

NOMBRE: _____

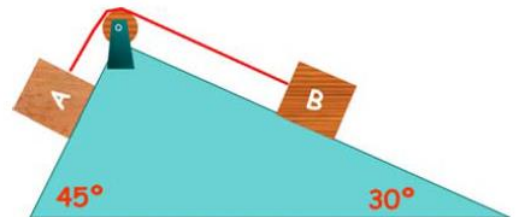
Haced 3 de los 4 ejercicios siguientes.

- 1) Disparamos una bala de 20 g sobre un saco de arena, donde penetra 15 cm. La velocidad con que se mueve la bala es de $600 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, y suponemos que, hasta chocar con la arena, no existen pérdidas por rozamiento:
 - a) ¿Cuál es la fuerza que ejerce la bala sobre la arena, supuesta constante? Comenta la ley que la justifica.
 - b) Si el saco de arena tiene una masa de 20 kg y cuelga libremente de una cuerda, calcula la velocidad con que se moverá el conjunto formado por la arena y la bala tras el impacto. Explica el teorema que debes aplicar.

- 2) Dicen que los mamíferos, a medida que aumentaron su capacidad intelectual, aumentaron otras habilidades más mundanas. Hay quien opina que los machos son peores. Después de una fuerte discusión con ella, nuestro mono ha abandonado el deporte y ahora se pasa el día, cigarro en boca, en una sala de billares de un tugurio de la ciudad, intentando emular a Paul Newman en “El color del dinero”. En una partida en una mesa de billar con bolas trucadas, nuestro mono golpea con el taco una bola de 200 g de masa, inicialmente en reposo, con una fuerza horizontal de 50 N. El tiempo de acción de la fuerza es una centésima de segundo y como resultado, la bola se pone en movimiento sobre la mesa (existe un $\mu = 0,12$ entre ella y la bola) hasta impactar de lleno con otra bola de 240 g en reposo, situada a 40 cm. Si tras el choque, la primera bola quedó en reposo, ¿con qué velocidad se mueve ahora la segunda?

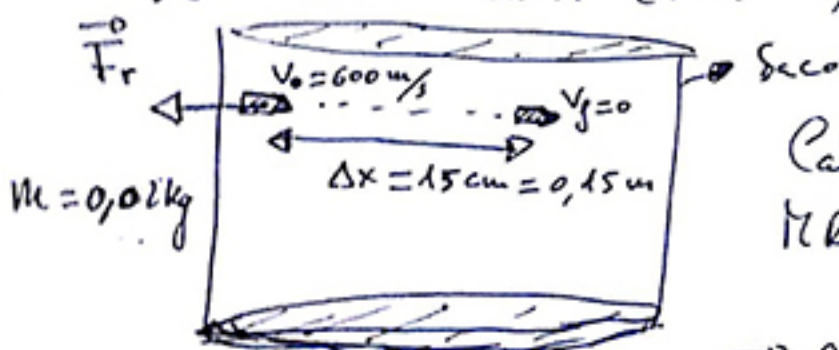
- 3) Una partícula de 1 kg está suspendida de un hilo de 2 m de longitud y masa despreciable. Si la partícula describe una trayectoria circular (a modo de péndulo cónico) con velocidad angular 30 rpm, calcular:
 - a) la fuerza de tensión que ejerce el hilo; b) el ángulo que forma éste con la vertical; c) ¿cómo variaría el ángulo formado por el hilo si la masa de la partícula fuera de 2 kg?; d) si en este problema existe fuerza centrípeta, identifica cuál es y calcula su valor.

- 4) Una polea de peso despreciable está sujeta en el vértice que forman dos planos inclinados cuyos ángulos con el horizonte son $\alpha=30^\circ$ y $\beta=45^\circ$. Los cuerpos A y B (ver figura) están unidos por medio de un hilo que pasa por la polea y tienen 12 y 14 kg respectivamente. Calcule:
 - a) Hacia dónde se moverá el sistema.
 - b) La magnitud de la aceleración de los cuerpos y de la tensión de la cuerda si el coeficiente de rozamiento cinético entre los cuerpos y el plano es 0,05.



