TEORIA. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque A

A.1 Producto escalar de vectores. Condición de perpendicularidad. **(1 punto)**

A.2 Movimiento rectilíneo uniforme. Ecuaciones y gráficas.**(1 punto)**

Bloque B

B.1 Componentes intrínsecas de la aceleración. **(1 punto)**

B.2 Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Ecuaciones y gráficas. **(1 punto)**

CUESTIONES OPTATIVAS. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque C

C.1 Dados $\vec{A}=3\vec{i}-5\vec{j}+3\vec{k}$ y $\vec{B}=5\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$, obtenga el ángulo que forma su suma con su producto vectorial. **(1 punto).**

$$\vec{S}=\vec{A}+\vec{B}=(3+5)\vec{i}+(-5-2)\vec{j}+(3+3)\vec{k}=8\vec{i}-7\vec{j}+6\vec{k}$$

$$\vec{P}=\vec{A}\wedge\vec{B}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & -5 & 3\\ 5 & -2 & 3\end{vmatrix}=(-15+6)\vec{i}-(9-15)\vec{j}+(-6+25)\vec{k}=-9\vec{i}+6\vec{j}+19\vec{k}$$

SE CUMPLE $\vec{S}\cdot\vec{P}=|\vec{S}||\vec{P}|\cos\alpha \rightarrow \cos\alpha=\dfrac{\vec{S}\cdot\vec{P}}{|\vec{S}||\vec{P}|}=\dfrac{-72-42+114}{\sqrt{64+49+36}\sqrt{81+36+361}}$

$$\alpha=\arccos\frac{0}{\sqrt{149}\sqrt{478}}=0 \rightarrow \alpha=\frac{\pi}{2}=90^\circ$$

C.2. Responde a las siguientes cuestiones: a) Un cuerpo cambia su velocidad moviéndose siempre sobre una recta. ¿Qué tipo de aceleración lleva? b) ¿Qué tipo de aceleración tendrían los planetas del sistema solar si suponemos que el valor del módulo de su velocidad permanece constante? **(1 punto).**

a) Como se mueve en línea recta su dirección no cambia y por tanto su $a_n=0$ y su aceleración será tangencial.

b) Su el módulo de la velocidad es CTE $\rightarrow a_t=0$
y como describen aproximadamente una circunferencia tendrán sólo $a_n=\dfrac{v}{R}$

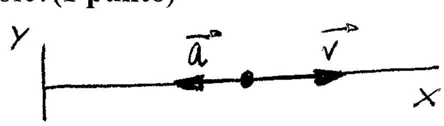
Bloque D

D.1. El vector de posición de un cuerpo es $\vec{r}=3\vec{i}+5\vec{j}\ m$ Determine sus coordenadas polares.**(1 punto).**

$\vec{r}=3\vec{i}+5\vec{j}\ m \left\{ \begin{array}{l} x=3\ m \\ y=5\ m \end{array} \right.$ $\theta=\operatorname{arc\,tg}\frac{5}{3}=59^\circ$ $r=\sqrt{3^2+5^2}\ m$

$r=\sqrt{9+25}\ m=\sqrt{34}\ m=5{,}8\ m$ COORD. POLARES $(r,\theta)=(58m, 59^\circ)$

D.2. Responde a las siguientes cuestiones: a) ¿Puede un cuerpo moverse hacia la derecha si su aceleración se dirige a la izquierda? b) ¿Podría un cuerpo tener celeridad (módulo de velocidad) constante y velocidad variable?**(1 punto)**

a) 

Sí puede moverse hacia la derecha pero al ir la aceleración hacia la izquierda la velocidad irá disminuyendo.

b) Efectivamente, ya que la velocidad puede variar en dirección aunque no lo haga en módulo.

PROBLEMAS. Se resolverán sólo dos problemas.

