PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

14 de julio de 2022

1. Gravitación.

1. Encélado es una luna de Saturno que, según anunció la NASA el pasado mes de abril, podría albergar vida. La masa de Encélado es de 1.08·10^{20} kg, tiene un diámetro de 504.2 km y gira alrededor de Saturno con un radio orbital de 238 000 km. a) Calcula el período orbital de Encélado. b) Obtén el valor de la gravedad en la superficie de Encélado. ¿Cuánto pesaría allí una persona que en la Tierra pesa 686 N? c) Calcula la velocidad de escape de Encélado. Algunas partículas de polvo escapan de su superficie y se unen a los anillos de Saturno. Calcula la energía total de una partícula de 1 g que se une a un anillo que orbita a 400 000 km del centro de Saturno. Otros datos: G = 6.67·10^{-11} N·m^2/kg^2; masa de Saturno: 5.69·10^{26} kg.

   Respuesta:

   a) El periodo orbital puede calcularse aplicando la Tercera Ley de Kepler:

   $$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r_o^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(2,38\cdot 10^8)^3}{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,69\cdot 10^{26}}} = 1,18\cdot 10^5\mathrm{s}$$

   b) La aceleración de la gravedad en el superficie de Encélado será:

   $$g = \frac{GM}{r_E^2} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 1,08\cdot 10^{20}}{(2,52\cdot 10^5)^2} = 0,114\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

   La masa de la persona será:

   $$m = \frac{P}{g} = \frac{686}{9,8} = 70\,\mathrm{kg}$$

   Y el peso en la superficie de Encélado:

   $$P_E = mg_E = 70\cdot 0,114 = 7,98\,\mathrm{N}$$

   c) La velocidad de escape es:

   $$v = \sqrt{\frac{2GM}{r_E}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6,67\cdot 10^{-11}\cdot 1,08\cdot 10^{20}}{2,52\cdot 10^5}} = 239\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

   La energía de la partícula sería:

   $$E = -\frac{GMm}{2\cdot r} = -\frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}69{\cdot}10^{26}\cdot 10^{-3}}{2\cdot 4\cdot 10^8} = -47440,38\,\mathrm{J}$$

2. ¿Cuál es el período de Venus alrededor del Sol si sabemos que el radio de su órbita es 0.723 veces el de la Tierra?

   Respuesta:

   El periodo de un planeta alrededor del Sol viene dado por la Tercera Ley de Kepler:

   $$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

   Dividiendo miembro a miembro los periodos de Venus y la Tierra, tendremos;

   $$\frac{T_V}{T_T} = \frac{\sqrt{\frac{4\pi^2(0,723 r_T)^3}{GM}}}{\sqrt{\frac{4\pi^2 r_T^3}{GM}}} = \sqrt{0,723^3} \quad T_V = 0,615\,T_T$$

3. Plutón tiene una masa de 1.29·10^{22} kg, un radio de 1151 km y el radio medio de su órbita alrededor del Sol es de 5.9·10^{9} km. a) Calcula g en la superficie de Plutón. b) Su satélite Caronte tiene una masa de 1.52·10^{21} kg y está a 19 640 kilómetros de él. Obtén la fuerza de atracción gravitatoria entre Plutón y Caronte. c) Calcula cuántos años tarda Plutón en completar una vuelta alrededor del Sol.

Respuesta:

a) Para hallar al aceleración de la gravedad en la superficie de Plutón, debemos conocer la constante de Gravitación Universal ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$). Con este dato, tendremos:

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,29 \cdot 10^{22}}{(1,151 \cdot 10^6)^2} = 0,65\,\mathrm{m \cdot s^{,2}}$$

b) La fuerza gravitatoria entre Plutón y Caronte es:

$$F = \frac{GMm}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,29 \cdot 10^{22} \cdot 1,52 \cdot 10^{21}}{(1,964 \cdot 10^7)^2} = 3,38 \cdot 10^{18}\mathrm{N}$$

c) Para hacer el cálculo, debemos conocer la masa del Sol ($M_S = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg). E, periodo será:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (5,9 \cdot 10^{12})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}} = 1,15{\cdot}10^{10}\, s \text{ equivalentesa } \frac{1,15 \cdot 10^{10}}{365} = 365,32\text{ años}$$

4. Este año 2018 conmemoramos el nacimiento de Richard Feynman. Vamos a recordar la misión del transbordador espacial Challenger, cuyo desastre de 1986 fue investigado y aclarado por este importante físico. a) La masa del Challenger, con su carga, era de 120 toneladas. Calcula su energía potencial gravitatoria (con origen de energía en el infinito) antes del despegue. b) A poco de despegar, el Challenger se desintegró cuando iba a 20 km de altura. ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad a esa altura? c) La misión consistía en poner un satélite en una órbita geoestacionaria. Calcula a qué altura desde la superficie de la Tierra orbitaría el satélite. Datos: G = 6.67·10^{-11} N.$\mathrm{m^2/kg^2}$; masa terrestre = 5.97·10^{24} kg; radio terrestre = 6371 km.

Respuesta:

a) La energía potencial gravitatoria en la superficie de la Tierra es:

$$\mathrm{U} = -\frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97{\cdot}10^{24} \cdot 1,2 \cdot 10^5}{6,371 \cdot 10^6} = -7,5 \cdot 10^{12}\,\mathrm{J}$$

b) La aceleración de la gravedad a 20 km de altura será:

$$\mathrm{g} = \frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97{\cdot}10^{24}}{(6,371 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^4)} = 9,75\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

c) Para que la órbita sea geoestacionaria, el periodo del satélite debe coincidir con el de la Tierra, es decir:

$$\mathrm{T} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \mathrm{r}^3}{\mathrm{GM}}} \qquad 86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97{\cdot}10^{24}}}$$

Despejando, obtenemos r = 4,22·10^{7}m. La altura respecto a la superficie terrestre será; h = 4,22·10^{7}-6,371·10^{6} = 3,585·10^{7} m

5. De un antiguo satélite quedó como basura espacial un tornillo de 15 g de masa en una órbita a 300 km de altura alrededor de la Tierra. Calcula: a) El módulo de la fuerza con que se atraen la Tierra y el tornillo. b) Cada cuántas horas pasa el tornillo por el mismo punto. c) A qué velocidad, en km/h, debe ir un coche de 1200 kg de masa para que tenga la misma energía cinética que el tornillo. Datos: G = 6.67·10^{-11} N $\mathrm{m^2/kg^2}$; masa terrestre = 5.97·10^{24} kg; radio terrestre = 6 371 km.

Respuesta:

a) El módulo de la fuerza es:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}^2} = \frac{6{,}67{\cdot}10^{-11} \cdot 5{,}97{\cdot}10^{24} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}}{(6,371 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5)^2} = 0{,}13\,\mathrm{N}$$

b) El periodo de giro será:

$$\mathrm{T} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \mathrm{r}^3}{\mathrm{GM}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(6,371 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5)^3}{6{,}67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}} = 5419\,\mathrm{s}$$

c) La energía cinética del tornillo en la órbita es:

$$\mathrm{E_c} = \frac{\mathrm{GMm}}{2\mathrm{r}} = \frac{6{,}67{\cdot}10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}}{2\,(6,371 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5)} = 4,49 \cdot 10^5 \mathrm{J}$$

La velocidad a la que habría de ir un coche con la misma energía cinética se calcularía a partir de:

$$\frac{1}{2}\,1200 \cdot \mathrm{v}^2 = 4,49 \cdot 10^5 \qquad \mathrm{v} = 27,33\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

6. El pasado mes de abril los astrofísicos del proyecto Event Horizon Telescope publicaron la primera imagen de un agujero negro. Se trata de un agujero supermasivo cuya masa equivale a 6500 millones la masa del Sol, y que está situado en el centro de la galaxia gigante Messier 87 a 55 millones de años luz de nosotros. a) Expresa en metros y en unidades astronómicas (UA) la distancia a la que se encuentra el agujero negro. b) Determina el radio máximo que tiene el agujero negro sabiendo que de él no puede escapar la luz. Expresa el resultado en m y en UA. c) Calcula la velocidad orbital para una órbita a 200 UA del centro del agujero negro. Expresa el resultado en función de la velocidad de la luz, c. Datos: 1 año luz = distancia recorrida por la luz en 1 año; 1 UA = distancia de la Tierra al Sol = 149.6 millones de km; G = $6.67 \mathbf{.} 10^{-11}$ N.m^2/kg^2; masa del Sol = $1.99\mathbf{.}10^{30}$ kg.

Respuesta:

a) La distancia es:

$$\mathrm{r} = 5,5 \cdot 10^7 \cdot 365 \cdot 86400 \cdot 3 \cdot 10^8 = 5,20 \cdot 10^{23}\mathrm{m}$$

Expresada en UA, esta distancia será:

$$\mathrm{r} = \frac{5,20 \cdot 10^{23}}{1,496 \cdot 10^{11}} = 3,48 \cdot 10^{12}\,\mathrm{UA}$$

b) Utilizando la expresión de la velocidad de escape:

$$\mathrm{v} = 3 \cdot 10^8 = \sqrt{\frac{2\mathrm{GM}}{\mathrm{r}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67\mathbf{.}10^{-11} \cdot 6,5 \cdot 10^9 \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}{\mathrm{r}}}$$

$$\mathrm{r} = \frac{2 \cdot 6{,}67\mathbf{.}10^{-11} \cdot 6,5 \cdot 10^9 \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 1,83 \cdot 10^{13}\mathrm{m}$$

Expresando en UA:

$$\mathrm{r} = \frac{1,83 \cdot 10^{13}}{1,496 \cdot 10^{11}} = 122,36\,\mathrm{UA}$$

c) La velocidad orbital será:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r}}} = \sqrt{\frac{6{,}67\mathbf{.}10^{-11} \cdot 6,5 \cdot 10^9 \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}{200 \cdot 1,496 \cdot 10^{11}}} = 1,7 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

7. ¿En cuántos años completaría una vuelta alrededor del Sol un supuesto planeta cuyo radio orbital fuera el doble que el de la Tierra?

Respuesta:

Aplicando la tercera ley de Kepler, tendremos:

$$T_T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_S} \qquad T_P^2 = \frac{4\pi^2 (2r)^3}{GM_S}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{T_P^2}{T_T^2} = 8 \qquad T_P = \sqrt{8}T_T$$

8. Encélado es una luna de Saturno con las siguientes características: una masa de $1.08.10^{20}$ kg, un diámetro de 504.2 km, y un radio orbital de 238 000 km. a) Calcula el período orbital de Encélado. b) Obtén el valor de la gravedad en la superficie de Encélado. ¿Cuánto pesaría allí una persona que en la Tierra pesa 686 N? c) Calcula la velocidad de escape de Encélado. Algunas partículas de polvo escapan de su superficie y se unen a los anillos de Saturno. Calcula la energía total de una partícula de 1 g que se une a un anillo que orbita a 400 000 km del centro de Saturno. Datos: G = $6.67.10^{-11}$ N.m^2/kg^2; masa de Saturno: $5.69.10^{26}$ kg.

Respuesta:

a) El periodo viene dado por:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(2,38\cdot 10^8)^3}{6{,}67{\cdot}10^{-11}\cdot 5{,}69.10^{26}}} = 1,18\cdot 10^5\,\mathrm{s}$$

b) La aceleración de la gravedad será:

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6{,}67{\cdot}10^{-11}\cdot 1,08.10^{20}}{\left(\frac{5,042\cdot 10^5}{2}\right)^2} = 0,113\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

c) La velocidad de escape es:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}67{\cdot}10^{-11}\cdot 1,08.10^{20}}{\frac{5,042\cdot 10^5}{2}}} = 239,1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

La energía total de la partícula será:

$$E = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6{,}67{\cdot}10^{-11}\cdot 5{,}69.10^{26}\cdot 10^{-3}}{2\cdot 4\cdot 10^8} = -4,74\cdot 10^4\,\mathrm{J}$$

9. En el año 1977 se lanzó al espacio la sonda espacial Voyager-2 la cual, tras visitar los planetas exteriores del sistema solar, sigue a día de hoy una trayectoria de salida del mismo con una velocidad de 15 km/s. Actualmente se encuentra a $1.8{\cdot}10^{10}$ km del Sol. a) Determinar la aceleración de la gravedad debida al Sol en el punto en que se encuentra la sonda actualmente. b) Calcular la velocidad mínima que debería tener la sonda para que pueda escapar del sistema solar desde el punto en que se encuentra actualmente. ¿Lo conseguirá si no recibe ningún impulso de sus propulsores? c) Suponiendo que el Sol, Júpiter y la Voyager-2 estuvieran alineados, determinar a qué distancia de Júpiter el potencial gravitatorio que sentiría la sonda debido al Sol sería igual que el debido a Júpiter. Datos: G = $6.67{\cdot}10^{-11}$ N·m^2/kg^2 ; masa del Sol = $M_{Sol}=2{\cdot}10^{30}$ kg; masa de Júpiter = M_{Sol} / 1000; distancia Sol-Júpiter = 778 millones de km.

Respuesta:

a) La aceleración de la gravedad debida al Sol será:

$$g_S = \frac{GM}{r^2} = \frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 2\cdot 10^{30}}{(1{,}8\cdot 10^{13})^2} = 4,12\cdot 10^{-7}\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

b) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

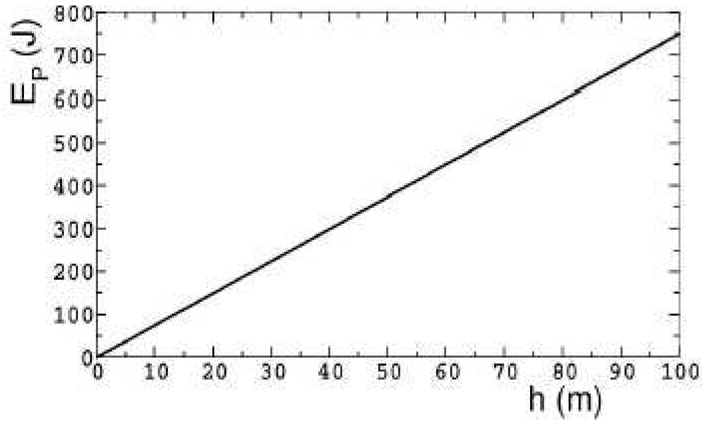
$$-\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 = 0 \qquad -\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 2\cdot 10^{30}m}{1{,}8\cdot 10^{13}} + \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

Despejando, se obtiene v = **3850 m·s^{-1}**. Al poseer una velocidad superior, la sonda **podrá escapar** del sistema solar.

c) Suponiendo que la sonda Voyager-2 se encuentre a una distancia x de Júpiter, al igualar los potenciales gravitatorios de éste y del Sol, tendremos:

$$\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 2\cdot 10^{30}}{(7,78\cdot 10^{11}-x)^2}=\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 2\cdot 10^{27}}{x^2}\qquad x=2,38\cdot 10^{10}\,\mathrm{m}$$

10. La gráfica representa la energía potencial, E_P, cerca de la superficie de Marte en función de la altura, h, para una masa de 2 kg. Determinar la aceleración de la gravedad en la superficie.



