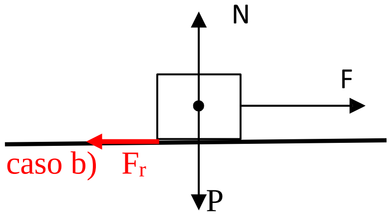
Dinámica

8) Sea una fuerza F de 250 N que tira horizontalmente de un bloque de masa de 10 kg que se encuentra sobre un plano horizontal. Determinar la aceleración del bloque si: a) no hay rozamiento. B) con μ = 0,2



a) $\sum F = ma \Rightarrow 250 = 10\,a \Rightarrow a = 250/10 = \mathbf{25\ m/s^2}$

b) $\sum F = ma \Rightarrow 250 - F_r = 10\,a$

$F_r = \mu N = 0{,}2\,(P) = 0{,}2(mg) = 0{,}2(10x10) = 20\ N$

Por tanto de $250 - F_r = 10\,a \Rightarrow 250 - 20 = 10a \Rightarrow a = \mathbf{23\ m/s^2}$

9) Si aplicamos una fuerza constante de 40 N sobre un cuerpo de 30 Kg, inicialmente en reposo, este adquiere en 5s la velocidad de 4 m/s. Justifica si hay rozamiento. Si lo hay calcula el coeficiente de rozamiento. Si no lo hay calcula el tiempo que emplearía en alcanzar los 4 m/s con μ = 0,3.

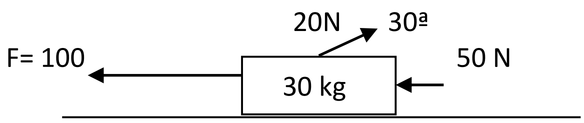
Supongamos que hay rozamiento. En caso de existir nos saldrá su valor. En caso de salir que F_r = 0, aplicaremos los datos de la segunda condición.

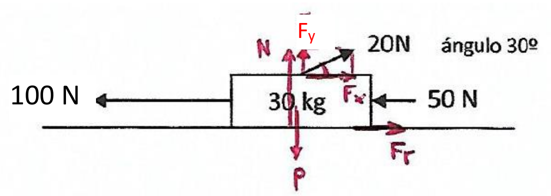
Calculemos la aceleración: $v = v_0 + at \Rightarrow 4 = 0 + a5 \Rightarrow a = 0{,}8\ m/s^2$

$\sum F = ma \Rightarrow F - F_r = ma \Rightarrow 40 - F_r = 30x0{,}8 \Rightarrow F_r = 16\ N$ (hay rozamiento)

$F_r = \mu N \Rightarrow 16 = \mu(30x10) \Rightarrow$ **μ = 0,053**

10) Calcular la aceleración del cuerpo de la figura si: a) no hay rozamiento. b) μ = 0,2





$F_x = 20\cos 30 = 17{,}3\ N$
$F_y = 20\ sen30 = 10\ N$

Antes de continuar debemos investigar en que se sentido se va a mover, para poder situar la fuerza de rozamiento. Hacia la derecha tenemos F_x de 17,3 N y hacia la izquierda 100 y 50 N, en consecuencia, se mueve hacia la izquierda, y por tanto, F_r irá hacia la derecha y lo dibujaremos (ya se ha puesto en la figura).

a) Eje Y: Como no hay movimiento en Y $\Rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow N + F_y - P = 0 \Rightarrow N + 10 - mg = 0 \Rightarrow N + 10 - 30\cdot 10 = 0 \Rightarrow N = 290$

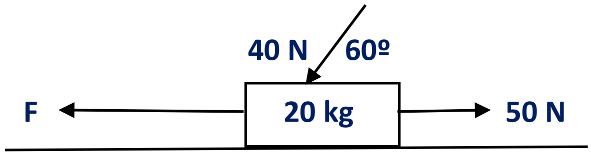
Eje X: $\sum F_x = ma \Rightarrow -100 - 50 + F_x = ma \Rightarrow -150 + 17{,}3 = 30a$ **$a = -4{,}42\ m/s^2$ (sentido izq. del eje X)**

b) Solo cambia en el eje X:

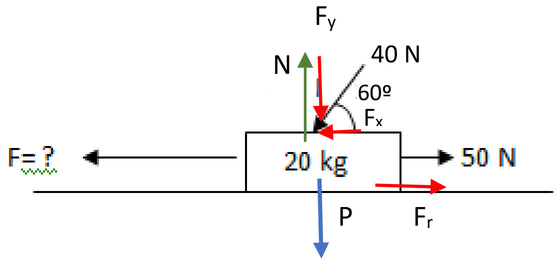
Hemos visto en el apartado anterior que se mueve en el sentido negativo del eje X, por tanto la fuerza de rozamiento actuará en el sentido positivo del eje X (en contra del movimiento).

$\sum F_x = ma \Rightarrow -100 - 50 + F_x + Fr = ma \Rightarrow -150 + 17{,}3 + \mu N = 30a \Rightarrow -132{,}7 + 0{,}2\cdot 290 = 30a \Rightarrow$ **$a = -2{,}49\ m/s^2$**

11) Calcular F si el cuerpo de la figura se mueve con aceleración de 0,5 m/s² a la izquierda y μ = 0.2



En primer lugar tenemos que dibujar todas las fuerzas presentes.



Y el siguiente paso es descomponer la fuerza oblicua de 40 N en F_x y F_y:

F_x = 40 cos60 = 20N

F_y = 40sen60 = 34,6 N

Eje Y: Como no hay movimiento en Y ⇒ $\sum F_y = 0$ ⇒

$N - F_y - P = 0 \Rightarrow N - 34{,}6 - mg = 0 \Rightarrow N - 34{,}6 - 20\cdot 10 = 0 \Rightarrow N = 234{,}6$ N

Eje X: $\sum F_x = ma \Rightarrow -F + 50 - F_x + F_r = ma \Rightarrow -F + 50 - 20 + \mu N = 20\cdot(-0{,}5)$ ponemos a negativa pes es a la izquierda

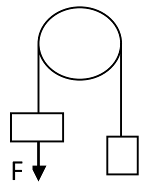
$\Rightarrow -F + 30 + 0{,}2\cdot 234{,}6 = -10 \Rightarrow$ **F =86,9 N**

12) Calcular la aceleración del sistema y la tensión de cuerda.