- ① a) La ley de acción y reacción, o 3ª ley de Newton de la dinámica nos dice que la fuerza que ejerce un cuerpo (bala) sobre otro (saco), es igual a la que este segundo cuerpo (saco) ejerce sobre el primero (bala), pero de sentido contrario.

Luego, es más fácil hallar la fuerza del saco sobre la bala (fuerza de frenado) que la hace frenar, que será del mismo valor (módulo) que la que nos piden.



Calculamos la aceleración de frenado:

$$\text{KRU V (frenado): } v_f^2 = v_0^2 + 2a \Delta x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x \Rightarrow a = -\frac{v_0^2}{2\Delta x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = -\frac{600^2}{2 \cdot 0,15} = -1,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2$$

Aplicamos la 2ª ley de Newton: $\sum F_x = m a_x \Rightarrow$

$$\Rightarrow F_r = m a \Rightarrow \boxed{F_r = 0,02 \cdot (-1,2 \cdot 10^6) = -24000 \text{ N}}$$

Sentido de frenado

- b) Aplicamos el teorema de conservación de la cantidad de movimiento, que nos dice que si sobre un sistema no se ejerce fuerzas exteriores, la cantidad de movimiento (o momento lineal) se mantiene constante.

$$\boxed{\sum_{i=1}^n \vec{p}_{i, \text{antes}} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_{i, \text{después}}}$$

$\Rightarrow$ Dicho teorema se verifica en los choques de n cuerpos.
En nuestro caso $n=2$.

Lo aplicamos al choque de la bola con el saco:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}_2' \quad \Rightarrow$$

bola saco ambos salen juntos

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}_2' = \frac{m_1 \vec{v}_1}{m_1 + m_2} = \frac{0,02 \cdot 600 \vec{i}}{20,02} \approx 0,6 \vec{i} \text{ (m/s)}}$$

② - Aplicamos el concepto de impulso mecánico en el golpe del taco sobre la 1ª bola ($m_1 = 0,2 \text{ kg}$)

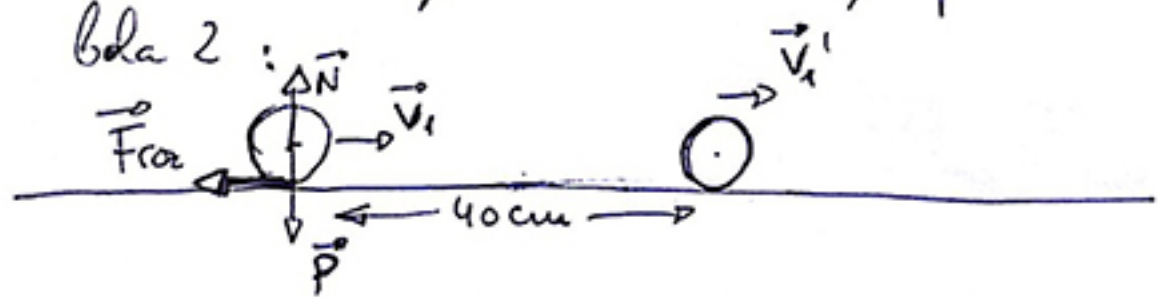
$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = 50 \vec{i} \cdot 0,01 \text{ s} = 0,5 \vec{i} \text{ (N.s)}$$

Veamos la velocidad con que sale la bola del golpe:

$$\vec{I} = \Delta \vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = m_1 \vec{v}_1 \Rightarrow \vec{v}_1 = \frac{\vec{I}}{m_1} = \frac{0,5 \vec{i}}{0,2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}_1 = 2,5 \vec{i} \text{ m/s}}$$

- Veamos con qué velocidad llega ^{la bola 1} para chocar con la bola 2:



$$\begin{aligned} \text{Eje X: } -F_{\text{fric}} &= m_1 a \Rightarrow -\mu N = m_1 a \\ \text{Eje Y: } N &= P = m_1 g \end{aligned} \quad \Rightarrow -\mu m_1 g = m_1 a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = -\mu g = -1,176 \text{ m/s}^2$$

R.R.U.V: $v_1'^2 = v_1^2 + 2a\Delta x \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_1' = \sqrt{(2,5)^2 + 2 \cdot (-1,176) \cdot 0,4} \approx 2,3 \text{ m/s}$$

