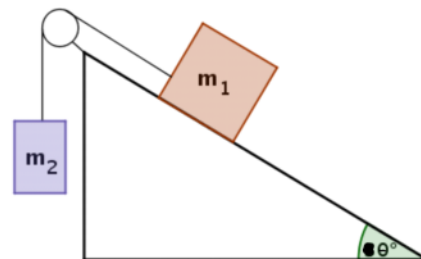
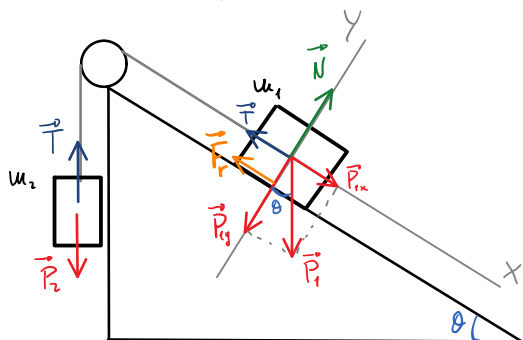


1) Una masa en un plano inclinado está unida a otra masa colgante mediante una cuerda y una polea como se muestra en la figura. La masa  $m_1$  en el plano inclinado es de 500 g, la masa colgante  $m_2$  es de 300 g, el ángulo  $\theta$  es de  $59^\circ$  y el coeficiente de rozamiento es 0,2. Calcular:



- Haz un diagrama de fuerzas de cada cuerpo, e indica el sentido de movimiento del sistema. (1 punto)
- Calcula con qué aceleración se mueve el sistema y el valor de la tensión de la cuerda. (2 puntos)
- ¿Qué coeficiente de rozamiento debiera haber entre el plano y la masa  $m_1$  para que el sistema se moviese con movimiento rectilíneo uniforme? (2 puntos)

a) Voy a representar las fuerzas existentes sobre cada cuerpo. Diagrama de fuerzas:



Datos:  $m_1 = 0,5 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 0,3 \text{ kg}$ ;  $\theta = 59^\circ$   
 $\mu = 0,2$

- Fuerzas sobre  $m_1$ :

$\vec{P}_1$  → Peso de  $m_1$ . La dividimos en dos componentes:  $\vec{P}_{1x}$  y  $\vec{P}_{1y}$ .

$\vec{N}$  → Fuerza Normal que ejerce el plano sobre  $m_1$ .

$\vec{T}$  → Tensión que ejerce la cuerda sobre  $m_1$ .

$\vec{F}_r$  → Fuerza de rozamiento del plano sobre  $m_1$ . (No la representamos hasta averiguar el sentido de movimiento del sistema, pues  $\vec{F}_r$  se opone a dicho movimiento).

- Fuerzas sobre  $m_2$ :

$\vec{T}$  → Tensión de la cuerda sobre  $m_2$ .

$\vec{P}_2$  → Peso de  $m_2$ .

• Cálculos previos:

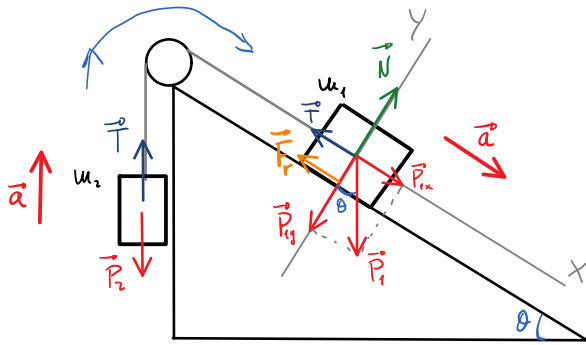
$$\vec{P}_1 = m_1 \cdot g = 0,5 \cdot 9,8 = 4,9 \text{ N}; \quad P_{1x} = P_1 \cdot \sin \theta = 4,9 \cdot \sin 59^\circ = 4,2 \text{ N}; \quad P_{1y} = P_1 \cdot \cos \theta = 4,9 \cdot \cos 59^\circ = 2,52 \text{ N}$$

$$P_2 = m_2 \cdot g = 0,3 \cdot 9,8 = 2,94 \text{ N}$$

- Las fuerzas que tienden a mover el sistema en uno u otro sentido son:  $P_{1x}$  (hacia la derecha),  $\vec{P}_1$  (hacia la izquierda). Como vemos en los cálculos anteriores:  $P_{1x} > P_2$ , por tanto el sistema se moverá hacia la derecha (en sentido horario).