Masa izq. = 4 kg

Masa drch. = 12 kg

Fuerza de la izq. = 50 N

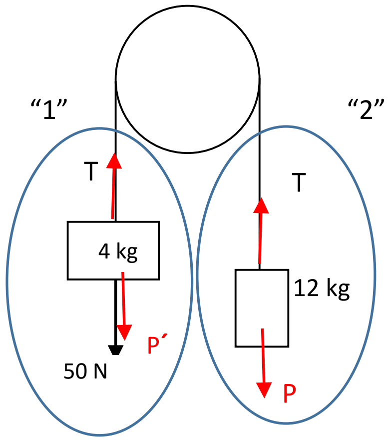


$\sum F = ma$ Observando valores tenemos que el sistema se mueve bajando la masa de 12 kg (120N) ya que es una fuerza mayor que 40 + 50 = 90 N del otro lado:

"1" $T - P' - 50 = m'a \Rightarrow T - 4x10 - 50 = 4a$

"2" $P - T = ma \Rightarrow 12x10 - T = 12a$

Sumando "1" y "2" ⇒ $120 - 40 - 50 = 16a \Rightarrow$ **a = 1,88 m/s²**



Ahora para calcular T podemos usar "1" o "2" . Usaremos "2":

$12x10 - T = 12a \Rightarrow 120 - T = 12x1{,}88 \Rightarrow 120 - T = 22{,}6$

T = 97,4 N

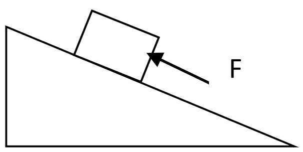
Otra forma de resolverlo sería aplicando al conjunto $\sum F = ma$ y por tanto si se mueve bajando la masa de 12kg:

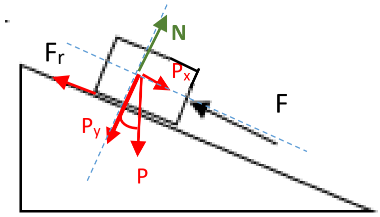
$P - T + T - P' - 50 = (m' + m)a \Rightarrow 12x10 - 4x10 - 50 = (4 + 12)a \Rightarrow 30 = 16a \Rightarrow$ **a = 1,88 m/s²**

Y para calcular T miramos un lado solo, por ejemplo el derecho: $\sum F = ma$ ⇒

$P - T = ma \Rightarrow 12x10 - T = 12x1{,}88 \Rightarrow 120 - T = 22{,}56 \Rightarrow$ **T = 97,4 N**

13) Calcular la aceleración si la masa es de 4 Kg, F = 15 N, el ángulo de la pendiente 30º y μ = 0.1





En primer lugar, el peso P lo descompondremos en P_x y P_y:

P_x = 4x10 sen30 = 20 N

P_y = 4x10 cos30 = 34,6 N

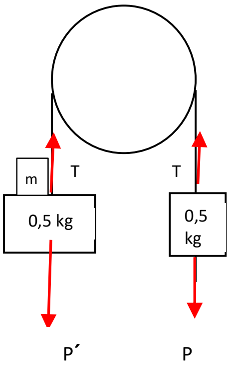
Antes de continuar debemos investigar en que se sentido se va a mover, para poder situar la fuerza de rozamiento. Como F es 15N y P_x = 20N significa que P_x es mayor que F y en consecuencia se mueve hacia abajo. Por tanto, F_r irá hacia arriba y lo dibujaremos (ya se ha puesto en la figura).

Eje Y: Como no hay movimiento en Y $\Rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow$

$N - P_y = 0 \Rightarrow N - 34{,}6 = 0 \Rightarrow N = 34{,}6$ N

Eje X: $\sum F_x = ma \Rightarrow P_x - F - F_r = ma \Rightarrow 20 - 15 - \mu N = 4 \cdot a \Rightarrow 5 - 0{,}1 \cdot 34{,}6 = 4 \cdot a \Rightarrow$ **a = 0,385 m/s²**

14) De los extremos de la cuerda de una polea ideal cuelgan dos masas iguales de 500g cada una que inicialmente se encuentran a la misma altura y paradas. Calcula la masa que habrá que añadir a una de ellas para que en un segundo se separen dos metros. ¿Cuál es la tensión de la cuerda?



Si se separan 2m significa que cada una se ha movido 1m. Y como eso lo hace en 1 s veamos cuál es su aceleración:

$x = x_0 + v_0 t + ½ at^2 \Rightarrow 1 = 0 + 0 + ½ a1^2 \Rightarrow a = 2$ m/s²

Izq. $P´ - T = m´a \Rightarrow (m + 0{,}5)10 - T = (m+0{,}5)2 \Rightarrow 10m + 5 - T = 2m + 1 \Rightarrow 8m - T = -4$

Drch. $T - P = ma \Rightarrow T - 0{,}5x10 = 0{,}5x2 \Rightarrow T - 5 = 1 \Rightarrow$ **T = 6 N** y sustituyendo este valor en la ecuación anterior $8m - T = -4 \Rightarrow 8m - 6 = -4 \Rightarrow$ **m = 0,25 kg**

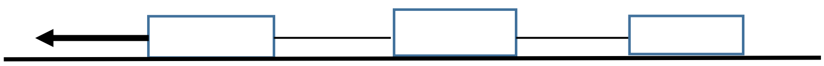
Se puede resolver de otra forma (aplicando $\sum F = ma$ al conjunto):

$P´ - T + T - P = ma \Rightarrow (0{,}5 + m)x10 - 0{,}5x10 = (0{,}5 + m + 0{,}5)x2 \Rightarrow$

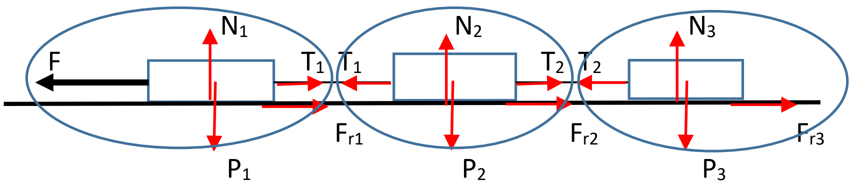
$5 + 10m - 5 = 1 + 2m + 1 \Rightarrow$ **m = 0,25 kg**

Para calcular T veamos el caso derecho: $\Rightarrow T - P = ma \Rightarrow T - 0{,}5x10 = 0{,}5x2 \Rightarrow$ **T = 6 N**

15) Calcular las tensiones de las cuerdas T_1 y T_2 del sistema de la figura siendo la fuerza de 200 N, las masas m_1 = 5 kg, m_2 = 15 kg y m_3 = 20 kg y μ = 0,2.



