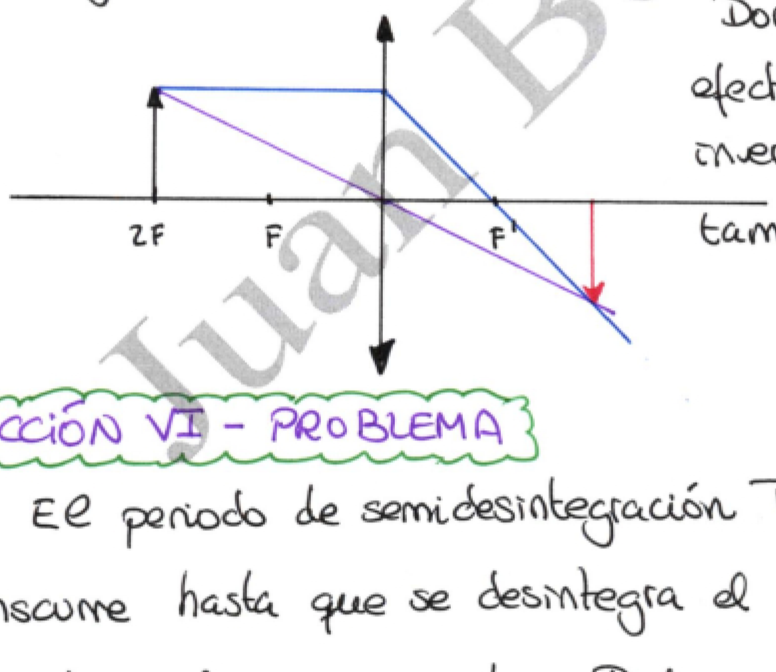
El aumento lateral viene dado por:

$$A_L = \frac{s'}{s} \Rightarrow -1 = \frac{s'}{s} \Rightarrow s' = -s$$

Sustituyendo esta información en la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \xRightarrow[s'=-s]{f'=0'5\,m} -\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = 2 \Rightarrow -\frac{2}{s} = 2 \Rightarrow s = -1\,m$$

El diagrama de rayos:



Donde se puede ver que efectivamente la imagen está invertida y tiene el mismo tamaño que el objeto.

SECCIÓN VI - PROBLEMA

El periodo de semidesintegración $T_{1/2}$ es el tiempo que transcurre hasta que se desintegra el 50% de los núcleos radiactivos de una muestra. Podemos deducir su expresión con estas condiciones a partir de la ley de desintegración radiactiva dada por:

$$\left.\begin{array}{l} N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \\ N_0 \xrightarrow{t = T_{1/2}} \frac{N_0}{2} \end{array}\right\} \quad \frac{\cancel{N_0}}{2} = \cancel{N_0} \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\lambda \cdot T_{1/2}$$

$$\Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$T_{1/2} = 1925 \text{ días} \times \frac{86400 \text{ s}}{1 \text{ día}} = 166320000 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = 4'1676 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

La actividad de una muestra mide el número de desintegraciones por unidad de tiempo, y por tanto viene dada por:

$$A = \lambda \cdot N$$

$$100 \text{ g } {}^{60}Co \times \frac{1 \text{ mol } {}^{60}Co}{60 \text{ g } {}^{60}Co} \times \frac{6 \cdot 10^{23} \text{ átomos}}{1 \text{ mol } {}^{60}Co} = 1 \cdot 10^{24} \text{ núcleos de } {}^{60}Co$$

$$A_0 = \lambda \cdot N_0 = 4'1676 \cdot 10^{-9} \cdot 1 \cdot 10^{24} = 4'1676 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$$

b) $A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

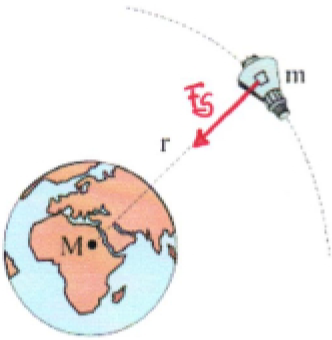
$$\frac{1}{3} \cancel{A_0} = \cancel{A_0} \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{3}\right) = -\lambda \cdot t \Rightarrow t = \frac{\ln(3)}{\lambda} =$$

$$= \frac{\ln(3)}{\frac{\ln(2)}{T_{1/2}}} = T_{1/2} \cdot \frac{\ln(3)}{\ln(2)} = 1925 \text{ días} \cdot \frac{\ln(3)}{\ln(2)} =$$

$$= 3051'053 \text{ días} \times \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} = 8'36 \text{ años}$$