Ahora dibujamos en el esquema de arriba la  $\vec{F}_r$ .

b) Vamos a aplicar la 2ª ley de Newton a cada cuerpo y en cada eje:



Datos:  $m_1 = 0,5 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 0,3 \text{ kg}$ ;  $\theta = 59^\circ$   
 $\mu = 0,2$

$m_1$  : Eje X:  $P_x - T - F_r = m_1 a \rightarrow 4,2 - T - F_r = 0,5 \cdot a$

Eje Y:  $N - P_y = 0 \rightarrow N = P_y = 2,52 \rightarrow F_r = \mu \cdot N = 0,2 \cdot 2,52 = 0,504 \text{ N}$

$\rightarrow 4,2 - T - 0,504 = 0,5 \cdot a \rightarrow 3,696 - T = 0,5 a \quad (\text{I})$

$m_2$  :  $T - P_2 = m_2 a \rightarrow T - 2,94 = 0,3 \cdot a \quad (\text{II})$

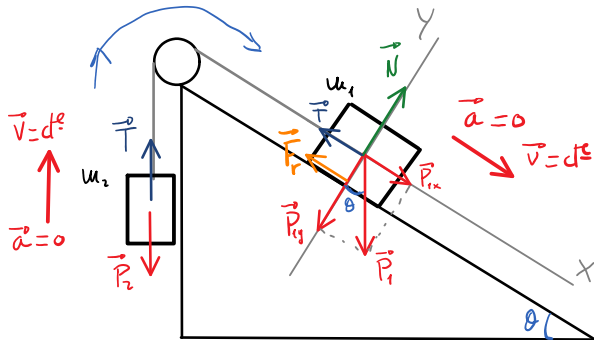
$\rightarrow$  Sumamos (I) y (II):  $3,696 - 2,94 = 0,8 \cdot a \rightarrow a = \frac{3,696 - 2,94}{0,8} \rightarrow a = 0,945 \text{ m/s}^2$

Sustituyendo en (II):  $T = 0,3 \cdot 0,945 + 2,94 \rightarrow T = 3,22 \text{ N}$

c) Vamos a aplicar de nuevo la 2ª ley de Newton a cada cuerpo y eje, pero ahora con las nuevas condiciones:

M.R.U.  $\rightarrow a=0$

Coefficiente de rozamiento  $\rightarrow$  incógnita ( $\mu$ ).



Datos:  $m_1 = 0,5 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 0,3 \text{ kg}$ ;  $\theta = 59^\circ$   
 $\mu = 0,2$

$$\boxed{m_1} : \begin{array}{l} \text{Eje X: } P_{1x} - T - F_r = m_1 a \rightarrow 4,2 - T - F_r = 0 \\ \text{Eje Y: } N - P_{1y} = 0 \rightarrow N = P_{1y} = 2,52 \rightarrow F_r = \mu \cdot N = \mu \cdot 2,52 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Eje X} \\ \text{Eje Y} \end{array}} \right\} \rightarrow$$

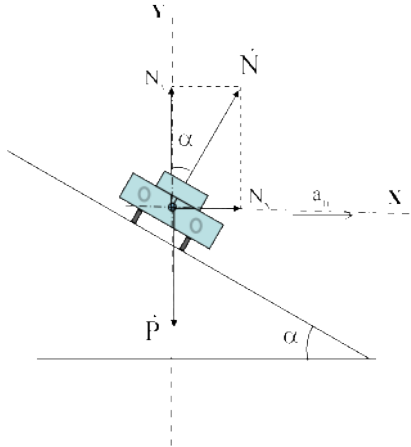
$$\rightarrow 4,2 - T - 2,52 \cdot \mu = 0 \rightarrow T = 4,2 - 2,52 \cdot \mu$$

$$\boxed{m_2} : T - P_2 = m_2 a \rightarrow T - 2,94 = 0 \rightarrow T = 2,94 \text{ N} \left. \vphantom{T - 2,94 = 0} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2,94 = 4,2 - 2,52 \cdot \mu \rightarrow \mu = \frac{4,2 - 2,94}{2,52} \rightarrow \boxed{\mu = 0,5}$$

- 2) Calcula la velocidad máxima de un vehículo que toma una curva de 50 m de radio con un peralte de  $15^\circ$  si el coeficiente de rozamiento es cero y la masa del vehículo 1000 kg. (2 puntos)

Vista trasera del vehículo tomando la curva.