Respuesta:

A partir de la gráfica, podremos obtener la relación entre la energía potencial y la altura, que tendrá la forma:

$$E_p=ph=\frac{750}{100}h$$

Siendo p la pendiente de la recta, igual a la tangente del ángulo que forma esta con el eje horizontal. Igualando E_p a mgh:

$$\frac{750}{100}h=mg_Mh=2g_Mh\qquad g_M=3,75\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

11. Este año se han cumplido 30 años desde que se puso en órbita el telescopio espacial Hubble a una distancia de 612 km de la superficie de la Tierra y cuya masa es de 12000 kg. a) Calcular el periodo orbital del Hubble suponiendo que el radio orbital ha sido constante. ¿Cuántas vueltas a la Tierra ha dado el Hubble desde que se puso en órbita? b) Obtener el valor de la aceleración de la gravedad que siente el Hubble. c) En realidad el telescopio ha perdido altura desde su puesta en órbita inicial (debido a un leve rozamiento con la atmósfera), de tal forma que hoy orbita a 580 km de la superficie de la Tierra. ¿Cuánta energía costaría devolverlo a la órbita original?. Datos: G = 6.67.10^{-11} N.m^2/kg^2 ; masa de la Tierra = 5.97.10^{24} kg; radio terrestre = 6371 km

Respuesta:

a) El periodo orbital es:

$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2r^3}{GM}}=\sqrt{\frac{4\pi^2(6,371\cdot 10^6+6,12\cdot 10^5)^3}{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,97\cdot 10^{24}}}=5810\,\mathrm{s}$$

El número de vueltas será:

$$n=\frac{30\cdot 365\cdot 86400}{5810}=162836\text{ vueltas}$$

b) La aceleración de la gravedad en esa órbita será:

$$\mathrm{g} = \frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(6,371 \cdot 10^6 + 6,12 \cdot 10^5)^2} = 8,17\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

c) aplicando el principio de conservación de la energía:

$$-\frac{\mathrm{GMm}}{2\mathrm{r}_2} + \mathrm{E} = -\frac{\mathrm{GMm}}{2\mathrm{r}_1}$$

$$\mathrm{E} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 12000}{2}\left(\frac{1}{6,371 \cdot 10^6 + 5,8 \cdot 10^5} - \frac{1}{6,371 \cdot 10^6 + 6,12 \cdot 10^5}\right)$$

$$\mathrm{E} = 1,58 \cdot 10^9\,\mathrm{J}$$

12. El pasado 21 de diciembre se produjo una conjunción entre Júpiter y Saturno, consistente en que desde la Tierra, ambos planetas se veían juntos, casi como un único punto. Ello es debido a que en ese momento, la Tierra, Júpiter y Saturno estaban en una misma recta. a) Determinar el periodo orbital de Júpiter en años. b) Determinar la fuerza gravitatoria que Júpiter y Saturno ejercían sobre la Tierra ese día. c) Si sólo consideramos la influencia de Júpiter y Saturno, determinar la distancia respecto de Saturno sobre la recta que los une en que la fuerza gravitatoria es nula. Datos: G = $6.67.10^{-11}$ $\mathrm{N.m^2/kg^2}$; masa del Sol = $2{\cdot}10^{30}$ kg, masa de Júpiter = $1{,}9{\cdot}10^{27}$ kg, masa de Saturno = $5{,}7{\cdot}10^{26}$ kg, masa de la Tierra = $6{,}0.10^{24}$ kg; distancia Tierra - Sol = $1{,}5{\cdot}10^8$ km, distancia Sol - Júpiter = $7{,}8{\cdot}10^8$ km, distancia Sol - Saturno = $14{,}3{\cdot}10^8$ km.

Respuesta:

a) Aplicando la tercera ley de Kepler:

$$\mathrm{T} = \sqrt{\frac{4\pi^2\mathrm{r}^3}{\mathrm{GM_S}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(7,8 \cdot 10^{11})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}} = 3,75 \cdot 10^8\mathrm{s} \quad \text{equivalentes a}\, \frac{3,75 \cdot 10^8}{365 \cdot 86400} = 11,88\,\text{años}$$

b) El módulo de la fuerza gravitatoria ejercida por ambos planetas sobre la Tierra será:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{\mathrm{GM_J M_T}}{\mathrm{r_{JT}^2}} + \frac{\mathrm{GM_S M_T}}{\mathrm{r_{ST}^2}}$$

las distancias Júpiter-Tierra y Saturno-Tierra se obtendrán, respectivamente al restar las distancias Júpiter-Sol y Sol-Tierra, por una parte, y Saturno-Sol y Sol-Tierra por la otra.

$$\mathrm{r_{JT}} = 7,8 \cdot 10^{11} - 1,5 \cdot 10^{11} = 6,3 \cdot 10^{11}\mathrm{m} \qquad \mathrm{r_{ST}} = 14,3 \cdot 10^{11} - 1,5 \cdot 10^{11} = 12,8 \cdot 10^{11}\mathrm{m}$$

Sustituyendo:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} 1,9 \cdot 10^{27} \cdot 6,0 \cdot 10^{24}}{(6,3 \cdot 10^{11})^2} + \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,7 \cdot 10^{26} \cdot 6,0 \cdot 10^{24}}{(12,8 \cdot 10^{11})^2} = 2,056 \cdot 10^{18}\,\mathrm{N}$$

c) Llamando x a la distancia entre Saturno y el punto en que la atracción gravitatoria conjunta de los dos planetas es nula, tendremos:

$$\frac{GM_J}{(12,8 \cdot 10^{11} - 6,3 \cdot 10^{11} - x)^2} - \frac{GM_S}{x^2} = 0$$

$$\frac{1,9 \cdot 10^{27}}{(6,5 \cdot 10^{11} - \mathrm{x})^2} - \frac{5,7 \cdot 10^{26}}{\mathrm{x}^2} = 0$$

Dividiendo por 10^{26}:

$$\frac{19}{(6,5 \cdot 10^{11} - \mathrm{x})^2} - \frac{5,7}{\mathrm{x}^2} = 0$$

Respuesta:

a)

$$\left(\frac{6,5 \cdot 10^{11} - x}{x}\right)^2 = \frac{19}{5,7}$$

Resolviendo, obtenemos:

$$\mathrm{x} = 2,30 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$$

13. Obtener por análisis dimensional los exponentes numéricos x e y en la expresión física $a = \frac{\rho}{m} S^x v^y$, donde a es una aceleración, m masa, S área, ρ densidad y v una velocidad.

Respuesta:

a)Las ecuaciones de dimensiones para cada una de las magnitudes son las siguientes:

$$[\mathrm{a}] = \mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-2} \quad [\rho] = \mathrm{M} \cdot \mathrm{L}^{-3} \quad [\mathrm{m}] = \mathrm{M} \quad [\mathrm{S}] = \mathrm{L}^2 \quad [\mathrm{v}] = \mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-1}$$

La ecuación de dimensiones de la expresión física quedará así::

$$\mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-2} = \frac{\mathrm{M} \cdot \mathrm{L}^{-3}}{\mathrm{M}} \mathrm{L}^{2x} \cdot \mathrm{L}^{y} \cdot \mathrm{T}^{-y} = \mathrm{L}^{(2x+y-3)} \cdot \mathrm{T}^{-y}$$

De aquí podemos deducir:

$$1 = 2x + \mathrm{y} - 3 \qquad -2 = -\mathrm{y} \qquad \mathrm{y} = 2$$

$$1 = 2\mathrm{x} + 2 - 3 \qquad \mathrm{x} = 1$$

14. Este año se conmemora el 60 aniversario del primer vuelo espacial de un ser humano, llevado a cabo por Yuri Gagarin a bordo de la nave Vostok con una masa conjunta (nave más astronauta) de 2500 kg, que se puso en órbita a 315 km de la superficie de la Tierra. a) Determinar la aceleración de la gravedad debida a la Tierra en el punto de la órbita indicada. b) Si la Vostok estuvo en órbita durante 90 s, ¿cuántas vueltas dio a la Tierra estando en órbita? c) ¿Qué energía extra mínima habría que aportar para que desde esa órbita abandonaran completamente la influencia de la Tierra? Datos: G = $6.67.10^{-11}$ N.m^2/kg^2 ; masa de la Tierra = $5.97.10^{24}$ kg; radio de la Tierra= 6371 km.

Respuesta:

a) La aceleración de la gravedad en el punto indicado es:

$$\mathrm{g} = \frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(6,371 \cdot 10^6 + 3,15 \cdot 10^5)^2} = 8,91\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

b) La velocidad de la órbita es:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r}}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6,371 \cdot 10^6 + 3,15 \cdot 10^5}} = 7717\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

El periodo de la órbita es:

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi \mathrm{r}}{\mathrm{v}} = \frac{2\pi(6,371 \cdot 10^6 + 3,15 \cdot 10^5)}{7717} = 5443,7\,\mathrm{s}$$

El número de vueltas es:

$$\mathrm{n} = \frac{90}{5443,7} = 0,0166 \quad (*)$$

(*) La duración real de la misión fue de 90 minutos, con lo que el número de órbitas descritas es:

$$\mathrm{n} = \frac{5400}{5443,7} \simeq 1$$

c) La energía total en esa órbita es:

$$\mathrm{E} = -\frac{\mathrm{GMm}}{2\mathrm{r}} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 2500}{2\,(6,371 \cdot 10^6 + 3,15 \cdot 10^5)} = -7,44 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$-7,44 \cdot 10^{10} + \mathrm{E} = 0\,(\text{energía total en el infinito})$$

$$\mathrm{E} = 7,44 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

15. El radio del universo según algunos modelos cosmológicos viene dado por:

$$\mathrm{R} = \frac{4\mathrm{M}^{\mathrm{a}}\mathrm{G}}{3\pi \mathrm{c}^{\mathrm{b}}}$$

Donde M es la masa del universo, G la constante de gravitación universal, y c la velocidad de la luz. Determinar *a* y *b* por análisis dimensional.

Respuesta:

a) La ecuación de dimensiones, teniendo en cuenta las unidades de R (m), M (kg); G ($\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$) y c ($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$) quedará de la siguiente forma:

$$[\mathrm{R}] = \mathrm{L} \qquad \left[\frac{4\mathrm{M}^{\mathrm{a}}\mathrm{G}}{3\pi \mathrm{c}^{\mathrm{b}}}\right] = \frac{\mathrm{M^a \cdot M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L^2 \cdot M^{-2}}}{\mathrm{L^b T^{-b}}}$$

$$\mathrm{L} = \mathrm{M^{a-1} L^{3-b} T^{-2+b}}$$

De aquí podemos deducir: a - 1 = 0, con lo que **a = 1**; 3 - b = 1, siendo **b = 2**

16. Sabiendo que la gravedad en la Tierra es 2,6 veces mayor que en Marte, calcular qué altura alcanzaría en Marte un saltador de altura que en la Tierra es capaz de saltar 2 m.

Respuesta:

Suponiendo que la velocidad inicial del salto sea la misma en la Tierra y en Marte, tendremos:

$$0 = \mathrm{v_0^2} - 2\mathrm{gh}$$

En la Tierra tendremos:

$$0 = \mathrm{v_0^2} - 2 \cdot 2,6\mathrm{g} \cdot 2 \qquad \mathrm{v_0^2} = 10,4\mathrm{g}$$

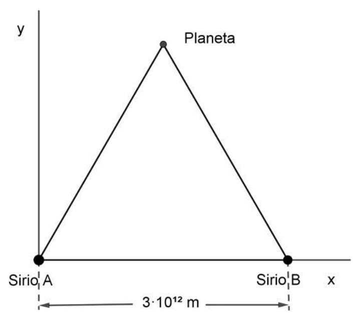
En Marte:

$$0 = 10,4\mathrm{g} - 2\mathrm{gh}$$

Dividiendo por g, nos quedará:

$$2\mathrm{h} = 10,4 \qquad \mathrm{h} = 5,7\,\mathrm{m}$$

17. La estrella más brillante en el cielo nocturno es Sirio, y hoy sabemos que en realidad es un sistema binario compuesto por dos estrellas, llamadas Sirio A y Sirio B, separadas entre sí por una distancia de $3 \cdot 10^9$ km. La masa de Sirio A es el doble que la del Sol, y la de Sirio B es igual a la masa del Sol. Supongamos que hubiera un planeta de la misma masa que la Tierra y doble densidad que la de aquella, colocado formando un triángulo equilátero con las estrellas, como indica la figura:



Determinar: a) El radio del planeta y la velocidad de escape de la superficie de ese planeta. b) El campo gravitatorio ejercido por Sirio A mas Sirio B en el punto donde está el planeta. c) La energía gravitatoria total del sistema. Datos: G $=6,67 \cdot 10^{-11}\mathrm{N \cdot m^2\,kg^{-2}}$; masa del Sol $= 2 \cdot 10^{30}$kg; masa de la Tierra $= 6,0 \cdot 10^{24}$k

Respuesta:

a) Conocidas la masa y la densidad de la Tierra, podemos conocer su radio:

$$6,0 \cdot 10^{24} = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot 5500 \qquad r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 6,0 \cdot 10^{24}}{4\pi \cdot 5500}} = 6,386 \cdot 10^6 m$$

Teniendo en cuenta que la masa del planeta es igual que la de la Tierra, podemos escribir:

$$M = \frac{4}{3}\pi r_1^3 \cdot 2d$$

$$M = \frac{4}{3}\pi r_2^3 \cdot d$$

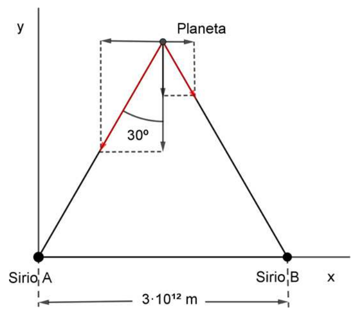
Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt[3]{\frac{1}{3}} = 0,794 \qquad r_1 = 6,386 \cdot 10^6 \cdot 0,794 = 5,07 \cdot 10^6 m$$

La velocidad de escape será:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,0 \cdot 10^{24}}{5,07 \cdot 10^6}} = 12565 \, m \cdot s^{-1}$$

b) A partir de la siguiente representación gráfica:



Podemos sacar las siguientes conclusiones:

$$|\vec{g_1}| = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^{12})^2} = 2,96 \cdot 10^{-5} N \cdot kg^{-1} \qquad |\vec{g_2}| = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^{12})^2} = 1,48 \cdot 10^{-5} N \cdot kg^{-1}$$

$$\vec{g_1} = 2,96 \cdot 10^{-5}\left(-\text{sen}\, 30^{\circ}\, \vec{i} - \cos 30^{\circ}\, \vec{j}\right) = -1,48 \cdot 10^{-5}\vec{i} - 2,56 \cdot 10^{-5}\vec{j}\ N \cdot kg^{-1}$$

$$\vec{g_2} = 1,48 \cdot 10^{-5}\left(\text{sen}\, 30^{\circ}\, \vec{i} - \cos 30^{\circ}\, \vec{j}\right) = 7,4 \cdot 10^{-6}\vec{i} - 1,28 \cdot 10^{-5}\vec{j}\ N \cdot kg^{-1}$$

$$\vec{g} = \vec{g_1} + \vec{g_2} = -7,4 \cdot 10^{-6}\vec{i} - 3,84 \cdot 10^{-5}\vec{j}\ N \cdot kg^{-1}$$

c) La energía gravitatoria total del sistema será:

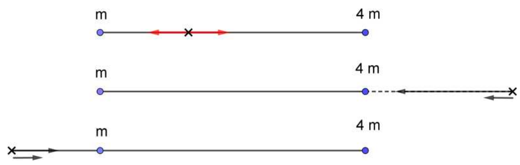
$$U = U_{\text{Sirio A/Sirio B}} + U_{\text{Sirio A/Planeta}} + U_{\text{Sirio B/Planeta}}$$

$$U = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11}}{3 \cdot 10^{12}}\left(4 \cdot 10^{30} \cdot 2 \cdot 10^{30} + 4 \cdot 10^{30} \cdot 6,0 \cdot 10^{24} + 2 \cdot 10^{30} \cdot 6,0 \cdot 10^{24}\right) = -1,78 \cdot 10^{38} J$$

18. Dos cuerpos de masa m y $4m$ respectivamente están separados una distancia d. Determinar el punto de la recta que los une donde el campo gravitatorio es cero. ¿Existe algún punto donde el potencial gravitatorio sea nulo? (Razonar la respuesta).

Respuesta:

a) De la siguiente representación gráfica:
Podemos deducir que, puesto que el campo gravitatorio tiene siempre carácter atractivo, sólo es



posible que la intensidad de campo sea nula en un punto situado entre las dos masas, encontrándose más cercano a la masa m. Suponiendo una distancia d entre ambas masas, podremos escribir:

$$\frac{\mathrm{Gm}}{\mathrm{x}^2} = \frac{4\mathrm{Gm}}{(\mathrm{d}-\mathrm{x})^2} \qquad \mathrm{x} = \frac{\mathrm{d}}{3}$$

No existe ningún punto donde el potencial gravitatorio sea nulo, al tratarse éste de una **magnitud escalar**, y tener el potencial gravitatorio el mismo signo para cualquier masa.

