

TEORIA. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque A

- A.1 Componentes intrínsecas de la aceleración. Definición y significado físico. (1 punto)
- A.2 Leyes de Newton de la dinámica. Newton's Laws (1 punto)

Bloque B

- B.1. Carácter periódico del movimiento circular uniforme. (1 punto)
- B.2 La fuerza de rozamiento. Representación gráfica (1 punto)

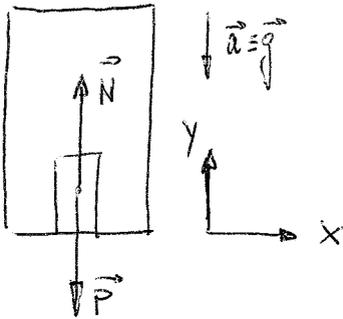
CUESTIONES OPTATIVAS. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque C

- C.1 ¿En qué punto de la trayectoria de un lanzamiento oblicuo es menor el módulo de la velocidad? ¿Por qué? (1 punto).

En cualquier punto de la trayectoria la velocidad (su módulo) viene dada por la expresión $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ y como la única velocidad que cambia es la del eje y y v será mínima cuando $v_y = 0$ y esto sucede en el punto más alto de la trayectoria.

- C.2. Demuestre que la fuerza ejercida por el suelo de un ascensor sobre una persona se anula cuando éste está cayendo en caída libre. (1 punto).



APLICAMOS LA 2ª LEY DE NEWTON $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$(N - P)\vec{j} = -mg\vec{j} = -mg\vec{j}$$

$$(N - mg)\vec{j} = -mg\vec{j}$$

$$N - mg = -mg \rightarrow N = mg - mg = 0$$

$$\boxed{N = 0}$$

Bloque D

- D.1. La posición de una partícula está dada por $\vec{r} = (2 + 3t^4)\vec{i} + (2t + 6)\vec{j} + (2 + 2t^3)\vec{k}$ m. Encuentre la aceleración media entre los instantes 5s y 10s. (1 punto).

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 12t^3\vec{i} + 2\vec{j} + 6t^2\vec{k} \text{ m/s}$$

$$\vec{v}(5s) = 12 \cdot 5^3 \vec{i} + 2\vec{j} + 6 \cdot 5^2 \vec{k} = 1500\vec{i} + 2\vec{j} + 150\vec{k} \text{ m/s}$$

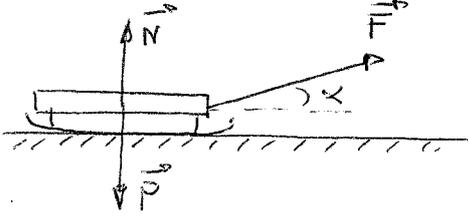
$$\vec{v}(10s) = 12 \cdot 10^3 \vec{i} + 2\vec{j} + 6 \cdot 10^2 \vec{k} = 12000\vec{i} + 2\vec{j} + 600\vec{k} \text{ m/s}$$

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(10s) - \vec{v}(5s)}{5s} = \frac{(12000 - 1500)\vec{i} + (2 - 2)\vec{j} + (600 - 150)\vec{k}}{5s} = \frac{10500\vec{i} + 450\vec{k}}{5s}$$

$$\boxed{\vec{a}_m = 2100\vec{i} + 90\vec{k} \text{ m/s}^2}$$

D.2. Un niño tira de un trineo de 50 kg con una fuerza de 100N que forma 60° con la horizontal. Suponiendo que no hay rozamiento calcula el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan al desplazar el trineo 80m.

(1 punto).



ni la normal ni el peso realizan trabajo ya que son perpendiculares al desplazamiento.

$$W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = 100\text{N} \cdot 80\text{m} \cdot \cos 60^\circ = 8000 \cdot \frac{1}{2} \text{J} = 4000\text{J} \quad \boxed{W = 4000\text{J}}$$

PROBLEMAS. Se resolverán sólo dos problemas.

1. Un objeto es lanzado desde una altura h con una velocidad v_0 y un ángulo de 30°. Calcule:

a) Ecuaciones paramétricas del movimiento del objeto y ecuaciones de la velocidad. (1 punto).

Y

ECUACIONES PARAMÉTRICAS

$$x = v_x t = v_0 \cos \alpha t = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} t \quad (\text{m})$$

$$y = y_0 + v_{y0} t - \frac{1}{2} g t^2 = h + v_0 \frac{1}{2} t - \frac{1}{2} 9.8 t^2 \quad (\text{m})$$

ECUACIONES DE LA VELOCIDAD

$$v_x = v_0 \cos \alpha = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{m/s})$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - g t = v_0 \frac{1}{2} - 9.8 t \quad (\text{m/s})$$

h

v_0

α

Línea B

X

b) Vector velocidad cuando el objeto vuelve a atravesar la línea B. (1 punto).

