

EJERCICIOS

1. Sabiendo que la distancia media de la Tierra al Sol es de $149,6 \cdot 10^6$ Km y que el tiempo que le cuesta dar una vuelta alrededor del Sol es de 365,25 días, ¿cuántos días durará el año de Venus si la distancia Venus - Sol es de $109 \cdot 10^6$ Km?

Datos: $R_{TS} = 1,5 \cdot 10^8$ Km = $1,5 \cdot 10^{11}$ m

$$T_T = 365,25 \text{ días} = 3,16 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$R_{VS} = 1,1 \cdot 10^8 \text{ Km} = 1,1 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$T_V = ?$$

$$\frac{T_T^2}{R_{TS}^3} = \frac{T_V^2}{R_{VS}^3} \text{ despejando tenemos:}$$

$$T_V = \sqrt{\frac{T_T^2 \cdot R_{VS}^3}{R_{TS}^3}} = \sqrt{\frac{(3,16 \cdot 10^7 \text{ s})^2 \cdot (1,1 \cdot 10^{11} \text{ m})^3}{(1,5 \cdot 10^{11} \text{ m})^3}} = \sqrt{\frac{9,98 \cdot 10^{14} \text{ s}^2 \cdot 1,3 \cdot 10^{33} \text{ m}^3}{3,38 \cdot 10^{33} \text{ m}^3}} = \sqrt{3,84 \cdot 10^{14} \text{ s}^2} = 1,96 \cdot 10^7 \text{ s} = 226,85 \text{ días}$$

El año de Venus durará 226,85 días.

2. Teniendo en cuenta los datos del problema anterior, ¿a qué distancia se encuentra Júpiter del Sol si tarda 4 332,6 días en dar la vuelta alrededor del Sol?

Datos: $R_{TS} = 1,5 \cdot 10^8$ Km = $1,5 \cdot 10^{11}$ m

$$T_T = 365,25 \text{ días} = 3,16 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$R_{VS} = 1,1 \cdot 10^8 \text{ Km} = 1,1 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$T_V = 226,85 \text{ días} = 1,96 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$R_{JS} = ?$$

$$T_J = 4332,6 \text{ días} = 3,74 \cdot 10^8 \text{ s}$$

$$\text{Considerando: } \frac{T_T^2}{R_{TS}^3} = \frac{T_J^2}{R_{JS}^3}, \text{ despejando tenemos:}$$

$$R_{JS} = \sqrt[3]{\frac{T_J^2 \cdot R_{TS}^3}{T_T^2}} = \sqrt[3]{\frac{(3,74 \cdot 10^8 \text{ s})^2 \cdot (1,5 \cdot 10^{11} \text{ m})^3}{(3,16 \cdot 10^7 \text{ s})^2}} = \sqrt[3]{\frac{1,4 \cdot 10^{17} \cdot 3,38 \cdot 10^{33} \text{ m}^3}{9,98 \cdot 10^{14} \text{ s}^2}} = \sqrt[3]{4,74 \cdot 10^{35} \text{ m}^3} = 7,8 \cdot 10^{11} \text{ m} = 7,8 \cdot 10^8 \text{ Km}$$

3. Calcula el valor de la fuerza con que se atraen dos chicas de 50 y 65 kg situadas a 2m de distancia.

Datos: $m_1 = 50$ Kg

$$m_2 = 65 \text{ Kg}$$

$$r = 2 \text{ m}$$

Sabiendo que: $F_G = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{m_1 m_2}^2}$, sustituyendo tenemos que:

$$F_G = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{m_1 m_2}^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \frac{50Kg \cdot 65Kg}{2^2 m^2} = 5,42 \cdot 10^{-8} N$$

4. Calcula con qué fuerza se atraen la Tierra ($5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$) y la Luna ($7,14 \cdot 10^{22} \text{ Kg}$), sabiendo que la distancia entre ellas es de 384000 Km.