Primero dibujemos todas las fuerzas:



Vamos a resolverlo por sectores. Es igual que la polea pero en este caso tenemos tres masas y dos cuerdas. El planteamiento es exactamente igual pero salen tres ecuaciones en las que igualmente las tensiones se anulan al sumarlas y sólo queda la incógnita de la aceleración como en el caso de la polea:

Sector 1: $F - T_1 - Fr_1 = m_1 a \Rightarrow 200 - T_1 - \mu N_1 = 5a \Rightarrow 200 - T_1 - 0{,}2(5x10) = 5a \Rightarrow 200 - T_1 - 10 = 5a$

Sector 2: $T_1 - T_2 - Fr_2 = m_2 a \Rightarrow T_1 - T_2 - \mu N_2 = 15a \Rightarrow T_1 - T_2 - 0{,}2(15x10) = 15a \Rightarrow T_1 - T_2 - 30 = 15a$

Sector 3: $T_2 - Fr_3 = m_3 a \Rightarrow T_2 - \mu N_3 = 20a \Rightarrow T_2 - 0{,}2(20x10) = 20a \Rightarrow T_2 - 40 = 20a$

Al sumar las tres últimas ecuaciones de cada sector obtenemos: 200 – 10 - 30 - 40 = 40a ⇒ $a = 3\ m/s^2$

Para calcular las tensiones usaremos:

Sector 1: 200 – T_1 - 10 = 5a ⇒ 200 – T_1 – 10 = 5x3 ⇒ **T_1 = 175 N**

Sector 2: T_1 – T_2 - 30 = 15ª ⇒ 175 – T_2 – 30 = 15x3 ⇒ **T_2 = 100 N**

Veamos otra forma de calcularlo, aplicando ∑F = ma al global del conjunto (esta forma resulta más corta si se trata de más de dos bloque o sistemas):

∑F = ma ⇒ F-T_1- F_{r1} +T_1 –T_2 –F_{r2} + T_2 –F_{r1} = (m_1 + m_2 + m_3)a ⇒ 200 -0,2(5x10) -0,2(15x10) -0,2(20x10) = (5+15+20)a

200 – 10 – 30 – 40 = 40a   a = 3 m/s^2

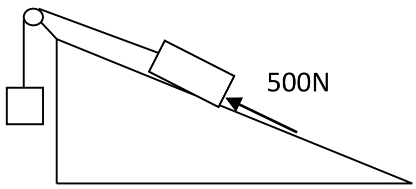
Para calcular las tensiones usaremos:

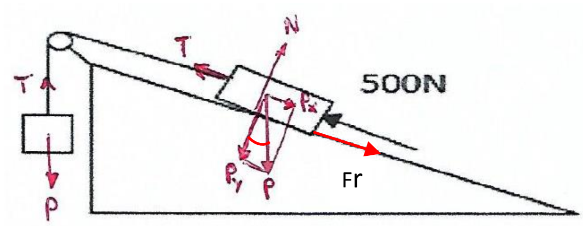
Sector 1: 200 – T_1 - 10 = 5a ⇒ 200 – T_1 – 10 = 5x3 ⇒ **T_1 = 175 N**

Sector 2: T_1 – T_2 - 30 = 15ª ⇒ 215 – T_2 -30 = 15x3 ⇒ **T_2 = 100 N**

Aplicar un método u otro es cosa de cada uno. Se suele aplicar el sistema por sectores cuando son dos masas, con tres puede resultar indistinto, pero si son cuatro o más es mejor el global.

16) Calcular la aceleración del sistema si las masas son de 5kg la que cuelga verticalmente y 60 kg la otra. El coeficiente rozamiento es 0,2 y la inclinación del plano 30º. ¿Cuál es el valor de T?





Px = Psen30 = 60x10sen30 = 300 N

Py = Pcos30 = 60x10cos30 = 520 N

Como la F = 500 N es superior a Px = 300 N la masa de 60 kg subirá

Fr = µN = 0,1(Py) = 0,2x520 = 104 N

Calculemos ahora la aceleración del sistema:

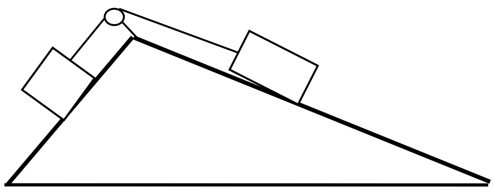
Masa colgante: P – T = ma   5x10 – T = 5a

Masa inclinada: T + 500 – Px – Fr = ma   T + 500 – 300 – 104 = 60a

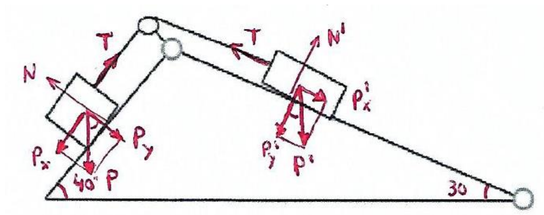
Sumando: 146 = 65a ⇒ $a = 2{,}25\ m/s^2$

Y de aquí aplicando la masa colgante tenemos: P – T = ma ⇒ 5x10 – T = 5·2,25 ⇒ **T = 38,75 N**

17)



Calcular la aceleración del sistema si las masas son de 5kg la izquierda y 8 kg la otra. La inclinación de los planos 40º izq. y 30º drch. ¿Cuál es el valor de T?. No hay rozamiento



Px = Psen40 = 5x10sen40 = 32,1 N

P´x = p´sen30 = 8x10 sen30 = 40 N

Como P´x es mayor que Px la masa de 8 kg bajará

Al no haber rozamiento no es necesario calcular la Py

Aplicamos ahora ∑F = ma a cada cuerpo:

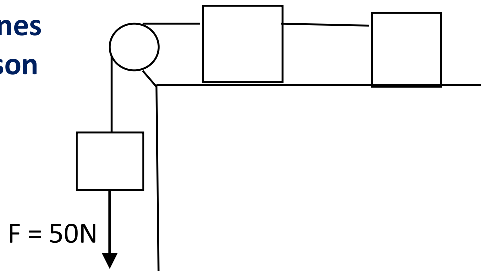
Izquierda: T - Px = ma   T - 32,1 = 5a

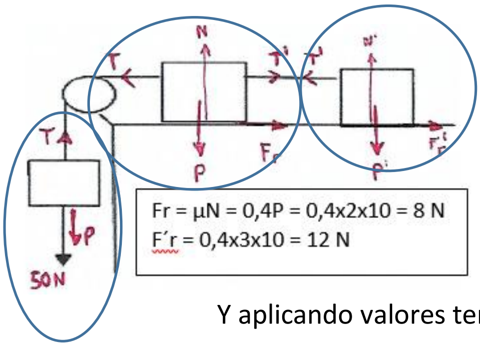
Derecha: P´x – T = m´a   40 – T = 8a

Sumando: 40 – 32,1 = 13a   **a = 0,61 m/s²**

Para calcular T usamos la ecuación T - 32,1 = 5a ⇒ T – 32,1 = 5x0,61 ⇒ **T = 35,15 N**