2. Vibraciones y ondas.

1. En un concierto acústico de Rihanna se callan los instrumentos y ella canta una nota La de 880 Hz con una potencia de 0.005 W. La presión del aire puede escribirse como: $P(x,t) = P_0 + \Delta P \operatorname{sen}(kx - \omega t - \pi/2)$, donde el segundo sumando representa la onda de presión producida por el sonido de la cantante. a) Calcula la longitud de onda de la nota emitida por Rihanna. b) Para t = 0, obtén la posición x de dos puntos en los cuales la presión sea la misma que cuando cesa el sonido. c) ¿Cuántos decibelios mediríamos a 50 cm de la boca de Rihanna? Dato: $\mathrm{I_0} = 10^{-12}$ W/m^2

Respuesta:

a) la longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{340}{880} = 0,386\,\mathrm{m}$$

b) Para t = 0, los puntos en que la presión es nula cuando cesa el sonido cumplen la condición:

$$\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{0,386}x - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \longrightarrow \frac{2\pi}{0,386}x - \frac{\pi}{2} = n\pi$$

Tomando los valores n = 0 y n = 1, tendremos:

$$\frac{2\pi}{0,386}x_1 - \frac{\pi}{2} = 0 \to x_1 = \frac{0,386}{4} = 0,0965\,\mathrm{m} \qquad \frac{2\pi}{0,386}\mathrm{x_2} - \frac{\pi}{2} = \pi \to \mathrm{x_2} = \frac{3 \cdot 0,386}{4} = 0,2895\,\mathrm{m}$$

Como puede verse, la distancia entre estos dos puntos es igual a una semilongitud de onda.
(Se han supuesto los puntos en los que la presión es nula. En caso de ser la presión no nula, la distancia entre dos puntos consecutivos sería de una longitud de onda, es decir, 0,386 m).

c) La intensidad a 0,5 m será:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{4\pi 0,5^2} = 1,59 \cdot 10^{3}\mathrm{W \cdot m^{-2}}$$

Y el nivel de intensidad:

$$\beta = 10\log\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I_0}} = 10\log\frac{1,59 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}} = 92\,\mathrm{dB}$$

2. Las olas del mar pueden describirse mediante un movimiento ondulatorio. Supongamos que un día de oleaje las olas avanzan a 18 km/h y que la distancia entre la cresta de una ola y la siguiente es de 20 m. La altura de las olas (distancia entre el punto más alto y el punto más bajo de las olas) es de 4 m. a) Calcula el período del movimiento ondulatorio. b) Escribe la ecuación de la onda en función de x y t. c) Calcula la aceleración vertical máxima que mediría una boya situada en el oleaje anterior.

Respuesta:

a) La velocidad (18 km/h) equivale a 5 m/s. Teniendo en cuenta que la distancia entre crestas corresponde a la longitud de onda, tendremos:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{20}{5} = 4\,s$$

b) Teniendo en cuenta que la amplitud de la onda será: A = 4/2 = 2m, la pulsación, $\omega = 2\pi/T = \pi/2$ s^{-1} , y el número de ondas, k $=\omega/v = \pi/10$ m^{-1}, la ecuación de la onda quedará así:

$$y = 2\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\mathrm{t} - \frac{\pi}{10}\mathrm{x}\right)$$

c) La aceleración vertical será:

$$a = \frac{d^2y}{dt} = -A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega \mathrm{t} - \mathrm{kx})$$

Por lo que la máxima aceleración vertical será:

$$a_{máx} A\omega^2 = 2\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = 4,93\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

3. ¿Qué nivel de intensidad produce un altavoz que emite una onda sonora de $2\cdot10^{-3}$ W/m^2? (Dato: $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2).

Respuesta:

El nivel de intensidad será:

$$\beta = 10\log\frac{2\cdot10^{-3}}{10^{-12}} = 93\mathrm{dB}$$

4. Las cuerdas de "Lina", el querido violín de Einstein, miden 32.8 cm. Estudiemos la 1ª cuerda, que emite la nota Mi con una frecuencia de 659.3 Hz cuando vibra en el modo fundamental. a) Obtén la longitud de onda de la onda estacionaria en la cuerda, y la longitud de onda del sonido en el aire. b) ¿En qué punto (refiérelo a cualquiera de los dos extremos) se debe presionar la cuerda para producir la nota La, de 880.0 Hz de frecuencia? c) Einstein toca una melodía emitiendo un sonido de 10^{-6} W de potencia. Te unes a su lado con un violín y sonido idéntico. ¿Cuántos decibelios se medirían a 10 m de vuestra posición, si sólo toca Einstein y si tocáis los dos a la vez? Dato: $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2.

Respuesta:

a) La longitud de onda en la cuerda será:

$$\lambda_0 = 2\mathrm{L} = 2\cdot 0,328 = 0,656\,\mathrm{m}$$

La longitud de onda del sonido en el aire tiene el valor:

$$\lambda = \frac{\mathrm{v}}{\nu} = \frac{340}{695,3} = 0,489\,\mathrm{m}$$

b) Para las longitudes de onda de 659,3 y 880,0 Hz, podremos escribir, respectivamente:

$$659,3 = \frac{\mathrm{v}}{2\cdot 0,328} \qquad 880,0 = \frac{\mathrm{v}}{2\cdot \mathrm{L}'}$$

Resolviendo este sistema, obtenemos L' =0,258 m. La cuerda se debe presionar, pues a una distancia de cualquiera de los extremos:

$$\mathrm{d} = 0,328 - 0,258 = 0,07\,\mathrm{m}$$

c) La intensidad emitida por un violín es:

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{S}} = \frac{10^{-6}}{4\pi\cdot 10^2} = 7,96\cdot10^{-10}\mathrm{W\cdot m^{-2}}$$

El nivel de intensidad para un solo violín será:

$$\beta = 10\log\frac{7,96\cdot10^{-10}}{10^{-12}} = 29\,\mathrm{dB}$$

Mientras que, para dos violines:

$$\beta_2 = 10\log\frac{2\cdot 7,96\cdot10^{-10}}{10^{-12}} = 32\,\mathrm{dB}$$

5. Di en cada caso si el enunciado si verdadero o falso. a) Con un altavoz lo bastante potente, el sonido podría llegar a la Luna. b) Las ondas electromagnéticas son transversales. c) La vibración de la cuerda de una viola produce una onda estacionaria. d) La velocidad de oscilación vertical de un corcho en las olas es constante. e) El nivel de intensidad acústica es proporcional a la intensidad del sonido.

Respuesta:

a) El enunciado es falso: el sonido es una onda mecánica que necesita de un medio material para propagarse, mientras que el espacio entre la Tierra y la Luna está prácticamente vacío.

b) La afirmación es correcta.

c) El enunciado es correcto.

d) La afirmación no es correcta, la velocidad tiene la expresión: $v = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$

e) El enunciado es incorrecto: el nivel de intensidad, β no está relacionado con la intensidad I, sino con el logaritmo de dicha intensidad, mediante la expresión:

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0}$$

6. Considera una onda transversal que viaja por una cuerda. Contesta, justificando la respuesta, si la aceleración transversal de un punto de la cuerda depende de: a) la velocidad de la onda, y b) el periodo de la onda.

Respuesta:

La aceleración transversal de un punto de una cuerda viene expresada por:

$$a = -A\omega^2\text{sen}\,(\omega t - kx + \varphi_0) = -A\omega^2\text{sen}\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{vT} + \varphi_0\right)$$

Por lo que la aceleración depende, tanto de la velocidad como del periodo de la onda.

7. Te presentamos el teléfono móvil con el altavoz más potente, la cámara más pequeña y el sensor de luz más eficiente. a) Con el teléfono al máximo volumen se registran 80 decibelios a 1 m de distancia. Calcula la potencia que emite el altavoz. b) La cámara tiene una lente biconvexa de 4 mm de focal y 1.5 de índice de refracción. Calcula el radio de curvatura de la lente. c) El sensor de luz, basado en el efecto fotoeléctrico, está hecho de un material cuya función de trabajo vale 1.1 eV. Calcula la energía cinética de cada electrón emitido cuando el sensor absorbe luz de 700 nm. Datos: $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2; h = 6.63.10^{-34} J.s; 1 eV = 1.6.10^{-19} J.

Respuesta:

a) El nivel de intensidad es:

$$80 = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \qquad I = 10^{-4}\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}$$

La potencia será:

$$P = I\cdot S = 10^{-4}\cdot 4\pi 1^2 = 1,26\cdot 10^{-3}\mathrm{W}$$

b) El radio de curvatura de la lente se deduce de:

$$P = \frac{1}{4\cdot 10^{-3}} = (n-1)\left(\frac{2}{R}\right) = (1,5-1)\frac{2}{R} \qquad R = 4\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

c) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$\frac{hc}{\lambda} = W_{ext} + E_c \qquad \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{7\cdot 10^{-7}} = 1,1\cdot 1,6\cdot 10^{-19} + E_c$$

$$E_c = 1,08\cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

8. El acelerómetro de una boya de oleaje registró una variación de aceleraciones dada por la ecuación: a(t) = - 0,5 cos (0,25t) , donde la aceleración se mide en m/s^2 y el tiempo en s. Calcula cuál fue la amplitud de las ondas.

Respuesta:

La aceleración de un MAS viene dada por:

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t)$$

De forma que podemos escribir: -0,5 = - A·$0,25^2$ y **A = 8 m**

9. El máser es un aparato precursor del láser que emite radiación de microondas cuya longitud de onda es 1.26 cm. a) Si un máser emite ondas esféricas con una potencia de 10^{-10} W, calcula la intensidad a 2 m del punto emisor. b) La radiación se produce en una cavidad metálica donde se forman ondas estacionarias como las de una cuerda vibrante de extremos fijos. Indica dos posibles valores para la longitud de la cavidad. c) Se emite radiación (un fotón) cuando una molécula de amoniaco realiza una transición entre dos niveles energéticos. Calcula la diferencia de energía, en eV, entre dichos niveles y el momento lineal de un fotón de microondas. Datos: 1 eV = $1.6.10^{-19}$ J; h = $6.63.10^{-34}$ J.s.

Respuesta:

a) La intensidad es:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{10^{-10}}{4\pi 2^2} \simeq 2 \cdot 10^{-12} W \cdot m^{-2}$$

b) La longitud de onda para una onda estacionaria viene dada por la expresión: $\lambda = \dfrac{2L}{n}$, por lo que, sustituyendo:

$$L = \frac{n\lambda}{2}$$

Tomando los valores n = 1 y n = 2, obtenemos:

$$L_1 = \frac{1,26}{2} = 0,63\,cm \qquad L_2 = \frac{2 \cdot 1,26}{2} = 1,26\,cm$$

c) La diferencia de energía entre los dos niveles es:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63.10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,26 \cdot 10^{-2}} = 1,58 \cdot 10^{-23} J$$

El momento lineal tendrá el valor:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63.10^{-34}}{1,26 \cdot 10^{-2}} = 5,26 \cdot 10^{-32} kg \cdot m \cdot s^{-1}$$

10. El terremoto de Lorca de 2011 provocó, entre otras, ondas mecánicas transversales que se propagaban por la superficie y cuyo desplazamiento vertical se puede modelizar por $y = A$ cos $(4.2\ x - 12.6\ t)$, donde x es la distancia en kilómetros desde el epicentro y t el tiempo en segundos. a) Determinar la longitud de onda, frecuencia y velocidad de propagación de las ondas. b) Los sismógrafos midieron una aceleración máxima de 0.2 g, (donde g es la aceleración de la gravedad). Determinar el valor de la amplitud, A, en milímetros. c) Además se produjeron otras ondas que viajan por el interior de la Tierra y que podemos considerar esféricas. Si a 100 km del foco la intensidad es de $1.5{\cdot}10^6$ W/m^2, calcular la intensidad a 20 km de la fuente.

Respuesta:

a) Si expresamos x en metros, la ecuación de la onda quedaría así: $y = A\cos(4,2 \cdot 10^{-3}\,x - 12,6\,t)$. Con esta ecuación, y comparando con la ecuación general, $y = A\cos(kx - \omega t)$, tendremos:

$$4,2 \cdot 10^{-3} = k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \lambda = 1500\,m \qquad 12,6 = \omega = 2\pi\nu \qquad \nu = 2\,s^{-1}$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{12,6}{4,2 \cdot 10^{-3}} = 3000\,m \cdot s^{-1}$$

b) La aceleración es:

$$a = -A\omega^2 \cos(4,2 \cdot 10^{-3} x - 12,6\,t)$$

El valor máximo será:

$$0,2 \cdot 9,8 = -\mathrm{A} \cdot 12,6^2 \qquad \mathrm{A} = 0,012\,\mathrm{m}\,(12mm)$$

c) La potencia emitida se deduce de:

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{S}} \quad 1,5 \cdot 10^6 = \frac{\mathrm{P}}{4\pi(10^5)^2} \qquad \mathrm{P} = 1,88 \cdot 10^{17}\mathrm{W}$$

Por lo que, a 20 km del foco, la intensidad será:

$$\mathrm{I} = \frac{1,88 \cdot 10^{17}}{4\pi(2 \cdot 10^4)^2} = 3,75 \cdot 10^7\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

11. Se cree que el sonido propagado por el aire en la explosión del volcán Krakatoa en 1883 ha sido el más intenso jamás producido en la historia del hombre. A 160 km de distancia de la explosión se detectó sonido de 20 Hz de frecuencia y 170 dB de nivel de intensidad. a) Determinar la longitud de onda. b) Calcular la potencia emitida en forma de sonido en la explosión. c) Suponiendo una onda esférica y que se propagara en un espacio de aire ilimitado, ¿cuál sería la distancia máxima a la que un ser humano lo habría escuchado? En realidad se escuchó a 5000 km de distancia máxima, ¿puede explicar algún motivo para la gran discrepancia entre este valor y el que usted ha obtenido? Datos: $\mathrm{I_0}= 10^{-12}$ $\mathrm{W/m^2}$

Respuesta:

a) la longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{\mathrm{v}}{\nu} = \frac{340}{20} = 17\,\mathrm{m}$$

b) A partir del nivel de intensidad, obtenemos el valor de I

$$170 = 10\log\frac{\mathrm{I}}{10^{-12}} \qquad \mathrm{I} = 10^5\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

La potencia emitida es:

$$\mathrm{P} = \mathrm{I} \cdot \mathrm{S} = 10^5 \cdot 4\pi(1,6 \cdot 10^5)^2 = 3,22 \cdot 10^{16}\,\mathrm{W}$$

c) Para calcular la distancia máxima teórica:

$$10^{-12} = \frac{10^5}{4\pi \mathrm{r}^2} \qquad \mathrm{r} = 8,92 \cdot 10^7\mathrm{m}$$

La discrepancia puede encontrarse en la **absorción** que experimenta la onda sonora al propagarse en un medio material, como es el aire.

12. Por un cable de fibra óptica por el que nos llega la señal de internet a casa, se propaga una onda electromagnética cuyo campo eléctrico viene dado por: $\mathrm{E} = \mathrm{E_0}\cos(10^4\mathrm{x} - 2 \cdot 10^{15}\mathrm{t})$, con x dado en mm y t en s. Determinar el índice de refracción del material del cable.

Respuesta:

La ecuación de una onda se puede expresar de la forma:

$$\mathrm{E} = \mathrm{E_0}\cos(\mathrm{kx} - \omega\mathrm{t}) = \mathrm{E_0}\cos(10^4\mathrm{x} - 2 \cdot 10^{15}\mathrm{t})$$

A partir de la anterior igualdad, deducimos que $\omega = 2 \cdot 10^{15}\mathrm{s}^{-1}$ y que $\mathrm{k} = 10^4\mathrm{mm}^{-1} = 10^7\mathrm{m}^{-1}$. Si además tenemos en cuenta las relaciones:

$$\mathrm{k} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\mathrm{v} \cdot \mathrm{T}} \qquad \mathrm{y} \qquad \omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$$

Despejando v de ambas igualdades, tendremos:

$$\mathrm{v} = \frac{\omega}{\mathrm{k}} = \frac{2 \cdot 10^{15}}{10^7} = 2 \cdot 10^8\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

El índice de refracción será:

$$\mathrm{n} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{v}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^8} = 1,5$$

13. Un tenor es un cantante de ópera que puede cantar emitiendo sonidos de entre 120 y 520 Hz, mientras que una soprano puede emitir entre 260 y 1300 Hz. a) Razonar quién puede emitir una nota de menor longitud de onda y dar su valor. b) Si, cuando cantan individualmente, un tenor se oye a 1 m de distancia con una sonoridad (o nivel de intensidad acústica) de 102 dB, y la soprano de 98 dB, calcular la potencia acústica que emite cada cantante. c) Calcular a qué distancia una persona normal dejará de escuchar a los dos cantantes cuando canten a la vez, suponiendo que no hay pérdida de intensidad por absorción en el aire. Dato: $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ (intensidad mínima que puede detectar una persona normal).