Datos: $m_1 = \text{masa de la Tierra} = M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$

$m_2 = \text{masa de la Luna} = M_L = 7,14 \cdot 10^{22} \text{ Kg}$

$r = R_{TL} = 3,8 \cdot 10^5 \text{ Km} = 3,8 \cdot 10^8 \text{ m}$

Sabiendo que: $F_G = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{m_1 m_2}^2}$, sustituyendo tenemos que:

$$F_{TL} = G \frac{M_T \cdot M_L}{R_{TL}^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \frac{5,98 \cdot 10^{24} Kg \cdot 7,14 \cdot 10^{22} Kg}{(3,8 \cdot 10^8 m)^2} = 1,97 \cdot 10^{20} N$$

Comparando ambas fuerzas:

$$\frac{F_{TL}}{F_G} = \frac{1,97 \cdot 10^{20} N}{8,21 \cdot 10^{-14} N} = 2,4 \cdot 10^{33}$$

La fuerza que ejerce la Tierra sobre la Luna es $2,4 \cdot 10^{33}$ veces mayor que la fuerza de atracción existente entre las dos chicas del primer ejercicio.

5. Calcula el peso en la Tierra de un astronauta que en la Luna pesa 114N. Dato: $g_{Luna} = 1,62 \text{ m/s}^2$

Datos: Peso del astronauta en la Luna = $F_{PLuna} = 114N$.

Intensidad gravitatoria en la Luna = $g_{Luna} = 1,62 \text{ m/s}^2$ o, lo que es lo mismo, $1,62 \text{ N/Kg}$.

Sabiendo que $F_p = m \cdot g$, despejando, sustituyendo y calculando podemos hallar la masa del astronauta (m):

$$m = \frac{F_{PLuna}}{g_{Luna}} = \frac{114N}{1,62 \frac{N}{Kg}} = 70,37Kg$$

Como la intensidad gravitatoria sobre la superficie de la Tierra es bien conocida ($g_{Tierra} = 9,8 \text{ N/Kg}$), conociendo la masa del astronauta y utilizando la expresión anterior podemos hallar el peso del astronauta en la superficie de la Tierra ($F_{PTierra}$):

$$F_{PTierra} = m \cdot g_{Tierra} = 70,37Kg \cdot 9,8 \frac{N}{Kg} = 689,63N$$

6. Para jugar al baloncesto se utiliza un balón de unos 600g. Supón que uno de estos balones está suspendido a 2m del suelo. Utilizando los datos que se indican:

$$\text{Datos: } M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ Kg}; \quad R_T = 6370 \text{ Km}; \quad G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$$

- a) Dibuja la fuerza de atracción gravitatoria entre el balón y la Tierra y calcula su valor.

Las fuerzas son iguales y en la misma dirección, pero de sentido contrario.

Para calcular la fuerza de atracción entre la Tierra y el balón o, lo que es lo mismo, el peso del balón, usamos la ley de la gravitación universal:

$$F_G = G \frac{M_B \cdot M_T}{r_{BT}^2}$$

Donde, M_B es la masa del balón, M_T es la masa de la Tierra, y r_{BT} la distancia que separa sus centros, que en este caso tomaremos como el radio de la Tierra ya que los 2m de altura a que se encuentra el balón resultan despreciables frente a los 6370Km de radio terrestre.

$$F_{TB} = G \frac{M_T \cdot M_B}{R_T^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Kg}^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ Kg} \cdot 0,6 \text{ Kg}}{(6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 5,89 \text{ N}$$

- b) Calcula la aceleración que la fuerza gravitatoria comunica al balón.

Sabiendo que: $g = \frac{GM}{R^2}$, como lo que queremos calcular es la aceleración que la fuerza gravitatoria comunica al balón, M será la masa de la Tierra (M_T) y R el radio de la Tierra (R_T):

$$M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

$$R_T = 6,37 \cdot 10^3 \text{ Km} = 6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$\text{Entonces, } g_T = \frac{GM_T}{R_T^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Kg}^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ Kg}}{(6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 9,81 \frac{\text{N}}{\text{Kg}}$$

Nota: Despreciamos los 2m de altura a los que se encuentra el balón porque esos 2m son despreciables frente a los 6380Km de radio de la Tierra.

- c) Calcula la aceleración que la fuerza gravitatoria comunica a la Tierra.