18) Calcular la aceleración con que se mueve el sistema y las tensiones de las cuerdas. Las masas son de 6 kg la que baja y las superiores son 2 kg la izquierda y 3 kg la derecha y μ = 0,4





En masa colgante: $50 + P - T = ma$

En masa central: $T - T' - F_r = m'a$

En masa derecha: $T' - F'_r = m''a$

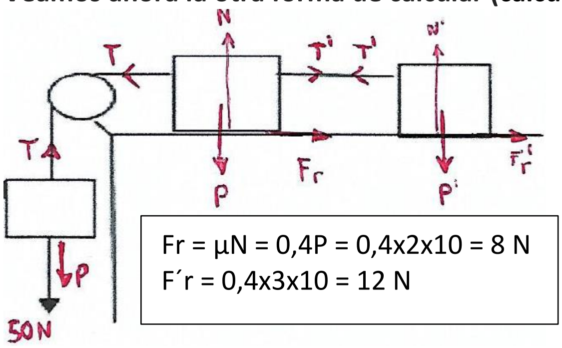
Sumando: $50 + P - F_r - F'_r = (m + m' + m'')\,a$

Y aplicando valores tenemos: $50 + 6\cdot 10 - 8 - 12 = (6 + 2 + 3)a \Rightarrow$ **$a = 8{,}18\ m/s^2$**

Para el cálculo de las tensiones: Aplicando el valor de "a" en la masa colgante $50 + P - T = ma \Rightarrow 50 + 60 - T = 6\cdot 8{,}18$

Obtenemos que **$T = 60{,}9$ N** y con la masa derecha: $T' - F'_r = m''a \Rightarrow T' - 12 = 3\cdot 8{,}18 \Rightarrow$ **$T' = 36{,}5$ N**

Veamos ahora la otra forma de calcular (cálculo global mediante ∑F = ma):



Haciendo el cálculo de forma global mediante ∑F = ma

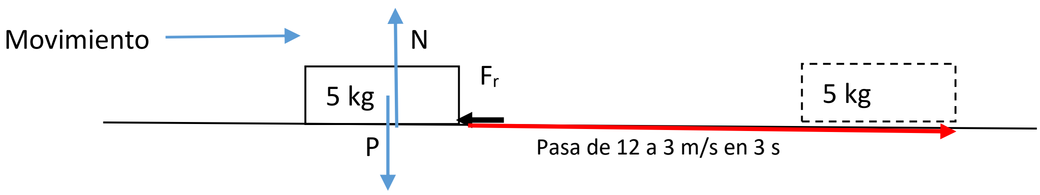
$\sum F = ma \Rightarrow 50 + P - T + T - Fr - T' + t' - F'r = (m_1 + m_2 + m_3)a$

$50 + 6x10 - 8 - 12 = (6 + 2 + 3)a$ **$a = 8{,}18\ m/s^2$**

Para calcular la tensión T nos fijaremos en la masa que cuelga: $50 + P - T = ma \Rightarrow 50 + 6x10 - T = 6x8{,}18$ **$T = 60{,}9$ N**

Para T´ nos fijaremos en la masa de 2kg: $T - T' - Fr = ma$ $60{,}9 - T' - 8 = 2x8{,}18$ **$T' = 36{,}5$ N**

19) Un cuerpo de masa 5 kg lleva una velocidad de 12 m/s cuando al entrar en un terreno plano, pero con rozamiento, disminuye su velocidad hasta los 3 m/s en 3 segundos. ¿Qué valor tiene el coeficiente de rozamiento? ¿Cuál es el valor del impulso recibido en ese tiempo?



El ejercicio se puede resolver de dos maneras:

1) Calculando la aceleración: $v = v_0 + at \Rightarrow 3 = 12 + a3 \Rightarrow a = -3\ m/s^2$

∑F = ma (no hay fuerzas a favor del movimiento, sólo tenemos la fuerza en contra del rozamiento) $\Rightarrow -F_r = ma \Rightarrow -\mu N = ma \Rightarrow -\mu(P) = ma \Rightarrow -\mu(mg) = ma \Rightarrow -\mu(g) = a \Rightarrow -\mu\,(10) = -3 \Rightarrow$ **$\mu = 0{,}3$**

Observar que la masa no influye para el cálculo de μ.

Para calcular el impulso $I = Ft = -F_r t = -\mu N t = -0{,}3(5x10)3 =$ **-45 Ns** (Newton x segundo)

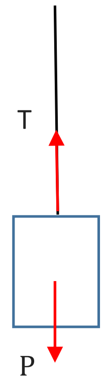
2) Aplicando directamente el impulso (impulso negativo que provoca la fuerza de rozamiento durante los 4s)

$I = Ft = m(v - v_0) \Rightarrow -F_r x\,3 = 5(3 - 12) = \mathbf{-45} \Rightarrow F_r = 15 \Rightarrow F_r = 15 = \mu N \Rightarrow 15 = \mu(5x10) \Rightarrow$ **$\mu = 0{,}3$**

Aquí tampoco influye la masa para calcular **μ** ya que $-F_r t = \mathbf{m}(v - v_0)$ y F_r incluye también la masa.

