TEORIA. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque A

A.1 Leyes de Newton de la dinámica. **(1 punto)**

A.2 Inercia y momento lineal. **(1 punto)**

Bloque B

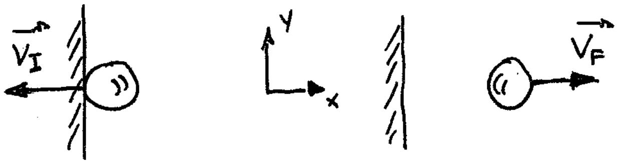
B.1 Movimiento circular uniforme. Velocidad y aceleración angular. Ecuaciones. Periodo y frecuencia. **(1 punto)**

B.2 Impulso mecánico y momento lineal. **(1 punto)**

CUESTIONES OPTATIVAS. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque C

C.1 Una pelota de 200g choca contra una pared con una velocidad de 40 m/s. Permanece en contacto con la pared 0,03 s y sale rebotada en la misma dirección con igual velocidad. Calcule la fuerza media ejercida por la pared. **(1 punto).**

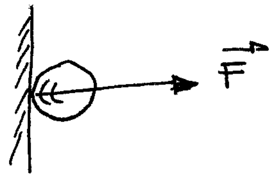


Se cumple $\Delta\vec{p} = \vec{F}\cdot t$

$\Delta\vec{p} = \vec{p}_F - \vec{p}_I = m v \vec{i} - (-m v \vec{i}) = 2 m v \vec{i}$

$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{t} = \frac{2 m v \vec{i}}{t} = \frac{2\cdot 0{,}2\,kg\ 40\,m/s}{0{,}03\ s}\vec{i}$

$\boxed{\vec{F} = 533{,}\hat{3}\,\vec{i}\ N}$



C.2. Una partícula se mueve de forma que su momento lineal viene dado por $\vec{p} = 3t^2\vec{i} + (1+t)\vec{j}$ kgm/s. Encuentre la fuerza que actúa sobre la partícula a los 2s. **(1 punto).**

Aplicando la segunda ley de Newton $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

$\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(3t^2\vec{i} + (1+t)\vec{j}\right) kg\,m/s = 6t\,\vec{i} + \vec{j}\ N$ (con t en segundos)

$\boxed{\vec{F}(2s) = 12\vec{i} + \vec{j}\ N}$

Bloque D

D.1. Dos cuerpos tienen por masas 20kg y 30 kg encuentre la relación entre sus velocidades para que ambos tengan el mismo momento lineal. **(1 punto).**

$\vec{P_1} = m_1\vec{V_1}$

$\vec{P_2} = m_2\vec{V_2}$

Aplicamos $\vec{P_1} = \vec{P_2}$

$m_1\vec{V_1} = m_2\vec{V_2}$

$\frac{\vec{V_1}}{\vec{V_2}} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{30\,kg}{20\,kg} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

$\boxed{\frac{\vec{V_1}}{\vec{V_2}} = 1{,}5}$

D.2. Sobre una partícula de 2g que se mueve a 2m/s actúa una fuerza de 3N durante 4s. ¿Qué velocidad adquiere? **(1 punto).** Suponemos movimiento en el eje X+

Aplicamos $\vec{\Delta p} = \vec{F}\cdot t = \vec{J}$ $\qquad \vec{J} = (F\cdot t)\vec{i} = 12\vec{i}\ Ns$

$$\vec{\Delta p} = \vec{p_F} - \vec{p_I} \longrightarrow \vec{p_F} = \vec{\Delta p} + \vec{p_I} = \vec{\Delta p} + m\vec{v_I}$$

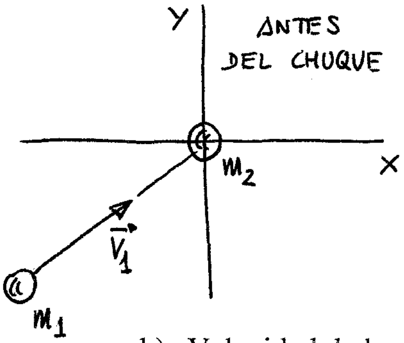
$$\vec{p_F} = 12\vec{i}\ kg\,m/s + 2\cdot 10^{-3}kg\ 2\vec{i}\ m/s = (12 + 4\cdot 10^{-3})\vec{i}\ kg\,m/s$$

$$\vec{p_F} = 12{,}004\,\vec{i}\ kg\,m/s \qquad \vec{p_F} = m\vec{v_F} \longrightarrow \vec{v_F} = \frac{\vec{p_F}}{m} = \frac{12{,}004\,\vec{i}\ \cancel{kg}\,m s^{-1}}{2\cdot 10^{-3}\cancel{kg}}$$

$$\vec{v_F} = 6002\,\vec{i}\ m s^{-1}$$

PROBLEMAS. Se resolverán sólo dos problemas.