En este caso, debemos calcular la aceleración que la fuerza gravitatoria comunica a la Tierra (es decir, la producida por la fuerza con que el balón atrae a la Tierra). Por lo tanto, la masa será la del balón (M_B) y la distancia continuará siendo el radio de la Tierra (tal y como hemos dicho en el apartado anterior, despreciamos los 2m de altura a los que se encuentra el balón por ser despreciables frente al radio de la Tierra)

$$M_B = 0,6 \text{ Kg}$$

$$R_T = 6,37 \cdot 10^3 \text{ Km} = 6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$\text{Entonces, } g_B = \frac{GM_B}{R_T^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot 0,6Kg}{(6,37 \cdot 10^6 m)^2} = 9,86 \cdot 10^{-25} \frac{N}{Kg}$$

Podemos comprobar, que la fuerza de atracción que ejerce el balón sobre la Tierra (F_{BT}) es la misma que ejerce la Tierra sobre el balón (F_{TB})

$$F_{BT} = M_T \cdot g_B = 5,97 \cdot 10^{24} Kg \cdot 9,86 \cdot 10^{-25} N/Kg = 5,89 N$$

$$F_{TB} = M_B \cdot g_T = 0,6Kg \cdot 9,81 N/Kg = 5,89 N$$

Las fuerzas tienen el mismo módulo y la misma dirección, pero sentido contrario.

7. Calcula el peso de un balón de 600g suspendido a 2m sobre la superficie de la Luna. Compáralo con su peso en la tierra. Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2/Kg^2$; $R_{LUNA} = 1740 Km$; $M_{LUNA} = 7,35 \cdot 10^{22} Kg$; $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} Kg$; $R_T = 6,37 \cdot 10^3 Km$.

Para calcular el peso del balón usamos nuevamente la ley de la gravitación universal, ya que la fuerza con que se atraen el balón y la Luna se corresponde con el peso del balón:

$$F_G = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{m_1 m_2}^2}$$

Donde m_1 será la masa de la Luna ($M_L = 7,35 \cdot 10^{22} Kg$), m_2 la masa del balón ($M_B = 0,6Kg$) y la distancia entre la Luna y el balón se corresponde con el radio de la Luna ($R_L = 1,74 \cdot 10^6 m$), siendo despreciable los 2m de altura a que se encuentra el balón con respecto a dicho radio.

$$F_{LB} = G \frac{M_L \cdot M_B}{R_L^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} Kg \cdot 0,6Kg}{(1,74 \cdot 10^6 m)^2} = 0,97N$$

Para calcular su peso en la Tierra, podemos utilizar la misma fórmula, sustituyendo la masa de la Luna por la masa de la Tierra (M_T) y el radio de la Luna por el radio de la Tierra (R_T):

$$F_{TB} = G \frac{M_T \cdot M_B}{R_T^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} Kg \cdot 0,6Kg}{(6,37 \cdot 10^6 m)^2} = 5,89N$$

Comparando ambas fuerzas, tenemos que: $\frac{F_{TB}}{F_{LB}} = \frac{5,89N}{0,97N} = 6,07$; es decir, que la fuerza de atracción que la Tierra ejerce sobre el balón es unas 6 veces mayor que la fuerza de atracción que ejerce la luna sobre el balón.

8. Un astronauta que en la Tierra es capaz de levantar 100Kg,

a) ¿Cuánta fuerza hace?

Para poder el astronauta levantar una masa de 100Kg debe ejercer una fuerza que sea igual o mayor a la fuerza de atracción que la Tierra ejerce sobre dicha masa. De modo, que para saber qué fuerza mínima debe ejercer sólo tendremos que calcular dicha fuerza de atracción. Sabemos que la intensidad gravitatoria sobre la superficie de la Tierra es de 9,8 N/Kg, luego:

$$F_p = m \cdot g = 100Kg \cdot 9,8 \frac{N}{Kg} = 980N$$

- b) Haciendo esa fuerza, ¿qué masa (en unidades del SI) podrá levantar en la Luna con una $g = 1,6 \text{ m/s}^2$)

Utilizamos la misma expresión del apartado anterior y despejamos la masa para calcularla:

$$m = \frac{F_p}{g} = \frac{980N}{1,62 \frac{N}{Kg}} = 604,94Kg$$

En la Luna el astronauta podrá levantar, haciendo la misma fuerza, una masa 6 veces mayor.

