TEORIA. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque A

A.1 Componentes intrínsecas de la aceleración. Definición y significado físico. **(1 punto)**

A.2 Gráficas s-t, v-t y a-t del movimiento rectilíneo uniforme (MRU) y movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). **(1 punto)**

Bloque B

B.1. Carácter periódico del movimiento circular uniforme. **(1 punto)**

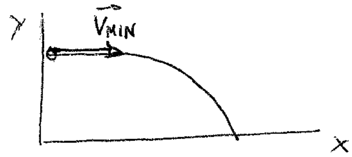
B.2 Vectores posición, velocidad y aceleración instantáneos de un cuerpo. Definición y unidades. **(1 punto)**

CUESTIONES OPTATIVAS. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque C

C.1 ¿En qué punto de la trayectoria de un lanzamiento horizontal es menor el módulo de la velocidad? ¿Por qué?**(1 punto).**

EN CUALQUIER PUNTO LA VELOCIDAD TIENE LA EXPRESIÓN $V=\sqrt{V_x^2+V_y^2}$ Y COMO $V_x = CTE \longrightarrow V$ SERÁ MÍNIMA CUANDO V_y SEA MÍNIMA Y ESTO SUCEDE AL COMIENZO DEL MOVIMIENTO YA QUE EN ESE PUNTO $V_y = 0$



C.2. La posición de una partícula está dada por $\vec{r} = (2+3t^2)\vec{i} + (2t+6)\vec{j} + (2+2t^3)\vec{k}$ m .Encuentre a los 10s : a)Vector velocidad. b) Vector aceleración. **(1 punto).**

a) $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 6t\,\vec{i} + 2\vec{j} + 6t^2\vec{k}$ $\qquad \vec{V}(10s) = 60\,\vec{i} + 2\vec{j} + 600\vec{k}$ m/s

b) $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = 6\vec{i} + 12t\,\vec{k}$ $\qquad \vec{a}(10s) = 6\vec{i} + 120\vec{k}$ m/s²

Bloque D

D.1. La posición de una partícula está dada por $\vec{r} = (2+3t^2)\vec{i} + (2t+6)\vec{j} + (2+2t^3)\vec{k}$ m .Encuentre la velocidad media entre los instantes 5s y 10s. **(1 punto).**

$$\vec{V}_M = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(10s) - \vec{r}(5s)}{5s} = \frac{[302\vec{i} + 26\vec{j} + 2002\vec{k}]m - [77\vec{i} + 16\vec{j} + 252\vec{k}]m}{5s}$$

$$\vec{V}_M = \frac{225\,\vec{i} + 10\vec{j} + 1750\vec{k}}{5}\ m/s \qquad \vec{V}_M = 45\vec{i} + 2\vec{j} + 350\vec{k}\ m/s$$

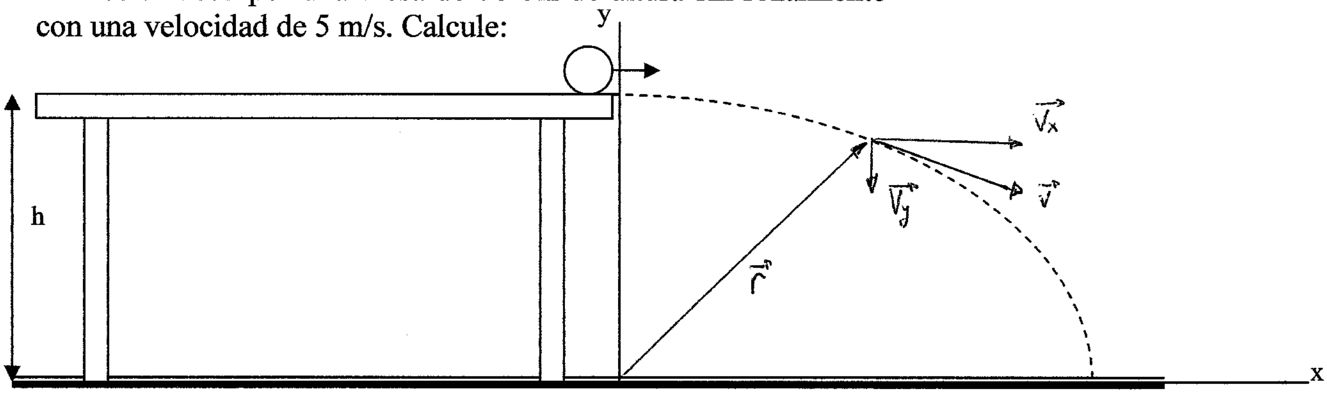
D.2. Dados $\vec{A} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$ y $\vec{B} = 5\vec{i} - 2\vec{j} - 7\vec{k}$, obtenga su producto vectorial. **(1 punto)**

$$\vec{A}\wedge\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -4 & 3 \\ 5 & -2 & -7 \end{vmatrix} = (28+6)\vec{i} - (-21-15)\vec{j} + (-6+20)\vec{k}$$

$$= 34\vec{i} + 36\vec{j} + 14\vec{k}$$

PROBLEMAS. Se resolverán sólo dos problemas.