Respuesta:

a) Emitirá una menor longitud de onda el cantante que pueda alcanzar una mayor frecuencia, ya que ambas magnitudes son inversamente proporcionales. En este caso, **la soprano** es la que puede emitir una menor longitud de onda, cuyo valor es:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{340}{1300} = 0,26\,m$$

b) El nivel de intensidad acústica será:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$$

Con lo que la intensidad emitida por el tenor y la soprano serán, respectivamente:

$$I_{tenor} = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{102}{10}} = 0,016\,W \cdot m^{-2} \qquad I_{soprano} = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{98}{10}} = 6,31 \cdot 10^{-3}\,W \cdot m^{-2}$$

Las potencias respectivas tendrán el valor:

$$P = I \cdot S = I \cdot 4\pi r^2 \qquad P_{tenor} = 0,016 \cdot 4\pi = 0,20\,W \qquad P_{soprano} = 6,31 \cdot 10^{-3} \cdot 4\pi = 0,079\,W$$

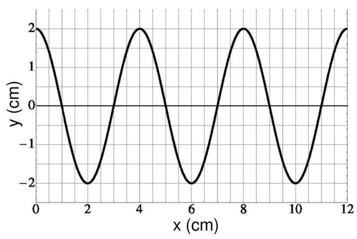
c) La intensidad para que una persona deje de oír a los dos cantantes simultáneamente será de 10^{-12} $W{\cdot}m^{-2}$, con lo que el nivel de intensidad será de 0 dB. La potencia conjunta de ambos cantantes será:

$$P = 0,2 + 0,079 = 0,279\,W$$

Para que la intensidad sea de 10^{-12} W/m^2, tendremos:

$$10^{-12} = \frac{0,279}{4\pi r^2} \qquad r = \sqrt{\frac{0,279}{4\pi \cdot 10^{-12}}} = 1,49 \cdot 10^5 m$$

14. La figura representa una fotografía, tomada en el instante t = 3 s, de una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje x con velocidad 2 cm/s. a) Determinar su amplitud, frecuencia y periodo. b) Escribir la ecuación de la onda, (o función de onda), y(x,t). c) Calcular la aceleración máxima. Obtener también la velocidad de vibración de un punto situado en x = 0 en t = 1s.



Respuesta:

a) La amplitud es: **A = 2 cm**, la longitud de onda es:$\lambda = 4$ cm. Sabiendo que la velocidad es v = 0,02 m/s, el periodo será: **T = 2 s** y la frecuencia, $\nu = 1/T = 0,5\,s^{-1}$.
b) La ecuación de la onda es:

$$y = 0,02 \operatorname{sen}\left(\pi t - \frac{2\pi}{0,04}x + \varphi_0\right)$$

Suponiendo $\varphi_0 = 0$, tendremos:

$$y = 0,02\,\mathrm{sen}\,(\pi t - 50\pi x)$$

c) La aceleración será:

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} - 0,02\pi^2 \mathrm{sen}\,(\pi t - 50\pi x) \qquad a_{máx} = 0,197\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

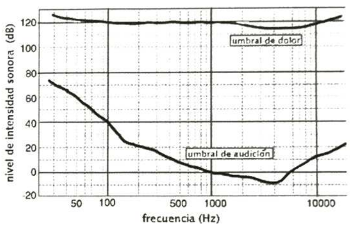
La velocidad de vibración es:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,02\pi\cos(\pi t - 50\pi x)$$

Para x = 0 y t = 1 s:

$$v = 0,02\pi\cos(\pi) = -0,02\pi \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

15. Las curvas de la gráfica representan el nivel mínimo detectable (umbral de audición) y el nivel máximo soportable (umbral de dolor) para el oído humano en función de la frecuencia del sonido. Consideremos dos altavoces, A y B, emitiendo sonido desde un mismo punto. El altavoz A emite sonido de 1000 Hz y una potencia de 2 W, y el altavoz B emite un sonido de 100 Hz. a) Determinar la longitud de onda mínima y el periodo máximo del sonido emitido. b) Calcular la distancia mínima a la que podríamos colocarnos respecto al altavoz A, para no superar el umbral de dolor, si sólo emitiera este altavoz. c) Calcular con qué potencia debe emitir el altavoz B para que la distancia a la que se deja de escuchar dicho altavoz sea la misma a la que deja de escucharse el altavoz A. Dato: $I_0 = 10^{-12}\mathrm{W\cdot m^{-2}}$



Respuesta:

a) El periodo máximo corresponde a la onda de menor frecuencia, siendo:

$$T_{máx} = \frac{1}{\nu_{menor}} = \frac{1}{100} = 0,01\,\mathrm{s}$$

La longitud de onda mínima corresponderá al sonido de mayor frecuencia, de forma que:

$$\lambda_{mín} = \frac{v}{\nu} = \frac{340}{1000} = 0,34\,\mathrm{m}$$

b) El umbral de dolor para una frecuencia de 1000 Hz corresponde a un nivel de intensidad de 120 dB, según la gráfica, por lo que, para calcular la distancia mínima, tendremos:

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} \qquad 120 = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \qquad I = 1$$

$$I = \frac{P}{S} \qquad 1 = \frac{2}{4\pi r^2} \qquad r \simeq 0,40\,\mathrm{m}$$

c) El umbral de audición para un sonido de 1000 Hz es 0 dB, por lo que la intensidad será igual a la intensidad umbral, $10^{-12}\mathrm{W\cdot m^{-2}}$. Para el altavoz A, tendremos:

$$10^{-12} = \frac{2}{4\pi r^2} \qquad r = 3,99\cdot 10^5\mathrm{m}$$

El umbral de audición para una frecuencia de 100 Hz es, según la gráfica, de 40 dB. Así pues:

$$10^{-8} = \frac{P}{4\pi(3,99\cdot 10^5)^2} \qquad P = 20000\,\mathrm{W}$$

16. Discutir la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: “Si un altavoz se oye en un punto dado con 50 dB de nivel de intensidad acústica (o sonoridad), dos altavoces iguales juntos se oirán en ese mismo punto con 100 dB”.

Respuesta:

La afirmación es incorrecta, puesto que dos altavoces emitiendo simultáneamente el mismo sonido darían lugar en el punto citado a una intensidad doble, que no corresponde a un nivel de intensidad doble.

$$\beta_1 = 10 \log \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_0} \qquad \beta_2 = 10 \log \frac{2\mathrm{I}}{\mathrm{I}_0}$$

Con lo que el nivel de intensidad para los dos altavoces sería igual al nivel de intensidad de uno solo, multiplicado por la raíz cuadrada de dos, esto es: $\beta_2 = \beta_1\sqrt{2}$

17. Consideremos un bote en el mar a 14 m del origen de coordenadas en la dirección x de propagación del oleaje. Debido al oleaje sigue una oscilación armónica vertical de 2 m de amplitud y 0,2 Hz de frecuencia. La velocidad de propagación de las olas en la superficie es de 0,7 m/s. a) Determinar el periodo y la longitud de onda de las olas. b) Escribir la ecuación de la onda suponiendo que, en el instante inicial $t = 0$, la altura del bote era mínima. c) Determinar la velocidad vertical máxima y la aceleración máxima del bote.

Respuesta:

El periodo y la longitud de onda son los siguientes:

$$\mathrm{T} = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{0,2} = 5\,\mathrm{s} \qquad \lambda = \mathrm{v} \cdot \mathrm{T} = 0,7 \cdot 5 = 3,5\,\mathrm{m}$$

La ecuación de la onda es:

$$\mathrm{y} = 2 \operatorname{sen}\left(0,4\pi \mathrm{t} - \frac{2\pi}{3,5}\mathrm{x} + \varphi_0\right)$$

Para el instante inicial, y x = 14 m, tendremos:

$$-2 = 2 \operatorname{sen}\left(-\frac{2\pi}{3,5}14 + \varphi_0\right) \qquad -\frac{2\pi \cdot 14}{3,5} + \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$$

$$-8\pi + \varphi_0 = -\frac{\pi}{2} \qquad \varphi_0 = 7,5\pi\,\mathrm{rad}$$

La ecuación de la onda quedará, por tanto, de la forma:

$$\mathrm{y} = 2 \operatorname{sen}\left(0,4\pi \mathrm{t} - \frac{2\pi}{3,5}\mathrm{x} + 7,5\pi\right)$$

c) La velocidad y la aceleración vertical son, respectivamente:

$$\mathrm{v_y} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = 0,8\pi \cos\left(0,4\pi \mathrm{t} - \frac{2\pi}{3,5}\mathrm{x} + 7,5\pi\right) \qquad \mathrm{a} = \frac{\mathrm{dv_y}}{\mathrm{dt}} = -0,32\pi^2 \operatorname{sen}\left(0,4\pi \mathrm{t} - \frac{2\pi}{3,5}\mathrm{x} + 7,5\pi\right)$$

Los valores máximos serán:

$$\mathrm{v_y}(\text{máx.}) = 0,8\pi\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \qquad \mathrm{a}\,(\text{máx.}) = 0,32\pi^2\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

3. Óptica.

1. ¿Cuánto tiempo tarda un rayo de luz en atravesar una fibra óptica que tiene un índice de refracción de 1.8 y una longitud de 100 m? (Considera que la fibra es rectilínea y que la luz viaja en línea recta de extremo a extremo de la misma).

   Respuesta:

   La velocidad de la luz en la fibra óptica es:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,} = 1,667 \cdot 10^8 \,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

   El tiempo es:

$$t = \frac{l}{v} = \frac{100}{1,667 \cdot 10^8} = 6 \cdot 10^{-7}\mathrm{s}$$

2. Aparece una lupa en el trastero. Comprobamos que tiene una lente de vidrio biconvexa y simétrica, pero somos curiosos y queremos saber más cosas. a) Enviamos un rayo de luz a una de las caras de la lente formando un ángulo de 45º con la normal en el punto de incidencia. Observamos que el rayo se refracta al interior de la lente con un ángulo de 25º. ¿Cuál es el índice de refracción del vidrio? b) Colocamos una bombilla a 50 cm de la lupa y podemos enfocar su imagen real en un papel situado a 100 cm de la lupa. ¿Cuál es su potencia? ¿Y su distancia focal imagen? c) ¿Cuánto valen los radios de curvatura de la lente? ¿Cuál sería la potencia si pulimos una de las caras hasta dejarla completamente plana?

   Respuesta:

   a) Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_1}{\operatorname{sen}\alpha_r} = \frac{n_2}{n_1} \longrightarrow \frac{\operatorname{sen} 45^{\circ}}{sen\, 25^{\circ}} = \frac{n_2}{1} \qquad n_2 = 1,67$$

   b) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P \qquad \frac{1}{-0,5} - \frac{1}{1} = -3 \rightarrow P = 3\,\mathrm{dp}$$

   la distancia focal imagen será, $f' = \dfrac{1}{P} = 0,33$ **m**

   c) Suponiendo la lente simétrica, y sabiendo que es convergente (una lente divergente produce siempre imágenes virtuales) , tendremos:

$$(1-n)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{-R}\right) = -P \qquad (1-1,67)\,\frac{2}{R} = -3 \quad R = \frac{2 \cdot 0{,}67}{3} = 0,45\,\mathrm{m}$$

   Si dejáramos una de las caras completamente plana, la potencia sería:

$$P = (n-1)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\infty}\right) \qquad P = 0,67\,\frac{1}{0,45} = 1,5\,\mathrm{dp}$$

3. Razona si este enunciado es o no correcto: «Al duplicar la potencia de una lente, se duplica la distancia a la imagen, formada por aquella, de un determinado objeto».

   Al duplicar la potencia de una lente, su distancia focal se reduce a la mitad. Si aplicamos en ambos casos la ecuación de las lentes delgadas, tendremos lo siguiente:

$$\frac{1}{\mathrm{s}} - \frac{1}{\mathrm{s}'_1} = -\frac{1}{\mathrm{f}'_1} \qquad (*)$$

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'_2} = -\frac{1}{f'_2} = \frac{2}{f'_1} \qquad (**)$$

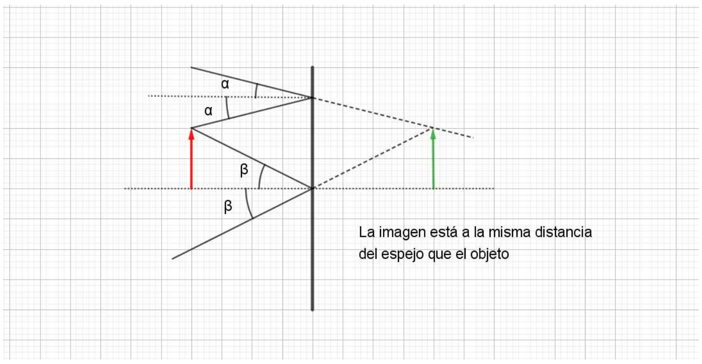
Despejando, tendremos:

$$\frac{1}{s'_1} = \frac{1}{s} + \frac{1}{f'} \qquad y \qquad \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{s} + \frac{2}{f'}$$

De donde podemos deducir que $\frac{1}{s'_2} > \frac{1}{s'_1}$,con lo que $s'_1 > s'_2$,por tanto, la afirmación de que la distancia de la imagen a la lente se duplica al duplicar la potencia de la lente es incorrecta.

4. Demuestra en un dibujo dónde está tu imagen tras la reflexión en un espejo plano.

De la siguiente representación gráfica:



Se puede deducir que la imagen, virtual, se forma a la misma distancia del espejo que a la que se encuentra el objeto.

5. Tenemos un espejo plano y una lente de 2 D biconvexa simétrica. Situamos un objeto a 1 m de distancia tanto del espejo como de la lente. a) Calcula la posición de la imagen a través del espejo plano. ¿Es real o virtual? b) Calcula la posición de la imagen a través de la lente. ¿Es real o virtual? c) Si la lente fuera plano-convexa en vez de biconvexa, manteniendo el mismo índice de refracción y el mismo radio de curvatura, calcula su potencia y dónde estaría ahora la imagen del objeto anterior.

Respuesta:

a) El espejo plano es un caso particular del espejo esférico, por lo que puede emplearse la ecuación :

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{2}{\infty}$$

Por lo que $s' = -s = 1$ m. La imagen de un espejo plano es siempre virtual.

b) Para la lente, aplicamos la ecuación:

$$\frac{1}{-1} - \frac{1}{s'} = -P = -2 \qquad s' = 1\,\mathrm{m}$$

La imagen se forma a la misma distancia de la lente que respecto al espejo. A diferencia de éste, la imagen obtenida es real .

c) Para una lente biconvexa simétrica, de radios de curvatura R, tendremos:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = (1-n)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{-R}\right) = (1-n)\frac{2}{R} = \frac{1}{f_1} = -P_1$$

Mientras que para una lente planoconvexa tendremos:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = (1-n)\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{-R}\right) = (1-n)\frac{1}{R} = \frac{1}{f_2} = -P_2$$

Obteniéndose así: $\frac{P_1}{2} = P_2$. La lente planoconvexa tendrá una potencia de 1 D. Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

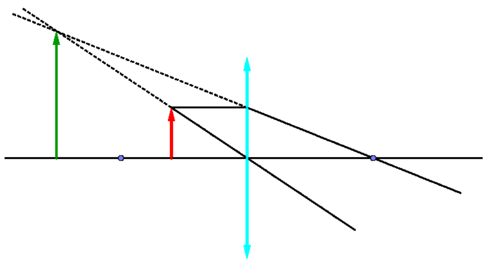
$$\frac{1}{-1} - \frac{1}{s'} = -P = -1 \qquad s' = \infty$$

Al encontrarse el objeto en el foco, la imagen se forma en el infinito.

6. Tenemos una lupa de 4 D y una lente de miope de -5 D. Explica cuál de las dos escoges para construir un proyector de imágenes, y obtén su longitud focal.

Respuesta:

La lupa es una lente convergente, mientras la lente de miope es divergente. La imagen obtenida por esta última es siempre menor que el objeto, por lo que para construir un proyector de imágenes utilizaremos una lupa, situando el objeto que queremos proyectar entre el foco y la lente, como podemos ver en el siguiente diagrama de rayos:



La distancia focal se obtiene de:

$$P = \frac{1}{f'} \qquad f' = \frac{1}{4} = 0,25\,\mathrm{m}$$

7. Halla la posición de la imagen de una pulga situada a 10 cm de una lupa de 5 D.

Respuesta:

Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P \qquad \frac{1}{-0,1} - \frac{1}{s'} = -5 \qquad s' = -0,2\,\mathrm{m}$$

8. Tenemos una lupa de 3 D y una lente de miope de -3 D. Explica cuál de las dos escoges para construir un proyector de imágenes, y obtén su longitud focal.

Respuesta:

Sólo se podrá proyectar en una pantalla (imagen real) si la lente es convergente, por lo que elegiremos la **lupa de 3 D**. La distancia focal es:

$$f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{3} = 0,33\,\mathrm{m}$$

9. En una piscina en calma (índice de refracción del agua, 1.33), ¿cuál es el ángulo máximo respecto de la vertical que pueden formar los rayos solares dentro del agua?