9. Los satélites de televisión giran alrededor de la Tierra en una órbita de 42370Km de radio.

Datos: Radio orbital del satélite = $R_{ST} = 42370Km = 4,24 \cdot 10^7 \text{ m}$

Masa de la Tierra = $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$

$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$

- a) ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad en esa órbita?

Para calcular la aceleración de la gravedad (o intensidad gravitatoria) en dicha órbita, utilizamos la expresión:

$$g_{orb.} = \frac{GM_T}{R_{ST}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot 6 \cdot 10^{24}Kg}{(4,24 \cdot 10^7m)^2} = 0,22 \frac{N}{Kg}$$

- b) ¿Cuánto pesará allí un satélite de 1200 Kg?

Para calcular el peso del satélite podemos utilizar la expresión $F_p = m \cdot g$:

$$F_p = m \cdot g = 1200Kg \cdot 0,22 \frac{N}{Kg} = 264N$$

10. ¿A qué altura sobre el nivel del mar la gravedad es justo la mitad que en la superficie?

Si consideramos g_0 la intensidad gravitatoria a nivel del mar y g_1 la intensidad gravitatoria a una altura h sobre el nivel del mar, el enunciado nos dice que $g_1 = g_0/2$ y nos pide que hallemos la altura h a la que se cumple esta condición.

$$g_1 = \frac{g_0}{2} = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

Llamaremos a esta altura $R_T + h = R$, y tenemos: $\frac{g_0}{2} = G \frac{M_T}{R^2}$. Despejando R tenemos:

$$R = \sqrt{\frac{G \cdot M_T \cdot 2}{g_0}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} Kg \cdot 2}{9,8 \frac{N}{Kg}}} = \sqrt{8,17 \cdot 10^{13} m^2} \\ = 9,04 \cdot 10^6 m$$

Para hallar la altura a la que se cumple dicha condición podemos decir, al conocer el radio de la Tierra:

$$h = R - R_T = 9,04 \cdot 10^6 m - 6,37 \cdot 10^6 m = 2,67 \cdot 10^6 m$$

Es decir, que la intensidad gravitatoria es justo la mitad que en la superficie terrestre a una altura de 2670Km sobre el nivel del mar.

11. Dibuja y calcula la fuerza con la que la Tierra atrae una manzana de 150g de masa y la fuerza con la que ésta atrae a la Tierra. Calcula la aceleración producida en cada uno de los dos cuerpos.

Datos: $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$; $R_T = 6370 \text{ Km}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$

- a) Dibuja la fuerza de atracción gravitatoria entre la manzana y la Tierra y calcula su valor.

Las fuerzas son iguales en cuanto a módulo y dirección, pero de sentido contrario.

Para calcular la fuerza de atracción entre la Tierra y la manzana, o, lo que es lo mismo, el peso de la manzana situada ésta sobre la superficie terrestre, usamos la ley de la gravitación universal:

$$F_G = G \frac{M_M \cdot M_T}{r_{MT}^2}$$

Donde, M_M es la masa de la manzana, M_T es la masa de la Tierra, y r_{MT} la distancia que separa sus centros, que en este caso tomaremos como el radio de la Tierra ya que se presupone la manzana sobre la superficie terrestre si no se dice lo contrario.

$$F_{TM} = G \frac{M_T \cdot M_M}{R_T^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} Kg \cdot 0,15 Kg}{(6,37 \cdot 10^6 m)^2} = 1,47 N$$

- b) Calcula la aceleración que la fuerza gravitatoria comunica a la manzana.

Sabiendo que: $g = \frac{GM}{R^2}$, como lo que queremos calcular es la aceleración que la fuerza gravitatoria comunica a la manzana, M será la masa de la Tierra (M_T) y R el radio de la Tierra (R_T):

$$M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

$$R_T = 6,37 \cdot 10^3 \text{ Km} = 6,37 \cdot 10^6 m$$

$$\text{Entonces, } g_T = \frac{GM_T}{R_T^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} Kg}{(6,37 \cdot 10^6 m)^2} = 9,81 \frac{N}{Kg}$$

c) Calcula la aceleración que la fuerza gravitatoria comunica a la Tierra.