En este método de resolución ya hemos obtenido el valor del impulso como se observa en el desarrollo de los cálculos, es decir: $I = Ft = m(v - v_0) \Rightarrow I = 5(3 - 12) =$ **-45** Ns

20) Un ascensor con su pasajero tiene una masa de 300 kg. Calcular la tensión del cable que lo sujeta si:
a) Sube con: 1) velocidad de 2 m/s. 2) Aceleración de 2 m/s^2
b) Baja con: 1) velocidad de 2 m/s. 2) Aceleración de 2 m/s^2
¿Si la tensión del cable es de 2800 N qué está ocurriendo?



a) Sube con: 1) velocidad de 2 m/s. $\sum F = ma \Rightarrow T - P = ma \Rightarrow T - 300x10 = 300x0$

$$T = 3000\ N$$

a) Sube con: 2) Aceleración de 2 m/s^2. $\sum F = ma \Rightarrow T - P = ma \Rightarrow T - 300x10 = 300x2$

$$T = 3600\ N$$

b) Baja con: 1) velocidad de 2 m/s. $\sum F = ma \Rightarrow P - T = ma \Rightarrow 300x10 - P = 300x0$

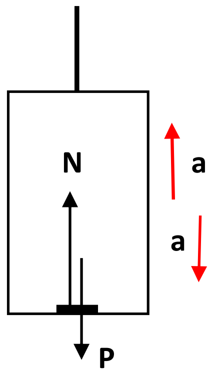
$$T = 3000\ N$$

b) Baja con: 2) Aceleración de 2 m/s^2. . $\sum F = ma \Rightarrow P - T = ma \Rightarrow 300x10 - T = 300x2$

$$T = 2400\ N$$

Supongamos que está subiendo: $\sum F = ma \Rightarrow T - P = ma \Rightarrow 2800 - 300x10 = 300xa \Rightarrow a = -0,67\ m/s^2$ y según el signo tenemos que está bajado con **a = 0,67 m/s^2** (de los resultados de los casos anteriores es fácil deducir que por encima de 3000N tiene que estar subiendo con aceleración y por debajo de 3000N tiene que estar bajando con aceleración. Con 3000 N puede estar subiendo o bajando con cualquier velocidad.

21) Dentro de un ascensor está una persona de 70 kg subida sobre balanza. Indica que marcará la balanza cuando: a) El ascensor está en reposo. b) Sube con aceleración constante de 1 m/s^2. c) Baja con aceleración constante de 1 m/s^2. d) Sube a velocidad constante de 1 m/s



a) Si el ascensor está parado la respuesta de la balanza N (que es la que indica el peso) será la respuesta exclusivamente al peso. Por tanto N = P = mg = 70x10 = **700 N**

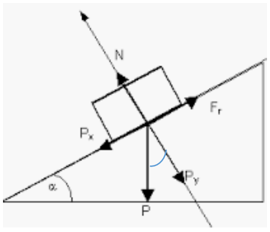
b) Si el ascensor sube con aceleración tenemos que la respuesta N del suelo (balanza en este caso) es tal que $\sum F = ma \Rightarrow N - P = ma \Rightarrow N - 70x10 = 70x1 \Rightarrow$ **N = 770 N**
Es decir indicará que nuestra masa ("peso") aparente es de 77 kg.

c) Si baja $\sum F = ma \Rightarrow P - N = ma \Rightarrow 70x10 - N = 70x1 \Rightarrow$ **N = 630 N**
Es decir que aparentamos menos peso. La balanza marcaría 67 kg

d) Si sube con v = 1 m/s significa que a = 0, por tanto: $\sum F = ma \Rightarrow N - P = ma \Rightarrow N - 70x10 = 70x0 \Rightarrow$ **N = 700 N**
De nuevo marcará nuestro peso real. Lo mismo ocurre bajando $\sum F = ma \Rightarrow P - N = ma$ y como $a = 0 \Rightarrow N = P = 700N$

Esta es la causa de esa sensación que sentimos, justo cuando arranca el ascensor, de tener un peso extra o de flotar ligeramente al bajar (menos peso), pero que sólo dura el corto instante del tiempo de aceleración del ascensor, inmediatamente que toma la velocidad constante (subiendo o bajando) no sentimos más que nuestro propio peso.

22) Un cuerpo desciende por un plano inclinado de 40º con velocidad constante. ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento?

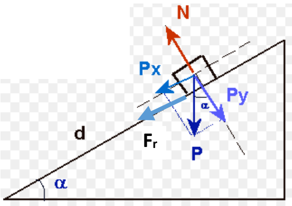


$P_x = P\text{sen}\alpha$ $\quad P_y = P\cos\alpha$ $\quad F_r = \mu N = \mu P_y$

Si el cuerpo se mueve con v = cte. $\Rightarrow$ no hay aceleración $\Rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow P_x - F_r = 0$

$P\text{sen}\alpha - \mu N = 0 \Rightarrow m\cdot 10\text{sen}40 - \mu(m\cdot 10\cos 40) = 0 \Rightarrow 0,64m = 7,66\mu m \Rightarrow$ **μ = 0,084**

23) Desde la parte inferior de un plano inclinado 30º se lanza un cuerpo con una velocidad inicial de 2m/s. El coeficiente de rozamiento es 0,1. a) Calcula el espacio que recorre por el plano hasta que se para. b) ¿con que aceleración volverá a bajar?



P_x = Psenα = m·10sen30 = 5m P_y = Pcosα = m·10cos30 = 8,7m F_r = μN = 0,1P_y = 0,87N

$\sum F_x$ = ma ⇒ como P_x y F_r van en contra del movimiento ⇒ - P_x - F_r = ma ⇒ –5m – 0,87m= ma

a = -5,87 m/s^2 Veamos ahora el espacio recorrido: $v^2 = v_o^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 0 = 2^2 - 2(-5,87)x \Rightarrow$

$0 = 4 - 11,74x \Rightarrow \mathbf{x = 0,34\ m}$

Para ver la aceleración de bajada: $\sum F_x$ = ma pero ahora a favor del movimiento está P_x y en contra F_r:

$\sum F_x$ = ma ⇒ P_x - F_r = ma ⇒ $5m - 0,87m = ma$ ⇒ $5 - 0,87 = a$ ⇒ $\mathbf{a = 4,13\ m/s^2}$

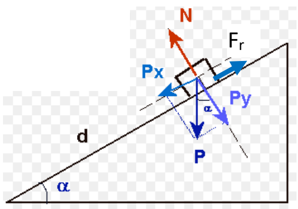
<u>Si la aceleración hubiera dado negativa indicaría que el cuerpo no baja porque la F_r es superior a P_x</u>

Este mismo problema hubiera sido más complicado si en lugar de preguntar los apartados a) y b) se hubiera preguntado solo ¿qué longitud bajará con el mismo tiempo que empleó en subir? Lo que tendríamos que hacer es simplemente calcular el tiempo de la subida sabiendo que v = 0 v_0 = 2 y con la calculada a= - 5,87 obtener el tiempo t (con v = v_0 + at) para aplicarlo a la bajada con la calculada a = 4,13 y v_o = 0 (con x = x_0 + v_0t + ½ at^2)

24) Tres fuerzas F_1, F_2 y F_3 están aplicadas a un punto "o". Si F_1= 2i -5j y F_2= -6i +3j , calcular F_3 sabiendo que el punto "o" está en equilibrio.