L3

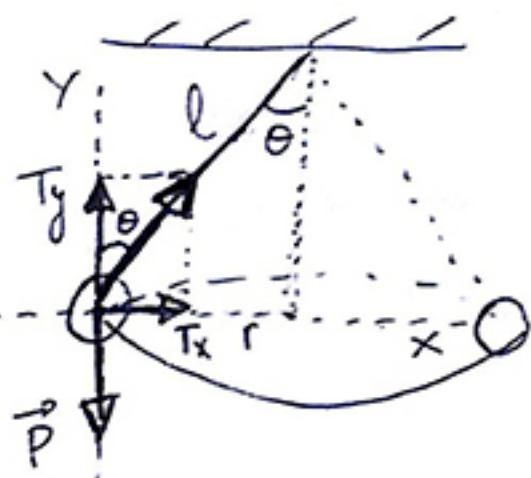
Ahora aplicamos el teo. de conservación de la cantidad de movimiento al choque entre la bola 1 (m_1) y bola 2 (m_2):

$$\underbrace{\sum \vec{p}_{antes}}_{m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' \underset{0}{}} = \underbrace{\sum \vec{p}_{después}}_{m_1 \vec{v}_1'' + m_2 \vec{v}_2'' \underset{0 \text{ (queda parada)}}{}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}_2'' = \frac{m_1 \vec{v}_1'}{m_2} = \frac{0,2 \cdot 2,3 \vec{e}}{0,24} \approx 1,92 \vec{e} \text{ m/s}}$$

$m_2 = 0,24 \text{ kg}$

③ $\omega = 30 \text{ rpm} = \frac{30 \cdot 2\pi}{60} = \pi \text{ rad/s}$



Esquema de fuerzas:

$\vec{T} \rightarrow$ Tensión. Componentes $\begin{cases} T_x \\ T_y \end{cases}$
 $\vec{P} \rightarrow$ Peso

Datos: $l = 2 \text{ m}$
 $\theta \rightarrow$ Ángulo pedido (?)
 $T \rightarrow$ Fuerza pedida (?)
 $m = 1 \text{ kg}$

La masa m describe un M.C.U. de radio r .

- Se tiene que $\sin \theta = \frac{r}{l} \Rightarrow \boxed{r = l \sin \theta} \text{ (I)}$

a) - Aplicamos la 2ª ley de Newton en cada eje:

Eje X: $T_x = m \cdot a_x \Rightarrow T \sin \theta = m \cdot a_n \Rightarrow T \sin \theta = m \omega^2 r$

Reemplazando (I), tenemos: $T \sin \theta = m \omega^2 l \sin \theta \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{T = m \omega^2 l} = 1 \cdot \pi^2 \cdot 2 \approx \boxed{19,74 \text{ N}}$
 (II)

b) Eje Y: $T_y = P \Rightarrow \boxed{T \cos \theta = mg}$

Sustituyendo (II) $\Rightarrow m \omega^2 l \cos \theta = mg \Rightarrow$

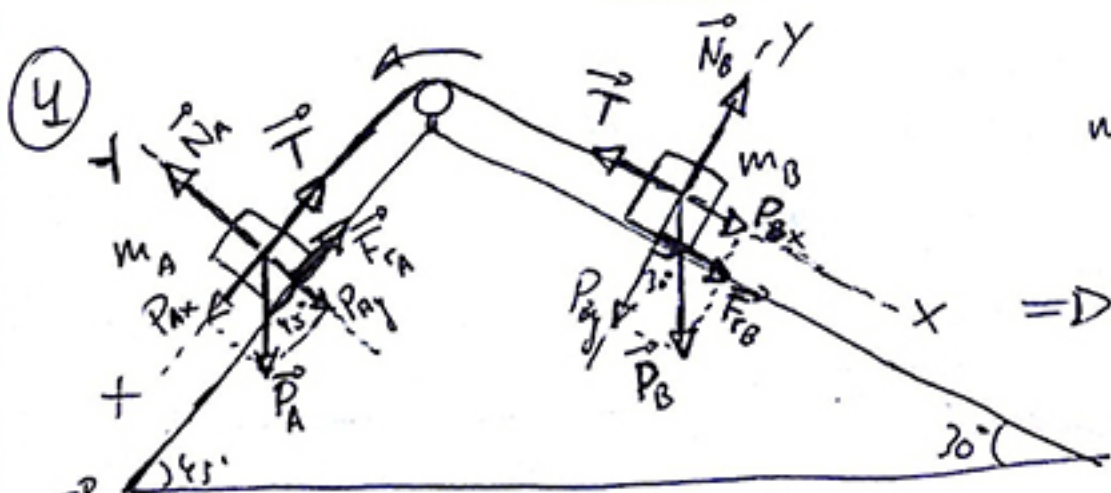
$\Rightarrow \boxed{\cos \theta = \frac{g}{\omega^2 l}} = \frac{9,8}{\pi^2 \cdot 2} \approx 0,5 \Rightarrow \boxed{\theta \approx 60^\circ}$