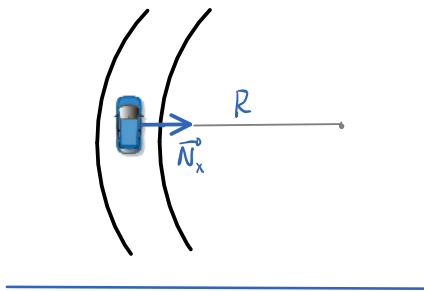
- Las fuerzas que sufre el vehículo son:

$\vec{N}$  → Normal del suelo sobre él. La dividimos en dos componentes,  $\vec{N}_x$  y  $\vec{N}_y$ .

$\vec{P}$  → Peso del vehículo.

- Como no hay fuerza de rozamiento, la fuerza centrípeta que obliga al vehículo a describir la curva (movimiento circular), es  $\vec{N}_x$  (dirigida hacia el centro de la curva).

Vista cenital de la curva:



• Aplicamos la 2ª ley de Newton en cada eje:

$$\begin{aligned} \text{Eje X: } N_x &= m \cdot a_n \rightarrow N \cdot \sin \alpha = m \frac{v^2}{R} \\ \text{Eje Y: } N_y - P &= 0 \rightarrow N \cdot \cos \alpha = m g \end{aligned} \quad \left\{ \rightarrow \right.$$

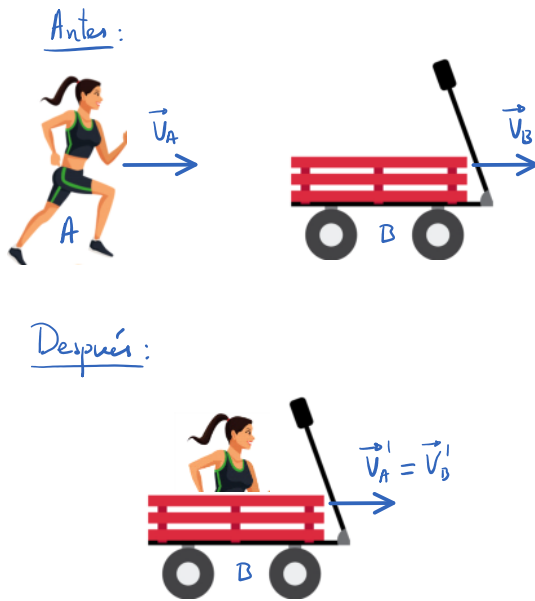
$$\rightarrow \text{Divido ambas: } \frac{N \sin \alpha}{N \cos \alpha} = \frac{m \cdot \frac{v^2}{R}}{m \cdot g} \rightarrow$$

$$\rightarrow \tan \alpha = \frac{v^2}{R \cdot g} \rightarrow v = \sqrt{R \cdot g \cdot \tan \alpha} \quad \left\{ \rightarrow \right.$$

$$\text{Datos: } m = 1000 \text{ kg}; R = 50 \text{ m}; \alpha = 15^\circ; g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$\rightarrow v = \sqrt{50 \cdot 9,8 \cdot \tan 15^\circ} \rightarrow \boxed{v = 11,46 \text{ m/s} = 41,25 \text{ km/h}}$$

- 3) Una persona de 60 kg corre, a 10 m/s, tras una vagoneta de 200 kg que se desplaza a 7 m/s. Cuando alcanza a la vagoneta salta encima, continuando los dos juntos el movimiento. Calcular con qué velocidad se mueven tras subirse encima. (1 punto)



Datos:

Persona (A):  $m_A = 60 \text{ kg}$

Velocidad antes:  $\vec{v}_A = 10 \vec{i} \text{ m/s}$

Vagoneta (B):  $m_B = 200 \text{ kg}$

Velocidad antes:  $\vec{v}_B = 7 \vec{i} \text{ m/s}$

Velocidad de ambos después:

$$\vec{v}_A' = \vec{v}_B' = \vec{v}' = ?$$

Aplicamos el teorema de conservación del momento lineal:

$$\sum \vec{p}_{\text{antes}} = \sum \vec{p}_{\text{después}} \rightarrow m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = (m_A + m_B) \vec{v}' \rightarrow$$

$$\rightarrow \vec{v}' = \frac{m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B}{m_A + m_B} = \frac{60 \cdot 10 \vec{i} + 200 \cdot 7 \vec{i}}{60 + 200} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{\vec{v}' = \frac{2000 \vec{i}}{260} \approx 7,69 \vec{i} \text{ m/s}}$$