OPCIÓN B

SECCIÓN I - PROBLEMA



a) La fuerza gravitatoria es la única que actúa sobre el satélite, y por tanto:

$$F = m \cdot a_N$$

$$G\frac{M\cancel{m}}{r^2} = \cancel{m} \cdot \frac{V^2}{\cancel{r}} \Rightarrow r = \frac{GM}{V^2}$$

Para deducir la expresión del periodo podemos utilizar que $V = \omega \cdot r$, y como $\omega = \frac{2\pi}{T}$ se obtiene

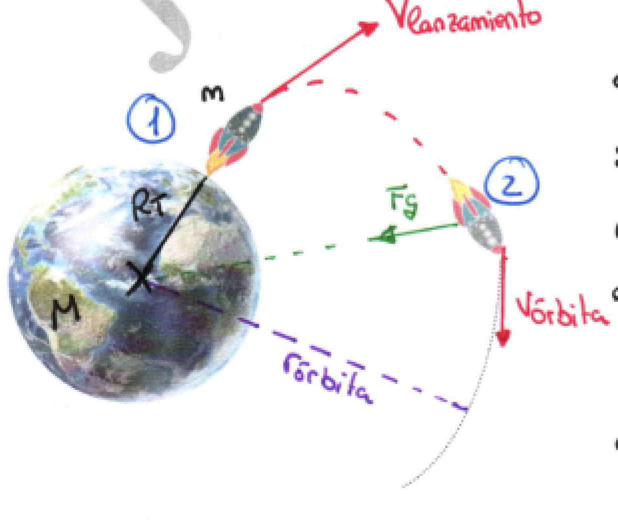
$$V = \frac{2\pi}{T} \cdot r \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{V}$$

Conocida $V = 4'2\ Km/s = 4200\ m/s$, los valores numéricos pedidos son:

$$r = \frac{GM}{V^2} = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{4200^2} = 2'269 \cdot 10^7\ m$$

$$T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi \cdot 2'269 \cdot 10^7}{4200} = 33939'78\ s$$

b)



Una vez comunicada la energía cinética de lanzamiento a nuestro satélite para ponerlo en órbita, la única fuerza que actúa sobre el satélite es la gravitatoria, y siendo ésta una fuerza conservativa, la energía mecánica del satélite se conservará. Así:

$$E_{mecánica_{①}} = E_{mecánica_{②}}$$

$$E_{p_1} + E_{c_1} = E_{p_2} + E_{c_2} \Rightarrow -G\frac{M\cancel{m}}{R_T} + \frac{1}{2}\cancel{m}V_{lanz}^2 = -G\frac{M\cancel{m}}{r_{órbita}} + \frac{1}{2}\cancel{m}\cdot V_{orb}^2$$

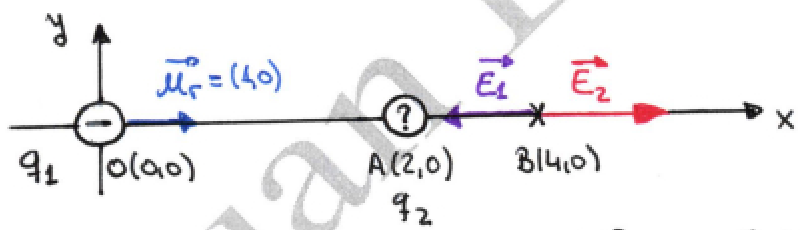
$$\Rightarrow -G\frac{M}{R_T} + \frac{1}{2}V_{lanz}^2 = -G\frac{M}{r_{órb}} + \frac{1}{2}\frac{GM}{r_{órb}}$$