c) Como vemos en la ecuación (III) anterior, el ángulo es independiente de la masa que gira. Luego para otra masa $m' = 2 \text{ kg}$, el ángulo del péndulo cónico sería el mismo $\boxed{\theta = 60^\circ}$.

d) La fuerza centrípeta es la que obliga a m a realizar el M.C.U.. En nuestro caso es T_x , que es la fuerza que apunta hacia el centro.

Su valor es: $T_x = m \omega^2 l \sin \theta$

o' $\boxed{T_x = T \cdot \sin \theta = 19,74 \cdot \sin 60^\circ = 17,1 \text{ N}}$



$m_A = 12 \text{ kg} ; m_B = 14 \text{ kg}$

$\Rightarrow$ Las fuerzas de rozamiento sobre A y sobre B se añaden una vez adhiriendo el sentido de movimiento del sistema.

Esquema de fuerzas!:

Sobre A: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Peso} \rightarrow \vec{P}_A \\ \text{Tensión} \rightarrow \vec{T} \\ \text{Normal} \rightarrow \vec{N}_A \end{array} \right.$

Sobre B: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Peso} \rightarrow \vec{P}_B \\ \text{Tensión} \rightarrow \vec{T} \\ \text{Normal} \rightarrow \vec{N}_B \end{array} \right.$

- a) Para adivinar en qué sentido se mueve el sistema calculamos las componentes P_{Ax} y P_{Bx} . La que sea mayor define el sentido.

$$\left. \begin{aligned} P_{Ax} &= m_A g \sin 45^\circ = 12 \cdot 9,8 \cdot \sin 45^\circ \approx 83,16 \text{ N} \\ P_{Bx} &= m_B g \sin 30^\circ = 14 \cdot 9,8 \cdot \sin 30^\circ \approx 68,6 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Está claro que $P_{Ax} > P_{Bx}$, luego el sistema se mueve hacia la izquierda, en sentido antihorario.

Ahora añado las fuerzas $\vec{F}_{rA}$ y $\vec{F}_{rB}$ al esquema anterior.

- b) Aplicamos la 2ª ley de Newton a cada cuerpo y a cada eje:

Cuerpo A: $\sum F_x$: $P_{Ax} - T - F_{rA} = m_A \cdot a = 0$
 $\Rightarrow m_A g \sin \beta - T - \mu \cdot N_A = m_A a$
 $\sum F_y$: $N_A = P_{Ay} = m_A g \cos \beta$
 $\Rightarrow m_A g \sin \beta - T - \mu m_A g \cos \beta = m_A a$ (I)

Cuerpo B: $\sum F_x$: $T - P_{Bx} - F_{rB} = m_B a = 0$
 $\Rightarrow T - m_B g \sin \alpha - \mu N_B = m_B a$
 $\sum F_y$: $N_B = P_{By} = m_B g \cos \alpha$
 $\Rightarrow T - m_B g \sin \alpha - \mu m_B g \cos \alpha = m_B a$ (II)

Sumando ambas y despejando, y luego calculando:

$$a = \frac{m_A g \sin \beta - m_B g \sin \alpha - \mu m_A g \cos \beta - \mu m_B g \cos \alpha}{m_A + m_B} = 0,17 \text{ m/s}^2$$

De (II): $T = m_B g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) + m_B a = 76,92 \text{ N}$