1. Una bola rueda por una mesa de 76 cm de altura sin rozamiento con una velocidad de 5 m/s. Calcule:



a) Ecuaciones paramétricas del movimiento de la bola y ecuaciones de la velocidad. **(1 punto).**

ECUACIONES PARAMÉTRICAS
- EJE X → MRU → $x = V_x t = V_{0x} t \Rightarrow$ $\boxed{x = 5t \ m}$
- EJE Y → MRUA → $y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 = 0{,}76\,m - 4{,}9\,m/s^2\, t^2$ $\boxed{y = 0{,}76 - 4{,}9t^2 \ m}$

ECUACIONES DE LA VELOCIDAD
- EJE X $\quad V_x = V_0 = 5\,m/s$ $\boxed{V_x = 5\,m/s}$
- EJE Y $\quad V_y = -gt = -9{,}8\,m/s^2\, t$ $\boxed{V_y = -9{,}8t \ m/s}$

b) Vector de posición y vector velocidad a los 0,25s. **(1 punto).**

(VER LOS VECTORES EN EL DIBUJO)

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (5t)\vec{i} + (0{,}76 - 4{,}9t^2)\vec{j}\ m \rightarrow \vec{r}(0{,}25s) = (5 \cdot 0{,}25)\vec{i} + (0{,}76 - 4{,}9 \cdot 0{,}25^2)\vec{j}\ m$

$\boxed{\vec{r} = 1{,}25\vec{i} + 0{,}45\vec{j}\ m}$

$\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} = 5\vec{i} - 9{,}8 \cdot 0{,}25\vec{j} = 5\vec{i} - 2{,}45\vec{j}\ m/s$ $\boxed{\vec{V} = 5\vec{i} - 2{,}45\vec{j}\ m/s}$

c) Cuando la bola toca el suelo ¿a qué distancia está de la mesa?

Cuando la bola toca el suelo $y = 0 \rightarrow 0 = 0{,}76 - 4{,}9t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{0{,}76}{4{,}9}}\,s = 0{,}39\,s$

Sustituyendo el tiempo en la ecuación de x

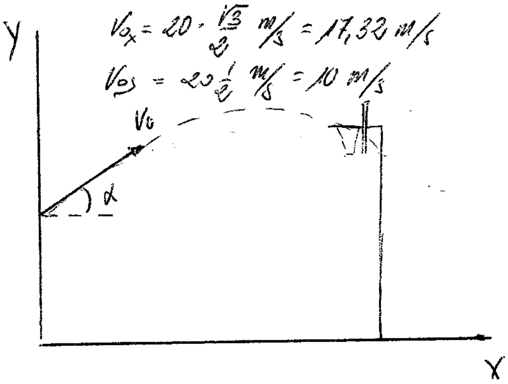
$x = 5t = (5 \cdot 0{,}39)\,m = 1{,}95\,m$ $\boxed{x = 1{,}95\,m}$

2. Un jugador de baloncesto lanza el balón desde una altura de 1,9m con una velocidad de 20 m/s y un ángulo de 30°. Encuentre:

a) Las ecuaciones paramétricas y la ecuación de la trayectoria. **(1 punto).**

$V_{0x} = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\ m/s = 17{,}32\ m/s$

$V_{0y} = 20 \frac{1}{2}\ m/s = 10\ m/s$



ECUACIONES PARAMÉTRICAS

EJE X (MRU) $\rightarrow x = V_0 \cos\alpha\, t = 17{,}32\, t\ m$

EJE Y (MRUA) $\rightarrow y = y_0 + V_0 \operatorname{sen}\alpha\, t - \frac{1}{2} g t^2$

$y = 1{,}9 + 10t - 4{,}9t^2\ m$

Para obtener la ecuación de la trayectoria hay que eliminar t en las ec. paramétricas. De la ecuación de x

$t = \frac{x}{17{,}32} \rightarrow t^2 = \frac{x^2}{300}$

$y = 1{,}9 + \frac{10x}{17{,}32} - 4{,}9 \frac{x^2}{300}$

$$\boxed{y = 1{,}9 + 0{,}577x - 16{,}\hat{3} \cdot 10^{-3} x^2}$$

b) Distancia "d" a la que debe situarse del centro de la canasta para poder encestar. **(1 punto).**

el centro de la canasta se encuentra a 3,05 m del suelo por tanto hacemos y = 3,05 m y encontramos los dos valores de x que satisfacen la ecuación.