$$\Rightarrow -G\frac{M}{R_T} + \frac{1}{2}V_{lanz}^2 = -\frac{1}{2}\frac{GM}{r_{órb.}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}V_{lanz}^2 = \frac{GM}{R_T} - \frac{1}{2}\frac{GM}{r_{orb}} \Rightarrow V_{lanz}^2 = \frac{2GM}{R_T} - \frac{GM}{r_{orb}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{lanz} = \sqrt{\frac{2\cdot 6'67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{6400\cdot 10^3} - \frac{6'67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}}{2'269\cdot 10^7}} = 10364'59 \text{ m/s}$$

SECCIÓN II - CUESTIÓN



Como $\vec{E_1} = K\cdot\frac{q_1}{r_1^2}\cdot\vec{\mu_r}$ será $\vec{E_1} = -E_1\vec{i}$, sabemos que para que pueda ser nulo el campo total en B, el campo $\vec{E_2}$ tendrá que ser $\vec{E_2} = +E_2\vec{i}$. Esto implica necesariamente que la carga q_2 tiene que ser $q_2 > 0$.

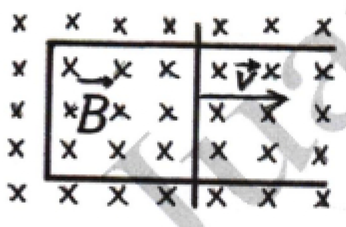
Una vez deducido esto, $\vec{E_T}$ será $\vec{E_T} = \vec{0}$ cuando los módulos de los campos $\vec{E_1}$ y $\vec{E_2}$ sean iguales. Así:

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| \Rightarrow \cancel{K} \cdot \frac{|q_1|}{r_1^2} = \cancel{K} \cdot \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{r_2^2 \cdot |q_1|}{r_1^2} \Rightarrow$$

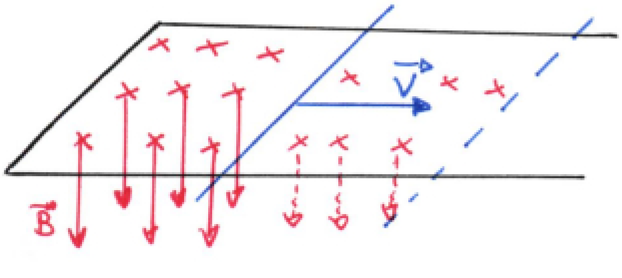
$$\Rightarrow |q_2| = \frac{2^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{4^2} = 1 \cdot 10^{-6} C \xrightarrow[q_2 > 0]{} q_2 = 1 \cdot 10^{-6} C = 1 \mu C$$

SECCIÓN III - CUESTIÓN

Según la ley de FARADAY-HENRY, sobre la espira se inducirá una corriente si la espira se ve sometida a una variación del flujo magnético que la atraviesa. Al ser el número de líneas de campo que atraviesan la espira creciente con el tiempo (debido al ensanchamiento que experimenta la espira por tener un lado móvil), es obvio que el flujo está variando, apareciendo así la corriente inducida.



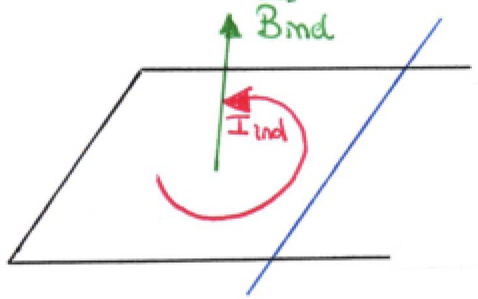
Para averiguar el sentido de la corriente inducida, debemos acudir a la LEY DE LENZ, que dice que el sentido de la corriente inducida debe ser tal que sus efectos se opongan a la causa que la ha provocado. En nuestro caso:



Como ves, a medida que la varilla deslice, habrá cada vez más líneas de campo ENTRANTE en la espira