Si el punto "o" está en equilibrio significa que $\sum F$ = 0 ⇒ 2i -5j -6i +3j + F_3 = 0 ⇒ $\mathbf{F_3 = 4i + 2j}$

25) Un taco de madera de 200 g se sitúa sobre una plancha de formica. La plancha se comienza a levantar sobre un extremo y cuando el ángulo de inclinación llega a 29º el taco de madera empieza a resbalar. Si ese mismo taco si se coloca sobre la misma plancha, pero inclinada 35º, desciende 1,5 m en 1,35 s. Determinar el coeficiente de rozamiento estático y dinámico entre el taco y la plancha.



Px = Psenα = 0,2·10sen29 = 0,97N Py = Pcosα = 0,2·10cos29 = 1,75N

F_r = μN = μP_y = μ·1,75

El rozamiento estático es cuando se inicia justamente el movimiento. Esto quiere decir que con un ángulo infinitesimalmente inferior no se movía, y por tanto la aceleración era cero, y será esta aceleración cero la que aplicaremos a los 29º.

Por tanto: $\sum F_x$ = 0 ⇒ P_x – F_r = 0 ⇒ 0,97 - μ·1,75 = 0 ⇒ **μ (estático)= 0,55**

Para el dinámico tenemos:

Px = Psenα = 0,2·10sen35= 1,147N Py = Pcosα = 0,2·10cos35 = 1,638N F_r = μN = μP_y = μ·1,638.

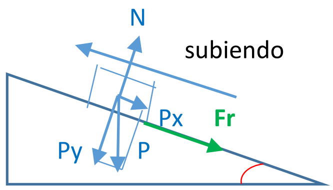
Pero ahora si hay aceleración, por tanto: $\sum F_x$ = ma ⇒ P_x – F_r = ma ⇒ 1,147 - μ·1,638 = 0,2·a

Veamos el valor de "a": aplicamos x = x_0 + v_0t + ½ at^2 ⇒ $1,5 = 0 + 0 + ½\ a1,35^2 \Rightarrow a = 1,65\ m/s^2$

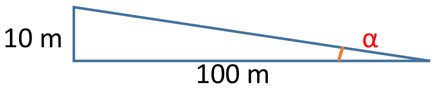
Que aplicando a la ecuación 1,147 - ·1,638 = 0,2·a ⇒ 1,147 - μ·1,638 = 0,2·1,65 ⇒ **μ (dinámico) = 0,5**

NOTA 1: El coeficiente de rozamiento dinámico es siempre menor que el estático
NOTA 2: Puedes comprobar que en este ejercicio el valor de la masa es innecesario. Y por otra parte en el caso del rozamiento estático tenemos μ = tg29 = 0,55 ya que P_x – F_r = 0 ⇒ Psenα - μPcosα = 0 ⇒ **μ = tgα**

26) Un automóvil de 1500 kg está subiendo por una rampa del 10% (5,7º) a 15 m/s (54 km/h) frena a tope y se detiene en 22 m. En igualdad de condiciones ¿qué espacio recorre hasta detenerse si estuviera bajando? (usar g = 10 m/s). **Este ejercicio puede tener un poco más de dificultad**



La pendiente que se indican en las señales de tráfico, por ejemplo 10% indica que por cada 100 m recorridos en llano se suben 10 m en altura



tg α = 10/100 → α = 5,7º

Aplicamos al caso de la subida ∑F = ma y las fuerzas que actúan en el movimiento tenemos Px y Fr (Fr = μN), por tanto si calculamos P_x, *N* y la *a* podemos calcular el coeficiente de rozamiento μ que aplicaremos luego al caso de bajada para obtener la nueva aceleración y en consecuencia el espacio recorrido en la frenada de bajada.

Calculemos Px y Py:

Px = P·senα = mg·senα = 1500·10·sen5,7 = 1490 N
Py = P·cosα = 1500·10·cos5,7 = 14926 N y en consecuencia Fr = μN = μ·14926

Calculemos la aceleración aplicando $V^2 = V_o^2 + 2ax \rightarrow 0^2 = 15^2 + 2\cdot a\cdot 22 \rightarrow a = -5{,}11\ m/s^2$

Ahora hay que prestar a atención a los signos. Podemos escoger aplicar el sistema de fuerzas a favor y encontra del movimiento o aplicar el sistema de los signos según la dirección de los ejes.
Vamos con el primer caso:

$\sum F = ma \rightarrow -P_x - F_r = ma$ (ambas fuerzas van en contra del movimiento) →

$-P_x - \mu N = ma \rightarrow -1490 - \mu\cdot 14926 = 1500\cdot(-5{,}11) \rightarrow 1490 + 14926\cdot\mu = 7665 \rightarrow \mu = 0{,}414$

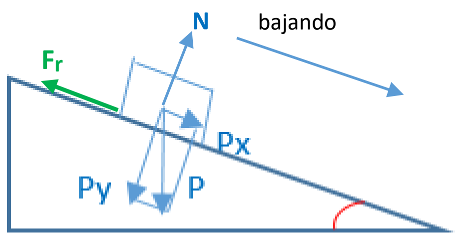
En realidad, la masa del automóvil no interviene ya que tanto *Px* como *N* y la propia *ma* contienen la m, y por tanto se puede eliminar.

Si hubiéramos aplicado el criterio de signos de los ejes, siendo positivos a la derecha y negativos a la izquierda, tendríamos:

$\sum F = ma \rightarrow Px + Fr = m(-a)$ La *a* va como negativa porque el movimiento es hacia la izquierda, y al sustituir su valor, de por sí negativo, tendrá como resultado valor positivo:

$1490 + \mu\cdot 14926 = 1500\cdot(-(-5{,}11)) \rightarrow 1490 + 14296\mu = 8040 \rightarrow \underline{\mu = 0{,}414}$

Vamos ahora con el problema la inversa, aplicando criterio de signos de los ejes. Calculemos el nuevo valor de la aceleración usando el coeficiente de rozamiento calculado:



∑F = ma → Px - Fr = ma Ahora Fr es negativo y la *a* en la dirección positiva, eso si, al ser de frenada su valor nos tendrá que salir negativo, en caso contrario es que habrá algún error.