$3{,}05 = 1{,}9 + 0{,}577x - 16{,}\hat{3} \cdot 10^{-3} x^2 ; \quad -16{,}\hat{3} \cdot 10^{-3} x^2 + 0{,}577x - 1{,}15 = 0$

$16{,}\hat{3} \cdot 10^{-3} x^2 - 0{,}577x + 1{,}15 = 0$

$$x = \frac{0{,}577 \pm \sqrt{0{,}332929 - 4 \cdot 16{,}\hat{3} \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}15}}{2 \cdot 16{,}\hat{3} \cdot 10^{-3}} = \frac{0{,}577 \pm \sqrt{0{,}332929 - 0{,}07513}}{0{,}032\hat{6}}$$

$x = \frac{0{,}577 \pm 0{,}5077}{0{,}032\hat{6}}$

$x_1 = 2{,}12\ m$ → este punto está demasiado cerca y el balón entraría por abajo

$x_2 = 33{,}2\ m$

$$\boxed{d = 33{,}2\ m}$$

c) Vector velocidad y su módulo cuando atraviesa la canasta. **(1 punto).**

$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j}$

$V_x = V_0 \cos\alpha = 17{,}32\ m/s$

$V_y = V_0 \operatorname{sen}\alpha - g t$

Necesitamos el tiempo para el que $x = 33{,}2\ m$

$t = \frac{x}{V_0 \cos\alpha} = \frac{33{,}2\ m}{17{,}32\ m/s}$

$t = 1{,}92\ s$

$V_y = 10\ m/s - 9{,}8\ m/s^2 \cdot 1{,}92\ s = (10 - 18{,}8)\ m/s = -8{,}8\ m/s$

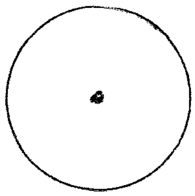
$\vec{V} = 17{,}32\vec{i} - 8{,}8\vec{j}\ m/s \qquad V = \sqrt{17{,}32^2 + (-8{,}8)^2}\ m/s = \sqrt{300 + 77{,}44}\ m/s$

Dato: altura de la canasta: 3,05m.

$V = 19{,}43\ m/s$

3. Un volante circular de 0,45 m de radio gira en torno a su eje a 5000 r.p.m.; un freno lo para en 25s. Obtenga:

a) La aceleración angular a la que se ha visto sometido **(1 punto).**



CONSIDERAMOS EL MOVIMIENTO COMO UNIFORMEMENTE ACELERADO

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \longrightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \qquad \begin{cases} \omega = 0 \ rad/s \\ \omega_0 = 5000 \cdot \frac{2\pi}{60} \ rad/s = \frac{500\pi}{3} \ rad/s \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{0 \ rad/s - \frac{500\pi}{3} \ rad/s}{25 \ s} = -\frac{500\pi}{75} \ rad/s^2 = -\frac{100\pi}{15} \ rad/s^2$$

$$\alpha = -\frac{100\pi}{15} \ rad/s^2 = -6{,}\hat{6}\pi \ rad/s^2 = -20{,}9 \ rad/s^2$$

b) Número de vueltas que ha dado hasta pararse. **(1 punto).**

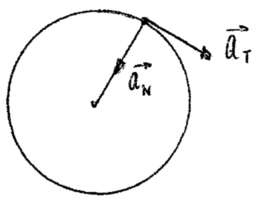
$$N^{\circ} \ DE \ VUELTAS = \frac{\theta}{2\pi} \qquad \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = \frac{500\pi}{3} \ rad/s \cdot 25 \ s - \frac{1}{2}\frac{100\pi}{15} \ rad/s^2 \ 625 \ s^2 = \left(\frac{12500}{3}\pi - \frac{1}{2}\frac{12500}{3}\pi\right) rad$$

$$\theta = \frac{1}{2}\frac{12500}{3}\pi \ rad = \frac{6250}{3}\pi \ rad$$

$$N^{\circ} \ DE \ VUELTAS = \frac{\frac{6250}{3}\pi \ rad}{2\pi \ rad} = \frac{6250}{6} = 1041{,}\hat{6}$$

c) Aceleración normal y total de un punto de su periferia una vez dadas 50 vueltas. **(1 punto).**



Calculamos la velocidad una vez dadas 50 vueltas

50 vueltas $\longrightarrow$ 100π rad

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t - \theta = 0 \qquad t^2 + \frac{2\omega_0}{\alpha}t - \frac{2\theta}{\alpha} = 0$$

$$t^2 + \frac{2 \cdot \frac{500\pi}{3}}{-\frac{100\pi}{15}} t - \frac{200\pi}{-\frac{100\pi}{15}} = 0 \ ; \quad t^2 - 50t + 30 = 0$$

$$t = \frac{50 \pm \sqrt{2500 - 120}}{2} = \frac{50 \pm 48{,}78}{2} = \begin{cases} t_1 = 0{,}6 \ s \\ t_2 = 49{,}4 \ s \end{cases}$$

Este es mayor que el tiempo de parada

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = \frac{500\pi}{3} \ rad/s - \frac{100\pi}{15} \ rad/s^2 \ 0{,}6 \ s = \frac{100\pi}{3}\left(5 - \frac{0{,}6}{5}\right) rad/s = \frac{488}{3}\pi \ rad/s$$

$$\omega = 511 \ rad/s$$

$$a_N = \omega^2 R = 511^2 \ rad^2/s^2 \ 0{,}45 \ m \Rightarrow a_N = 117504{,}5 \ m/s^2$$

$$a_T = \alpha R = 20{,}9 \ rad/s^2 \cdot 0{,}45 \ m = 9{,}405 \ m/s^2$$

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = \sqrt{9{,}405^2 + 117504{,}5^2} \ m/s = 117{,}5 \cdot 10^3 \ m/s$$