Cuando atraviesa la línea B y vuelve a valer h

$$h = h + \frac{1}{2} v_0 t - 4.9 t^2 \quad t \left(\frac{v_0}{2} - 4.9 t \right) = 0 \quad t = 0 \quad (\text{AL SALIR})$$

$$\frac{v_0}{2} - 4.9 t = 0 \quad t = \frac{v_0}{2 \cdot 4.9} = \frac{v_0}{9.8}$$

$$v_y = v_0 \frac{1}{2} - 9.8 \frac{v_0}{9.8} = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) v_0 = -\frac{1}{2} v_0$$

$$v_x = 0.866 v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 \vec{i} - \frac{1}{2} v_0 \vec{j} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i} - \frac{1}{2} \vec{j} \right) v_0$$

La velocidad vuelve a ser $v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{3}{4} v_0^2 + \frac{1}{4} v_0^2} = \sqrt{\frac{4}{4} v_0^2} = \sqrt{v_0^2} = v_0$

c) Cuando el objeto toca el suelo ¿Cuál es su vector posición? (1 punto).

Cuando toca el suelo $y=0$

$$0 = h + \frac{v_0}{2} t - 4.9 t^2 \rightarrow 4.9 t^2 - \frac{v_0}{2} t - h = 0$$

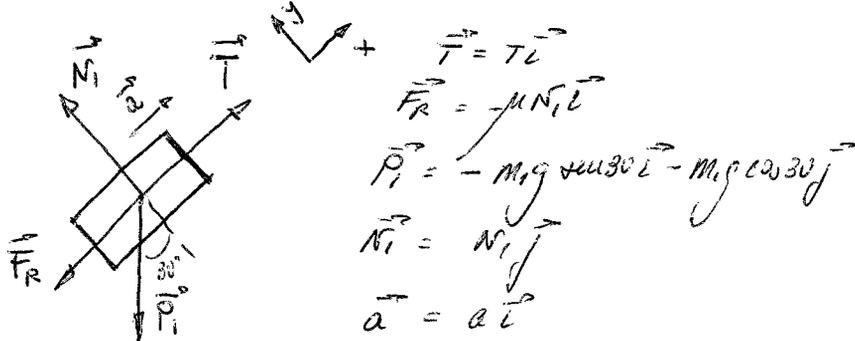
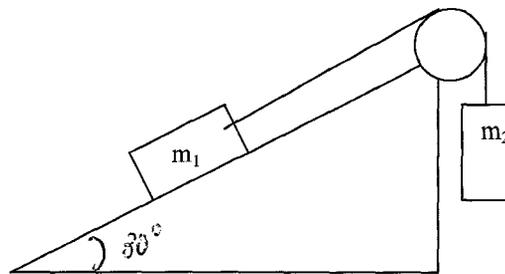
Por tanto $t = \frac{\frac{v_0}{2} \pm \sqrt{\frac{v_0^2}{4} + 4 \cdot 4.9 h}}{9.8} \quad (1) \quad \vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} \quad \text{como } y=0$

$$\vec{r} = x \vec{i} = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} t \vec{i} \quad \text{donde } t \text{ se obtiene de la fórmula (1)}$$

2. Un objeto de masa m_1 se encuentra situado en un plano inclinado y unido mediante una cuerda y una polea ideal a otro cuerpo de masa m_2 . El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo m_1 y el plano inclinado es 0,15 el ángulo 30° . Calcule:

a) Diagrama de cuerpo libre de las dos masas. Elija un sistema de referencia y exprese según ese sistema los vectores fuerzas y aceleración.

(1 punto). SUPONEMOS QUE m_2 BAJA



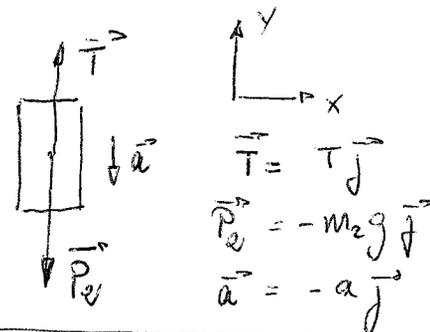
$$\vec{T} = T\vec{i}$$

$$\vec{F}_R = -\mu N_1\vec{i}$$

$$\vec{P}_1 = -m_1g \sin 30\vec{i} - m_1g \cos 30\vec{j}$$

$$\vec{N}_1 = N_1\vec{j}$$

$$\vec{a} = a\vec{i}$$



$$\vec{T} = T\vec{j}$$

$$\vec{P}_2 = -m_2g\vec{j}$$

$$\vec{a} = -a\vec{j}$$

APLICAMOS LA 2ª LEY DE NEWTON AL CUERPO m_2

$$(T - m_2g)\vec{j} = -m_2a\vec{j} \Rightarrow m_2g - T = m_2a \Rightarrow \boxed{T = m_2g - m_2a} (*)$$

b) Aceleración del sistema. (1 punto).