1. Un automóvil se mueve con velocidad constante de 120 km/h. En un momento determinado comienzan a actuar los frenos que lo detienen cuando ha recorrido 200 m. Encuentre:
   a) Suponiendo que los frenos le comunican una aceleración constante, el valor de ésta. **(1 punto).**
   b) Tiempo que emplea en pararse y espacio recorrido en la mitad de ese tiempo **(1 punto).**
   c) Tiempo para el cual la velocidad se hace la mitad. **(1 punto)**

DATOS

$V_0 = 120 \ km/h = 33,\hat{3} \ m/s$

$S = 200 \ m$

a) $V = V_0 + at \rightarrow a = \frac{V - V_0}{t} = -\frac{V_0}{t}$

Por otra parte $S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$S = V_0 t - \frac{1}{2}\left(\frac{V_0}{t}\right) t^2 = V_0 t - \frac{1}{2} V_0 t = \frac{1}{2} V_0 t \rightarrow t = \frac{2S}{V_0} = \frac{400 \ m}{33,\hat{3} \ m/s}$

$t = 12 \ s \rightarrow a = -\frac{33,\hat{3} \ m/s}{12 \ s} = -2,\hat{7} \ m/s^2$ $\boxed{a = -2,\hat{7} \ m/s^2}$

b) El tiempo se ha calculado en el apartado a)

$\boxed{t = 12 s}$ Calculemos el espacio para $t' = 6 s$

$S = V_0 \cdot t' + \frac{1}{2} a t'^2 = 33,\hat{3} \ m/s \cdot 6 s + \frac{1}{2}\left(-2,\hat{7} \ m/s^2\right) 36 s^2 = 200 \ m - 50 m$

$\boxed{S = 150 \ m}$

c) $V = \frac{V_0}{2}$ $\quad \frac{V_0}{2} = V_0 + at$ $\quad at = \frac{V_0}{2} - V_0 = -\frac{V_0}{2}$

$t = -\frac{V_0}{2a} = -\frac{33,\hat{3} \ m/s}{2\left(-2,\hat{7} \ m/s^2\right)} = 6 s$ $\boxed{t = 6 s}$

2. Dado el vector de posición de una partícula:

$$\vec{r} = 4t^2 \vec{i} + 2t \ \vec{j} \ m \qquad \text{calcule:}$$

   a) Vector velocidad media en los primeros 4s. **(1 punto).**
   b) Vectores velocidad y aceleración y su módulo a los 4s. **(1 punto).**
   c) Producto escalar de los vectores posición y velocidad a los 10s**(1 punto).**

a) $\vec{V_m} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r_F} - \vec{r_I}}{\Delta t} = \frac{[(4 \cdot 16)\vec{i} + 8\vec{j}] m - [0\vec{i} + 0\vec{j}] m}{4 s} = \frac{64\vec{i} + 8\vec{j}}{4} \ m/s$

$\boxed{\vec{V_m} = 16\vec{i} + 2\vec{j} \ m/s}$

b) $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 8t\vec{i} + 2\vec{j} \ m/s$ $\quad |\vec{V}| = \sqrt{64t^2 + 4} \ m/s = 2\sqrt{16t^2 + 1} \ m/s$

$\vec{v}(4s) = 32\vec{i} + 2\vec{j} \ m/s$ $\quad |\vec{v}(4s)| = 2\sqrt{257} \ m/s = 32,06 \ m/s$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 8\vec{i} \ m/s^2$ $\quad |\vec{a}| = 8 \ m/s^2$