Respuesta:

Este ángulo será el ángulo límite, que se calcula de la forma:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_L}{\operatorname{sen} 90^{\circ}} = \frac{1}{1,33} \qquad \alpha_L = 48,7^{\circ}$$

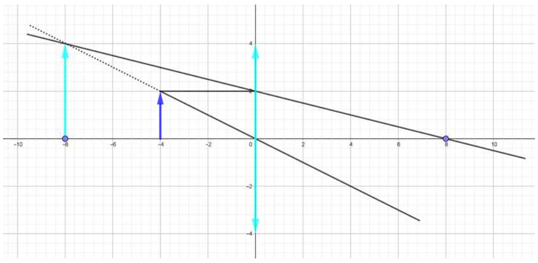
10. Un objeto de 7 mm de altura se coloca a 1 cm de distancia de una lente convergente de 50 dioptrías. Calcular la posición y tamaño de la imagen formada y realizar una representación geométrica incluyendo el trazado de rayos correspondiente.

Respuesta:

Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P \qquad \frac{1}{-0,01} - \frac{1}{s'} = -50 \qquad s' = -0,02\,\mathrm{m}$$

El diagrama de rayos será el siguiente:



Razonar que ocurre con la velocidad de propagación, la frecuencia y la longitud de onda de un rayo de luz al pasar de propagarse del aire a un medio de índice de refracción n = 2.

Respuesta:

La frecuencia de un rayo de luz **no varía** al cambiar su medio de propagación. La velocidad variará en función del índice de refracción del medio, de acuerdo con la expresión:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{c}{2}$$

Es decir, **la velocidad de propagación será la mitad** de la velocidad de la luz en el vacío. Por último, **la longitud de onda se hará la mitad**, al serlo la velocidad de propagación:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{2\nu}$$

11. Se tiene una lente biconvexa de 2.5 D de potencia, hecha de un material cuyo índice de refracción es 1.5. Se sabe que el radio de una de las caras es de 30 cm. a) Calcular la velocidad de la luz en el interior de la lente. b) Obtener el radio de la otra cara. c) A una distancia de 60 cm delante de la lente se coloca un objeto de 3 cm de altura. Determinar la posición de la imagen y explicar si es real o virtual.

Respuesta:

a) La velocidad de la luz en el interior de la lente es:

$$v = \frac{c}{2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = 2 \cdot 10^8 \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) A partir de la igualdad:

$$-P = (1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Sustituyendo valores, obtendremos:

$$-2,5 = (1-1,5)\left(\frac{1}{0,30} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad R_2 = -0,6\,\mathrm{m}$$

c) La distancia focal imagen es: $f' = \dfrac{1}{P} = \dfrac{1}{2,5} = 0,4\,\mathrm{m}$. Dado que el objeto se sitúa a mayor distancia de la lente que la distancia focal, la imagen formada será **real**. Para calcular la posición de la imagen, recurrimos a la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P \qquad \frac{1}{-0,6} - \frac{1}{s'} = -2,5 \qquad s' = 1,2\,\mathrm{m}$$

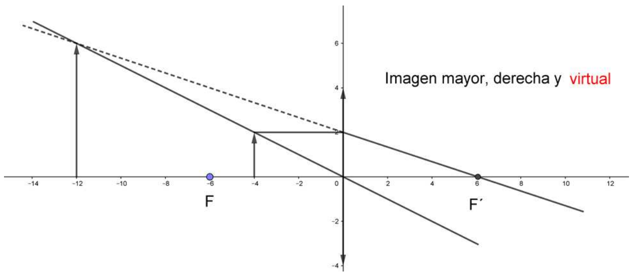
El tamaño de la imagen se obtiene a partir de la ecuación del aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad y' = 3\,\frac{1,2}{-0,6} = -6\,\mathrm{cm}$$

12. Razonar gráficamente la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: "Las imágenes formadas por una lente convergente siempre son reales".

Respuesta:

Para que una imagen sea real, debe poder proyectarse en una pantalla. La afirmación será entonces **incorrecta**, como se deduce de la siguiente representación gráfica:



13. Un rayo láser se mueve en el interior de un cristal de zafiro, de índice de refracción 1.77. El rayo incide sobre una de sus caras planas que lo separa del aire. ¿A partir de qué ángulo de incidencia, respecto de la perpendicular a la cara, el láser no sale del cristal?

Respuesta:

Se trata del ángulo límite. Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha_i}{\operatorname{sen}90^{\circ}} = \frac{1}{1,77} \qquad \alpha_i = 34,4^{\circ}$$

14. Una persona hipermétrope utiliza unas gafas de 6 D de potencia. a) Calcular la distancia focal de la lente. b) Suponiendo la lente simétrica y de radio 10 cm ¿qué velocidad tendrá la luz en su interior? c) Si utilizamos la lente para leer un libro a 40 cm de distancia ¿Dónde obtendremos la imagen? Resuelva este apartado analítica y gráficamente.

Respuesta:

a) La distancia focal es:

$$P = \frac{1}{f'} \qquad f' = -f = \frac{1}{6} = 0,167\,\mathrm{m}$$

b) A partir de la igualdad:

$$(1-n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = -P \qquad (1-n)\left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{-0,1}\right) = -6$$

$$n = 1 + 0,3 = 1,3$$

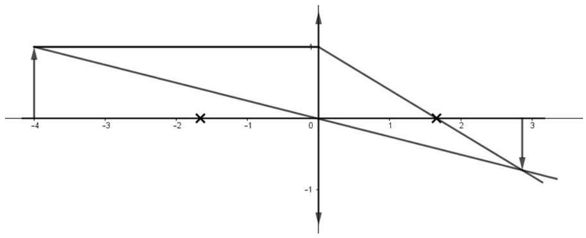
La velocidad de la luz en el interior de la lente será:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,3} = 2,31 \cdot 10^8 \,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

c) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,4} - \frac{1}{s'} = -6 \qquad s' = 0,286\,\mathrm{m}$$

El diagrama de rayos es el siguiente:



15. La cámara de un teléfono móvil consta de una lente biconvexa simétrica, de 28 mm de radio, fabricada con un material transparente donde la luz viaja a$1,5 \cdot 10^8 \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. a) Calcular la potencia y la distancia focal. b) Si colocamos un objeto a 7 cm de la lente, calcular a qué distancia de aquella se formará la imagen, y el aumento de la lente. c) ¿Qué características tendrá la imagen obtenida? Razone su respuesta gráficamente.

Respuesta:

a) En primer lugar, calculamos el índice de refracción de la luz en la lente:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^8} = 2$$

A partir de la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = (1 - n)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = -P$$

Despejamos la potencia:

$$P = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = 1\left(\frac{1}{0,028} + \frac{1}{0,028}\right) = 71,4\,\mathrm{dp}$$

A partir de la expresión:

$$P = \frac{1}{f'} \qquad \text{tendremos :} \qquad f' = \frac{1}{71,4} = 0,014\,\mathrm{m}$$

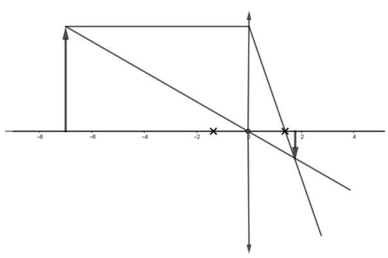
Teniendo en cuenta nuevamente la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,07} - \frac{1}{s'} = -71,4 \qquad \frac{1}{s'} = 71,4 - 14,29 \qquad s' = 0,018\,\mathrm{m}$$

El aumento lateral será:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{0,018}{0,07} = 0,257$$

La representación gráfica es la siguiente:



La imagen será **real, invertida y menor** .

16. Sobre una lámina plana de vidrio incide desde el aire un rayo de luz blanca con un ángulo de incidencia de 30º. Sabiendo que en el interior de ese vidrio la velocidad de propagación de la luz roja es de $1.8.10^8$ m/s y la de la luz azul es de $1.7.10^8$ m/s, ¿qué ángulo formarán entre sí en el interior del vidrio los rayos rojo y azul, componentes de la luz blanca?

Respuesta:

a)Los respectivos índices de refracción para la luz roja y la luz azul son:

$$\mathrm{n_{roja}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,8 \cdot 10^8} = 1,67 \qquad \mathrm{n_{azul}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,7 \cdot 10^8} = 1,76$$

Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\mathrm{sen}\, 30^{\underline{o}}}{\mathrm{sen}\, \alpha_{\mathrm{rojo}}} = \frac{1,67}{1} \quad \alpha_{\mathrm{rojo}} = 17,42^{\underline{o}} \qquad \frac{\mathrm{sen}\, 30^{\underline{o}}}{\mathrm{sen}\, \alpha_{\mathrm{azul}}} = \frac{1,76}{1} \quad \alpha_{\mathrm{azul}} = 16,50^{\underline{o}}$$

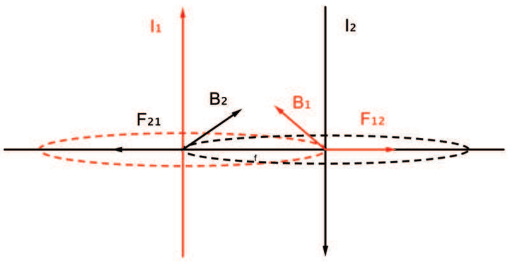
Por tanto, el ángulo entre los dos rayos es de 17,42 - 16,50 = **0,92º**.

4. Electromagnetismo.

1. Tenemos dos cables rectilíneos paralelos por los que circula corriente en sentido contrario. Razona si los cables se atraen, se repelen o no se ejercen ninguna fuerza.

   Respuesta:

   a) En la siguiente imagen se representan los vectores campo magnético creados por cada uno de los conductores sobre el otro. Aplicando la regla de la mano izquierda, comprobaremos que la fuerza

   entre ambos conductores es de **repulsión**.

2. Enrollamos un cable esmaltado dando varias vueltas alrededor de un tornillo. Conectamos los extremos del cable a una pila. Explica qué ocurre y por qué.

   Respuesta:

   Al pasar la corriente eléctrica por un conductor enrollado (solenoide), se produce un campo magnético, que resulta intensificado cuando este conductor se enrolla sobre una sustancia ferromagnética, dando así lugar a la formación de un **electroimán.**

3. Un aparato de rayos X consta de un tubo de descarga con dos placas metálicas paralelas (cátodo y ánodo). Entre las placas se aplica una elevada diferencia de potencial que acelera los electrones desde el cátodo al ánodo. Si la distancia entre placas es de 30 cm y la diferencia de potencial aplicada es de 10 kV, calcula: a) La fuerza que experimenta un electrón dentro de las placas. b) La velocidad de un electrón al llegar al ánodo (los electrones parten del reposo desde el cátodo). c) Al colisionar con el ánodo el electrón se frena y la energía que pierde se convierte en un fotón de rayos X de 1 nm de longitud de onda. Calcula la energía de un fotón de rayos X. Calcula la nueva velocidad del electrón. Datos: $|e| = 1.6\cdot10^{-19}$ C; $m_e = 9.1\cdot10^{-31}$ kg; $h = 6.626\cdot10^{-34}$ J·s

   Respuesta:

   a) La fuerza experimentada por el electrón será:

$$F = qE = q\,\frac{\Delta V}{r} = \frac{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10^4}{0,3} = 5,33\cdot 10^{-15}\mathrm{N}$$

   b) El trabajo realizado sobre el electrón se invierte en aumentar su energía cinética. Así pues:

$$W = q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{con lo que}: \quad v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10^4}{9,1\cdot 10^{-31}}} = 5,93\cdot 10^7\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

   c) La energía es:

$$E_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,67\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{10^{-9}} = 2\cdot 10^{-16}\mathrm{J}$$

   dado que la energía se conserva, podremos poner:

$$E_0 = q\Delta V = 1,6\cdot 10^{-15} = E_f + \frac{1}{2}mv^2$$

$$v=\sqrt{\frac{2(E_0-E_f)}{m}}=\sqrt{\frac{2(1,6\cdot10^{-15}-2\cdot10^{-16})}{9,1\cdot10^{-31}}}=5,55\cdot10^{7}\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

4. Entre los electrodos de un tubo fluorescente se aplican 230 V. El tubo mide 60 cm. a) Calcula la energía cinética que, debido a la diferencia de potencial, adquiere un electrón que parte del reposo desde un extremo del tubo y llega al otro extremo. b) En el interior del tubo hay átomos de mercurio que emiten luz de 367 nm. Obtén la energía de cada fotón de dicha luz. c) Calcula el valor del campo eléctrico en el interior del tubo y la fuerza que experimenta un electrón. Datos: |e| = $1.6\cdot10^{-19}$ C; h = $6.626\cdot10^{-34}$ J·s.

   Respuesta:

   a) la energía cinética será:

   $$E_c=q\Delta V=1,6\cdot10^{-19}\cdot230=3,68\cdot10^{-17}\,\mathrm{J}$$

   b) La energía del fotón es:

   $$h=h\nu=\frac{hc}{\lambda}=\frac{6,626\cdot10^{-34}\cdot10^{8}}{3,67\cdot10^{-7}}=5,42\cdot10^{-19}\,\mathrm{J}$$

   c) El campo eléctrico es:

   $$E=\frac{\Delta V}{\Delta r}=\frac{230}{0,6}=383,3\,\mathrm{N/C}$$

   La fuerza sobre el electrón será:

   $$F=qE=1,6\cdot10^{-19}\cdot383,3=6,13\cdot10^{-17}\mathrm{N}$$

5. En un acelerador, las partículas cargadas se mueven en un túnel horizontal con forma de circunferencia debido a la acción de un campo magnético. Argumenta en qué dirección actúa el campo: ¿hacia el centro del túnel, vertical o según el avance de las cargas?

   Respuesta:

   para que la carga se mueva con un movimiento circular, es necesario que exista una fuerza del campo sobre la carga, lo que excluye que dicho campo actúe en el sentido de avance de las cargas.Si actuara verticalmente, el movimiento no será circular, sino helicoidal. Por tanto, el campo deberá actuar hacia el centro del túnel.

6. El campo eléctrico que crea una esfera de radio R y densidad de carga ρ es , $E=\dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^a}$ en un punto exterior a distancia r de su centro. Determina el valor del exponente$a$ utilizando análisis dimensional.

   Respuesta:

   La unidad de campo eléctrico es N/C, mientras que la de la permitividad, εes $\mathrm{C^2N^{-1}m^{-2}}$. Teniendo esto en cuenta, las ecuaciones des dimensiones serán las siguientes:

   $$[\mathrm{E}]=\mathrm{MLT^{-2}Q^{-1}} \qquad \left[\frac{\rho\mathrm{R}^3}{3\varepsilon_0\mathrm{r^a}}\right]=\mathrm{QL^{-3}L^{3}Q^{-2}ML^{3}T^{-2}L^{-a}}=\mathrm{ML^{(3-a)}T^{-2}Q^{-1}}$$

   De donde se deduce que 3-a = 1 y a = 2.

7. Los experimentos de deflexión de partículas radiactivas realizados por Rutherford permitieron determinar que las partículas αson núcleos de He-4 (2 protones y dos neutrones) y que las partículas β son electrones rápidos. a) Calcula la relación carga/masa de las partículas α y de las β. b) Al aplicar un campo magnético uniforme de 1 T, perpendicular a la velocidad de las partículas, las α describen circunferencias de 39 cm de radio y las β, de 0,1 cm de radio. Obtén las velocidades de ambas partículas. c) Halla el campo eléctrico necesario, junto al campo eléctrico anterior, para

mantener a las partículas α en una trayectoria rectilínea. Haz un dibujo de la situación. Datos: $|e| = 1.6{\cdot}10^{-19}$ C; masa del electrón = $9{,}1{\cdot}10^{-31}$kg; masa del protón = $1{,}673{\cdot}10^{-27}$kg; masa del neutrón = $1{,}675{\cdot}10^{-27}$kg.

Respuesta:

a) La relación carga/masa para cada partícula será la siguiente:

$$\left(\frac{\mathrm{q}}{\mathrm{m}}\right)_\alpha = \frac{2\cdot 1{,}6{\cdot}10^{-19}}{2\cdot 1,673\cdot 10^{-27}\cdot 2\cdot 1,675\cdot 10^{-27}} = 4,78\cdot 10^{7}\mathrm{C/kg}$$

$$\left(\frac{\mathrm{q}}{\mathrm{m}}\right)_\beta = \frac{1{,}6{\cdot}10^{-19}}{9,1\cdot 10^{-31}} = 1,76\cdot 10^{11}\mathrm{C/kg}$$

b) Las respectivas velocidades se deducirán de::

$$0,39 = \frac{(2\cdot 1,673\cdot 10^{-27}{}^{\text{‘}} + 2\cdot 1,675\cdot 10^{-27})\, v_\alpha}{2\cdot 1{,}6{\cdot}10^{-19}\cdot 1} \qquad \text{Obteniéndose : } \mathrm{v}_\alpha = 1,86\cdot 10^{7}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$0,001 = \frac{9,1\cdot 10^{-31}\cdot v_\beta}{2\cdot 1{,}6{\cdot}10^{-19}\cdot 1} \qquad \text{Obteniéndose : } \mathrm{v}_\beta = 1,76\cdot 10^{8}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

c) Para que las partículas α describan una trayectoria rectilínea, deberá aplicarse un campo eléctrico perpendicular al campo magnético ya existente. Por ejemplo, si el campo magnético se dirige desde fuera hacia dentro del plano del papel, el campo eléctrico deberá dirigirse desde la parte superior a la inferior de dicho plano. Para hallar el valor del campo eléctrico, tendremos que:

$$\mathrm{qE = qvB} \qquad \mathrm{E} = 1,86\cdot 10^{7}\cdot 1 = 1,86\cdot 10^{7}\,\mathrm{N/C}$$

8. Sabemos que la fuerza de Coulomb entre dos cargas q iguales, distanciadas 1 cm, vale 2 N. Calcula el valor de la fuerza si acercamos las cargas hasta una distancia de 1 mm.