Px - Fr = ma → 1490 – 0,414·14926 = 1500·a → a = -3,13 m/s²

Y con el valor de esta aceleración calcularemos el espacio recorrido aplicando $V^2 = V_o^2 + 2ax \rightarrow 0^2 = 15^2 + 2\cdot(-3{,}13)\cdot x$

X = 35,9

El resultado, un 63% superior de recorrido en bajada respecto a la subida (22 m), entra en la lógica ya que la componente Px del peso del coche favorece la frenada al ir subiendo, pero la dificulta al ir bajando, y el efecto será mayor cuanto mayor sea la pendiente y evidentemente nulo en llano, ya que no hay componente Px.

IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO (MOMENTO LINEAL)

27) Un cuerpo de masa 10 kg que se mueve hacia la derecha con una velocidad de 5m/s choca elásticamente con otro de 6 kg que se mueve a la izquierda con velocidad 7 m/s. Si tras el choque el cuerpo de 6kg se mueve a la derecha con una velocidad de 4 m/s ¿con qué velocidad se moverá el primero.

La cantidad de movimiento del sistema antes del choque y después deben ser iguales:

$(P_{10} + P_6)_{antes} = (P_{10} + P_6)_{después}$ *como* $p = mv$ $\Rightarrow$ 10x5 + 6x(-7) = 10v + 6x4 $\Rightarrow$ 50 -42 = 10v + 24 $\Rightarrow$ **V = - 1,6 m/s**

El cuerpo de 10 kg cambia de sentido tras el choque

28) Una patinadora de 60 kg se mueve con una velocidad de 1,5 m/s y un patinador de 70 kg lleva velocidad de 2m/s en la misma dirección y sentido contrario. A) Si después del choque quedan abrazados ¿a qué velocidad se moverán y en qué sentido?. B) Si después del choque el patinador sigue en su misma dirección con velocidad 0,3 m/s, ¿a qué velocidad se moverá la patinadora?

A) $\longrightarrow$ 60 kg 1,5 m/s $\longleftarrow$ 70 kg -2 m/s Después $\longleftarrow$ 130 kg ¿ v?

Principio de conservación de la cantidad de movimiento: No hay fuerzas externas $\Rightarrow \sum p = \sum p'$ $\Rightarrow$ $p_{antes} = p_{después}$

$(P_{patinadora} + P_{patinador})_{antes} = P(conjunto)_{después} \Rightarrow [(mv) + (mv)']_{antes} = (m + m')v_{después} \Rightarrow$

60x1,5 + 70x(-2) = (60 + 70)v $\Rightarrow$ 90 -140 = 130v $\Rightarrow$ **v = - 0,385 m/s (signo "-" indica sentido del patinador)**

B) $(P_{patinadora} + P_{patinador})$antes = $(P_{patinadora} + P_{patinador})$después. Sea **h** al patinador y **m** la patinadora

$[m_hv_h + m_mv_m]$antes = $[m_hv_h + m_mv_m]$después $\Rightarrow$ 60x1,5 + 70x(-2) = 60v + 70(-0,3) $\Rightarrow$

90 -140 = 60v - 21 $\Rightarrow$ **v = - 0,48 m/s** (signo "-" indica sentido del patinador o contrario al que llevaba la patinadora)

29) Un móvil de masa 150 kg se mueve con velocidad de 5 m/s cuando recibe una ráfaga de viento en contra con una fuerza equivalente a 200 N y una duración de 3 segundos. ¿Cuál es la velocidad final del móvil y qué sentido lleva? (No hay rozamientos).

I = **Ft = m(v – v_0)** $\Rightarrow$ -200x3 = 150(v – 5) $\Rightarrow$ - 600 = 150v – 750 $\Rightarrow$ **v = 1 m/s y sigue en el mismo sentido que llevaba puesto que no cambia el signo del sentido aplicado inicialmente.**

30) Una persona sobre patines lanza horizontalmente una piedra de 8 kg mediante una fuerza de 20N que actúa durante 0,3 s, ¿con qué velocidad sale la piedra y cuál es la velocidad de retroceso del hombre si su masa es de 70 kg?

I = F.t I = 20 N.0,3 s I = 6 kg.m/s

El impulso es igual al incremento de la cantidad de movimiento:

$I = \Delta p = (mv)_{final} - (mv)_{inicial}$ => 6 = 8v – 0 $\rightarrow$ **V = 0,33 m/s**

Para el sistema total (hombre-piedra), si no hay fuerzas externas $\rightarrow \sum p = 0$ por tanto:

$(mv)_{hombre} + (mv)_{piedra} = 0$ $\rightarrow$ 70·v + 8·0,33 = 0 $\rightarrow$ **V = - 0,038 m/s** (se mueve hacia atrás)

31) Una bola de 0,5 kg se mueve hacia la derecha a una velocidad de 4 m/s y choca contra otra de 3kg que se mueve a 2 m/s en igual dirección y sentido. Calcular:

d) Velocidad de la bola de 0,5 kg si la de 3 kg se mueve después del choque a 2,5m/s.

e) Velocidad de la bola de 0,5 kg si la de 3 kg se mueve después del choque a 3 m/s.

f) Velocidad a la que se mueve el conjunto si las bolas quedan pegadas.

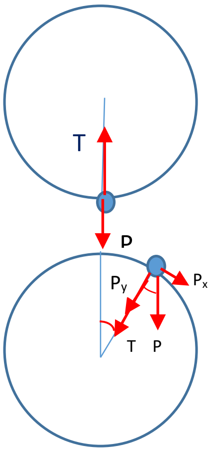
a) $\Sigma p_{i\ inicial} = \Sigma p_{f\ final} \rightarrow m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_{1'} + m_2v_{2'} \rightarrow$ 0,5·4 + 3·2 = 0,5v + 3·2,5 $\rightarrow$ 8 = 0,5v + 7,5 $\rightarrow$ **V = 1 m/s**

b) $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_{1'} + m_2v_{2'} \rightarrow$ 0,5·4 + 3·2 = 0,5v + 3·3 $\rightarrow$ 8 = 0,5v + 9 $\rightarrow$ **V = -2 m/s (velocidad de retroceso)**

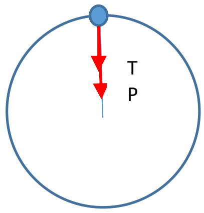
c) $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)V \rightarrow$ 0,5·4 + 3·2 = (0,5 + 3)V $\rightarrow$ 8 = 3,5V $\rightarrow$ **V = 2,3 m/s**