1. Una partícula de 2kg de masa se acerca al origen de coordenadas con una velocidad $\vec{v} = 10\vec{i} + 3\vec{j}$ m/s . En el origen de coordenadas choca con otra partícula de 4kg que se encuentra en reposo. Después del choque la partícula de 4kg se mueve a 5m/s en una dirección que forma un ángulo de 30° con el eje x. Encuentre:
   a) Momento lineal del sistema formado por las dos partículas antes del choque. **(1 punto).**

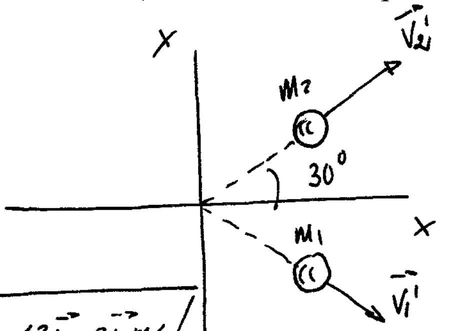


$$\vec{P_A} = \vec{P_1} + \vec{P_2} = m_1\vec{V_1} + \cancel{m_2\vec{V_2}} = m_1\vec{V_1} = 2kg(10\vec{i} + 3\vec{j})\,m/s$$

(con $m_2\vec{V_2} = 0$)

$$\vec{P_A} = 20\vec{i} + 6\vec{j}\ kg\,m/s$$

   b) Velocidad de la partícula de 2kg después del choque. **(1 punto).**



$\boxed{\vec{V_1'} = 1{,}3\vec{i} - 2\vec{j}\ m/s}$

COMO NO ACTUAN FUERZA EXTERNAS $\vec{P} = CTE \longrightarrow \vec{P_A} = \vec{P_D}$

$$\vec{P_D} = \vec{P_1'} + \vec{P_2'} = m_1\vec{V_1'} + m_2\vec{V_2'} = \vec{P_A}$$

$$\vec{V_2'} = 5\cos 30^\circ\,\vec{i} + 5\sin 30^\circ\,\vec{j}\ m/s = \frac{5\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{5}{2}\vec{j}\ m/s$$

$$\vec{V_1'} = \frac{\vec{P_A} - m_2\vec{V_2'}}{m_1} = \frac{(20\vec{i} + 6\vec{j})\,kg\,m/s - 4kg\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{5}{2}\vec{j}\right)m/s}{2kg}$$

$$\vec{V_1'} = (10\vec{i} + 3\vec{j}) - (5\sqrt{3}\vec{i} + 5\vec{j})\,m/s \qquad \vec{V_1'} = (10 - 5\sqrt{3})\vec{i} - 2\vec{j}\ m/s = 1{,}3\vec{i} - 2\vec{j}\ m/s$$

   c) Si el choque dura 0,5s calcule la fuerza media que se ejercen las bolas. **(1 punto)**