Respuesta:

La fuerza entre ambas cargas será:

$$2 = \frac{\mathrm{kq}^2}{(10^{-2})^2} \qquad \mathrm{kq}^2 = 2\cdot 10^{-4}\mathrm{N\cdot m^2}$$

Cuando estén separadas 1 mm:

$$\mathrm{F} = \frac{2\cdot 10^{-4}}{(10^{-3})^2} = 200\,\mathrm{N}$$

9. En el acelerador de partículas LHC se generan campos magnéticos de 2 T mediante un solenoide de 5.3 m de longitud por el que circula una corriente de 7700 A. a) ¿Cuántos electrones circulan cada segundo por el cable del solenoide? b) Calcula la fuerza que experimenta un electrón que entra al acelerador a 2 m/s perpendicularmente al campo magnético. c) Determina el número de espiras que contiene el solenoide. Datos: $|e| = 1.6{\cdot}10^{-19}$ C; $\mu_0 = 4{\cdot}10^{-7}$ T·m /A.

Respuesta:

a) El número de electrones será:

$$7700 = \frac{\mathrm{n\,elec}\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\mathrm{C\cdot elec^{-1}}}{1\,\mathrm{s}} \qquad \mathrm{n} = \frac{7700}{1,6\cdot 10^{-19}} = 4,81\cdot 10^{22}\text{electrones}$$

b) El módulo de la fuerza es:

$$\mathrm{F = qvB\cdot sen\,90^{o}} == 6,4\cdot 10^{-19}\mathrm{N}$$

c) El campo magnético tiene la expresión:

$$\mathrm{B} = \frac{\mu_0 \mathrm{NI}}{\mathrm{L}} \qquad \mathrm{N} = \frac{2\cdot 5,3}{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 7700} = 1095$$

10. ¿En qué condiciones una carga se mueve en círculos bajo la fuerza de Lorentz?

Respuesta:

La fuerza de Lorentz sobre una carga eléctrica es:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

La carga se moverá en círculos cuando el campo magnético sea perpendicular a la trayectoria de la carga.

11. La carga positiva q_1 está fija (sin poder moverse) en el origen. La carga negativa q_2 se encuentra inicialmente a 3 m y empieza a moverse hacia q_1 partiendo del reposo. Calcula: a) El campo eléctrico en x = 1.5 m en el instante inicial. b) La fuerza que experimenta $q_2$en los puntos x = 3 m y x = 1.5 m. c) La energía potencial del sistema cuando $q_2$está en x = 3 m y en x = 1.5 m, y la energía cinética de $q_2$en x = 1.5 m. Datos: $1/4\pi\varepsilon_0$= 9.10^9 N.m^2/C^2

Respuesta:

a) En el punto x = 1,5 m los dos vectores intensidad de campo tienen la misma dirección y sentido, y se dirigen hacia la carga q_1. Los módulos de ambos son iguales, por lo cual:

$$\vec{E} = -2\,\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-3}}{1,5^2}\,\vec{i} = -8 \cdot 10^6\,\vec{i}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

b) La fuerza que experimenta $q_2$en los puntos x_1= 3 m y x_2 = 1, 5 m serán, respectivamente:

$$\vec{F_1} = -\frac{9 \cdot 10^9 (10^{-3})^2}{3^2}\,\vec{i} = -10^3\,\vec{i}\ \mathrm{N} \qquad \vec{F_2} = -\frac{9 \cdot 10^9 (10^{-3})^2}{1,5^2}\,\vec{i} = -4 \cdot 10^3\,\vec{i}\ \mathrm{N}$$

c) La energía potencial en x_1= 3 m y x_2 = 1, 5 m serán, respectivamente:

$$U_1 = -\frac{9 \cdot 10^9 (10^{-3})^2}{3} = -3 \cdot 10^3\ \mathrm{J} \qquad U_2 = -\frac{9 \cdot 10^9 (10^{-3})^2}{1,5} = -6 \cdot 10^3\ \mathrm{J}$$

c) Aplicando el principio de conservación de la energía, la energía cinética en $x_2$será:

$$-3 \cdot 10^3 = -6 \cdot 10^3 + E_c \qquad E_c = 3000\ \mathrm{J}$$

12. El enlace iónico de la molécula de cloruro de sodio (NaCl) se produce por la atracción electrostática entre sus iones Na^+ y Cl^-. a) Calcula la separación entre los dos iones, sabiendo que la energía potencial de la molécula es de 9.76.10^{-19} J. b) En una disolución de la sal en agua la distancia entre iones es de 8 nm. Calcula el módulo de la fuerza que se ejercen entre sí dos iones cualesquiera. c) Aplicamos a la disolución un campo eléctrico uniforme de 50 N/C. Calcula el trabajo realizado para un ión que se desplaza 3 cm por la acción del campo. Datos: $1/4\pi\varepsilon_0$= 9.10^9 N.m^2/C^2 ;|e| = 1.6.10^{-19} C.

Respuesta:

a) Conocido el valor de la energía potencial:

$$9,76 \cdot 10^{-19} = \frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{r} \qquad r = 2,36 \cdot 10^{-10}\mathrm{m}$$

b) El módulo de la fuerza entre dos iones cualesquiera será:

$$F = \frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(8 \cdot 10^{-9})^2} = 3,6 \cdot 10^{-12}\mathrm{N}$$

c) El trabajo vendrá dado por la expresión:

$$W = q\,(V_0 - V)$$

Conocido el valor del campo eléctrico, tendremos que:

$$\Delta V = E \cdot r = 50 \cdot 3 \cdot 10^{-2} = 1,5\,\mathrm{V}$$

Por lo que el trabajo valdrá:

$$W = 1,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,4 \cdot 10^{-19}\,J$$

13. Enrollamos un cable esmaltado dando varias vueltas alrededor de un tornillo. Conectamos los extremos del cable a una pila. Explica qué ocurre y por qué.

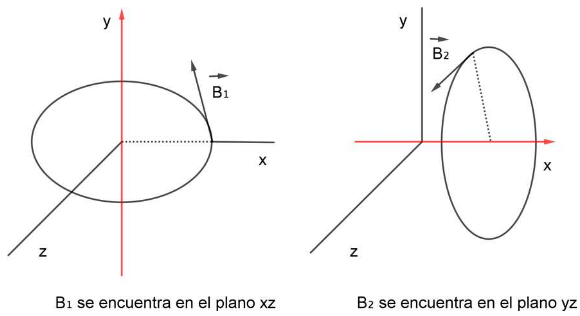
Respuesta:

Se forma un **electroimán**, ya que la corriente eléctrica crea un campo magnético al atravesar un conductor. Dicho campo magnético se refuerza cuando en el núcleo del solenoide formado se sitúa un tornillo, cuya permeabilidad magnética es muy superior a la del aire.

14. Por un alambre situado a lo largo del eje y circula una corriente eléctrica en el sentido creciente del eje y, y por otro alambre en el eje x circula una corriente de igual intensidad en el sentido creciente del eje x. Razonar, basándose en un dibujo, en que puntos del plano xy se anula el campo magnético.

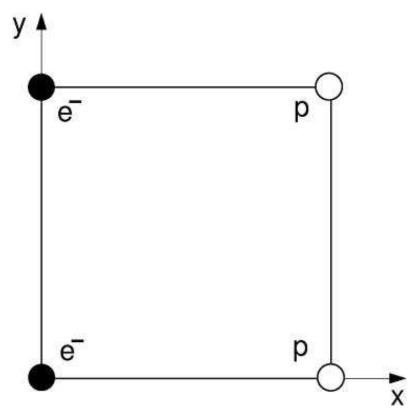
Respuesta:

Aplicando la regla de la mano derecha, los vectores campo magnético creado por cada una de las corrientes vendrán representados en la siguiente imagen:



Por lo que la resultante del campo magnético en el plano xy será nula en un punto **equidistante** de los ejes x e y.

15. En los vértices de un cuadrado de 1 nm de lado hay colocados dos electrones y dos protones tal y como se indica en la figura.



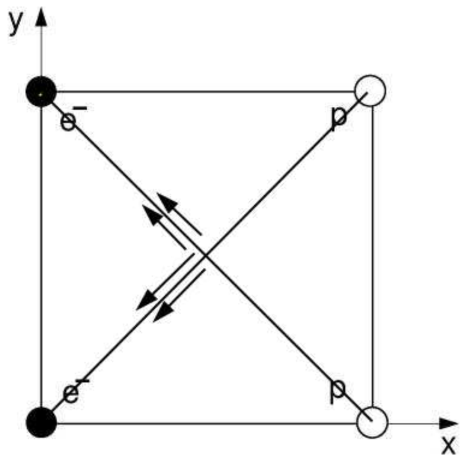
a) Determinar el potencial eléctrico en el centro del cuadrado. b) Determinar el campo eléctrico en el centro del cuadrado. c) Calcular el trabajo necesario para llevar un protón al centro del cuadrado. Datos: carga del electrón = -1.6·10^{-19}C; $1/4\pi\varepsilon_0 = 9{\cdot}10^9$ N·m^2/C^2

Respuesta:

a) El potencial en el centro del cuadrado será nulo, pues la distancia de cada una de las cargas, tanto positivas como negativas, al centro del cuadrado es la misma. El potencial será entones:

$$V = \frac{Kq}{r} + \frac{Kq}{r} + \frac{K(-q)}{r} + \frac{K(-q)}{r} = 0$$

b) A partir de la siguiente representación gráfica:



Podemos ver que lo vectores campo eléctrico creados por el protón y el electrón opuestos en el centro del cuadrado tienen el mismo módulo:

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})}{10^{-9}\sqrt{2}/2} = 2,04\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

Las componentes verticales de los cuatro vectores se anulan entre sí, por lo que el campo resultante será:

$$\vec{E} = -4 \cdot 2,04\,\vec{i} = -8,16\,\vec{i}\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

c) El trabajo necesario será: $W = q\,(V_1 - V_2)$, siendo:

$$V_1 = \frac{9 \cdot 10^9(-1,6 \cdot 10^{-19})}{10^{-9}} + \frac{9 \cdot 10^9(-1,6 \cdot 10^{-19})}{10^{-9}\sqrt{2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10^{-9}} = -1,02\,\mathrm{V}$$

$$V_1 = \frac{9 \cdot 10^9(-1,6 \cdot 10^{-19})}{10^{-9}\sqrt{2}/2} + \frac{9 \cdot 10^9(-1,6 \cdot 10^{-19})}{10^{-9}\sqrt{2}/2} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10^{-9}\sqrt{2}/2} = -2,04\,\mathrm{V}$$

Por lo que el trabajo necesario será: $W = 1,6 \cdot 10^{-19}(-1,02 + 2,04) = 1,63 \cdot 10^{-19}\mathrm{J}$.

16. Una espira circular de 15 cm de radio crea un campo magnético de $2{\cdot}10^{-5}$ T en su centro. Calcular el número de electrones por unidad de tiempo que circula por la espira. Datos: $\mu_0 = 4\pi{\cdot}10^{-7}$ T·m/A; carga del electrón= -1.6·10^{-19} C.

Respuesta:

a) El campo magnético creado por una espira en su centro viene dado por la expresión:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} \qquad I = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 0,15}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 4,77\,\mathrm{A}$$

El número de electrones, n, que circulan por la espira en la unidad de tiempo se deduce de:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{n \cdot q_e}{t} \qquad n = \frac{4,77 \cdot 1}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,98 \cdot 10^{19}\,\text{electrones}$$

17. La partícula muón (μ^-) tiene la misma carga eléctrica que el electrón. a) Determinar la fuerza eléctrica con que se repelen un electrón y un muón separados una distancia de 4 nm. b) Si aceleramos muones desde del reposo mediante una diferencia de potencial de 2 kV, determinar la energía cinética que adquieren los muones. c) A continuación los muones entran en una zona con un campo magnético uniforme de 3.10^{-3} T perpendicular a su velocidad. Si se inyectan electrones con la misma velocidad en el mismo campo magnético la trayectoria descrita por los electrones tiene un radio que es 206 veces más pequeño que en el caso de los muones. Obtener la masa de un muón. Datos: masa del electrón= $9.1{\cdot}10^{-31}$ kg; carga del electrón= $-1.6{\cdot}10^{-19}$ C; $1/4\ \pi\epsilon_0 = 9{\cdot}10^9\ \mathrm{N{\cdot}m^2/C^2}$

Respuesta:

a) El módulo de la fuerza será:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{9\cdot 10^9(1,6\cdot 10^{-19})^2}{(4\cdot 10^{-9})^2} = 1,44\cdot 10^{-11}\,\mathrm{N}$$

b) El trabajo realizado por el campo eléctrico será:

$$\mathrm{W = q\,(V_A - V_B) = \frac{1}{2}\,mv^2} \qquad \mathrm{\frac{1}{2}\,mv^2} = 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 2000 = 3,2\cdot 10^{-16}\,\mathrm{J}$$

c) El radio de la trayectoria es: $\mathrm{r = \frac{mv}{qB}}$. Si aplicamos esta expresión a ambas partículas, tendremos:

$$\mathrm{r_\mu = \frac{m_\mu v}{qB}} \qquad \mathrm{\frac{r_\mu}{206} = \frac{m_e v}{qB}}$$

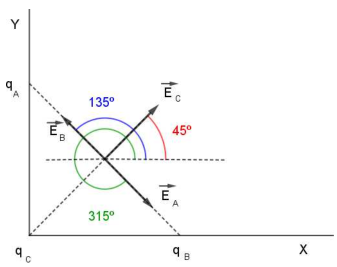
Dividiendo miembro a miembro:

$$206 = \frac{\mathrm{m_\mu}}{\mathrm{m_e}} \qquad \mathrm{m_\mu} = 206\cdot 9,1\cdot 10^{-31} = 1,87\cdot 10^{-28}\mathrm{kg}$$

18. Se sitúan tres cargas puntuales q_A, q_B y q_C en los puntos A (0,2,0), B (2,0,0) y C (0,0,0), respectivamente. Razonar cuánto deben valer q_B y q_C en función de q_A para que el campo eléctrico se anule en el punto D (1,1,0).

Respuesta:

De las coordenadas especificadas se deduce que las tres cargas se encuentran situadas en el plano XY. La representación gráfica de los vectores intensidad de campo en el punto D (1,1,0) es la siguiente: La intensidad de campo resultante en el punto D (1,1,0) es:



$$\vec{\mathrm{E}} = 0 = \frac{\mathrm{Kq_A}}{2}\left(\vec{i}\cos 315^{\circ} + \vec{j}\,\mathrm{sen}\,315\right) + \frac{\mathrm{Kq_B}}{2}\left(\vec{i}\cos 135^{\circ} + \vec{j}\,\mathrm{sen}\,135^{\circ}\right) + \frac{\mathrm{Kq_C}}{2}\left(\vec{i}\cos 45^{\circ} + \vec{j}\,\mathrm{sen}\,45^{\circ}\right)$$

$$0 = \frac{\mathrm{Kq_A}}{2}\left(\vec{i}\,\frac{\sqrt{2}}{2} - \vec{j}\,\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{\mathrm{Kq_B}}{2}\left(-\vec{i}\,\frac{\sqrt{2}}{2} + \vec{j}\,\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{\mathrm{Kq_C}}{2}\left(\vec{i}\,\mathrm{c}\frac{\sqrt{2}}{2} + \vec{j}\,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Dividiendo ambos miembros por $\frac{\mathrm{K}\sqrt{2}}{2\cdot 2}$, nos queda:

$$\mathrm{q_A}(\vec{i} - \vec{j}) + \mathrm{q_B}(-\vec{i} + \vec{j}) + \mathrm{q_C}(\vec{i} + \vec{j})$$

Obteniéndose:

$$\vec{i}\,(q_A - q_B + q_C) = 0 \qquad \vec{j}\,(-q_A + q_B + q_C) = 0$$

$$q_A - q_B + q_C = 0 \qquad q_B = q_A + q_C$$

$$-q_A + q_B + q_C = 0 \qquad q_B = q_A - q_C$$

Igualando:

$$q_A + q_C = q_A - q_C \qquad q_C = 0 \quad y \quad q_B = q_A$$

19. Una manera de determinar la masa del virus SARS-CoV-2, causante de la enfermedad Covid-19, es mediante un espectrómetro de masas.a) Primero, un haz de electrones de 70 eV de energía cinética cada uno, impacta contra una "nube" de virus arrancando un electrón de cada virus. Determinar la cantidad de movimiento y la longitud de onda de un electrón del haz antes del impacto. b) Posteriormente los virus ionizados, inicialmente en reposo, se aceleran mediante una diferencia de potencial ΔV . Obtener la expresión de la velocidad que adquieren en función de ΔV, la carga del virus ionizado, q, y su masa, m. c) Finalmente, se aplica un campo magnético de 2,4 T, perpendicular a la velocidad del virus y se determina que el radio descrito por estos es de 1,473 m. Obtener la masa del virus SARS-CoV-2 sabiendo que el valor de ΔV descrito en el apartado anterior es de 1000 V. Datos: 1 eV= $1.6\cdot10^{-19}$ J; h = $6.63\cdot10^{-34}$ J·s; masa del electrón = $9.1\cdot10^{-31}$ kg, carga del electrón = $1{,}6\cdot10^{-19}$C .