En este caso, debemos calcular la aceleración que la fuerza gravitatoria comunica a la Tierra (es decir, la producida por la fuerza con que la manzana atrae a la Tierra). Por lo tanto, la masa será la de la manzana (M_M) y la distancia continuará siendo el radio de la Tierra:

$$M_B = 0,15 \text{ Kg}$$

$$R_T = 6,37 \cdot 10^3 \text{ Km} = 6,38 \cdot 10^6 m$$

$$\text{Entonces, } g_B = \frac{GM_B}{R_T^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot 0,15 Kg}{(6,37 \cdot 10^6 m)^2} = 2,46 \cdot 10^{-25} \frac{N}{Kg}$$

Podemos comprobar, que la fuerza de atracción que ejerce la manzana sobre la Tierra (F_{MT}) es la misma que ejerce la Tierra sobre la manzana (F_{TM})

$$F_{BT} = M_T \cdot g_M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ Kg} \cdot 2,46 \cdot 10^{-25} \text{ N/Kg} = 1,47 \text{ N}$$

$$F_{TB} = M_M \cdot g_T = 0,15 \text{ Kg} \cdot 9,81 \text{ N/Kg} = 1,47 \text{ N}$$

Las fuerzas tienen el mismo módulo y la misma dirección, pero sentido contrario.

12. Calcular el valor de la aceleración de la gravedad sobre la superficie de la Tierra.
 Datos: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$; $R_T = 6,37 \cdot 10^3 \text{ Km}$.

Utilizamos para ello la expresión: $g = G \frac{M_T}{R_T^2}$

Consideramos como distancia el radio de la Tierra dado que nos preguntan el valor de la intensidad gravitatoria en la superficie terrestre.

Sustituyendo y calculando, tenemos que:

$$g = G \frac{M_T}{R_T^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \frac{5,98 \cdot 10^{24} Kg}{(6,37 \cdot 10^6 m)^2} = 9,83 \frac{N}{Kg}$$

13. Calcula el valor de la aceleración de la gravedad sobre un satélite meteorológico situado a una altura de 500 Km sobre la superficie terrestre. Datos: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$; $R_T = 6,37 \cdot 10^3 \text{ Km}$.

Para calcularlo utilizamos la misma expresión del ejercicio anterior, pero, en este caso, la distancia no se corresponde con el radio de la Tierra, dado que el satélite se encuentra a 500 Km de altura sobre la superficie terrestre. De modo que, la distancia R_{ST} será:

$$R_{ST} = R_T + h = 6,37 \cdot 10^3 \text{ Km} + 0,5 \cdot 10^3 \text{ Km} = 6,87 \cdot 10^3 \text{ Km} = 6,87 \cdot 10^6 m$$

Donde R_T es el radio de la Tierra y h la altura a la que se encuentra el satélite meteorológico.

De modo que, sustituyendo y calculando tenemos:

$$g = G \frac{M_T}{R_T^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \frac{5,98 \cdot 10^{24} Kg}{(6,37 \cdot 10^6 m)^2} = 9,8 \frac{N}{Kg}$$

14. Conocidos el radio de la Tierra y el valor de g , calcula la masa de la Tierra.

Volvemos a utilizar la expresión anterior, pero en este caso despejamos la masa de la Tierra (M_T) que es el dato que se nos pide calcular, y sustituimos los valores del radio de la Tierra (R_T) y el valor de g en la superficie de la Tierra (g), que son los valores conocidos:

$$R_T = 6,37 \cdot 10^6 m; \quad G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}; \quad M_T = ?$$

$$M_T = \frac{g \cdot R_T^2}{G} = \frac{9,8 \frac{N}{Kg} \cdot (6,37 \cdot 10^6 m)^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}} = 5,98 \cdot 10^{24} Kg$$

15. El planeta Mercurio tiene una masa de $3,3 \cdot 10^{23} Kg$ y un radio de 2440 Km.

a) ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad en su superficie?

Para calcular la aceleración de la gravedad en la superficie de Mercurio (g_M) usaremos la misma expresión que en los ejercicios anteriores. La distancia será el radio de Mercurio (R_M), ya que la vamos a calcular en la superficie del planeta, y la masa la de Mercurio (M_M). De modo que, sustituyendo y calculando tenemos:

$$g_M = G \frac{M_M}{R_M^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \frac{3,3 \cdot 10^{23} Kg}{(2,44 \cdot 10^6 m)^2} = 3,7 \frac{N}{Kg}$$

b) ¿Cuánto pesará en Mercurio una persona de 70Kg? ¿Y en la Tierra?