Aplicamos la relación entre impulso y momento lineal en la bola 2

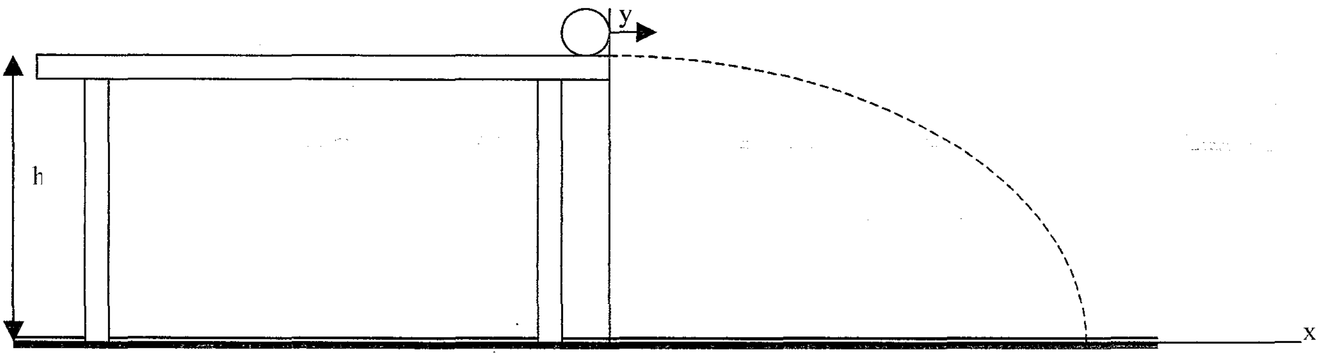
$$\vec{J} = \vec{\Delta p} \quad \begin{cases} \vec{J} = \vec{F}\cdot t \\ \vec{\Delta p} = \vec{p_F} - \cancel{\vec{p_I}} = m_2\vec{V_2'} = 4kg\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{5}{2}\vec{j}\right)m/s \end{cases}$$

(con $\vec{p_I} = 0$)

$$= 10\sqrt{3}\,\vec{i} + 10\vec{j}\ kg\,m/s$$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{\vec{J}}{t} = \frac{\vec{\Delta p}}{t} = \frac{10\sqrt{3}\,\vec{i} + 10\vec{j}\ kg\,m/s}{0{,}5\,s} = 20\sqrt{3}\,\vec{i} + 20\vec{j}\ N = 34{,}6\vec{i} + 20\vec{j}\ N}$$

2. Una bola rueda por una mesa de 75 cm de altura sin rozamiento con una velocidad de 3 m/s. Calcule:



a) Ecuaciones paramétricas del movimiento de la bola y ecuaciones de la velocidad. **(1 punto).**

EJE X → M.R.U $\begin{cases} V_x = V_0 = 3\ m/s \\ x = V_x t = 3t\ m \end{cases}$

EJE Y → M.R.U.A $\begin{cases} V_y = -gt = -9{,}8t\ m/s \\ y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 = (0{,}75 - 4{,}9t^2)\ m \end{cases}$

ECUACIONES PARAMÉTRICA $\begin{cases} x(t) = 3t\ m \\ y(t) = (0{,}75 - 4{,}9t^2)\ m \end{cases}$ ECUAC. VELOCIDAD $\begin{cases} V_x = 3\ m/s \\ V_y = -9{,}8t\ m/s \end{cases}$

b) Vector de posición y vector velocidad a los 0,15s. **(1 punto).**

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$ $\begin{cases} x(0{,}15\ s) = 3 \cdot 0{,}15\ m = 0{,}45\ m \\ y(0{,}15\ s) = (0{,}75 - 4{,}9 \cdot 0{,}15^2)\ m = 0{,}64\ m \end{cases}$

$\boxed{\vec{r} = 0{,}45\vec{i} + 0{,}64\vec{j}\ m}$

$\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j}$ $\begin{cases} V_x = 3\ m/s \\ V_y = -9{,}8 \cdot 0{,}15\ m/s = -1{,}47\ m/s \end{cases}$ $\boxed{\vec{V} = 3\vec{i} - 1{,}47\vec{j}\ m/s}$

c) Cuando la bola toca el suelo ¿a qué distancia está de la mesa? **(1 punto).**

Cuando toca el suelo $y = 0$ → $0\ m = 0{,}75\ m - 4{,}9t^2\ m$

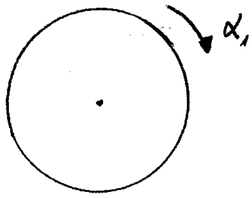
$t = \pm\sqrt{\frac{0{,}75}{4{,}9}}\ s = \pm 0{,}39\ s$ $\xrightarrow[\text{la posit.}]{\text{tomamos}}$ $t = 0{,}39\ s$