Respuesta:

a) La energía cinética de cada electrón, expresada en J, será:

$$E = 1,6 \cdot 10^{19} \cdot 70 = 1,12 \cdot 10^{-17} J$$

Conocida la masa del electrón, podemos calcular su velocidad y su cantidad de movimiento:

$$\frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} v^2 = 1,12 \cdot 10^{-17} \qquad v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,12 \cdot 10^{-17}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 4,99 \cdot 10^5\, m \cdot s^{-1}$$

$$p = mv = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,99 \cdot 10^5 = 4,54 \cdot 10^{-25} kg \cdot m \cdot s^{-1}$$

A partir de la expresión de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{4,54 \cdot 10^{-25}} = 1,46 \cdot 10^{-9} m$$

b) A partir de la expresión:

$$q\Delta V = \frac{1}{2}\, m\, v^2 \qquad v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}}$$

c) Sustituyendo valores en el apartado anterior, tendremos:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000}{m}}$$

Al aplicar un campo magnético perpendicular a una partícula cargada que se desplaza de forma rectilínea,ésta adquiere una trayectoria circular, siendo su radio:

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad 1,473 = \frac{m\sqrt{\dfrac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000}{m}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,4}$$

$$m \approx 10^{-21}\, kg$$

20. Considérese un hilo rectilíneo infinito por el que circula una corriente eléctrica. ¿A qué distancia de ese hilo el módulo del campo magnético creado por el hilo es el mismo que el que crea en su centro una espira circular de radio R por el que circula una corriente de igual intensidad?

Respuesta:

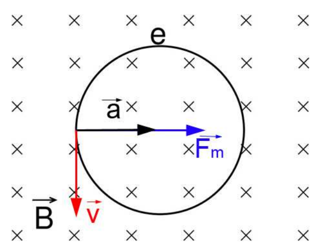
a) El campo creado por una corriente rectilínea a una distancia d del hilo, y el campo magnético creado por una espira en su centro son, respectivamente:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Igualando:

$$\frac{1}{\pi d} = \frac{1}{R} \qquad d = \frac{R}{\pi}$$

21. La figura muestra la trayectoria seguida por un electrón de 5 eV de energía cinética en el seno de un campo magnético uniforme de 0.8 T perpendicular al plano del dibujo y de sentido entrante al mismo. a) Determinar la velocidad del electrón. b) Calcule el módulo de la aceleración del electrón y dibuje los vectores velocidad, aceleración y fuerza magnética en un punto de la trayectoria. c) Calcular el radio de la trayectoria descrita y cuántas vueltas da el electrón en un nanosegundo. Datos: 1 eV=1.6×10^{-19} J; masa del electrón $=9.1\times10^{-31}$ kg; carga del electrón $=1.6\times10^{-19}$ C.



Respuesta:

a) La energía cinética del electrón es:

$$E_c = 5\cdot 1,6\cdot 10^{-19} = \frac{1}{2}9,1\cdot 10^{-31}v^2 \qquad v = \sqrt{\frac{2\cdot 5\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{9,1\cdot 10^{-31}}} = 1,326\cdot 10^6 \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

b) El módulo de la fuerza que actúa sobre el electrón es:

$$F = qvB = 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 1,326\cdot 10^6\cdot 0,8 = 1,7\cdot 10^{-13}\mathrm{N}$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1,7\cdot 10^{-13}}{9,1\cdot 10^{-31}} = 1,87\cdot 10^{17}\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

La representación gráfica de los vectores fuerza magnética, aceleración y velocidad pueden verse en la imagen anterior.

c) El radio de la trayectoria es:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9,1\cdot 10^{-31}\cdot 1,326\cdot 10^6}{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 0,8} = 9,43\cdot 10^{-6}\mathrm{m}$$

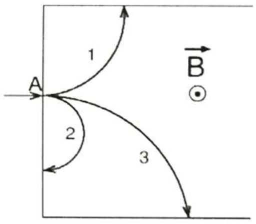
El periodo de giro es:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi 9,43\cdot 10^{-6}}{1,326\cdot 10^6} = 4,47\cdot 10^{-11}\mathrm{s}$$

El número de vueltas descritas en 1 ns es:

$$n = \frac{10^{-9}}{4,47\cdot 10^{-11}} = 22,37$$

22. En el interior del rectángulo de la figura hay un campo magnético uniforme perpendicular, saliendo del plano de la imagen. En el punto A penetran con la misma velocidad tres partículas cargadas (1, 2 y 3) del mismo valor absoluto de sus cargas y cuyas trayectorias se muestran en la figura. Ordenar razonadamente de mayor a menor las masas de las partículas, e indicar el signo de la carga de cada una de ellas.



Respuesta:

Teniendo en cuenta que el radio de la trayectoria de una partícula cargada sometida a un campo magnético perpendicular:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Y teniendo en cuenta que la carga, la velocidad y el campo magnético son los mismos para las tres cargas, deduciremos que $m_3 > m_1 > m_2$. En lo que respecta a la fuerza, teniendo en cuenta que la expresión de la misma es: $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, suponiendo que el campo magnético está dirigido en el sentido positivo del eje x y la velocidad de la partícula está dirigida en el sentido positivo del eje y, cuando la carga sea positiva, la fuerza se dirigirá en el sentido negativo del eje z, por lo que las cargas **2 y 3 tendrán signo positivo**, mientras que que **la 1 tendrá signo negativo**.

23. Consideremos un haz de electrones y otro de positrones que se mueven en paralelo en linea recta con la misma velocidad de 200 km/s pero en sentidos opuestos. Ambos haces están separados por una distancia de 8 cm y por cada punto del haz pasan $5 \cdot 10^{19}$ partículas por segundo. a) Calcular la longitud de onda de un electrón del haz. b) Determinar la fuerza magnética que ejerce el haz de electrones sobre uno de los positrones del otro haz. (Hacer un dibujo esquemático representando dicha fuerza). c) Un electrón del haz penetra en un condensador plano con placas separadas 2 cm. Si el electrón entra perpendicularmente a la placa positiva, determinar el campo eléctrico uniforme que habría que aplicar entre las placas del condensador para que el electrón se frenara justo antes de llegar a la placa negativa. Datos: $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \mathrm{J \cdot s}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \mathrm{T \cdot m \cdot A^{-1}}$; $\text{carga del electrón} = -1,6 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}$; $\text{masa del .electrón} = 9,1 \cdot 10^{-31}\mathrm{kg}$

Respuesta:

a) La longitud de onda asociada al electrón será, según la hipótesis de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^5} = 3,63 \cdot 10^{-9}\mathrm{m}$$

b) La intensidad de corriente del haz de electrones será:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{5 \cdot 10^{19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1} = 8\,\mathrm{A}$$

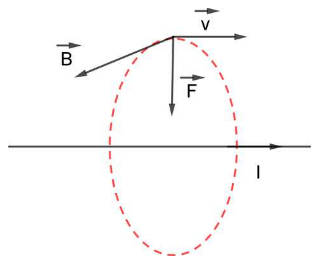
El campo magnético creado por este flujo de electrones en la zona del haz de positrones será:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8}{2\pi \cdot 0,08} = 2 \cdot 10^{-5}\mathrm{T}$$

Con lo el módulo de la fuerza ejercida sobre un positrón será:

$$F = q \cdot v \cdot B = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-5} = 6,4 \cdot 10^{-19}\mathrm{N}$$

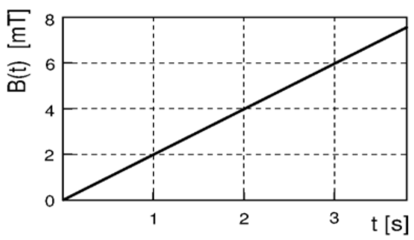
Puesto que los dos haces están formados por cargas de distinto signo, que se desplazan en sentidos contrarios, podremos asumir, tomando el sentido convencional de la corriente, que las intensidades tienen el mismo sentido, por lo que, aplicando la regla de la mano derecha, podremos hacer la siguiente representación gráfica:



c) El trabajo realizado sobre el electrón debido al campo eléctrico será:

$$\mathrm{W} = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{r} = \mathrm{qE} \cdot \mathrm{r} = \Delta\mathrm{E_c} = 0 - \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2 \qquad \mathrm{E} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}(2 \cdot 10^5)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,02} = 5,69\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

24. Una espira circular de 3 cm de diámetro se encuentra en presencia de un campo magnético uniforme perpendicular al plano de la espira. El módulo del campo magnético en función del tiempo viene representado por la gráfica de la derecha. Calcular la fuerza electromotriz inducida en la espira y hacer un dibujo del planteamiento representando el campo magnético y el sentido de la corriente que se induce.



25. Consideremos un modelo clásico del átomo de hidrógeno consistente en un electrón en órbita circular, de radio $5.3 \cdot 10^{-11}$ m, alrededor de un protón en el núcleo. a) ¿Cuántas veces es mayor la energía potencial eléctrica que la gravitatoria del sistema protón electrón? Si despreciamos la interacción gravitatoria en lo que sigue, determinar: b) La velocidad del electrón en la órbita circular y su longitud de onda de de Broglie. c) El campo magnético que siente el protón. Datos: G = $6.67 \cdot 10^{-11}$ $\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$; carga del electrón=$-1.6 \cdot 10^{-19}$ C; masa del protón = $1.7 \cdot 10^{-27}$ kg; masa del electrón = $9.1 \cdot 10^{-31}$ kg; $1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ $\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ $\mathrm{T \cdot m \cdot A^{-1}}$; constante de Planck: h = $6.6 \cdot 10^{-34}$ $\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$.

Respuesta:

a) La energía potencial gravitatoria y la energía potencial eléctrica son, respectivamente:

$$\mathrm{U_g} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,7 \cdot 10^{-27} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{5,3 \cdot 10^{-11}} = -1,95 \cdot 10^{-57}\mathrm{J}$$

$$\mathrm{U_e} = -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{5,3 \cdot 10^{-11}} = -4,35 \cdot 10^{-18}\mathrm{J}$$

$$\mathrm{U_e} = \frac{-4,35 \cdot 10^{-18}}{-1,95 \cdot 10^{-57}}\,\mathrm{U_g} = 2,23 \cdot 10^{39}$$

b) Teniendo en cuenta que la energía cinética del electrón es igual a la mitad de la energía potencial eléctrica, cambiada de signo, tendremos:

$$\frac{1}{2}\,9,1 \cdot 10^{-31}\mathrm{v}^2 = 2,18 \cdot 10^{-18} \qquad \mathrm{v} = 2,19 \cdot 10^6\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{p}} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2,19 \cdot 10^6} = 3,33 \cdot 10^{-10}\mathrm{m}$$

c) El campo magnético generado por el electrón en el centro de su órbita es:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\,\vec{v} \times \vec{u_r}}{r^2}$$

Al ser el vector $\vec{v}$ perpendicular a $\vec{u_r}$, el módulo del campo generado en el centro de la trayectoria será:

$$B = 10^{-7} \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,19 \cdot 10^{6}}{(5,3 \cdot 10^{-11})^2}$$

5. Física moderna

1. El yodo-131 se utiliza en radioterapia. Tiene un período de semidesintegración de 8 días. ¿Qué porcentaje de yodo-131 quedaría en el cuerpo después de 32 días de administrar una dosis?

Respuesta:

Teniendo en cuenta que el número de núcleos restantes puede expresarse como:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

en el número de periodos transcurridos. Teniendo en cuenta que 32 días equivales a cuatro periodos, podremos poner:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{N_0}{16}$$

Lo que equivale a un **6,25 %** de los núcleos iniciales.

2. Razona si aumentará o no la energía cinética de los electrones arrancados por efecto fotoeléctrico, si aumentamos la intensidad de la radiación sobre el metal.

Respuesta:

No aumentará, puesto que la energía cinética depende únicamente de la frecuencia de la radiación incidente y la frecuencia umbral, es decir:

$$E_c = h\nu - h\nu_0$$

3. En un dispositivo fotoeléctrico de apertura y cierre de una puerta, la longitud de onda de la luz utilizada es de 840 nm y la función de trabajo del material fotodetector es de 1.25 eV. Calcula: a) La energía de un fotón de dicha luz. b) La frecuencia umbral necesaria para extraer electrones del material. c) La energía cinética de los electrones arrancados por el efecto fotoeléctrico. Datos: h = $6.63{\cdot}10^{-34}$ J·s, 1 eV = $1.6{\cdot}10^{-19}$ J.

Respuesta:

a) La energía del fotón será:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63{\cdot}10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{8,4 \cdot 10^{-7}} = 2,37 \cdot 10^{-19}\text{J}$$

b) A partir del trabajo de extracción:

$$1,25\,eV \text{ equivalen a } 1,25 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 2 \cdot 10^{-19}\text{J} = \text{h}\nu_0 \qquad \nu_0 = \frac{2 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 3 \cdot 10^{14}\text{s}^{-1}$$

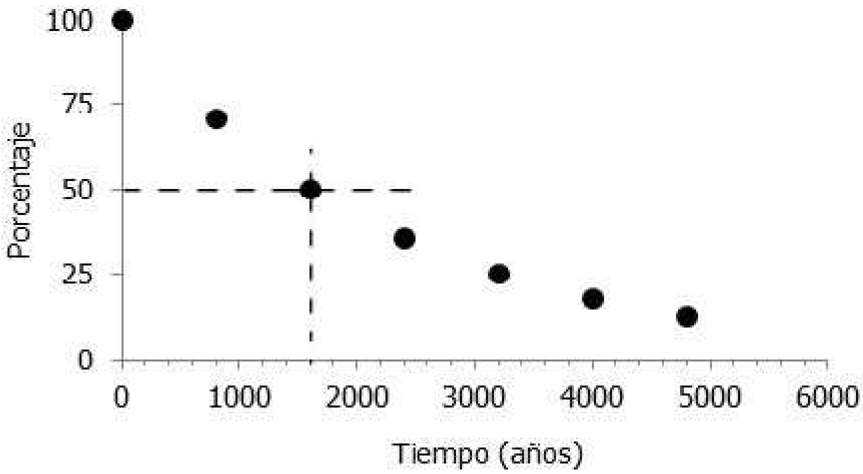
c) La energía cinética será:

$$E_c = h\nu - h\nu_0 = 2,37 \cdot 10^{-19} - 2 \cdot 10^{-19} = 3,7 \cdot 10^{-20}\text{J}$$

4. Marie Curie descubrió el radio. Obtén el período de semidesintegración de este elemento a partir de la gráfica, que muestra el porcentaje de núcleos que queda sin desintegrar tras un cierto tiempo.

Respuesta:

En la siguiente representación gráfica podemos deducir que el periodo de semidesintegración es, aproximadamente, de 1600 años.



5. Stephen Hawking nos ha dejado hace apenas tres meses. Trabajó en las teorías del Big Bang y de los agujeros negros. a) La radiación de fondo de microondas, que apoya la Teoría del Big Bang, tiene una frecuencia de 160,2 Hz. Calcula la energía de un fotón de esta radiación. b) ¿Qué radio máximo debería tener la Tierra para que se convirtiese en un agujero negro? (Impón que la luz no pueda escapar del agujero), c) Según Hawking, los agujeros negros pueden desaparecer emitiendo energía y perdiendo su masa de acuerdo a la ecuación de Einstein. Obtén la energía total liberada si un agujero de masa igual a la de la Tierra desaparece por completo. Datos: h =6,63·10^{-34} J·s; G = 6,67·10^{-11} N m^2kg^{-2}; masa terrestre = 5,97·10^{24} kg.