Para calcular el peso de la persona usamos la expresión: $F_p = m \cdot g$.

El peso de una persona de 70 Kg de masa en la superficie de Mercurio será:

$$F_p(\text{Mercurio}) = 70 Kg \cdot 3,7 \frac{N}{Kg} = 259 N$$

El peso de la misma persona en la Tierra, donde la aceleración de la gravedad en la superficie es $9,8 N/Kg$, será:

$$F_p(\text{Tierra}) = 70 Kg \cdot 9,8 \frac{N}{Kg} = 686 N$$

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$

16. El planeta Venus tiene una masa de $4,8 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$ y un radio de 6052 Km. ¿Notará un terrestre mucha diferencia de peso si camina por la superficie de Venus? Calcúlalo.

En primer lugar, calcularemos la aceleración de la gravedad en la superficie de Venus (g_V), siendo la distancia será el radio de Venus (R_V), ya que la vamos a calcular en la superficie del planeta, y la masa la de Venus (M_V). De modo que, sustituyendo y calculando tenemos:

$$g_V = G \frac{M_V}{R_V^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Kg}^2} \frac{4,8 \cdot 10^{24} \text{ Kg}}{(6,05 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 8,75 \frac{\text{N}}{\text{Kg}}$$

El peso de una persona de masa m en la superficie de Venus será:

$$F_p(\text{Venus}) = m \text{ Kg} \cdot 8,75 \frac{\text{N}}{\text{Kg}} = 8,75m \text{ N}$$

El peso de esa persona de masa m en la superficie de Tierra, donde la aceleración de la gravedad es $9,81 \text{ N/Kg}$, será:

$$F_p(\text{Tierra}) = m \text{ Kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{Kg}} = 9,81m \text{ N}$$

Nos piden calcular si un terrestre notará mucha diferencia de peso si camina por la superficie de Venus con respecto a la Tierra, de modo que calculamos la relación existente entre ambos pesos:

$$\frac{F_p(\text{Tierra})}{F_p(\text{Venus})} = \frac{9,81m \text{ N}}{8,75m \text{ N}} = 1,12$$

De modo que, al ser el resultado cercano a la unidad, podemos decir que la diferencia de peso no es muy grande.

17. Calcula la velocidad de la Tierra en su órbita alrededor del Sol y su periodo orbital.

Datos: Masa del Sol = $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ Kg}$

Radio orbital de la Tierra en torno al Sol = 150 millones de Km

Para calcular la velocidad de la Tierra usaremos la expresión: $v = \sqrt{G \frac{M_S}{R_{TS}}}$, que hemos deducido en clase igualando la expresión de la ley de la gravitación universal a la de la fuerza centrípeta (ya que la fuerza gravitatoria y la fuerza centrípeta para la Tierra girando en torno al Sol, son la misma fuerza). Donde G es la constante de gravitación universal, M_S es la masa del Sol y R_{TS} es el radio orbital de la Tierra en torno al Sol.

Sustituyendo y calculando, tenemos que:

$$v = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Kg}^2} \frac{1,99 \cdot 10^{30} \text{ Kg}}{1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}}} = \sqrt{8,85 \cdot 10^8 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 2,97 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para calcular el periodo orbital de la Tierra en torno al Sol, es decir, el tiempo que tarda en dar una vuelta completa al Sol, utilizamos la expresión (también deducida en clase): $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot R^3}{G \cdot M_S}}$

Sustituyendo y calculando tenemos que:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} Kg}} = 31683073,28s = 366,7 \text{ días}$$

Que es aproximadamente como sabemos el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta completa en torno al Sol. Aproximadamente, porque los datos están aproximados mediante redondeo de cifras y hace que el valor final se desvíe un poco.

18. Halla el radio de la órbita de Neptuno suponiendo que se mueve con un MCU en torno al Sol. Datos: $T = 164,793$ años; $M_{\text{Sol}} = 1,989 \cdot 10^{30}$ Kg.