Para ese tiempo $x = 3 \cdot 0{,}39\ m = 1{,}17\ m$

$\boxed{\text{Está a } 1{,}17\ m \text{ de la mesa}}$

3. El tambor de una lavadora tarda 30s en alcanzar la velocidad constate de trabajo de 500 r.p.m. Una vez que alcanza esta velocidad gira durante 2 minutos y después emplea 40s en parar. Calcule:
   a) Aceleraciones angulares que ha sufrido el tambor al acelerar y frenar. **(1 punto).**

PROCESO DE ACELERACIÓN: Parte del reposo $\omega_0 = 0$ rad/s

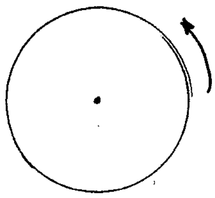


Llega a la velocidad $\omega = 500 \frac{2\pi}{60} = 50 \frac{\pi}{3}$ rad/s

$\omega = \omega_0 + \alpha_1 t \qquad \alpha_1 = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\omega}{t} = \frac{50\pi}{3 \cdot 30} \text{ rad/s}^2 = \frac{5\pi}{9} \text{ rad/s}^2$

$$\boxed{\alpha_1 = \frac{5\pi}{9} \text{ rad/s}^2 = 1{,}75 \text{ rad/s}^2}$$

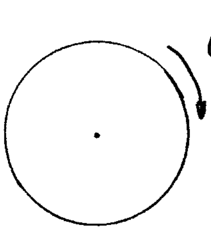
PROCESO DE FRENADO: Parte de una velocidad $\omega_0 = 50\frac{\pi}{3}$ rad/s y llega a una velocidad $\omega = 0$ rad/s



$\alpha_2 = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 50\frac{\pi}{3} \text{ rad/s}}{40 \text{ s}} = -\frac{50\pi}{120} \text{ rad/s}^2$

$$\boxed{\alpha_2 = -\frac{5\pi}{12} \text{ rad/s}^2 = -1{,}31 \text{ rad/s}^2}$$

   b) Calcule el periodo y la frecuencia que tiene durante el movimiento circular uniforme. **(1 punto).**



$\omega = \frac{50\pi}{3}$ rad/s

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \text{ rad}}{\frac{50\pi}{3} \text{ rad/s}} = \frac{6}{50}$ s

$$\boxed{T = 0{,}12 \text{ s}}$$

$\nu = \frac{1}{T} = \frac{50}{6}$ Hz $\qquad \boxed{\nu = 8{,}\hat{3} \text{ Hz}}$

   c) Calcule el número de vueltas que ha dado el tambor. El tambor tiene un radio de 50 cm, calcule la velocidad y aceleración lineal de un punto de la periferia cuando está girando con velocidad constante. **(1 punto).**

$\theta = \theta_{AC.} + \theta_{TR.} + \theta_{DEC.}$

$\theta_{AC.} = \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 = \frac{1}{2} \frac{5\pi}{9} \text{ rad/s}^2 \, 900 \text{ s}^2 = \frac{500\pi}{2} \text{ rad} = 250\pi \text{ rad}$

$\theta_{TR.} = \omega \cdot t = \frac{50\pi}{3} \text{ rad/s} \cdot 120 \text{ s} = 2000\pi \text{ rad}$

$\theta_{DEC} = \omega_0 t - \frac{1}{2}\alpha_2 t^2 = \frac{50\pi}{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}} 40 \text{s} - \frac{1}{2} \frac{5\pi}{12} \text{ rad/s}^2 \, 1600 \text{ s}^2 = \left(\frac{2000}{3}\pi - \frac{1000}{3}\pi\right) \text{rad} = \frac{1000}{3}\pi \text{ rad}$

VELOC. PUNTO PERIFERIA

$V = \omega \cdot R = \frac{50\pi}{3} \text{ rad/s} \cdot 0{,}5 \text{ m} = \frac{25\pi}{3} \text{ m/s} = 26{,}2 \text{ m/s}$

ACELERACIÓN

$a = a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{26{,}2^2}{0{,}5} \text{ m/s}^2 = 1370 \text{ m/s}^2$

$\theta = \left(250\pi + 2000\pi + \frac{1000}{3}\pi\right) \text{rad} = \frac{7750}{3}\pi \text{ rad}$

$n^\circ \text{vueltas} = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{\frac{7750}{3}\pi \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = \frac{7750}{6} = 1291{,}6$

$$\boxed{\sim 1292 \text{ vueltas}}$$