Ambos constantes → a los 4s los mismos valores

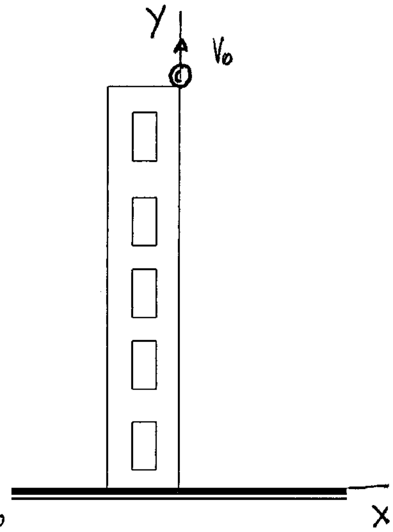
c) $\vec{r}\cdot\vec{v} = (4t^2\vec{i}+2t\vec{j})\,m\cdot(8t\vec{i}+2\vec{j})\,m/s = (32t^3+4t)\,m^2/s$

A los 10 s

$\vec{r}\cdot\vec{v} = (32\cdot 10^3 + 4\cdot 10)\,m^2/s = (32000+40)\,m^2/s = 32040\ m^2/s$

3. Desde la azotea de un edificio de 50 m de altura se lanza un objeto de 1 kg verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 15 m/s. Calcule:

   a) Elija un sistema de referencia y exprese las ecuaciones de los vectores de posición y velocidad respecto a este sistema. **(1 punto).**
   b) Altura máxima que alcanza (respecto al sistema elegido) **(1 punto).**
   c) Tiempo que emplea en llegar a la base del edificio y velocidad en ese instante. **(1 punto).**



$\vec{g} = -9{,}8\vec{j}$

a) SISTEMA DE REFERENCIA EN LA BASE DEL EDIFICIO

EL OBJETO SE MUEVE A LO LARGO DEL EJE Y

CON UNA POSICIÓN INICIAL $y_0 = 50\,m \longrightarrow \vec{r_0} = 50\vec{j}\,m$ y $\vec{V_0} = 15\vec{j}\,m/s$

$$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{V_0}t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 = 50\vec{j}\,m + 15\vec{j}\,m/s\,t + \frac{1}{2}(-9{,}8\vec{j}\,m/s^2)t^2$$

$$\vec{r} = (50\,m + 15\,m/s\,t - 4{,}9\,m/s^2\,t^2)\vec{j}$$

Hay dos formas de calcular $\vec{v}$

I) Derivando $\vec{r}$ $\quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (15\,m/s - 9{,}8\,m/s^2\,t)\vec{j}$

II) Teniendo en cuenta que es un MRUA

$$\vec{v} = \vec{V_0} + \vec{g}t \longrightarrow \vec{v} = 15\vec{j}\,m/s - 9{,}8\vec{j}\,m/s^2\,t = (15\,m/s - 9{,}8\,m/s^2\,t)\vec{j}$$

b) LA ALTURA MÁXIMA SE PRODUCE CUANDO $\vec{v} = \vec{0}$

$$\vec{v} = (15\,m/s - 9{,}8\,m/s^2\,t)\vec{j} = 0 \longrightarrow 15\,m/s - 9{,}8\,m/s^2\,t = 0$$

$$15\,m/s = 9{,}8\,m/s^2\,t \longrightarrow \boxed{t = \frac{15}{9{,}8}\,s = 1{,}53\,s}$$

$$\vec{r} = (50\,m + 15\,m/s\cdot 1{,}53\,s - 4{,}9\,m/s^2\,2{,}34\,s^2)\vec{j} = (50 + 22{,}95 - 11{,}47)\vec{j}\,m = 61{,}48\vec{j}\,m$$

c) CUANDO LLEGA A LA BASE $\vec{r} = 0 \longrightarrow 50\,m + 15\,m/s\,t - 4{,}9\,m/s^2\,t^2 = 0 \quad 4{,}9t^2 - 15t - 50 = 0$

$$t = \frac{15 \pm \sqrt{225+980}}{9{,}8} = \frac{15 \pm 34{,}7}{9{,}8} = 5{,}07\,s$$ (tomando la solución positiva)

$$\vec{v} = (15\,m/s - 9{,}8\,m/s^2\,5{,}07\,s)\vec{j} = -34{,}7\vec{j}\,m/s$$