En primer lugar, vamos a expresar el periodo en unidades del SI:

$$T = 164,793a \frac{365d}{1a} \frac{24h}{1d} \frac{60min}{1h} \frac{60s}{1min} = 5,2 \cdot 10^9 s$$

Dado que los datos que tenemos son el periodo y la masa de sol, podemos hallar el radio orbital de Neptuno en torno al Sol utilizando la expresión: $T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_S} R^3$

Despejando R (que es el radio orbital que queremos averiguar), sustituyendo los datos y calculando, tenemos que:

$$R = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_S}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{(5,2 \cdot 10^9 s)^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} Kg}{4\pi^2}} = 4,5 \cdot 10^{12} m = 4,5 \cdot 10^9 Km$$

19. ¿Qué velocidad llevará un satélite que se encuentra a 400 km de altura sobre la superficie terrestre? Calcula también su periodo, $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ Kg

Para calcular la velocidad del satélite en torno a la Tierra usaremos la expresión:

$v = \sqrt{G \frac{M_T}{R_{ST}}}$, donde G es la constante de gravitación universal, M_T es la masa de la Tierra y R_{ST} es el radio orbital del satélite en torno a la Tierra.

Para calcular R_{ST} le sumamos al radio terrestre (R_T) la altura (h) a la que se encuentra el satélite: $R_{ST} = R_T + h = 6,37 \cdot 10^6 m + 0,4 \cdot 10^6 m = 6,77 \cdot 10^6 m$

Sustituyendo y calculando, tenemos que:

$$v = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \frac{5,98 \cdot 10^{24} Kg}{6,77 \cdot 10^6 m}} = 7675 \frac{m}{s}$$

Para calcular su periodo orbital en torno a la Tierra utilizamos la expresión: $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot R^3}{G \cdot M_S}}$

Sustituyendo y calculando tenemos que:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (6,77 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} Kg}} = 30711337s = 355,46 \text{ días}$$

20. Calcula la velocidad de un satélite que da una vuelta a la tierra cada 98 minutos a una altura de 500 km sobre la superficie terrestre.

Si el satélite da una vuelta a la Tierra cada 98 minutos, ese es su periodo, que en unidades del SI es: $T = 5,88 \cdot 10^3 s$

El radio orbital del satélite (R_{ST}) será el radio de la Tierra (R_T) más la altura a la que se encuentra el satélite (h): $R_{ST} = R_T + h = 6,37 \cdot 10^6 m + 0,5 \cdot 10^6 m = 6,87 \cdot 10^6 m$

Para calcular la velocidad del satélite en torno a la Tierra usaremos la expresión:

$v = \sqrt{G \frac{M_T}{R_{ST}}}$, donde G es la constante de gravitación universal, M_T es la masa de la Tierra y R_{ST} es el radio orbital del satélite en torno a la Tierra.

Dado que no nos dan la masa de la Tierra (M_T) pero si el periodo orbital del satélite y su altura, entenderemos que tenemos que calcular la masa con estos datos, utilizaremos la expresión:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} R^3$$

Despejamos M_T , sustituimos con los valores de masa y periodo y calculamos:

$$M_T = \frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 (6,87 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot (5,88 \cdot 10^3 s)^2} = 5,55 \cdot 10^{24} Kg$$

Sustituyendo y calculando en la expresión de la velocidad, tenemos que:

$$v = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \frac{5,55 \cdot 10^{24} Kg}{6,87 \cdot 10^6 m}} = 7340,6 \frac{m}{s}$$

21. Calcula la masa del Sol suponiendo que la Tierra se mueve en una órbita circular de radio = $1,496 \cdot 10^{11} m$ y con un periodo de 365,24 días.

$$T = 365,24 d = 3,16 \cdot 10^7 s$$

$$M_S = \frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 (1,5 \cdot 10^{11})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot (3,16 \cdot 10^7 s)^2} = 2 \cdot 10^{30} Kg$$

22. Calcula la velocidad orbital y el período de un satélite que describe órbitas de 8500 km de radio alrededor de la Tierra.

$$\text{Radio orbital} = R_{ST} = 8500 Km = 8,5 \cdot 10^6 m$$

$$v = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \frac{5,98 \cdot 10^{24} Kg}{8,5 \cdot 10^6 m}} = 6850 \frac{m}{s}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (8,5 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} Kg}} = 60784030s = 703,52 días$$