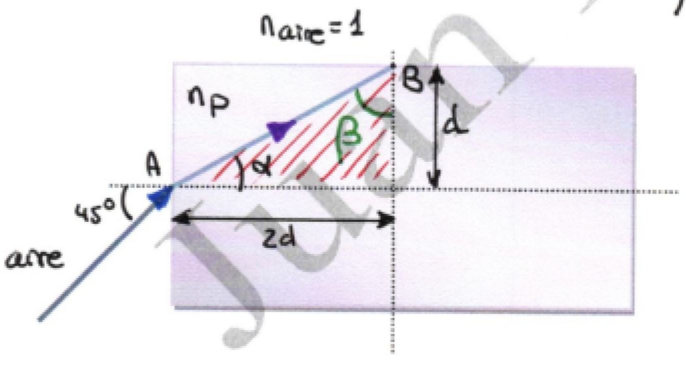
Según LENZ, como la corriente inducida debe oponerse a esto, dicha corriente deberá generar en la espira un campo SALIENTE que "compense" (o "se oponga") esa variación en el flujo.

Basta razonar con la regla de la mano derecha para ver que el sentido de la corriente inducida deberá ser ANTIHORARIO



La corriente inducida crea un campo $\vec{B}_{ind}$ saliente que se opone y compensa el aumento de líneas de campo $\vec{B}$ entrante.

SECCIÓN IV – PROBLEMA



a) En el triángulo sombreado:

$$tg\,\alpha = \frac{d}{2d} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = arctg\left(\frac{1}{2}\right) = 26'56°$$

$$\alpha + \beta = 90° \Rightarrow \beta = 63'44°$$

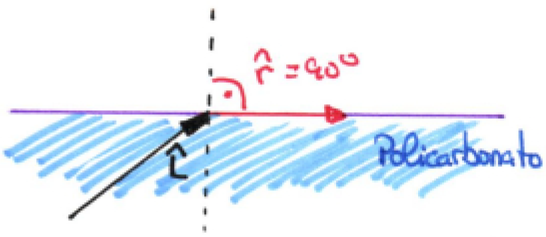
Para el índice de refracción, aplicamos SNELL:

$$n_1 \, sen\,\hat{i} = n_2 \, sen\,\hat{r} \Rightarrow n_{aire} \cdot sen\,45° = n_p \cdot sen\,\alpha \Rightarrow$$

$$1 \cdot sen\,45° = n_p \cdot sen\,(26'56°) \Rightarrow n_p = 1'58$$

b) $n = \frac{c}{v_p} \Rightarrow v_p = \frac{c}{1'58} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'58} = 1'9 \cdot 10^8 \, m/s$

Para saber si el rayo se refracta de nuevo hacia el aire al llegar al punto B, debemos comparar el ángulo de incidencia β calculado con el ángulo límite del policarbonato hacia el aire.



$$n_1 \operatorname{sen} \hat{\imath} = n_2 \operatorname{sen} \hat{r}$$

$$n_p \cdot \operatorname{sen} \hat{L} = n_{aire} \cdot \cancel{\operatorname{sen} 90^\circ}^{\,1}$$

$$\operatorname{sen} \hat{L} = \frac{n_{aire}}{n_p} \Rightarrow$$

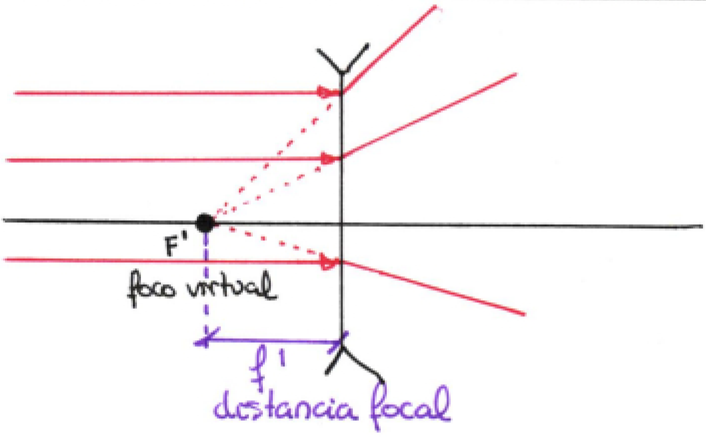
$$\Rightarrow \hat{L} = \operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{1'58}\right) = 39'26^\circ$$

Como $\beta > \hat{L}$, el rayo no se refractará hacia el aire cuando llegue al punto B y se producirá el fenómeno de reflexión total.