Dinámica circular

32) A una cuerda de 70 cm se ata una masa de 200 g y se la hace girar verticalmente a 8 m/s. a) Calcular la tensión de la cuerda en el punto más bajo b) ¿Cuál es la tensión de la cuerda cuando está en el punto más alto? c)¿Cuál es la tensión de la cuerda cuando está a 30º del punto más alto? d) ¿Cuál es la velocidad mínima para que gire completamente? e) ¿Cuál es la tensión de la cuerda cuando está a 90º del punto más alto? f) ¿Velocidad máxima a la que puede girar si la cuerda tiene una tensión de rotura de 40 N?



a) (imagen izq.) Al estar girando con velocidad constante sólo tenemos aceleración centrípeta:
$\sum F = ma \Rightarrow T - P = ma_c \Rightarrow T - 0{,}2x10 = 0{,}2\ V^2/R \Rightarrow$
$T - 2 = 0{,}2x\ 8^2/0{,}7$ **$T = 20{,}3$ N**



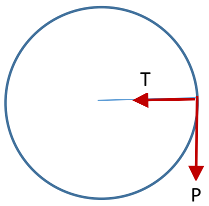
b) (imagen drch.) $\sum F = ma \Rightarrow T + P = ma_c \Rightarrow$
$T + 0{,}2x10 = 0{,}2\ V^2/R \Rightarrow T + 2 = 0{,}2x\ 8^2/0{,}7$

c) Es indistinto que sean 30º a la izquierda o derecha
$P_y = P\cos 30 = 0{,}2x10\cos 30 = 1{,}73$
$\sum F = ma \Rightarrow T + P_y = ma_c \Rightarrow T + 1{,}73 = 0{,}2\ V^2/R \Rightarrow T + 1{,}73 = 0{,}2x\ 8^2/0{,}7 \Rightarrow$ **$T = 16{,}6$ N**

d) La velocidad mínima para que gire significa que pueda pasar por el punto más alto con la mínima tensión T, es decir cero, ya que si tiene más velocidad su tensión será mayor.

Por tanto estamos en el caso b) pero con T = 0 y V incógnita: $\sum F = ma \Rightarrow T + P = ma_c \Rightarrow T + P = 0{,}2\ V^2/R \Rightarrow$
$0 + 0{,}2x10 = 0{,}2xV^2/0{,}7 \Rightarrow 2 = 0{,}286V^2 \Rightarrow$ **$V = 2{,}64$ m/s**

e)



La T de la cuerda es la propia fuerza centrípeta, puesto que P es perpendicular y por tanto no tiene influencia.

$T = Fc = mv^2/R = 0{,}2\cdot 8^2/0{,}7 =$ **$18{,}3$ N = T**

f) La velocidad máxima para que pueda girar sin romperse la cuerda significa que no pase de más de 40 N de tensión. Y como la tensión máxima se alcanza en el punto más bajo significa que estamos en el caso a) con T = 40 N:

$\sum F = ma \Rightarrow T - P = ma_c \Rightarrow T - 0{,}2x10 = 0{,}2\ V^2/R \Rightarrow 40 - 2 = 0{,}2xV^2/0{,}7 \Rightarrow 38 = 0{,}286V^2 \Rightarrow$ **$V = 11{,}53$ m/s**

33) Calcular la velocidad máxima a la que se puede coger una curva de 30 m de radio de curvatura, si el coeficiente de rozamiento asfalto–neumático es 0,7. ¿Qué radio debe tener la curva para poder tomarla a 60 km/h.

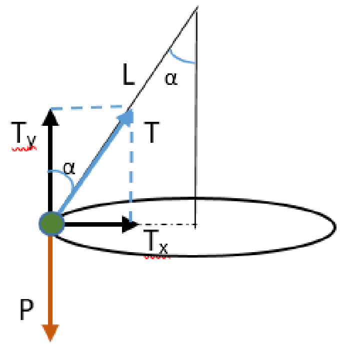
Como la fuerza de rozamiento ejerce de fuerza centrípeta, tenemos que:

$Fc = F_r \Rightarrow mv^2/r = \mu N \Rightarrow \cancel{m}v^2/r = \mu\cancel{m}g \Rightarrow v^2/30 = 0{,}7x10 \Rightarrow \mathbf{v = 14{,}5\ m/s}$ (52,2 km/h)

60 km/h = 60 (100m/km)(h/3600s) = 16,7 m/s

$Fc = F_r \Rightarrow mv^2/r = \mu N \Rightarrow \cancel{m}v^2/r = \mu\cancel{m}g \Rightarrow 16{,}7^2/r = 0{,}7x10 \Rightarrow 279/r = 6{,}3$ $\mathbf{r = 39{,}8\ m}$

34) Una bola de 0,2 kg atada a una cuerda de 40 cm gira como un péndulo cónico formando un ángulo α de 30º. a) Calcular la velocidad lineal con la que está girando la bola. b) Calcular la tensión de la cuerda.



a) La tensión T de la cuerda la descomponemos en T_x y T_y.

$T_x = T\text{sen}\alpha$ y $T_y = T\cos\alpha$

En eje y: $\sum F_y = 0$ (la bola está en equilibrio, no sube ni baja)

$T_y - P = 0 \Rightarrow T\cos\alpha - mg = 0$ **(1)**

En eje x: $\sum F_x = ma$ (si la bola gira tiene aceleración, a_c) $\Rightarrow \sum F_x = ma_c \Rightarrow T_x = ma_c$

También lo podíamos haber planteado con el siguiente razonamiento:

Si la bola gira debe existir una fuerza centrípeta y esa tiene que ser T_x, por tanto:

$T_x = F_c \Rightarrow T_x = ma_c \Rightarrow T\text{sen}\alpha = mv^2/R$ **(2)** pero $R = L\text{sen}\alpha = 0{,}4\text{sen}30 = 0{,}2$ m

Tenemos las ecuaciones (1) y (2) : (1) $T\cos\alpha - mg = 0 \Rightarrow T\cos30 = mg$

(2) $T\text{sen}\alpha = mv^2/R \Rightarrow T\text{sen}30 = mv^2/R$

Dividiendo (2)/(1) $\Rightarrow$ $\text{sen}30/\cos30 = v^2/Rg \Rightarrow \text{tg}30 = v^2/0{,}2\cdot10 \Rightarrow \mathbf{v = 1{,}07\ m/s}$ <u>y no depende de la masa</u>

b) Para calcula T usamos por ejemplo la ecuación (1) $T\cos\alpha = mg \Rightarrow T\cos30 = 0{,}2\cdot10 \Rightarrow \mathbf{T = 2{,}31\ N}$