APLICAMOS LA 2ª LEY DE NEWTON AL CUERPO m_1

$$(T - \mu N_1 - m_1g \sin 30)\vec{i} + (N_1 - m_1g \cos 30)\vec{j} = m_1a\vec{i}$$

$$T - \mu N_1 - m_1g \frac{1}{2} = m_1a \quad (1) \quad \text{de (2)} \quad N_1 = m_1g \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{sub. en (1)}$$

$$N_1 - m_1g \cos 30 = 0 \quad (2) \quad \boxed{T = m_1a + m_1g \frac{1}{2} + \mu m_1g \frac{\sqrt{3}}{2}} (**)$$

(SIGUE EN LA PARTE INFERIOR)

c) Tensión de la cuerda. Si se sustituye la cuerda por un muelle de constante $k=800\text{N/m}$ ¿Cuánto se alarga el muelle? (1 punto).

$$\text{De (*)} \quad T = 20\text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} - 20\text{kg} \cdot 6,7 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 20\text{kg} (9,8 - 6,7) \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 62 \text{ N}$$

$$\boxed{T = 62 \text{ N}}$$

AL SUSTITUIR POR UN MUELLE ESTE ESTARIA SOMETIDO A 182,2 N

$$F = k \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{F}{k} = \frac{62 \text{ N}}{800 \text{ N/m}} = 7,75 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 7,75 \text{ mm}$$

IGUALANDO (*) y (**)

$$m_2g - m_2a = m_1a + m_1g \frac{1}{2} + \mu m_1g \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(m_1 + m_2)a = m_2g - \frac{1}{2} m_1g - \mu m_1g \frac{\sqrt{3}}{2} = (m_2 - \frac{1}{2} m_1 - \mu m_1 \frac{\sqrt{3}}{2})g$$

$$a = \frac{m_2 - \frac{m_1}{2} - \mu m_1 \frac{\sqrt{3}}{2}}{(m_1 + m_2)} g = \frac{20\text{kg} - 2,5\text{kg} - 0,15 \cdot 5\text{kg} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{25\text{kg}} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{20 - 2,5 - 0,15 \cdot 2,5 \cdot 0,87}{25} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Datos: $m_1=5\text{kg}$; $m_2=20\text{kg}$ $g=9,8\text{N/kg}$

$$\boxed{a = 67 \text{ m/s}^2}$$

3. Un esquiador de 80 kg se encuentra en lo alto de una pista (h=20,41m) inclinada 20° y se deja caer. Encuentre:

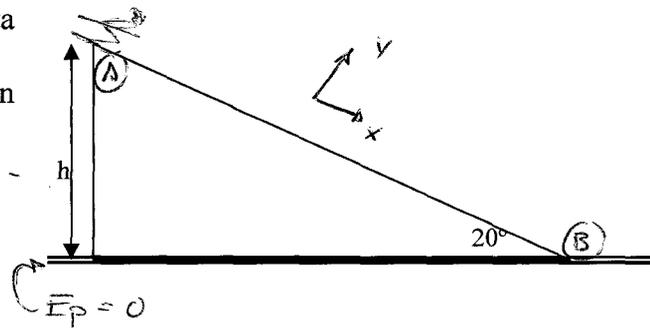
a) Suponiendo que no hay rozamiento, velocidad con que llega a la parte inferior. (1 punto).

Solo realizan trabajo las fuerzas conservativas $\rightarrow E_M = \text{cte} \rightarrow E_M(A) = E_M(B)$
 en (A) solo E_p y en (B) solo E_k

$$E_p(A) = E_k(B) \quad mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20,41 \text{m}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



b) En el caso de que hubiera rozamiento y llegara con 15 m/s ¿Qué energía se ha empleado en vencer el rozamiento? (1 punto).

En este caso, $\Delta E_M = W_{AB}^{nc}$

$$\Delta E_M = E_M(B) - E_M(A) = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh = m\left(\frac{v_B^2}{2} - gh\right) =$$

$$= 80 \text{kg} \left(\frac{15^2}{2} - 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20,41 \text{m} \right) = 80 (112,5 - 200,02) \text{J} = -7001,6 \text{J}$$

PARA VENCER EL ROZAMIENTO SE HAN EMPLEADO 7001,6 J

c) Suponiendo la situación b), coeficiente de rozamiento entre la pista y los esquís. (1 punto).

EN ESTE PROBLEMA YA QUE NO HAY $a_y \rightarrow N = mg \cos 20 = 80 \text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot \cos 20$
 $N = 736,72 \text{ N}$

La longitud de la pista $L = \frac{h}{\sin 20} = \frac{20,41 \text{m}}{0,34} = 60,03 \text{m}$

$$W_{AB} = (\vec{F}_R) \cdot (\Delta \vec{r}) = (-\mu 736,72 \text{ N } \vec{e}) \cdot (60,03 \text{ m } \vec{j}) = -\mu \cdot 44225,3 \text{ J}$$

$$\mu = \frac{W_{AB}}{-44225,3 \text{ J}} = \frac{-7001,6 \text{ J}}{-44225,3 \text{ J}} = \mu = 0,16$$