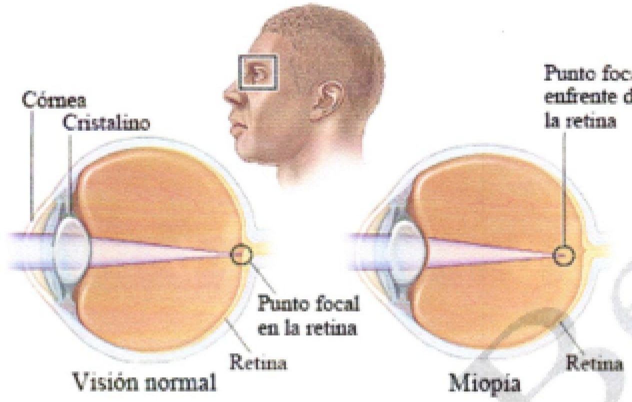
SECCIÓN V - CUESTIÓN

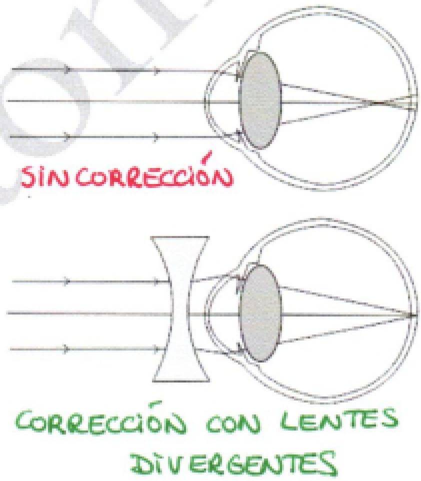
$$P = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-2} = -0'5\,m$$

Como $f' < 0 \rightarrow$ La lente es divergente. El foco imagen f' de estas lentes es virtual y lo localizamos en el punto donde concurren las prolongaciones teóricas de los rayos luminosos refractados por la lente cuando éstos inciden paralelos al eje óptico (es decir, desde el infinito)



Dado que la miopía consiste en un exceso de convergencia, éstas lentes son adecuadas para su corrección.





SECCIÓN VI - CUESTIÓN

Antes de la unión: $\left.\begin{array}{l} E_1 = 3\,E_{0_1} \\ E_2 = 3\,E_{0_2} \end{array}\right\}$ Son iguales $\Rightarrow$

$\Rightarrow E_T = E_1 + E_2$

$\Rightarrow E_T = 6\,E_0 = 6\,mc^2$

Después de la unión: $E_T = E_0 + \cancel{E_c}^{\,0\ \text{(velocidad nula)}} = Mc^2$

Si la energía se conserva $\Rightarrow 6m\cancel{c^2} = M\cancel{c^2} \Rightarrow M = 6m$

Sabemos que la energía relativista es:

$$E = m_{rel} \cdot c^2$$

Y la relación entre la masa relativista y la masa en reposo "m" es el factor de Lorentz:

$$m_{rel} = \gamma \cdot m$$

Por tanto $\Rightarrow E = m_{rel} \cdot c^2 = \gamma m \cdot c^2 = \gamma \cdot E_0$

Como sabíamos que $E = 3E_0$, es obvio que $\gamma = 3$. Así:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \Rightarrow \left(\sqrt{1-(v/c)^2}\right)^2 = \left(\frac{1}{\gamma}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (v/c)^2 = 1 - \left(\frac{1}{\gamma}\right)^2 \Rightarrow v/c = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}}$$

$$\Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1-\frac{1}{9}} = c \cdot \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot c$$