Respuesta:

a) La energía de un fotón será la siguiente:

$$E = h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 1,602 \cdot 10^{9} = 1,06 \cdot 10^{-24}\,J$$

b) Para que la Tierra se convirtiese en un agujero negro, la velocidad de escape debería igualarse a la velocidad de la luz. Por tanto:

$$3 \cdot 10^{8} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{r}}$$

Obteniéndose r = 0,094 m

c) La energía liberada sería:

$$E = mc^2 = 5,97 \cdot 10^{24}(3 \cdot 10^{8})^2 = 5,37 \cdot 10^{41}\,J$$

6. Iluminamos un metal con dos luces de 193 y 254 nm. La energía cinética máxima de los electrones emitidos es de 4.14 y 2.59 eV, respectivamente. a) Calcula la frecuencia de las dos luces. b) Indica con cuál de las dos luces la velocidad de los electrones emitidos es mayor, y obtén el valor de dicha velocidad. c) Determina la constante de Planck y la función de trabajo del metal. Datos: 1 eV = 1.6·10^{-19} J; masa del electrón: 9.1·10^{-31} kg.

Respuesta:

a) La frecuencia de cada una de las luces es:

$$\nu_1 = \frac{3 \cdot 10^{8}}{1,93 \cdot 10^{-7}} = 1,55 \cdot 10^{15} s^{-1} \qquad \nu_2 = \frac{3 \cdot 10^{8}}{2,54 \cdot 10^{-7}} = 1,18 \cdot 10^{15} s^{-1}$$

b) La mayor velocidad corresponderá los electrones emitidos cuando el metal se ilumine con luz de menor longitud de onda. Para calcular la velocidad de los electrones en cada caso, tendremos:

$$4,14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} v_1^2 \qquad v_1 = 1,21 \cdot 10^{6} m \cdot s^{-1}$$

$$2,59 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} v_2^2 \qquad v_2 = 9,54 \cdot 10^5 m \cdot s^{-1}$$

c) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico para ambas radiaciones::

$$h \cdot 1,55 \cdot 10^{15} = W_{ext} + 4,14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$$

$$h \cdot 1,18 \cdot 10^{15} = W_{ext} + 2,59 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$$

Restando miembro a miembro:

$$h\,(1,55 \cdot 10^{15} - 1,18 \cdot 10^{15}) = 4,14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}(4,14 - 2,59) \qquad h = 6,70 \cdot 10^{-34} J \cdot s$$

Para calcular el trabajo de extracción, sustituimos en cualquiera de las ecuaciones:

$$6,70 \cdot 10^{-34} \cdot 1,55 \cdot 10^{15} = W_{ext} + 4,14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \qquad W_{ext} = 3,76 \cdot 10^{-19} J$$

7. Enviamos radiaciones α, $\beta\, y\, \gamma$ contra una lámina de aluminio. Los espesores atravesados hasta que las tres radiaciones se reducen a la mitad de su intensidad son: 0.0005 cm, 8 cm y 0.05 cm; pero se han desordenado los datos2. Indica a qué radiación corresponde cada espesor.

Respuesta:

El poder de penetración de estas radiaciones en la materia aumenta en el orden $\alpha < \beta < \gamma$, por lo que los datos se ordenará, de la forma 0,0005 cm (α), 0,05 cm (β) y 8 cm (γ).

8. Seguimos con el proyecto Event Horizon Telescope. Las observaciones se realizaron con radiotelescopios en una longitud de onda de 1.3 mm. Uno de los radiotelescopios empleados fue el IRAM, situado en el Pico del Veleta en Sierra Nevada, que tiene un diámetro de 30 m. a) Calcula la frecuencia, en GHz, y el período de la radiación observada. b) Calcula la energía y el momento lineal de un fotón de esta radiación. c) De la región del espacio en torno al agujero negro en la galaxia Messier 87, para la banda del espectro captada por los radiotelescopios, llega a la Tierra una radiación de 2.10^{-17} W/m^2. Calcula la potencia recibida por el telescopio español. Datos: h = $6.63.10^{-34}$ J.s.

Respuesta:

a) La frecuencia será:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,3 \cdot 10^{-3}} = 2,31 \cdot 10^{11} Hz \qquad \text{equivalente a}: \frac{2,31 \cdot 10^{11}}{10^9} = 231\, GHz$$

El periodo será:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{2,31 \cdot 10^{11}} = 4,33 \cdot 10^{-12}\, s$$

b) La energía es:

$$E = h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 2,31 \cdot 10^{11} = 1,53 \cdot 10^{-22} J$$

El momento lineal será:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,3 \cdot 10^{-3}} = 5,1 \cdot 10^{-31}\, kg \cdot m \cdot s^{-1}$$

c) La intensidad es:

$$I = \frac{P}{S} = 2 \cdot 10^{-17} W \cdot m^{-2} \qquad P = 2 \cdot 10^{-17} \cdot \pi \cdot 15^2 = 1,41 \cdot 10^{-14}\, W$$

9. Razona si aumentará o no la energía cinética de los electrones arrancados por efecto fotoeléctrico, si aumentamos la intensidad de la radiación sobre el metal.

Respuesta:

10. (**Nota**: El enunciado contiene tres apartados de tres temas diferentes, por lo que se ha ubicado en el que corresponde al primero de dichos apartados) Vamos a extraer algo de física del pasado festival WarmUp de Murcia. a) En la iluminación había un LED azul de 460 nm y un láser rojo de 780 nm. Indica qué fotón de esas dos luces posee mayor energía, y determina cuántas veces es más energético uno que otro. b) La bobina de un altavoz tiene 5 cm de longitud y consta de 200 espiras. Por ella circula una corriente de 5 A. Calcula el campo magnético creado en el interior de la bobina. c) Había 10.000 personas aplaudiendo a Noel Gallagher. El aplauso de cada persona era de 40 dB. ¿Cuántos decibelios produjo el aplauso de todas a la vez? Dato: $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ T.m /A.

Respuesta:

a) posee mayor energía el LED que emite con menor longitud de onda (**el LED azul**), pues: $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda}$. La relación entre las energía de ambos es:

$$\frac{\mathrm{E_{azul}}}{\mathrm{E_{rojo}}} = \frac{\lambda_{\mathrm{rojo}}}{\lambda_{\mathrm{azul}}} = \frac{780}{470} = 1,66$$

b) El campo en el interior de una bobina es:

$$\mathrm{B} = \frac{\mu_0 \mathrm{NI}}{\mathrm{L}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 200 \cdot 5}{0,05} = 2,51 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}$$

c) La intensidad del aplauso de una persona se obtiene de:

$$40 = 10 \log \frac{\mathrm{I_0}}{10^{-12}} \qquad \mathrm{I_0} = 10^{-8}\mathrm{W \cdot m^{-2}}$$

Para 10000 personas, la intensidad será:

$$\mathrm{I} = 10^4 \cdot 10^{-8} = 10^{-4}\mathrm{W \cdot m^{-2}}$$

Y el nivel de intensidad:

$$\beta = 10 \log \frac{10^{-4}}{10^{-12}} = 80\,\mathrm{dB}$$

11. Obtener por análisis dimensional los exponentes a y b en la expresión física $\mathrm{E} = \dfrac{\mathrm{mc^a}}{\sqrt{1 - \dfrac{\mathrm{v^2}}{\mathrm{c^b}}}}$, donde E es una energía, m masa, v velocidad y c la velocidad de la luz en el vacío.

Respuesta:

Si tenemos en cuenta que $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^b}}}$ es adimensional (aparece, por ejemplo en las expresiones $l = \gamma l'$ y $t' = \gamma t$), se deduce que **b = 2**. Por otra parte, la ecuación de dimensiones de la energía es:

$$[\mathrm{E}] = \mathrm{ML^2T^{-2}} = \frac{\mathrm{ML^aT^{-a}}}{\left[\sqrt{1 - \dfrac{\mathrm{v^2}}{\mathrm{c^2}}}\right]} = \mathrm{ML^aT^{-a}}$$

Por lo que podemos escribir que: **a = 2**.

12. Iluminamos una medalla de oro y una de plata de los juegos olímpicos de Tokio, aplazados por la Covid-19, con luz de 250 nm y una intensidad de 10 W/m^2, que es la radiación ultravioleta más energética del espectro solar que llega a la superficie de la Tierra. El trabajo de extracción (o función trabajo) del oro y la plata son 5,10 eV y 4,73 eV respectivamente. a) Calcular la frecuencia y la energía de un fotón de la luz incidente. b) Si la superficie de las medallas es de 10 cm^2, calcular el número de fotones por unidad de tiempo que inciden sobre una medalla. c) Razonar cuantitativamente en cuál de las dos medallas se arrancarán electrones y la velocidad de los mismos. ¿Cambiarían las conclusiones si se duplicara la intensidad de la radiación incidente? Datos: 1 eV=

$1.6{\cdot}10^{-19}$ J; h = $6.63{\cdot}10^{-34}$ J·s; masa del electrón = $9.1{\cdot}10^{-31}$ kg.

Respuesta:

a) La frecuencia y la energía de la luz incidente son, respectivamente:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^{-7}} = 1,2 \cdot 10^{15}\mathrm{Hz} \qquad E = h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 1,2 \cdot 10^{15} = 7,96 \cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

b) La energía que incide sobre la medalla será:

$$E = 10\,\mathrm{W \cdot m^{-2}} \cdot 10^{-3}\mathrm{m^2} = 0,01\,\mathrm{J \cdot s^{-1}}$$

Con lo que el número de fotones será:

$$n = \frac{0,01}{7,96 \cdot 10^{-19}} = 1,26 \cdot 10^{16}\,\mathrm{fotones \cdot s^{-1}}$$

c) El trabajo de extracción del oro y de la plata, expresados en J serán, respectivamente:

$$h\nu_0(\mathrm{Au}) = 5,10 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 8,16 \cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

$$h\nu_0(\mathrm{Au}) = 4,73 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 7,57 \cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

Se arrancarán electrones de la medalla de plata, pues el trabajo de extracción de este metal es inferior a la energía de la radiación ultravioleta incidente. La velocidad de dichos electrones se obtiene a partir de:

$$h\nu = h\nu_0 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$7,96 \cdot 10^{-19} = 7,57 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2}9,1 \cdot 10^{-31}v^2 \qquad v = 2,93 \cdot 10^5\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

13. La actividad de una muestra de cesio-137 tomada alrededor de la central nuclear de Chernobyl es de 187 Bq. Sabiendo que el periodo de semidesintegración (o semivida) del cesio-137 es de 30 años, calcular cuánto tiempo tardará la muestra en tener una actividad un 10 % de la inicial.

Respuesta:

a) La constante radiactiva, λtendrá el valor:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{30 \cdot 365 \cdot 86400} = 7,32 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{s^{-1}}$$

Para que la actividad se reduzca a la décima parte:

$$18,7 = 187\,e^{-7,32 \cdot 10^{-10}t} \qquad t = 3,14 \cdot 10^9\,\mathrm{s}$$

14. La proporción de ^{14}C en la madera de un sarcófago egipcio es un 60 % del que tenía originalmente. Sabiendo que el periodo de semidesintegración (o semiperiodo) del ^{14}C es 5730 años, determinar la edad del sarcófago.

Respuesta:

La constante radiactiva, λtendrá el valor:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{5730 \cdot 365 \cdot 86400} = 5,53 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{s^{-1}}$$

Para que la actividad se reduzca a un 60 %:

$$0,6A = A\,e^{-5,53 \cdot 10^{-12}t} \qquad t = 9,24 \cdot 10^{10}\,\mathrm{s} \quad \text{que equivalen a 2929 años}$$

Metal	W_0 (eV)
Cesio	2,1
Aluminio	4,1
Oro	5,1
Platino	6,4

15. En la tabla se muestra, en electronvoltios, el trabajo de extracción, W_0 (o función de trabajo) para el efecto fotoeléctrico de distintos metales. Considérese una lámpara led que emite una luz de 283 nm que incide sobre una lámina de aluminio, arrancando electrones. a) Calcular la frecuencia de la luz emitida por el led. b) Calcular la velocidad de los electrones arrancados. c) Razonar para qué metales de la tabla no se emitirán electrones si incide sobre ellos la luz de la lámpara led. Datos: h $= 6,63 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s , 1 eV $= 1,6 \cdot 10^{-19}$ J, masa del electrón = 9,1$\cdot 10^{-31}$kg.

Respuesta:

a) La longitud de onda y la frecuencia está relacionadas por:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,83 \cdot 10^{-7}} = 1,06 \cdot 10^{15}\,s^{-1}$$

b) Aplicando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 1,06 \cdot 10^{15} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,1 = 4,68 \cdot 10^{-20}J$$

La velocidad será:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,68 \cdot 10^{-20}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 3,21 \cdot 10^6 m \cdot s^{-1}$$

c) No se emitirán electrones cuando $h\nu < W_0$. Teniendo en cuenta que $h\nu$ para la luz led, expresado en eV es: $h\nu = \dfrac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 1,06 \cdot 10^{15}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 4,39$ eV, es decir, no se emiten electrones para los metales **oro** y **platino** .

16. La luz proveniente del Sol, cuya longitud de onda promedio es 500 nm, incide sobre la superficie de la Tierra con una intensidad de 1300 W/m². ¿Cuántos fotones inciden sobre la superficie de la Tierra en un metro cuadrado en cada segundo?Dato: h=6.63$\cdot 10^{-34}$ J$\cdot$s.

Respuesta:

a) La energía de un fotón es:

$$E = h\nu = 6,63 \cdot 10^{-34}\frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = 3,978 \cdot 10^{-19}J$$

El número de fotones que inciden por metro cuadrado y por segundo es:

$$n = \frac{1300}{3,978 \cdot 10^{-19}} = 3,27 \cdot 10^{21} \text{fotones} \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}$$

17. Consideremos un metal sobre el que se está produciendo efecto fotoeléctrico al iluminarlo. Razone qué opción, a) o b), hace que la siguiente frase sea verdadera: "Al aumentar la frecuencia de los fotones incidentes... a) ...se emitirán más electrones por unidad de tiempo". b) ...los electrones emitidos tendrá más velocidad".

Respuesta:

La opción correcta es la **b)**, pues basándonos en la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$h\nu = W_{ext} + \frac{1}{2}mv^2$$

Veremos que cuando aumente el valor de ν, aumentará la velocidad, al ser W_{ext} un valor constante para el material.

18. Una roca lunar traída a la Tierra por las misiones Apolo contiene 3 μg del isótopo $^{50}_{23}$V del elemento vanadio, que tiene una semivida (o periodo de semidesintegración) de $2.7.10^{17}$ años. a) Determinar (en MeV) la energía de enlace por nucleón del $^{50}_{23}$V . b) Calcular la constante de desintegración radiactiva y la actividad de la muestra. c) ¿Cuántos años tendrían que transcurrir para que se desintegraran un 1 % de los núcleos de $^{50}_{23}$V de la muestra? Datos: masa nuclear experimental del $^{50}_{23}$V $= 46513.6$ MeV/c²; masa del protón= 938.3 MeV/c²; masa del neutrón= 939.6 MeV/c²; masa atómica del $^{50}_{23}$V $= 50.94$ u ; número de Avogadro: $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$.

Respuesta:

a) El defecto de masa es el siguiente:

$$\Delta\mathrm{m} = 23 \cdot 938,3 + 27 \cdot 939,6 - 46513,6 = 436,5\,\mathrm{MeV/c^2}$$

La energía de enlace por nucleón es:

$$\mathrm{E_n} = \frac{436,5}{50} = 8,73\,\mathrm{MeV \cdot nucleón^{-1}}$$

b) La constante de desintegración radiactiva es:

$$\lambda = \frac{0,693}{\mathrm{T}} = \frac{0,693}{2,7 \cdot 10^{17} \cdot 365 \cdot 86400} = 8,14 \cdot 10^{-26}\mathrm{s^{-1}}$$

La actividad es:

$$\mathrm{A} = \lambda\mathrm{N} = 8,14 \cdot 10^{-26} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{50,94} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 2,88 \cdot 10^{-9}\mathrm{Bq}$$

c) Para que se desintegre un 1 % de los núcleos de la muestra:

$$0,99\mathrm{A_0} = \mathrm{A_0}\mathrm{e}^{-8,14 \cdot 10^{-26}\mathrm{t}} \qquad \mathrm{t} = 1,23 \cdot 10^{23}\,\mathrm{s}\,(3,90 \cdot 10^{15}\text{años})$$